

# Cambio del estado de polarización por reflexión en un espejo elíptico

O.G. Rodríguez-Herrera, M. Rosete-Aguilar y N.C. Bruce

*Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico, UNAM,  
Circuito Exterior s/n, Cd. Universitaria, Apartado Postal 70-186, México D. F., México*

Recibido el 6 de marzo de 2003; aceptado el 27 de noviembre de 2003

El análisis del cambio en el estado de polarización debido a la reflexión de la luz en una superficie no siempre es trivial. Este cambio dependerá de las propiedades del material, la forma de la superficie y el ángulo de incidencia. En este artículo presentamos un ejemplo de este tipo de análisis para un espejo elíptico, mostrando la importancia de la forma y del material del que está hecha la superficie.

*Descriptores:* Polarización; coeficientes de Fresnel; reflexión.

The analysis of the change in the polarization state due to reflection of light on a surface, is not always trivial. This change will depend on the properties of the material, the shape of the surface and the angle of incidence. In this paper we present an example of this kind of analysis for an elliptical mirror, showing the importance of the shape and the material of the surface.

*Keywords:* Polarization; Fresnel coefficients; reflection.

PACS: 42.25.Ja; 42.25.Gy; 42.15.-i

## 1. Introducción

La polarización de una onda electromagnética está definida como la dirección del campo eléctrico en un instante dado. Se ha definido de esta manera por convención, sin embargo, el estudio de la polarización sería completamente equivalente si se definiera como la dirección del campo magnético.

Cada vez que un haz de luz es reflejado, puede cambiar su estado de polarización dependiendo de las propiedades del material en el que se refleja y de la forma de su superficie.

Cuando un haz de luz incide en un material, el valor del cociente entre el índice de refracción del medio en el que viaja y el índice de refracción del material sobre el que incide, así como el ángulo de incidencia, determinan el comportamiento posterior del haz. Dependiendo del valor de este cociente (y del ángulo de incidencia) el haz puede ser transmitido o reflejado. Por ejemplo, cuando se tiene un material con índice de refracción real (un material transparente), la luz será casi completamente transmitida, para ángulos de incidencia pequeños, y solamente una pequeña parte será reflejada. Sin embargo, cuando se tiene un material con índice de refracción complejo [Cuando un material tiene índice de refracción complejo, la parte real está asociada con la refracción y la parte imaginaria con la absorción], como en el caso de los metales, la luz será casi completamente reflejada.

Es común definir la polarización de una onda como la suma de dos componentes, una paralela al plano de incidencia ( $p$ ) y la otra ortogonal a éste ( $s$ ). Con estas definiciones se han hecho estudios detallados sobre las propiedades de la luz reflejada por diferentes superficies. En este sentido, una de las más importantes, tanto por sus aplicaciones como por su valor pedagógico, es el estudio hecho por Fresnel que dio origen a sus famosos coeficientes [1]. Fresnel utilizó la teoría electromagnética sobre una interfase plana entre dos medios y estableció apropiadamente las condiciones a la frontera, encontrando así las expresiones que nos dicen la porción de la

luz incidente que es reflejada y la que es transmitida como función del ángulo de incidencia, el ángulo de transmisión y los índices de refracción de los medios involucrados.

En este artículo se presenta un ejemplo práctico sobre el cambio del estado de polarización cuando un haz es reflejado en un espejo elíptico. Esto se hizo como parte de un proyecto en el que se desarrolló un esparcímetero para medir la luz visible reflejada en una superficie rugosa bidimensional [2,3]. La luz reflejada en una superficie de este tipo se distribuye en todo el hemisferio sobre ella y entonces se puede utilizar el espejo elíptico para captar la luz esparcida y dirigirla hacia un sistema óptico secundario que se encargue de formar una imagen de la distribución de intensidad de la luz en una cámara CCD. Es decir, la luz que está distribuida en el hemisferio superior se proyecta sobre un plano para poder tomar la imagen de la distribución de intensidad con la cámara CCD. Sin embargo, el análisis de los cambios de polarización debidos a la reflexión no es trivial, ya que la luz que sale de la superficie en alguna dirección dada puede tener cualquier polarización. Típicamente, en problemas de esparcimiento de luz en superficies, se define la polarización en términos de las polarizaciones  $s$  y  $p$ , definidas como ya se mencionó. Sin embargo, esta definición de la polarización implica que, en la cámara CCD, las direcciones de las polarizaciones fundamentales,  $s$  y  $p$ , son diferentes para cada pixel de la imagen. Esto complica las mediciones y el análisis de la polarización, por lo que se decidió trabajar en términos de las polarizaciones horizontal,  $H$ , y vertical,  $V$ , definidas con respecto al plano de la mesa óptica. El problema que se analiza aquí es cómo están relacionadas las polarizaciones ( $H'$ ) y ( $V'$ ), detectadas en la cámara CCD, con las polarizaciones  $H$  y  $V$ , reflejadas en la superficie.

