

Descripción del modelo eléctrico del memristor

V.M. Jimenez-Fernandez, J.A. Dominguez-Chavez, H. Vazquez-Leal y A. Gallardo del Angel
*Facultad de Instrumentación Electrónica y Ciencias Atmosféricas, Universidad Veracruzana,
 Circuito Gonzalo Aguirre Beltrán S/N, Zona Universitaria, Xalapa, Veracruz, 91000 México.*

Z.J. Hernandez-Paxtian

*Licenciatura en Informática, Universidad de la Cañada,
 Carretera Teotitlán-San Antonio Nanahuatipan Km. 1.7,
 Paraje Titlacuatitla, Teotitlán de Flores Magón Oaxaca, 68540 México.*

Recibido el 7 de noviembre de 2011; aceptado el 7 de agosto de 2012

La realización física del memristor, obtenida por los laboratorios Hewlett Packard en el año 2008, ha convertido a este novedoso dispositivo en un importante objeto de estudio dentro del área de la ingeniería electrónica. Sin embargo, aunque pueden ser consultadas en diversas bases de datos artículos, tesis, capítulos de libro y reportes técnicos sobre este tema, es lamentable su escasa difusión en idioma español y más aún, la carencia de referencias bibliográficas que lo aborden desde una perspectiva tal que resulten comprensibles tanto su modo de operación como modelado, considerando únicamente como base conceptos muy generales de electromagnetismo. Teniendo este hecho como principal motivación, el presente artículo tiene el objetivo de servir como una referencia introductoria para el estudiante de licenciatura en las áreas de física, ingeniería eléctrica o ingeniería electrónica que desee iniciarse en el estudio del modelo eléctrico del memristor. Como referencia, se ha tomado al modelo propuesto por la compañía Hewlett-Packard y para su verificación se reportan simulaciones desarrolladas en el programa Maple Realease 13.0 y PSpice.

Descriptor: Memristor; modelo eléctrico; curva corriente-voltaje; memristancia.

The physical realization of memristor, achieved by the Hewlett Packard Laboratories in 2008, has become this novel device into an important topic under study in the Electronics Engineering area. However, in spite of the existence of several papers, theses, book chapters, and technical reports about this topic found in databases, it is unfortunate the lack of references written in Spanish and furthermore references that approach it under a perspective which let an easy understanding with the only academic background requirement of basic concepts of electromagnetism. Taking in account this fact as motivation, this paper emerges with the objective of being an introductory reference for undergraduate students in Physics, Electrical Engineering or Electronics Engineering that could be interested in beginning a study about the memristor electrical model. The model proposed by Hewlett-Packard has been taken as reference and its verification has been performed through Maple Realease 13.0 and PSpice simulations.

Keywords: Memristor; electrical model; VI curve; memristance.

PACS: 07.50.Ek; 84.32.-y

1. Introducción

Aunque desde hace mucho tiempo, la teoría de circuitos ha girado en torno al estudio de tres elementos básicos [1] (resistencia, capacitor e inductor), el año 2008 ha significado un parteaguas en este campo del conocimiento ya que es el año en el que investigadores de los laboratorios Hewlett Packard (HP) lograron físicamente [2] lo que León O. Chua llevaba sustentando teóricamente desde 1971: la existencia del memristor [3-5]. La gran aportación de Chua fue el percatarse, a partir de un análisis de las relaciones matemáticas entre las cuatro variables eléctricas básicas de un circuito: corriente (i), voltaje (v), carga (q) y flujo magnético (φ), de la existencia de un elemento faltante, al cual llamó memristor y que permitía cerrar el ciclo de relaciones entre las variables de carga y flujo magnético como $M(q) = d\varphi(q)/dq$. En Fig. 1 se muestran los cuatro elementos fundamentales [6] de un circuito y la relación entre sus variables.

En la actualidad, este dispositivo ha despertado el interés de la comunidad científica debido a su capacidad de funcionar de forma análoga a como lo haría una operación de si-

napsis dentro del cerebro humano [7] y se considera que sus múltiples aplicaciones [8] darán lugar a una revolución tecnológica semejante a la que el transistor produjo en su momento. Bajo este contexto, numerosos centros de investigación se encuentran actualmente desarrollando nuevo conocimiento sobre este dispositivo y en muchas universidades se

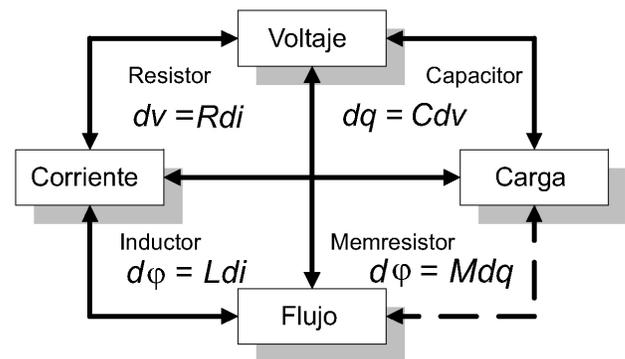


FIGURE 1. Relación de variables entre los cuatro elementos fundamentales: resistor, capacitor, inductor, memristor.

