

## Perturbaciones y acoplamientos en un oscilador no lineal: el caso del oscilador salino

M. Alarcón, H. González, J. García, A. Falcón-Neri, A. Torres, A. Cabrera-Manuel y H. Arce  
*Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México,  
México D.F. 04510, México.*

Received 2 September 2014; accepted 19 December 2014

El estudio de la dinámica no lineal ha tomado un auge considerable en las últimas décadas. Parte de este auge se explica porque su campo de aplicación no se restringe a la física o las matemáticas, sino que se extiende a la biología, la medicina, la economía, las finanzas, la robótica y a muchas otras áreas. Uno de los fenómenos que puede ocurrir en estos sistemas es el surgimiento de oscilaciones no lineales con un ciclo atractor robusto, es decir, fenómenos que se repiten con regularidad y al ser perturbados regresan a su ciclo natural de oscilación. Para estudiarlos, un procedimiento muy importante es el análisis de su comportamiento cuando son forzados mediante perturbaciones periódicas. No obstante la importancia de estos fenómenos, su estudio se encuentra ausente de la mayoría de los programas de licenciaturas en Física. Una razón de ello podría ser la complejidad que tienen muchos dispositivos experimentales con que se suelen estudiar. En este artículo se presenta un dispositivo experimental muy simple de construir: el oscilador salino, que permite enseñar de manera clara, directa y muy visual el estudio del efecto de perturbaciones sobre osciladores no lineales con un ciclo atractor robusto.

*Descriptores:* Dinámica no lineal; ciclo limite; oscilador salino.

Nonlinear Dynamics has had a considerable boom in recent decades. This growth is partially explained because of its scope not being restricted to physics or mathematics, but extends to biology, medicine, economy, finances, robotics, and many other areas. Among the characteristic phenomena that may occur in these systems is the emergence of non-linear oscillations with a robust attractor cycle, *i.e.*, phenomena that repeat on a regular basis and when are disturbed they return to their natural cycle of oscillation. A very important procedure to study them is the analysis of their behavior when are periodically forced. Despite the importance of these phenomena, their study is absent from the majority of undergraduate physics programs. A reason for that could be the complexity of many experimental set up employed to analyze them. This article presents a very simple experimental device: the saline oscillator, which allows a clear, direct and highly visual way for teaching the perturbation effect on nonlinear oscillators.

*Keywords:* Non-linear dynamics; limit cycle; saline oscillator.

PACS: 82.40.Bj; 05.45.a; 47.20.Ky

### 1. Introducción

Es indudable la importancia que el principio de superposición tiene en el estudio y la práctica profesional de la física. Sin embargo, en la naturaleza existen una gran cantidad de fenómenos que no pueden ser analizados completamente con este enfoque, pues no se comportan linealmente. El interés en entender este tipo de fenómenos ha promovido un desarrollo vigoroso de la dinámica no lineal, popularizando palabras como caos, bifurcaciones, fractales, etc. Uno de los fenómenos no lineales que de manera común ocurre a nuestro alrededor es la existencia de oscilaciones con ciclos límite atractores. Consisten estos ciclos en oscilaciones de amplitud y frecuencia definida, que en caso de ser perturbados regresan a la amplitud y frecuencia originales después de una alteración transitoria en su oscilación. En muy distintas áreas del conocimiento encontramos la ocurrencia de ciclos límite, pero donde probablemente son más evidentes es en nuestra propia fisiología: ciclos de sueño y vigilia, hormonales, el latido cardiaco, la masticación, la marcha, etc.

Modelar estos ciclos y entender los factores que permiten su existencia es un problema difícil en la mayoría de los casos. Sin embargo, la propiedad que tienen tales osciladores de regresar a su ciclo límite después de sufrir una perturbación,

puede facilitar comprender las dinámicas asociadas. Cuando la oscilación es robusta, después de una perturbación regresa a otro momento de la misma, y podemos representar este proceso como:

$$\Phi' = f(\Phi) \quad (1)$$

donde  $\Phi'$  es la fase o momento del ciclo a la que llega el fenómeno después de la perturbación, y  $\Phi$  es la fase en que se encontraba el sistema al momento de la perturbación. Este protocolo de aplicar perturbaciones en distintos momentos de un ciclo, permite investigar de manera muy sencilla y accesible los acoplamientos que pueden ocurrir entre un oscilador no lineal y trenes de perturbaciones periódicas.