Para encontrar esa relación es necesario hacer un análisis cuidadoso de los cambios de polarización que se presentan cuando la luz es reflejada en el espejo elíptico. Este análisis es el objeto de este artículo y se basa en la siguiente idea:

para cada rayo proveniente del primer foco del espejo elíptico [Llamaremos primer foco al más cercano a la superficie del espejo. Es en esta posición en la que se coloca la superficie a ser analizada con el esparcímeter], se considera un plano ortogonal al rayo sobre el cual se definirán las componentes de polarización. Este plano está definido por los vectores  $\hat{H}$  y  $\hat{V}$ , donde  $\hat{H}$  es un vector unitario paralelo al plano de la mesa óptica y  $\hat{V}$  es un vector unitario ortogonal al vector  $\hat{H}$ . Cuando el rayo incide en el espejo elíptico se debe analizar la polarización en términos de las componentes paralela ( $p$ ) y ortogonal ( $s$ ) al plano de incidencia, ya que, como se mencionó anteriormente, es para estas componentes para las que están definidos los coeficientes de Fresnel. Esto implica que se debe hacer una transformación entre el sistema  $\hat{H} - \hat{V}$  y el sistema  $\hat{p}_{local} - \hat{s}_{local}$  [Este plano está definido por los vectores ortogonal y paralelo al plano de incidencia], para cada componente de polarización. Dicha transformación no es más que una rotación cuyo ángulo de giro dependerá del punto en el que el rayo incida en el espejo (ver Fig. 1).

Una vez que el rayo ha sido reflejado, se define el sistema  $\hat{H}' - \hat{V}'$  que, de la misma manera que el sistema  $\hat{H} - \hat{V}$ , es ortogonal al rayo. La manera de pasar entre el nuevo sistema y el sistema del plano de incidencia es, también, una rotación.

En las siguientes secciones se presenta la forma explícita de los vectores que determinan cada plano en términos del punto de incidencia del rayo en el espejo. Así mismo, se presenta la forma que tienen los coeficientes de Fresnel para cada componente de polarización.

## 2. Estudio geométrico de la polarización

La Fig. 2 muestra la geometría del problema e indica cuáles son el vector normal a la superficie, el vector que representa al haz incidente y el vector que va del origen de incidencia, así como la orientación y sentido de los ejes X, Y y Z.

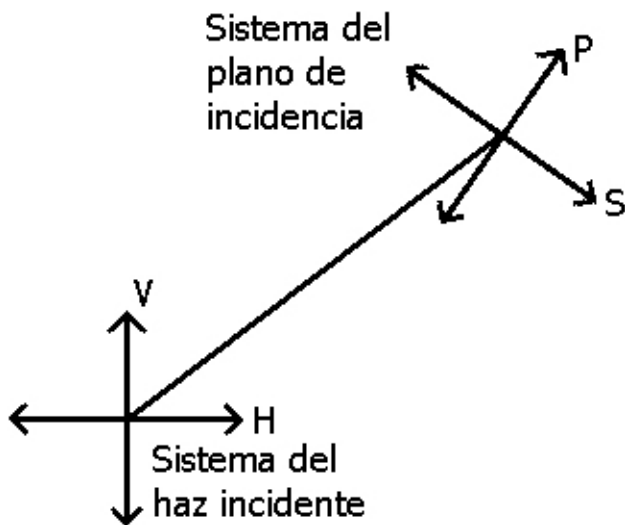


FIGURA 1. Transformación entre el sistema del rayo y el sistema de incidencia.

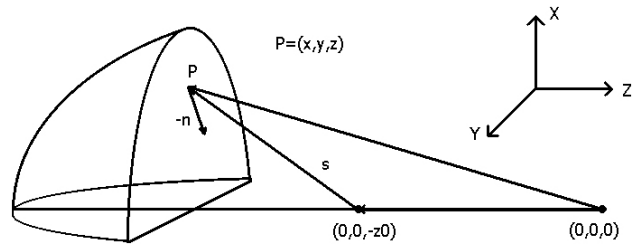


FIGURA 2. Esquema de la geometría del problema.

La ecuación de un elipsoide de revolución con centro en el origen y cuyo eje de giro está sobre el eje Z, se puede ver como la curva de nivel  $f(x, y, z) = 1$  de una función  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ , de la forma

$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} \tag{1}$$

El gradiente de esta función define un vector ortogonal a su superficie en cada punto, de manera que el vector normal al elipsoide en el punto  $(x, y, z)$  está dado por

$$\hat{n} = \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + \left(\frac{a}{c}\right)^4 z^2}} \left( x, y, \left(\frac{a}{c}\right)^2 z \right). \tag{2}$$

Por otro lado, si  $\vec{s}$  es el vector que va del primer foco, con coordenadas  $(0, 0, -z_0)$ , al punto de incidencia  $(x, y, z)$ , el vector unitario en esa dirección es

$$\hat{s} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z + z_0)^2}} (x, y, z + z_0). \tag{3}$$

Ambos vectores definen el plano de incidencia, de manera que el ángulo de incidencia ( $\alpha$ ), que es el ángulo entre  $\hat{s}$  y  $\hat{n}$ , está dado por

$$\cos \alpha = \frac{a^2 \left( 1 + \frac{z z_0}{c^2} \right)}{\sqrt{a^2 - \frac{a^2 z^2}{c^2} + \frac{a^4 z^2}{c^4}} \sqrt{a^2 - \frac{a^2 z^2}{c^2} + (z + z_0)^2}}. \tag{4}$$

En la ecuación anterior se ha quitado la dependencia en  $x$  y en  $y$  debido a la simetría rotacional que tiene el espejo y que se puede expresar de la siguiente manera:

$$x^2 + y^2 = a^2 - \frac{a^2 z^2}{c^2}. \tag{5}$$

A continuación se buscará expresar el vector de incidencia  $\hat{s}$ , en términos del ángulo que hace en el plano Y-Z,  $\theta$ , y el que hace respecto a la dirección ortogonal a este plano ( $\phi$ ).