busca la incorporación de su estudio dentro de los planes curriculares vinculados con la ingeniería electrónica. Como resultado, se espera que los textos de referencia tendrán que ser actualizados para incluir al memristor como un nuevo componente [9], lo que implicará un nuevo paradigma en la forma tradicional de aplicar y enseñar la Teoría de Circuitos, dando paso a nuevas estrategias de análisis y diseño.

Ante la oportunidad tecnológica que representa el conocimiento del memristor, es importante mantenerse informado de los nuevos resultados de investigación que de él se generen. Sin embargo, la gran mayoría de estos resultados resultan en ocasiones poco accesibles por estudiantes que cursan un nivel de licenciatura, ya sea por su poca familiarización con el tema ó por la barrera que en ocasiones les representa el idioma inglés.

Considerando este hecho como principal motivación, surge el presente trabajo. En él se expone de forma breve la estructura física y de forma detallada la descripción del modelo, para el memristor desarrollado por HP. Cabe mencionar, que el lector no requiere un conocimiento profundo de la física del estado sólido para su comprensión sino únicamente contar con los fundamentos básicos de electricidad y magnetismo que se abordan en todo plan de estudios de las distintas carreras relacionadas con la ingeniería electrónica.

2. Estructura física del memristor fabricado por HP

Un memristor es técnicamente un resistor que cambia su resistencia dependiendo de la magnitud y sentido de la corriente que pasa a través de él y tiene la propiedad de conservar esa resistencia aún cuando el flujo de corriente se interrumpe por completo. Esa capacidad de memorizar su resistencia, así como un dimensionamiento nanométrico, otorgan al memristor amplias posibilidades de aplicación en la fabricación de memorias no-volátiles con una más alta densidad de integración que las actuales [10]. En Fig. 2 se muestra la estructura física del memristor sintetizado por HP.

Nótese que la estructura de este dispositivo esta compuesta por un par de electrodos de platino (Pt) con una capa central de dióxido de titanio TiO_2 de longitud D . A lo largo de

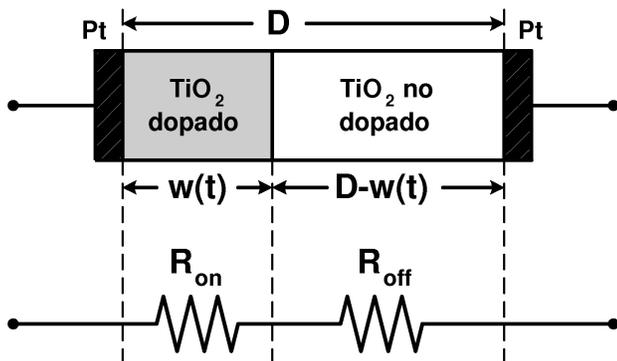


FIGURE 2. Estructura física del memristor sintetizado por HP.

este material central dos principales regiones se pueden observar: una de TiO_2 dopada (de longitud $w(t)$) de tal forma que presenta una resistencia R_{on} y otra libre de impurezas de longitud $\{D - w(t)\}$ con una resistencia R_{off} . Al igual que el silicio, el dióxido de titanio (TiO_2) es un semiconductor y aunque en su estado puro es altamente resistivo su conductividad puede ser alterada por medio de un proceso de dopado con otros elementos. En una estructura como la mostrada en la Fig. 2, la longitud de la región dopada $w(t)$ no permanece estacionaria (ante la presencia de un campo eléctrico) sino que tiende a desplazarse en la dirección de la corriente permitiendo así, una modificación de la resistencia del dispositivo. Es precisamente esa capacidad de poder modular la longitud del espacio ocupado por el material dopado (de acuerdo a la polarización aplicada) lo que hizo del dióxido de titanio un material elegible para la fabricación del memristor [11].