Los montajes experimentales en que se han estudiado los acoplamientos mencionados líneas arriba, son en general muy complejos. Sin embargo, desde 1970 se ha estudiado un oscilador no lineal con ciclo atractor robusto que resulta muy fácil de construir: el oscilador salino [1]. Se ha investigado en este dispositivo el acoplamiento que puede surgir entre grupos de dos, tres o decenas de osciladores [2-4], la dependencia del periodo de oscilación de factores como la concentración de sal, o de las áreas expuestas de los líquidos [5]. Se han investigado osciladores con distintas sales o compuestos orgánicos como solutos [6]. También se ha propuesto

al oscilador salino como una fuente de voltaje alterno [7], como una lengua artificial [8], se ha utilizado para la enseñanza de fenómenos complejos [9], y se han utilizado técnicas de visualización en fluidos para entender su dinámica [10]. Es hasta el 2008, que se investiga por primera vez el comportamiento del oscilador bajo perturbaciones periódicas, mostrándose que para perturbaciones bifásicas el oscilador regresa muy rápidamente a su ciclo límite [11].

En esta contribución introducimos al lector en los detalles experimentales para obtener las curvas de transición de fase, describimos cómo se usan para predecir acoplamientos y mostramos la comprobación experimental de éstos.

## 2. Ejemplo de un Oscilador con un Ciclo Atractor Robusto: el Oscilador de Poincaré

El oscilador de Poincaré se describe con la pareja de ecuaciones diferenciales:

$$\dot{\theta} = c \quad (2)$$

$$\dot{r} = kr(1 - r). \quad (3)$$

Donde  $\theta$  representa una variable angular,  $r$  la distancia al origen de coordenadas y  $c$  y  $k$  son constantes. Cualquier punto en el plano, con excepción del origen, se mueve con velocidad angular constante. Para los puntos en la circunferencia de radio 1, la derivada radial es cero, de manera que estos puntos nunca se salen de la circunferencia. Cualquier punto con  $r > 1$ , tendrá una derivada radial negativa, de manera que su trayectoria será una espiral que se acerque a la circunferencia “por fuera”, ver Fig. 1 (a). Los puntos con  $r < 1$ , con excepción del origen, tendrán una derivada radial positiva, de manera que se moverán en espirales que se acerquen a la circunferencia “por dentro”, Fig. 1(b). La velocidad con que las espirales se acercan a la circunferencia depende del valor de  $k$ .

El Oscilador de Poincaré es el arquetipo de un oscilador no lineal con un ciclo atractor robusto: si el estado del siste-

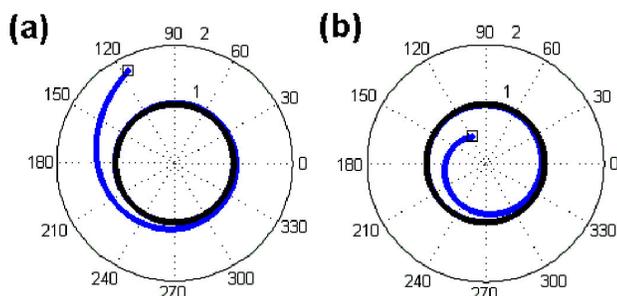


FIGURA 1. Oscilador de Poincaré. La circunferencia en negro corresponde al ciclo límite y su radio es igual a la unidad. Todos los puntos del plano, con excepción del origen, tienden al ciclo límite. En (a) se muestra en azul la evolución de un punto, representado con un pequeño cuadrado, con su coordenada radial mayor a la unidad. En (b) se muestra la evolución de un punto cuya coordenada radial es menor a la unidad.

ma se encuentra en la circunferencia de radio uno, permanecerá indefinidamente en ésta. Si mediante una perturbación lo sacamos del ciclo límite, regresará a éste, en general las variables angulares antes y después de la perturbación serán distintas.