En la Fig. 3 se presenta un esquema de la forma como están dados los ángulos directores del vector de incidencia y se puede ver que es de la forma

$$\hat{s} = (\sin \phi, -\sin \theta \cos \phi, -\cos \theta \cos \phi), \tag{6}$$

donde  $\theta$  y  $\phi$  están dadas por

$$\theta = \arctan\left(\frac{s_y}{s_z}\right) \quad (7)$$

y

$$\phi = \arctan\left(\frac{s_x}{\sqrt{s_y^2 + s_z^2}}\right), \quad (8)$$

para  $s_x$ ,  $s_y$  y  $s_z$  las componentes del vector de incidencia  $\hat{s}$ . Sin embargo, la Ec. (7) solamente es válida para ángulos menores que  $90^\circ$ . Si se tiene un ángulo mayor, dicha ecuación da el valor del complemento del ángulo de interés, por lo que, en esa región, es necesario introducir un signo menos dentro del argumento de la función inversa de la tangente.

En la Fig. 3 se puede ver que los vectores  $\hat{H}$  y  $\hat{V}$ , correspondientes a cada vector de incidencia, son de la forma

$$\hat{H} = (0, \cos \theta, -\sin \theta) \quad (9)$$

y

$$\hat{V} = (\cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \sin \phi \cos \theta) \quad (10)$$

Como se conocen los dos vectores que generan el plano de incidencia, se puede encontrar el vector unitario ortogonal a este plano haciendo el producto cruz entre ellos y se obtiene:

$$\hat{s}_{local} = \frac{1}{\sin \alpha \sqrt{a^2 - \frac{a^2 z^2}{c^2} + \frac{a^4 z^2}{c^4}}} \left( \cos \phi \left( y \cos \theta - \frac{a^2}{c^2} z \sin \theta \right) \hat{i} - \left( x \cos \theta \cos \phi + \frac{a^2}{c^2} z \sin \phi \right) \hat{j} + (y \sin \phi + x \sin \theta \cos \phi) \hat{k} \right). \quad (11)$$

De manera similar, se puede encontrar el vector que determina la dirección de polarización paralela al plano de incidencia haciendo el producto  $\hat{n} \times \hat{s}_{local}$ , dando como resultado

$$\hat{p}_{local} = \frac{1}{\sqrt{a^2 - \frac{a^2 z^2}{c^2} + \frac{a^4 z^2}{c^4}}} \times \left( y s_{lz} - \frac{a^2}{c^2} z s_{ly}, \frac{a^2}{c^2} z s_{lx} - x s_{lz}, x s_{ly} - y s_{lx} \right). \quad (12)$$

En la ecuación anterior, se han llamado  $s_{lx}$ ,  $s_{ly}$  y  $s_{lz}$  a las componentes del vector  $\hat{s}_{local}$  con el fin de escribir  $\hat{p}_{local}$  en forma abreviada.

Una vez conocidos los vectores que definen las direcciones paralela y ortogonal al plano de incidencia, se debe encontrar el ángulo de rotación que permite pasar del sistema definido por los vectores  $\hat{H}$  y  $\hat{V}$  al sistema definido por  $\hat{p}_{local}$  y  $\hat{s}_{local}$ . Dicho ángulo está dado por la expresión

$$\hat{H} \cdot \hat{s}_{local} = \cos \theta_r. \quad (13)$$

O también

$$\hat{V} \cdot \hat{p}_{local} = \cos \theta_r, \quad (14)$$

de donde

$$\theta_r = \arccos \left( -\frac{x \cos \phi + \left( \frac{a^2}{c^2} z \cos \theta + y \sin \theta \right) \sin \phi}{\sin \alpha \sqrt{a^2 - \frac{a^2 z^2}{c^2} + \frac{a^4 z^2}{c^4}}} \right). \quad (15)$$

Conocido el ángulo de rotación, se puede pasar de cualquier vector  $(h, v)$  en el sistema  $\hat{H} - \hat{V}$  a un vector  $(p_l, s_l)$  en el sistema  $\hat{p}_{local} - \hat{s}_{local}$  por medio de la ecuación

$$\begin{pmatrix} p_l \\ s_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h \\ v \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Después de que el rayo haya sido reflejado en el espejo, su dirección hará un ángulo  $\theta'$  en un plano paralelo al plano Y-Z y un ángulo  $\phi'$  en la dirección ortogonal a este plano (ver Fig. 4).