3. Relación voltaje-corriente para el memristor fabricado por HP

La Ec. (1) describe el voltaje en este dispositivo expresado como una suma de diferencias de potencial entre las resistencias R_{on} y R_{off} . Nótese que estas resistencias son afectadas por su modulación en longitud $w(t)$.

$$v(t) = R_{on} \frac{w(t)}{D} i(t) + R_{off} \left[\frac{D - w(t)}{D} \right] i(t) \quad (1)$$

De la Ec. (1) se puede observar que cuando $w(t) = D$ el único voltaje presente será el de la resistencia R_{on} , mientras que cuando $w(t) = 0$ éste solo se verá reflejado en la resistencia R_{off} . Dicho voltaje se manifiesta como consecuencia de la corriente eléctrica que fluye a través del dispositivo y es igual tanto para R_{on} como para R_{off} debido a su conexión en serie. Tomando como referencia R_{on} , se observa que el flujo de portadores es posible gracias a la presencia de un campo eléctrico ϵ , el cual puede ser calculado sobre la distancia $w(t)$ bajo la siguiente relación.

$$\epsilon = \frac{[\text{voltaje}]}{[\text{distancia}]} = \frac{R_{on} \frac{w(t)}{D} i(t)}{w(t)} = \frac{R_{on} i(t)}{D} \quad (2)$$

Si además tomamos en cuenta que la velocidad $V(t)$ del desplazamiento de portadores bajo un campo eléctrico uniforme está dada por:

$$V(t) = \frac{[\text{distancia}]}{[\text{tiempo}]} = \frac{dw(t)}{dt} = \mu_v \epsilon \quad (3)$$

donde μ_v es la movilidad promedio de iones (Average Ion Mobility), entonces la siguiente igualdad puede ser obtenida después de substituir el resultado para campo eléctrico de la Ec. (2) en la Ec. (3).

$$\frac{dw(t)}{dt} = \mu_v \frac{R_{on}}{D} i(t) \quad (4)$$

Si ahora, como simple artificio algebraico, ambos miembros de la Ec. (4) se multiplican por un factor $1/D$, se llega a la siguiente expresión:

$$\frac{1}{D} \frac{dw(t)}{dt} = \mu_v \frac{1}{D} \frac{R_{on}}{D} i(t) \quad (5)$$

donde si el parámetro $\beta = D^2/\mu_v$ se incluye, la ecuación anterior puede ser expresada como:

$$\frac{1}{D} \frac{dw(t)}{dt} = \frac{\mu_v R_{on}}{D^2} i(t) = \frac{R_{on}}{\beta} i(t) \quad (6)$$

Buscando igualmente una simplificación algebraica en la Ec. (1), es también posible llevar a cabo la sustitución $x(t)=w(t)/D$, de donde se obtiene:

$$v(t) = \{R_{on}x(t) + R_{off}(1 - x(t))\} i(t) \quad (7)$$

Nótese que $x(t)$, a diferencia del parámetro β , no solo cumple con la función de una simplificación algebraica, sino que posee además un significado físico que denota la modulación de regiones que corresponden a las resistencias R_{on} y R_{off} .

Por otra parte, si se considera el resultado obtenido en la Ec. (6) y debido a que $x(t) = w(t)/D$, entonces $dx(t)/dt=(1/D)(dw(t)/dt)$, de tal manera que:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{R_{on}}{\beta} i(t) \quad (8)$$

donde después de despejar $i(t)$ se tiene:

$$i(t) = \frac{\beta}{R_{on}} \frac{dx(t)}{dt} \quad (9)$$

Si ahora se sustituye la Ec. (9) en la Ec. (7), se observa:

$$v(t) = \frac{R_{on}x(t)}{R_{on}} \beta \frac{dx(t)}{dt} + \frac{R_{off}(1 - x(t))}{R_{on}} \beta \frac{dx(t)}{dt} \quad (10)$$

donde después de factorizar y reordenar términos se tiene:

$$v(t) = \beta x(t) \frac{dx(t)}{dt} + \frac{R_{off}}{R_{on}} (1 - x(t)) \beta \frac{dx(t)}{dt} \quad (11)$$

$$v(t) = \beta \left\{ x(t) + \frac{R_{off}}{R_{on}} (1 - x(t)) \right\} \frac{dx(t)}{dt} \quad (12)$$

La solución $x(t)$, para la ecuación diferencial anterior, puede ser obtenida siguiendo la estrategia reportada por *Frank Y. Wang* en Ref. 12. Para esto, se define $r = R_{off}/R_{on}$ y la Ec. (12) se puede expresar de forma simplificada como:

$$v = \beta \{x + r(1 - x)\} \frac{dx}{dt} \quad (13)$$

Nótese la inclusión de los términos v y x como una forma más sencilla de expresar $v(t)$ y $x(t)$ en la Ec. (13), la cual puede ser expandida como:

$$v = \beta x \frac{dx}{dt} + \beta r \frac{dx}{dt} - \beta r x \frac{dx}{dt} \quad (14)$$