## 3. El oscilador salino

El oscilador salino es un dispositivo muy sencillo, que como veremos se comporta de manera semejante al Oscilador de Poincaré. Consta de un vaso pequeño que tiene un orificio en su fondo, y que se encuentra suspendido sobre un contenedor grande. Ambos recipientes se llenan de agua, pero al agua del vaso pequeño se le agrega sal para aumentar su densidad. El comportamiento más común de este dispositivo es que se alternen chorros de agua salada cayendo con chorros de agua destilada subiendo, esta alternancia entre los dos chorros tiene un periodo definido muy estable. Si aplicamos una perturbación por ejemplo dando un ligero golpe a los recipientes, veremos cambios en la oscilación, pero pasado un tiempo breve, ésta regresará a su periodo inicial. Hay reportados en la literatura decenas de estos dispositivos. Su comportamiento depende básicamente de tres características: las áreas del contenedor grande, del vaso pequeño y del agujero [5]. Existe una variante en que al agujero se inserta un tubo capilar, y en ese caso el comportamiento también depende de la longitud del cilindro [12], análisis teóricos y experimentales sobre esta última variante pueden verse en las Refs. 13 y 14.

El arreglo experimental se muestra en la Fig. 2. Empleamos un contenedor externo con 9.73 cm de altura y 22.8 cm de diámetro, que contiene 3.1 L de agua destilada. Una pieza de acrílico fija el vaso con disolución salina dentro del contenedor. Este vaso menor contiene 90 mililitros de solución 3 molar de cloruro de sodio (175 g/l), tiene seis cm de diámetro por 7.7 cm de altura. Además, tiene un agujero en el centro de su base de 0.9 mm de diámetro por 2.2 mm de altura, el cual se bloquea inicialmente con un palillo.

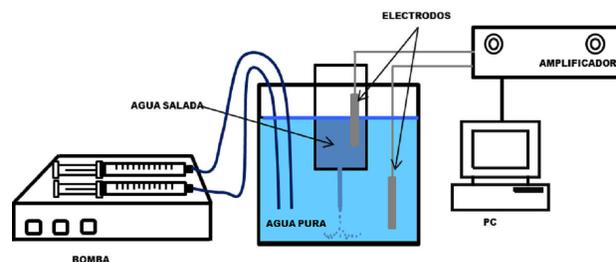


FIGURA 2. Montaje del oscilador salino. Consta de un vaso pequeño lleno de agua salada, a una concentración 3 M de NaCl, suspendido sobre un recipiente que contiene agua destilada; el vaso pequeño tiene en su fondo un orificio que permite el intercambio de fluido entre los dos vasos. El sistema de medición consta de dos electrodos de Ag/AgCl, uno se introduce en el vaso menor y el otro en el vaso externo. La diferencia de voltaje que se mide entre electrodos se amplifica y se despliega. A la izquierda, dispositivo de perturbación: jeringas controladas por bombas.