En términos de estos ángulos, las componentes del vector unitario en la dirección del rayo reflejado se pueden escribir como

$$\hat{s}' = (\sin \phi', \cos \phi' \sin \theta', \cos \phi' \cos \theta'). \quad (17)$$

Así mismo, se encuentra que los vectores  $\hat{H}'$  y  $\hat{V}'$  para este caso son:

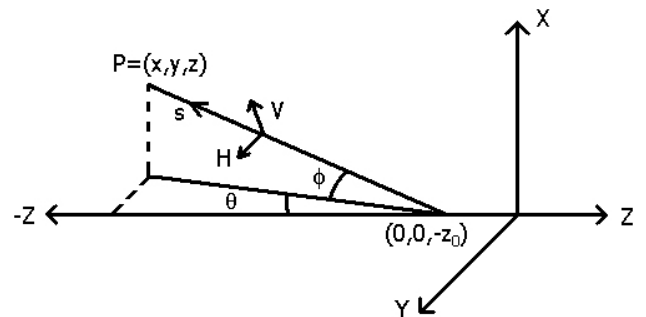


FIGURA 3. Definición de los ángulos directores para el rayo incidente.

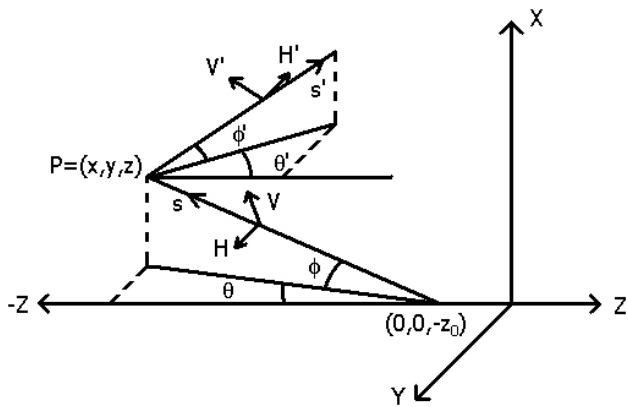


FIGURA 4. Definición de los ángulos directores para el rayo reflejado. El vector  $\hat{H}'$  es paralelo al plano de la mesa y el vector  $\hat{V}'$  es ortogonal a  $\hat{H}'$  y al rayo.

$$\hat{H}' = (0, -\cos \theta', \sin \theta') \tag{18}$$

y

$$\hat{V}' = (\cos \phi', -\sin \phi' \sin \theta', -\sin \phi' \cos \theta'). \tag{19}$$

De lo anterior, se llega a que el ángulo de rotación que permite pasar del sistema  $\hat{p}_{local} - \hat{s}_{local}$  al sistema  $\hat{H}' - \hat{V}'$  está dado por

$$\theta'_r = \arccos (s_{lz} \sin \theta' - s_{ly} \cos \theta'). \tag{20}$$

Entonces, conocido el ángulo de rotación entre ambos sistemas, se puede transformar un vector  $(p_l, s_l)$  en el sistema  $\hat{p}_{local} - \hat{s}_{local}$  en otro vector  $(h', v')$  en el sistema  $\hat{H}' - \hat{V}'$  mediante la expresión:

$$\begin{pmatrix} h' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta'_r & \sin \theta'_r \\ -\sin \theta'_r & \cos \theta'_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_l \\ s_l \end{pmatrix}. \tag{21}$$

Sin embargo, todavía falta determinar los ángulos  $\phi'$  y  $\theta'$ . Para esto es necesario conocer la dirección del rayo reflejado. Esta dirección está dada por la ley vectorial de reflexión [4]:

$$\vec{s}' = \hat{s} - 2(\hat{s} \cdot \hat{n}) \hat{n}. \tag{22}$$

Por lo tanto, en términos de las componentes de  $\vec{s}'$ , los ángulos  $\phi'$  y  $\theta'$  están dados por las siguientes ecuaciones (ver Fig. 4):

$$\phi' = \arctan \left( \frac{s'_x}{\sqrt{(s'_y)^2 + (s'_z)^2}} \right) \tag{23}$$

y

$$\theta' = \arctan \left( \frac{s'_y}{s'_z} \right). \tag{24}$$

De manera similar que para el valor de  $\theta$ , cuando  $\theta'$  es mayor que  $90^\circ$  se debe introducir un signo menos en el argumento de la función inversa de la tangente, ya que, de otra forma, se obtendría el valor del complemento del ángulo de interés.

### 3. Coeficiente de reflexión de un material general

El coeficiente de reflexión de Fresnel determina qué proporción de la luz incidente es reflejada para cada componente de la polarización. Este coeficiente está dado en términos de los índices de refracción del medio de incidencia y del material, así como de los ángulos de incidencia y refracción, mediante la siguiente expresión [5]:

$$R_{||} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}, \tag{25}$$

para la componente de polarización paralela al plano de incidencia, y

$$R_{\perp} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}, \tag{26}$$

para la componente ortogonal. En las ecuaciones anteriores  $n_1$  es el índice de refracción del medio de incidencia y  $n_2$  el del material sobre el que incide el haz (ver Fig. 5).

En el caso más general (es decir, el caso en el que  $n_2$  es un número complejo) si tomamos el primer medio como aire ( $n_1 = 1$ ), estas ecuaciones se pueden expresar de forma útil como se muestra a continuación.