Tomando como referencia la igualdad

$$x \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{dx^2}{dt} \right),$$

entonces la Ec. (14) se puede también expresar:

$$v = \beta \left[\frac{1}{2} \frac{dx^2}{dt} \right] + \beta r \frac{dx}{dt} - \beta r \left[\frac{1}{2} \frac{dx^2}{dt} \right] \quad (15)$$

donde si ambos miembros de la Ec. (15) se multiplican por dt y posteriormente se integran se obtiene:

$$\int v dt = \int \frac{\beta dx^2}{2} + \int \beta r dx - \int \frac{\beta r dx^2}{2} \quad (16)$$

Conociendo la relación de flujo magnético y voltaje descrita por la ley de Faraday [13], $\varphi = \int v dt$ y resolviendo las operaciones de integración, la ecuación anterior puede ser reescrita como:

$$\varphi(t) = \frac{\beta}{2} x^2(t) + \beta r x(t) - \frac{\beta}{2} r x^2(t) \quad (17)$$

o bien después de factorizar se tiene:

$$\varphi(t) = \beta \left[-\frac{(r-1)}{2} x^2(t) + r x(t) \right] \quad (18)$$

donde para una entrada de voltaje $v(t) = v_0 \sin(\omega t)$ y sabiendo que $\varphi = \int v dt$ es posible definir al flujo magnético como:

$$\varphi(t) = -\frac{v_0}{w} \cos(\omega t) \quad (19)$$

por lo tanto la Ec. (17) toma la siguiente forma:

$$-\frac{v_0}{w} \cos(\omega t) = \beta \left[-\frac{(r-1)}{2} x^2 + r x \right] \quad (20)$$

de esta manera se obtiene una ecuación cuadrática, como a continuación se observa:

$$-\frac{v_0}{\beta w} \cos(\omega t) = -\frac{(r-1)}{2} x^2 + r x \quad (21)$$

$$\left[\frac{(r-1)}{2} \right] x^2 - r x - \left[\frac{v_0}{\beta w} \cos(\omega t) \right] = 0 \quad (22)$$

resolviendo la Ec. (22) y tomando en cuenta la limitante física bajo la cual esta restringida la variable $x = w(t)/D \in (0, 1)$, se observa que únicamente tendrá validez la solución positiva de $x(t)$ ya que $w(t)$ puede solamente variar desde $w(t) = 0$ hasta $w(t) = D$.

A partir de esta condición se obtiene:

$$x(t) = \frac{r - \sqrt{r^2 + 2(r-1) \frac{v_0}{\beta w} \cos(\omega t)}}{(r-1)} \quad (23)$$

y recordando de la Ec. (8) que

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{D} \frac{dw(t)}{dt} = \frac{R_{on}}{\beta} i(t),$$

surge la necesidad de obtener la derivada de la Ec. (23) $dx(t)/dt$ para posteriormente igualarla con el término $(R_{on}/\beta)i(t)$ y estar así en posibilidad de llegar a una expresión para $i(v(t))$. Para ésto, se procede a calcular la derivada $dx(t)/dt$ llegando a la expresión descrita en la Ec. (24):

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{v_o \text{sen}(wt)}{\beta \sqrt{r^2 + 2(r-1)\frac{v_o}{\beta w} \cos(wt)}} = \frac{R_{on}}{\beta} i(t) \quad (24)$$

A partir de la Ec. (24), es posible conocer la corriente en el dispositivo despejando simplemente $i(t)$ como a continuación se muestra:

$$i(t) = \frac{1}{R_{on} \sqrt{r^2 + 2(r-1)\frac{v_o}{\beta w} \cos(wt)}} v_o \text{sen}(wt) \quad (25)$$

donde después de sustituir el voltaje $v(t) = v_o \text{sen}(wt)$ y el flujo magnético como

$$\varphi(t) = \int v(t) dt = -\frac{v_o}{\omega} \cos(wt)$$

se llega finalmente a la expresión:

$$i(t) = G_M v(t) = \frac{v(t)}{R_{on} \sqrt{r^2 - 2(r-1)\frac{\varphi(t)}{\beta}}} \quad (26)$$

que de acuerdo con la Ley de Ohm:

$$R_M = \frac{1}{G_M} = R_{on} \sqrt{r^2 + 2(r-1)\frac{v_o}{\beta w} \cos(wt)} \quad (27)$$

donde R_M representa el efecto de resistencia para el memoristor.