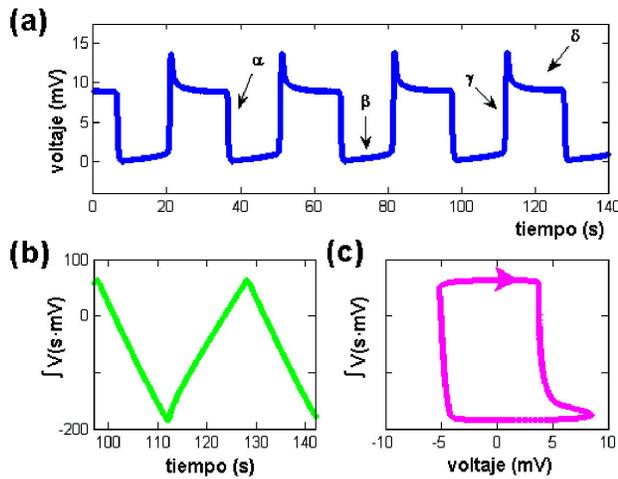


FIGURA 3. Oscilaciones de voltaje sin perturbaciones en el oscilador salino. En (a) secciones de la oscilación, en la parte  $\alpha$  comienza la caída del agua salada, durante la sección marcada como  $\beta$  el agua salada continúa cayendo. El comienzo de la subida de agua destilada se indica con  $\gamma$ , durante  $\delta$  se mantiene subiendo el agua destilada. En (b) integral de una oscilación de voltaje. En (c) ciclo límite para el oscilador salino, en el eje horizontal se grafica el voltaje, y en el vertical la integral de voltaje.

Para iniciar la oscilación se retira el palillo. El agua salada comienza a fluir a través del agujero hacia el contenedor externo, debido a que es más densa que el agua destilada. Unos minutos después el flujo invierte su sentido y fluye agua destilada a través del agujero hacia el vaso menor. Después de unas decenas de segundos se revierte nuevamente el flujo y la solución salina nuevamente cae hacia el fondo del contenedor. Esta oscilación del flujo se repite cientos de veces durante horas, y se detiene cuando el gradiente de densidades desaparece. Usando un par de electrodos de plata clorurada, uno de ellos en el agua destilada del contenedor externo y el otro en el interior de la solución salina en el vaso menor, se advierte una oscilación de voltaje que refleja la oscilación de los flujos en el agujero pequeño [2,6,15].

En la Fig. 3(a) mostramos el voltaje medido durante varios ciclos. La fase  $\alpha$  corresponde al inicio de la caída de agua salada la cual continúa durante la fase  $\beta$ . La letra  $\gamma$  indica la inversión del flujo, esto es, la entrada de agua dulce al vaso interior, la cual se mantiene durante toda la fase  $\delta$ . Para cada experimento el periodo es muy estable, con pequeñas fluctuaciones en el periodo de oscilación cuyo coeficiente de variación es menor al 10% en cerca de 10 horas. En la Fig. 3(b) se muestra el comportamiento de una variable conjugada al voltaje obtenida trasladando el voltaje para que el punto medio de este sea cero, e integrándolo posteriormente. Se refleja el mismo comportamiento oscilatorio. En la Fig. 3(c) se grafica el comportamiento del sistema usando ambas variables, quedando claramente expuesto el comportamiento cíclico del sistema.

#### 4. Protocolo de perturbación

Los osciladores no lineales se encuentran expuestos a perturbaciones, una célula cardíaca o una neurona pueden recibir un impulso eléctrico, un péndulo un golpe mecánico, a una reacción química la puede afectar un pulso de luz, etc. El oscilador salino se perturba inyectando y retirando un volumen fijo de agua destilada hacia y desde el contenedor externo. En la Fig. 2 se muestra a la izquierda, el sistema de bomba y jeringas utilizado para perturbar. En este caso el volumen que se aplica es de 3 mL que se inyectan en 2.6 segundos. Usamos una computadora para aplicar los pulsos bifásicos en series igualmente espaciadas (perturbación periódica), o aislados para construir una Curva de Transición de Fases (ver adelante). La razón de que los pulsos sean bifásicos (inyección /retiro) es prevenir un efecto de acumulación o pérdida constante de los fluidos del contenedor externo, lo cual modificaría continuamente el sistema experimental.

En muchas situaciones la descripción de la respuesta de un oscilador no lineal a perturbaciones puntuales en diferentes fases, puede usarse para predecir la respuesta a trenes de perturbaciones periódicas [16]. El primer paso para implementar este esquema es definir un momento en el fenómeno periódico que marcaremos como el inicio de la oscilación, a ese momento se le llama el evento marcador. En el caso del Oscilador de Poincaré (Fig. 1), este momento puede ser el cero de la variable angular. Cada que el sistema, al moverse por la circunferencia, pase por el cero de los ángulos, diremos que pasó por el evento marcador, y que en ese momento se inicia una nueva oscilación. Para el Oscilador Salino hemos