Debido a que hay reflexión en la superficie del espejo, si usáramos la ley de Snell para determinar el ángulo de transmisión, encontraríamos que corresponde a una cantidad compleja. Entonces, se puede escribir el coseno de este ángulo como

$$\cos \theta_t = q e^{i\gamma}, \tag{27}$$

de manera que

$$\cos^2 \theta_t = q^2 e^{i2\gamma} = q^2 (\cos 2\gamma + i \sin 2\gamma). \tag{28}$$

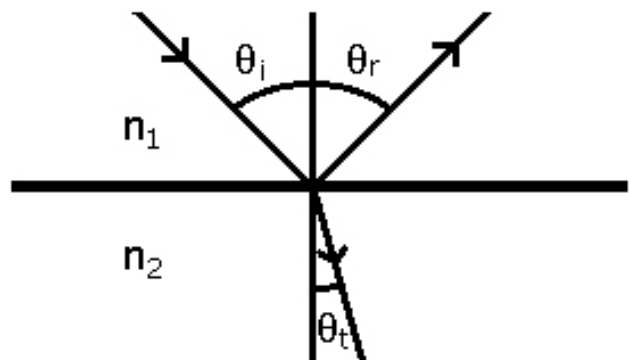


FIGURA 5. Esquema del plano de incidencia.

Por otro lado, se sabe que

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_i}. \quad (29)$$

Entonces, usando la ley de Snell y como  $n_2$  (que es una cantidad compleja) se puede escribir de la forma  $n_2 = n + ik$ , puede demostrarse que la Ec. (29) tienen la siguiente forma:

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \frac{(n^2 - k^2) \sin^2 \theta_i}{(n^2 + k^2)^2} + \frac{2ink \sin^2 \theta_i}{(n^2 + k^2)^2}}. \quad (30)$$

Comparando términos entre el cuadrado de la Ec. (30) y la Ec. (28), se encuentra que

$$q^2 \cos 2\gamma = 1 - \frac{(n^2 - k^2) \sin^2 \theta_i}{(n^2 + k^2)^2} \quad (31)$$

y

$$q^2 \sin 2\gamma = \frac{2nk \sin^2 \theta_i}{(n^2 + k^2)^2}. \quad (32)$$

Si se suman los cuadrados de las ecuaciones anteriores, se encuentra que  $q$  está dada por

$$q^4 = \left(1 - \frac{(n^2 - k^2)}{(n^2 + k^2)^2} \sin^2 \theta_i\right)^2 + \left(\frac{2nk}{(n^2 + k^2)^2} \sin^2 \theta_i\right)^2, \quad (33)$$

$$R_{||} = \frac{(n^2 \cos^2 \theta_i - q^2 \cos^2 \gamma) + (k^2 \cos^2 \theta_i - q^2 \sin^2 \gamma) + 2iq \cos \theta_i (k \cos \gamma - n \sin \gamma)}{(n \cos \theta_i + q \cos \gamma)^2 + (k \cos \theta_i + q \sin \gamma)^2}. \quad (38)$$

Esta expresión solamente depende del ángulo de incidencia y del índice de refracción del medio sobre el que incide la luz, es decir, depende de parámetros que, en principio, son conocidos.

De manera similar se puede encontrar una expresión equivalente para la componente ortogonal al plano de incidencia. Usando la ley de Snell, la forma polar de la Ec. (27) y la forma explícita de  $n_2$  en la Ec. (26), se puede demostrar que [5]:

$$|R_{\perp}|^2 = \frac{(\cos \theta_i - (nq \cos \gamma - kq \sin \gamma))^2 + (nq \sin \gamma + kq \cos \gamma)^2}{(\cos \theta_i + (nq \cos \gamma - kq \sin \gamma))^2 + (nq \sin \gamma + kq \cos \gamma)^2}, \quad (40)$$

de donde

$$R_{\perp} = \frac{(\cos \theta_i - (nq \cos \gamma - kq \sin \gamma)) - i(nq \sin \gamma + kq \cos \gamma)}{(\cos \theta_i + (nq \cos \gamma - kq \sin \gamma)) + i(nq \sin \gamma + kq \cos \gamma)}. \quad (41)$$

Por último, si se multiplican el numerador y el denominador de la Ec. (41) por el complejo conjugado del denominador, se llega a que

$$R_{\perp} = \frac{(\cos^2 \theta_i - (nq \cos \gamma - kq \sin \gamma)^2) - (kq \cos \gamma + nq \sin \gamma)^2 - 2i \cos \theta_i (kq \cos \gamma + nq \sin \gamma)}{(\cos \theta_i + (nq \cos \gamma - kq \sin \gamma))^2 + (kq \cos \gamma + nq \sin \gamma)^2} \quad (42)$$

y, haciendo el cociente de la Ec. (31) entre la (32), se encuentra que

$$\frac{1}{\tan 2\gamma} = \frac{1 - \frac{(n^2 - k^2)}{(n^2 + k^2)^2} \sin^2 \theta_i}{\frac{2nk}{(n^2 + k^2)^2} \sin^2 \theta_i} \quad (34)$$