4. Relación Memristancia-Carga

La relación entre la memristancia y la distribución de carga en el dispositivo, puede ser igualmente obtenida a partir de un análisis de las ecuaciones ya planteadas en la sección anterior. Para ésto, se integran ambos miembros de la Ec. (6) y se multiplican por dt como se muestra en la Ec. (28).

$$\frac{1}{D} \int dw(t) = \frac{R_{on}}{\beta} \int i(t) dt \quad (28)$$

donde la corriente puede ser descrita como la variación de la carga con respecto al tiempo como $i(t) = dq(t)/dt$ y por lo tanto se puede afirmar que

$$\frac{1}{D} \int dw(t) = \frac{R_{on}}{\beta} \int dq(t) \quad (29)$$

donde a su vez

$$\frac{w(t)}{D} = \frac{R_{on}}{\beta} q(t) \quad (30)$$

y dado que $\beta = (D^2/\mu_v)$ se tiene

$$x(t) = \frac{w(t)}{D} = \frac{R_{on}}{D^2} \mu_v q(t) \quad (31)$$

A partir de este resultado para $x(t)$ y recordando que $r = (R_{off}/R_{on})$, la Ec. (18) puede ser expandida como:

$$\varphi(t) = \beta \left[-\frac{\left(\left(\frac{R_{off}}{R_{on}}\right) - 1\right)}{2} \frac{R_{on}^2 \mu_v^2}{D^2 \cdot D^2} q^2(t) + \frac{R_{off}}{R_{on}} \frac{R_{on} \mu_v q(t)}{D^2} \right] \quad (32)$$

$$\varphi(t) = -\beta \left[\left(\frac{R_{off}}{R_{on}} - 1\right) \frac{R_{on}^2 \mu_v^2 q^2(t)}{2D^2 \cdot D^2} + \frac{R_{off} \mu_v}{D^2} q(t) \right] \quad (33)$$

y como $\beta = (D^2/\mu_v)$

$$\varphi(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{R_{on}^2 \mu_v}{D^2} \left[\frac{R_{off}}{R_{on}} - 1 \right] q^2(t) + R_{off} q(t) \quad (34)$$

Recordando que $M(q) = d\varphi(q)/dq$ se procede a derivar la expresión anterior con respecto a la carga resultando:

$$M(q(t)) = \frac{d\varphi(q(t))}{dq(t)} = -\frac{R_{on}^2 \mu_v}{D^2} \left[\frac{R_{off}}{R_{on}} - 1 \right] q(t) + R_{off} \quad (35)$$

$$M(q(t)) = -\frac{R_{on}^2 \mu_v}{D^2} \frac{R_{off}}{R_{on}} q(t) + \frac{R_{on}^2 \mu_v}{D^2} q(t) + R_{off} \quad (36)$$

donde bajo la consideración $R_{off} \gg R_{on}$ (la cual físicamente se cumple) permite que el término $(R_{on}^2 \mu_v / D^2) q(t)$ pueda ser despreciado, lo que conlleva a siguiente reducción:

$$M(q(t)) = -\frac{\mu_v}{D^2} \cdot R_{on} R_{off} q(t) + R_{off} \quad (37)$$

Finalmente, después de una factorización de R_{off} en la Ec. (37) resulta la expresión de memristancia en términos de la carga.

$$M(q(t)) = R_{off} \left(1 - \frac{\mu_v R_{on}}{D^2} q(t) \right) \quad (38)$$

5. Resultados de simulación

En esta sección se reportan los resultados de simulación que permiten validar las expresiones analíticas de corriente $i(t)$, modulación $x(t)$ y la relación corriente-voltaje, descritas en este artículo. Cabe mencionar que aunque estos resultados fueron obtenidos utilizando el programa Maple y el simulador PSpice, pueden también adquirirse a través de otros programas matemáticos tales como: Matlab, Mathematica, MatCad o por cualquier simulador que soporte el estándar Spice. En Fig. 3 se ilustra la curva voltaje-corriente, en Fig. 4 se presentan las relaciones de voltaje y corriente con respecto al tiempo y en Fig. 5 se grafica el efecto de la modulación

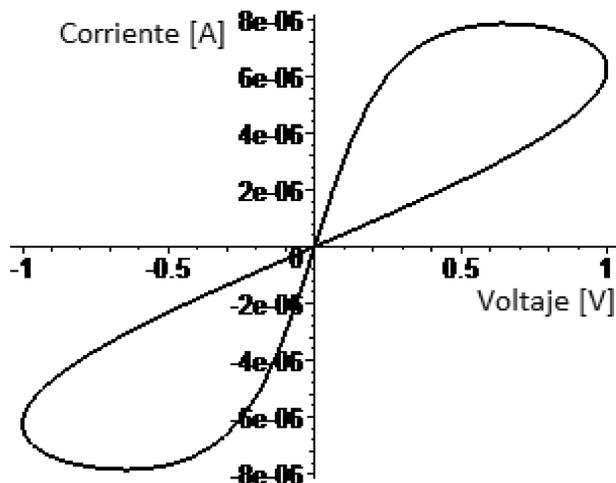


FIGURE 3. Graficación Maple para la curva voltaje-corriente del memristor de HP.