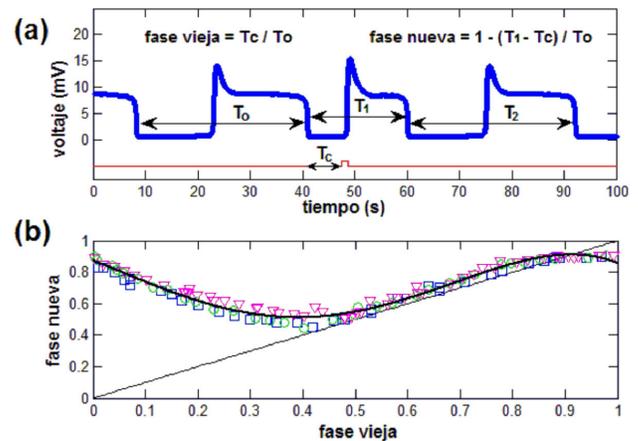


FIGURA 4. Calculando la fase vieja y la fase nueva. Panel (a), el trazo superior es el registro del voltaje en el oscilador salino. Se muestran tres oscilaciones. Por convención se asigna el comienzo de la caída de agua salada del vaso chico como el principio de la oscilación, a este punto se le llama el evento marcador. El periodo se mide como el intervalo temporal entre dos eventos marcadores próximos. La perturbación se indica con un pulso cuadrado en el trazo inferior. Panel (b) Fases viejas y fases nuevas medidas para tres corridas experimentales, cada uno de los tres símbolos corresponde a cada una de las corridas; la curva continua corresponde al ajuste de los datos a un polinomio de cuarto grado.

tomado como evento marcador el comienzo de la caída de agua salada. En la Fig. 4 panel (a) hemos dibujado un esquema a partir de tres oscilaciones experimentales para explicar cómo se calcula la fase vieja y la fase nueva. Aunque los datos que se despliegan son específicos del Oscilador Salino, el esquema de cálculo es el mismo para cualquier oscilador. Las tres oscilaciones tienen periodos de duración  $T_0$ ,  $T_1$  y  $T_2$ , que se miden entre inicios de las caídas de agua salada consecutivos.  $T_0$  y  $T_2$  corresponden a periodos en que no se aplican perturbaciones y  $T_1$  es el periodo de la oscilación perturbada, que para este caso es menor que el periodo normal.

Se ha marcado como un pequeño pulso cuadrado el momento de la perturbación, y al intervalo entre el evento marcador próximo anterior y el momento de la perturbación le llamamos  $T_c$ . Del diagrama puede advertirse que una vez aplicada la perturbación el tiempo faltante para que se presente el nuevo evento marcador es  $T_1 - T_c$ , a esta cantidad se le denomina la cofase. Entonces tendríamos que el Oscilador evoluciona entre los estados que ocurren entre el evento marcador y  $T_0$ , y si aplicamos un estímulo en el momento  $T_c$  (que necesariamente se encuentra entre estos dos extremos) y hacemos la hipótesis de que estamos ante un oscilador con un ciclo atractor robusto, la perturbación por hipótesis envía nuestro oscilador a otro momento del mismo ciclo. Podemos calcular ese nuevo momento si advertimos que el tiempo que falta para que ocurra un nuevo evento marcador es  $T_1 - T_c$ , es decir el nuevo momento del ciclo es  $T_0 - (T_1 - T_c)$ . Como tendremos que comparar nuestro oscilador con otros osciladores conviene normalizar todas las cantidades dividiéndolas entre  $T_0$ . Se define la “fase vieja” como  $T_c/T_0$ , y la “fase nueva” como  $(T_0 - (T_1 - T_c))/T_0$ , y ambas variables sólo pueden tener valores entre 0 y 1.

Para mostrar el efecto de perturbaciones aisladas sobre los osciladores se puede graficar la dependencia de algunas de las variables que hemos definido con la fase vieja o con el intervalo de perturbación  $T_c$ , por ejemplo en la Ref. 17 se muestra el efecto de las perturbaciones en el periodo  $T_1$ , mientras que en la referencia [18] se muestra el efecto sobre la cofase. En nuestro caso vamos a mostrar la dependencia de las fases nuevas con las fases viejas, a esta curva se le denomina Curva de Transición de Fases (CTF).