Si ahora se sustituye la Ec. (27) (en su forma polar) y la forma explícita de  $n_2$  en la Ec. (25), se puede demostrar que

$$|R_{||}|^2 = \frac{(n^2 + k^2) \cos^2 \theta_i + q^2 - 2q \cos \theta_i (n \cos \gamma + k \sin \gamma)}{(n^2 + k^2) \cos^2 \theta_i + q^2 + 2q \cos \theta_i (n \cos \gamma + k \sin \gamma)}. \quad (35)$$

De la ecuación anterior, separando los términos y completando los cuadrados de manera apropiada, se llega a que

$$|R_{||}|^2 = \frac{(n \cos \theta_i - q \cos \gamma)^2 + (k \cos \theta_i - q \sin \gamma)^2}{(n \cos \theta_i + q \cos \gamma)^2 + (k \cos \theta_i + q \sin \gamma)^2}. \quad (36)$$

Ahora bien, de esta última ecuación es posible demostrar que  $R_{||}$  puede escribirse de la siguiente forma [5]:

$$R_{||} = \frac{(n \cos \theta_i - q \cos \gamma) + i(k \cos \theta_i - q \sin \gamma)}{(n \cos \theta_i + q \cos \gamma) + i(k \cos \theta_i + q \sin \gamma)} \quad (37)$$

Finalmente, multiplicando el numerador y el denominador por el complejo conjugado del denominador, se puede ver que el coeficiente de reflexión para la componente paralela al plano de incidencia está dado por:

$$|R_{\perp}|^2 = \frac{\cos^2 \theta_i + (n^2 + k^2) q^2 - 2q \cos \theta_i (n \cos \gamma - k \sin \gamma)}{\cos^2 \theta_i + (n^2 + k^2) q^2 + 2q \cos \theta_i (n \cos \gamma - k \sin \gamma)}, \quad (39)$$

donde  $q$  y  $\gamma$  son las mismas dadas en las Ecs. (33) y (34), respectivamente.

Nuevamente, si se separan los términos y se completan los cuadrados apropiadamente, se llega a la siguiente ecuación:

Esta última ecuación, al igual que la obtenida para la componente paralela, da una forma (que resulta práctica) del coeficiente de reflexión, en términos del ángulo de incidencia y del índice de refracción del material.

En las Figs. 6-9 se muestra la forma de la dependencia de cada componente del coeficiente de reflexión como función del ángulo de incidencia, tomando un índice de refracción  $n = 2.1643 + i5.6156$  que corresponde a un espejo de *Rhodio* [6] a una longitud de onda  $\lambda=632.8\text{nm}$ .

En estas gráficas se puede ver que, para ambas componentes, la parte real toma el valor -1 a un ángulo de incidencia de  $90^\circ$  y a ese mismo ángulo, la parte imaginaria toma el valor 0.

Así mismo, se tiene que a  $0^\circ$  la parte imaginaria toma el valor de  $-0.270$  para la componente perpendicular y  $0.270$  para la componente paralela, mientras que la parte real alcanza un valor de  $-0.848$  para la componente perpendicular y  $0.848$  para la componente paralela.

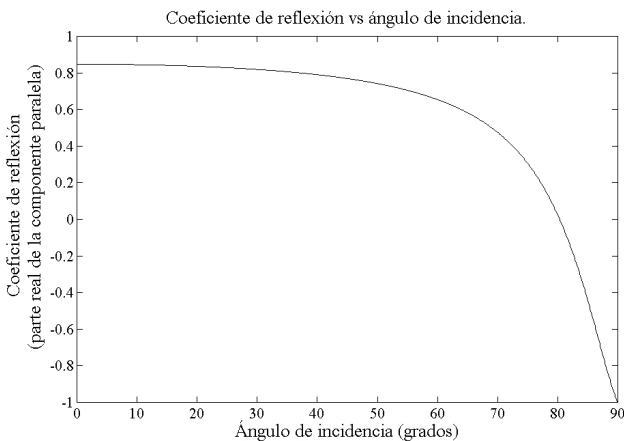


FIGURA 6. Gráfica de la parte real de la componente paralela del coeficiente de reflexión.

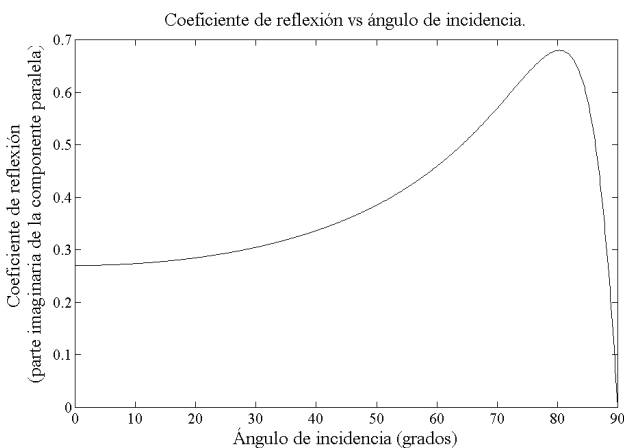


FIGURA 7. Gráfica de la parte imaginaria de la componente paralela del coeficiente de reflexión.