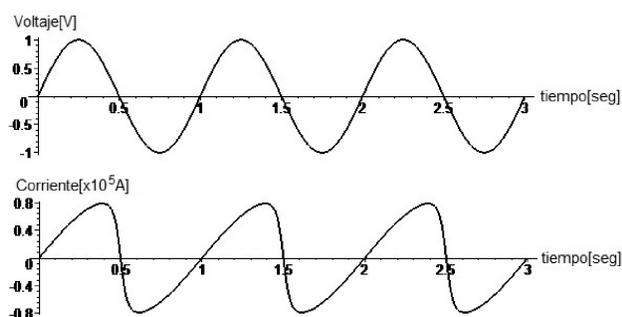


FIGURE 4. Graficación Maple para las curvas voltaje-tiempo y corriente-tiempo del memristor de HP.

$x(t) = w(t)/D$ de la estructura interna del memristor. Es importante hacer notar que estas formas de onda para el memristor corresponden directamente con las reportadas por los laboratorios HP en [2] y en diversas publicaciones posteriores [14,15], lo que permite corroborar la validez de los resultados aquí descritos. Para estas curvas se tomó como referencia una señal de entrada senoidal, con voltaje pico de 1 Volt y una frecuencia unitaria (1 Hz). Los valores de resistencia considerados fueron $R_{on} = 5 \times 10^3 \Omega$ y $R_{off} = 160 \times 10^3 \Omega$, para un dimensionamiento $D = 1 \times 10^{-8} \text{ m}$ y una movilidad promedio de iones $\mu_v = 1 \times 10^{-14} \text{ m/s}$. Cabe aclarar que debido a la limitante física de $x(t) \in \{0 \rightarrow 1\}$ dicha relación es ajustada dentro estos límites tal como se puede ver en Fig. 5.

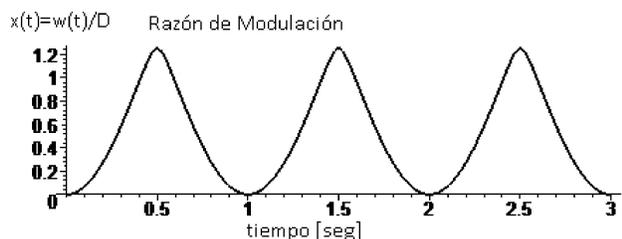


FIGURE 5. Graficación Maple para la curva de modulación $x(t) = w(t)/D$ del memristor de HP.

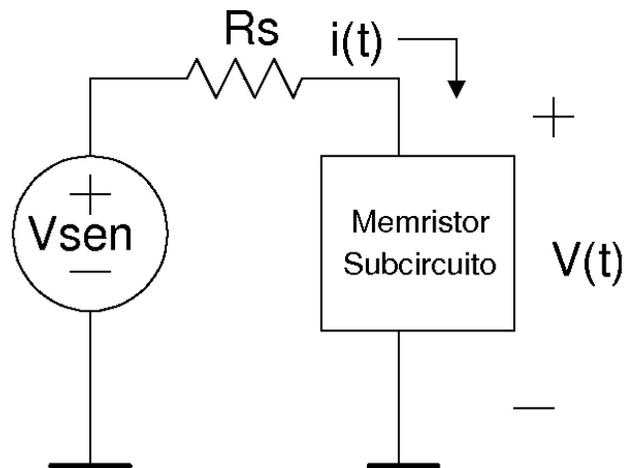


FIGURE 6. Circuito de simulación PSpice utilizando el subcircuito de Dalibor Biolek et all para el memristor de HP.

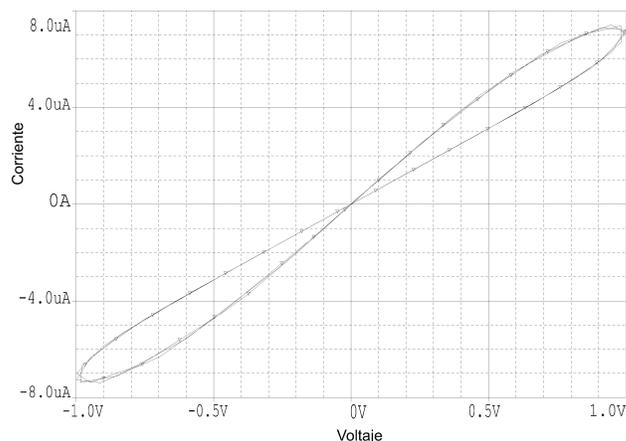


FIGURE 7. Graficación vía PSpice de la curva corriente $i(t)$ [Amperes] versus voltaje $v(t)$ [Volts] para el memristor de HP.

Una verificación adicional, para las relaciones de voltaje y corriente descritas en este artículo, consiste en una comparación directa con un modelo de referencia. En este sentido, en Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9 y Fig. 10 se muestran resultados que permiten una comparación entre las graficaciones vía Maple para estas relaciones y de la curvas de salida para una simulación PSpice del circuito mostrado en Fig. 6 el cual utiliza como modelo de referencia al subcircuito propuesto por Dalibor Biolek et al., [16], para el memristor de HP.

Para estos resultados se tomó como referencia una señal de entrada senoidal, con voltaje pico de 1 Volt y una frecuencia unitaria (1 Hz). Los valores de resistencia considerados fueron $R_{on} = 2 \times 10^3 \Omega$ y $R_{off} = 160 \times 10^3 \Omega$, para un dimensionamiento $D = 1 \times 10^{-8} \text{ m}$ y una movilidad promedio de iones $\mu_v = 1 \times 10^{-14} \text{ m/s}$. Adicionalmente para el subcircuito PSpice se tomó un valor de $R_{init} = 97 \times 10^3 \Omega$ y un valor de $p = 10$ para la función de ventana utilizada. Para una descripción detallada de estos últimos parámetros (R_{init} y p) se recomienda al lector una consulta de la Ref. 16.

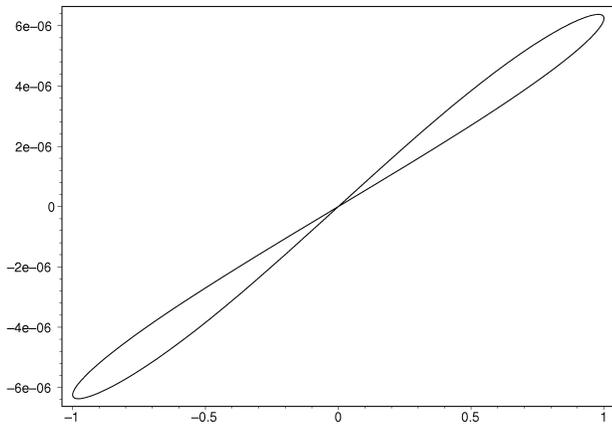


FIGURE 8. Graficación vía Maple de la curva corriente $i(t)$ versus voltaje $v(t)$ para el memristor de HP.

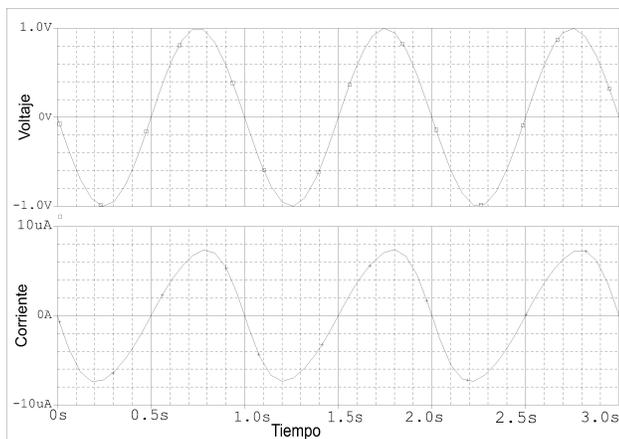


FIGURE 9. Graficación vía PSpice para la corriente $i(t)$ [Amperes] y voltaje $v(t)$ [Volts] del memristor de HP.

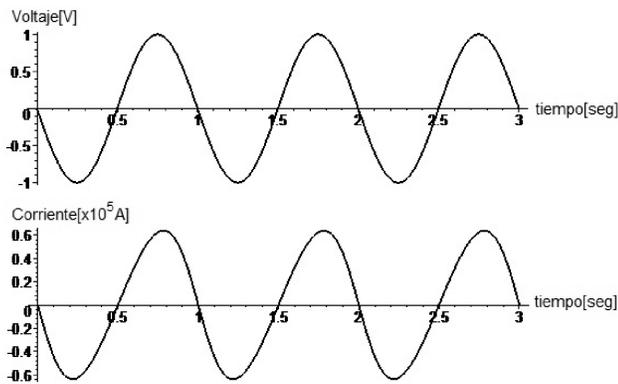


FIGURE 10. Graficación vía Maple para la corriente $i(t)$ [Amperes] y voltaje $v(t)$ [Volts] del memristor de HP.