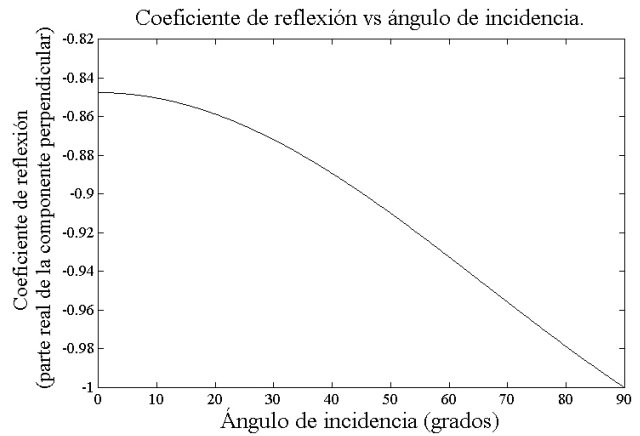


FIGURA 8. Gráfica de la parte real de la componente perpendicular del coeficiente de reflexión.

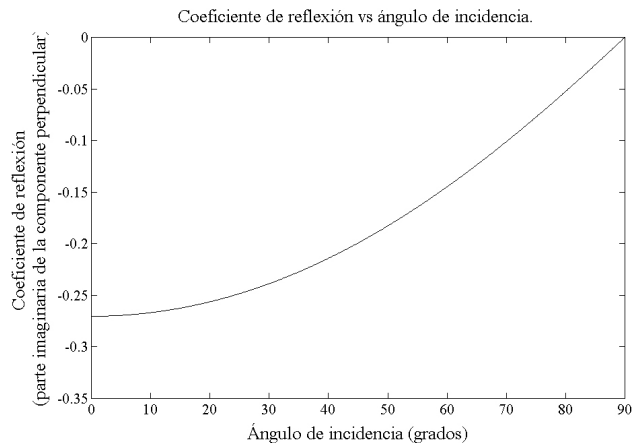


FIGURA 9. Gráfica de la parte imaginaria de la componente perpendicular del coeficiente de reflexión.

#### 4. Matriz de polarización

La matriz que incluye todos los cambios en el estado de polarización debidos a la reflexión en el espejo, está definida de la siguiente forma:

$$B = R'FR = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}, \quad (43)$$

donde  $R$  es la matriz que representa la primera rotación,  $R'$  es la que representa a la segunda rotación y  $F$  es la matriz que incluye los coeficientes de Fresnel. La forma explícita de la matriz  $F$  es

$$F = \begin{pmatrix} Re(R_{||}) + iIm(R_{||}) & 0 \\ 0 & Re(R_{\perp}) + iIm(R_{\perp}) \end{pmatrix}, \quad (44)$$

donde  $Im(R_{||})$  es la parte imaginaria de la componente paralela del coeficiente de reflexión y  $Re(R_{||})$  su parte real,  $Im(R_{\perp})$  es la parte imaginaria de la componente perpendicular al plano de incidencia y  $Re(R_{\perp})$  su parte real. En esta matriz, las partes reales están relacionadas con el cambio de amplitud debido a la reflexión y las partes imaginarias con el cambio de fase.

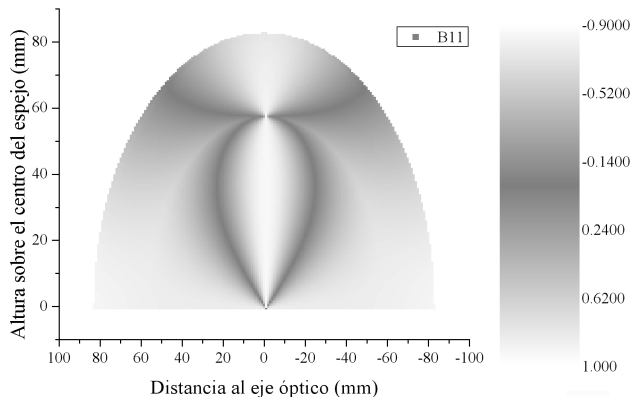


FIGURA 10. Gráfica del valor de  $B_{11}$  como función del punto de incidencia en el espejo elíptico. La escala de grises representa un cociente de amplitudes y por lo tanto es adimensional.

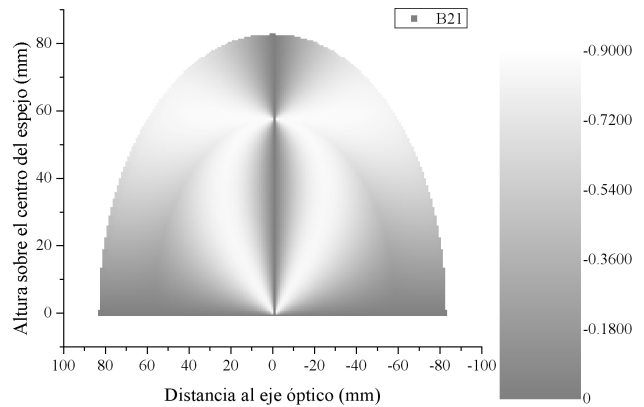


FIGURA 12. Gráfica del valor de  $B_{21}$  como función del punto de incidencia en el espejo elíptico. La escala de grises representa un cociente de amplitudes y por lo tanto es adimensional.