El sello característico de un memristor es el comportamiento de histeresis que puede observarse en su curva voltaje versus corriente. Esta curva se ve alterada dependiendo de la frecuencia de la señal de entrada de tal manera que su forma

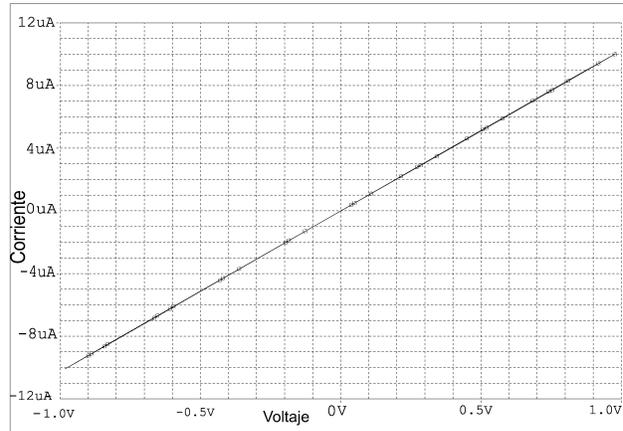


FIGURE 11. Graficación vía PSpice para la corriente $i(t)$ [Amperes] y voltaje $v(t)$ [Volts] del memristor de HP para una señal de entrada con frecuencia de 100 Hz.

envolvente se vuelve cada vez más pequeña con el aumento de frecuencia; es más, cuando la frecuencia aplicada crece, el memristor tiende a comportarse como una resistencia [17]. Dicho efecto puede observarse en Fig. 11 donde se muestra el resultado de simulación PSpice para la curva voltaje-corriente cuando la frecuencia de la señal de entrada es de 100 Hz.

6. Conclusión

Como resultado del análisis presentado en este artículo, se reportó una detallada descripción para la obtención de dos relaciones claves en la comprensión del funcionamiento eléctrico del memristor: la relación voltaje-corriente y la relación memristancia-carga. De igual forma, se mostró la deducción para la ecuación $x(t) = (w(t)/D)$ que permite visualizar la manera en que la longitud $w(t)$ varía y por tanto, su efecto en las resistencias R_{on} y R_{off} . Finalmente, es necesario remarcar que el objetivo de este trabajo no consistió en proponer algún nuevo modelo, pues las relaciones de modelado que en este artículo se describen, mantienen la propiedad intelectual de los autores aquí referenciados. La aportación de este artículo consiste en la recopilación, organización y sobre todo detallado desglose algebraico de cada una de las ecuaciones descritas, buscando siempre una explicación física orientada para estudiantes de nivel licenciatura que cursen alguna carrera afín a la ingeniería electrónica.

Agradecimientos

Los autores agradecen al C. Emilio Castillo-Rodriguez por su apoyo en este trabajo, como alumno de la Experiencia Educativa: Servicio Social, participando en la codificación y simulación de ecuaciones a través del programa Maple.

1. O. Kavehei, A. Iqbal, Y.S. Kim, K. Eshraghian, S.F. Al-Sarawi and D. Abbott, *Proc. R. Soc.* **466** (2010) 2175-2202.
2. D.B. Strukov, G.S. Snider, D.R. Stewart and R.S. Williams, *Nature* **453** (2008) 80-83.
3. L.O. Chua, *IEEE Trans. on Circuit Theory* **18** (1971) 507-519.
4. L.O. Chua and S.M. Kang, *Proc. of the IEEE* **64** (1976) 209-223.
5. L. Chua, *Proc. of the IEEE* **91** (2003) 1830-1859.
6. J. M. Tour and Tao He, *Nature* **453** (2008) 42-43. doi:10.1038/453042a,.
7. S. Hyun Jo, T. Chang, I. Ebong, B.B. Bhadviya, P. Mazumder and Wei Lu, *Nanoletters* **10** (2010) 1297-1301.
8. S.P. Kosta *et al.*, *International Journal of Medical Engineering and Informatics* **3** (2011) 16-29.
9. "Memristor created: Rewrite the textbooks?", *IEETimes*, <http://www.eetimes.com/showArticle.jhtml?article.ID=207403521>.
10. Q. Xia *et al.*, *Nanoletters* **9** (2009) 3640-3645.
11. Adee Sally, *IEEE Spectrum* <http://spectrum.ieee.org/semiconductors/design/the-mysterious-memristor>.
12. F.Y. Wang, "Memristor for introductory physics", (eprint arXiv:0808.0286, August 2008).
13. J.D. Kraus, *Book: "Electromagnetics"*, (Ed. McGrawHill, four edition, U.S.A., 1992). pp. 421-424.
14. Ketaki Kerur, "Master Thesis: A study of the memristor, the four circuit element", (Kansas State University, Electrical and Computer Engineering Department, 2010).
15. Kyle Miller. "Master Thesis: Fabrication and modelling of thin-film anodic titania memristors", (Iowa State University, Electrical and Computer Engineering, 2010).
16. Z. Biolek, D. Biolek and V. Biolkova, *Radioengineering* **18** (2009) 210-214.
17. J.A. Cardenas-Gutierrez, "Memristor: Teoría y Aplicaciones", (Tesis, Universidad de las Américas-Puebla, Mayo 2011).