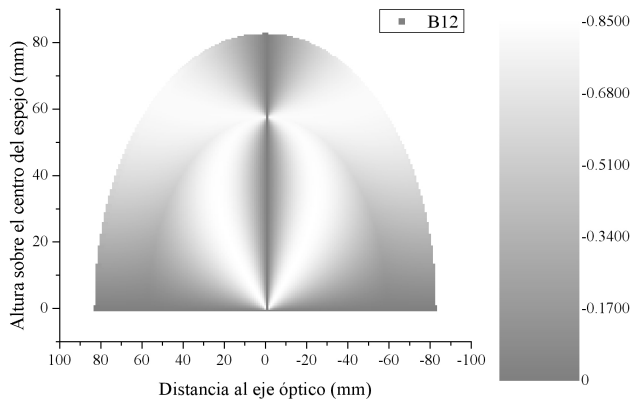


FIGURA 11. Gráfica del valor de  $B_{12}$  como función del punto de incidencia en el espejo elíptico. La escala de grises representa un cociente de amplitudes y por lo tanto es adimensional.

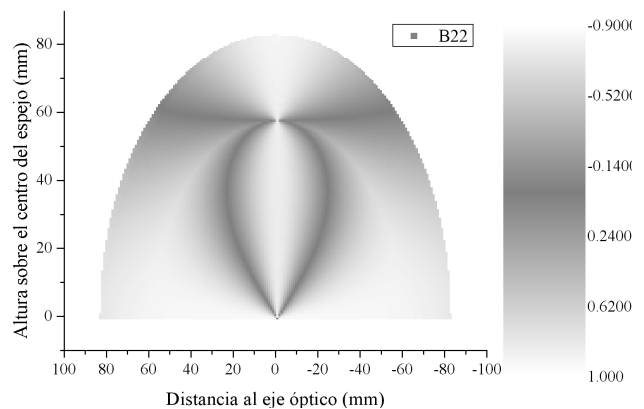


FIGURA 13. Gráfica del valor de  $B_{22}$  como función del punto de incidencia en el espejo elíptico. La escala de grises representa un cociente de amplitudes y por lo tanto es adimensional.

En las Figs. 10-13 se muestran las componentes de la matriz  $B$ , en escala de grises, para cada punto sobre el espejo. La escala de grises está dada de manera que las zonas en las que el valor absoluto de cada componente es máximo son las más claras y las zonas más oscuras corresponden a aquellas donde alcanza su valor mínimo.

Por ejemplo, para el caso del esparcímetero [2,3] de luz visible que dio origen al análisis anterior, la componente  $B_{11}$  representa la porción de luz que incide con un estado de polarización  $\hat{H}$  y sale del sistema con el mismo estado,  $B_{21}$  representa la luz que incide con polarización  $\hat{H}$  y sale del sistema con polarización  $\hat{V}$ ,  $B_{12}$  es la porción de luz que incide con un estado de polarización  $\hat{V}$  y sale con un estado  $\hat{H}$ , y  $B_{22}$  representa a la luz que incide con polarización  $\hat{V}$  y es reflejada con esta misma polarización.

## 5. Conclusiones

Como se vio a lo largo del artículo, cuando un haz es reflejado en una superficie, en general su estado de polarización cambia. Este cambio depende del índice de refracción del material, del ángulo de incidencia y de la geometría de la superficie.

En el caso particular del espejo elíptico presentado aquí, se observa que los cambios en los estados de polarización son diferentes para cada componente de la matriz de polarización, aunque exhiben un comportamiento similar. Cabe hacer notar que los cambios de cada elemento de la matriz de polarización son suaves. Esta suavidad se debe a la regularidad de la superficie del espejo, es decir, debido a que en la forma del espejo no hay cambios abruptos entre dos zonas cercanas, tampoco se espera que ocurran cambios abruptos en las componentes de la matriz de polarización.

Finalmente, se puede concluir que, cuando se hace un análisis de este tipo, es importante considerar todos los parámetros que puedan introducir un cambio en el estado de polarización.

## Agradecimientos

Agradecemos el apoyo de la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA) bajo los proyectos IN107300 e IN101502-3 del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) para la realización de este trabajo.

1. E. Hecht, *Optics* (Addison-Wesley, 3<sup>rd</sup> Edition, USA, 1998).
2. M. Rosete-Aguilar, O.G. Rodríguez-Herrera, and N.C. Bruce, *Optical Engineering* **42** (2003) 1772.
3. N.C. Bruce, O.G. Rodríguez-Herrera and M. Rosete-Aguilar, *Surface Scattering and Diffraction for Advanced Metrology II*, Zu-Han Gu and Alexei A. Maradudin, editors, *Proceedings of SPIE* **4780** (2002) 161.
4. W.T. Welford, *Aberrations of Optical Systems* (Adam Hilger, Great Britain, 1991).
5. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Cambridge University Press, 7<sup>th</sup> Edition, USA, 1999).
6. E. Palik, *Handbook of Optical Constants of Solids* (Academic Press, USA, 1985).