La Fig. 4, panel (b) consta de los resultados de tres experimentos para encontrar la CTF del Oscilador Salino. Cada uno de estos pulsos dura el 8 % del periodo natural del oscilador, que en este caso es en promedio de 32 segundos. En cada uno de los experimentos, que se realizaron en tres diferentes días, se dieron pulsos en 32 fases, procurando que fueran uniformemente espaciadas. En general vemos en los tres experimentos la misma tendencia, y la dispersión se debe a que el periodo normal de oscilación tiene pequeñas fluctuaciones que afectan a las medidas experimentales. La línea continua muestra un ajuste con mínimos cuadrados de los datos experimentales a un polinomio de cuarto orden. La función producida por el ajuste es:

$$f(\varphi) = A\varphi^4 + B\varphi^3 + C\varphi^2 + D\varphi + E \quad (4)$$

Con  $A = -4.79$ ,  $B = 6.96$ ,  $C = -0.75$ ,  $D = -1.43$  y  $E = 0.88$ . En la gráfica se muestra la línea identidad que atraviesa de manera diagonal. Esta línea corresponde a los puntos en que las fases nuevas tienen el mismo valor que las fases viejas, una CTF que correspondiese a esta línea identidad, correspondería a un experimento en que las perturbaciones no tuvieron ningún efecto. Ahora bien, si para un valor de la fase vieja la fase nueva correspondiente queda por arriba de la función identidad quiere decir que la perturbación “adelantó” al oscilador, pues la fase nueva es mayor que la fase vieja, en caso contrario lo habría “atrasado”. Puede observarse que en el caso del oscilador con el que hemos trabajado, las perturbaciones en general lo adelantan.

## 5. Construcción de un mapeo y predicción de acoplamientos

En osciladores que tienen un ciclo límite, la CTF puede ser utilizada para construir una ecuación en diferencias o mapeo, que a su vez puede ser utilizada para predecir acoplamientos entre el oscilador y perturbaciones periódicas con un periodo  $\tau$ . Si consideramos un tren de perturbaciones, tendremos que la fase un instante antes de la perturbación  $i$  será  $\varphi_i$ , bajo la hipótesis de que el oscilador regresa inmediatamente a su ciclo límite lo hará en una fase nueva que será  $\varphi'_i = f(\varphi_i)$ , donde  $f$  corresponde a la función que describe la CTF. Como la siguiente perturbación ocurrirá un intervalo de tiempo  $\tau$  después, la nueva fase antes de la siguiente perturbación será:

$$\varphi_{i+1} = g(\varphi_i) = [f(\varphi_i) + \tau] \text{ mod } 1 \quad (5)$$

Donde “mod 1” indica que si la suma entre  $f(\varphi_i) + \tau$  es mayor que cualquier número natural, debemos recortar el valor y quedarnos con la fracción entre 0 y 1 pues las fases sólo toman valores entre estos dos extremos. Con este mapeo unidimensional es posible predecir el comportamiento del sistema bajo perturbaciones periódicas. Para ilustrar un poco estas ideas acudamos a un ejemplo, supongamos que daremos perturbaciones periódicas con un periodo 0.05, y que la primera perturbación la damos cuando el sistema se encuentra en la fase  $\varphi_0 = 0.4$ . En la Fig. 5 hemos representado como una línea punteada azul a la CTF y como una línea continua verde al mapeo  $g$ ; la condición inicial es un círculo vacío en el eje horizontal. Al aplicar la función  $g$  en esta fase pasamos al valor 0.56, que hemos dibujado como un círculo lleno y representa el valor  $\varphi_1$ . Para utilizar nuevamente el mapeo para calcular el efecto de la perturbación, debemos localizar este valor en el eje horizontal, lo cual realizamos trasladando con una línea horizontal el valor de  $\varphi_1$  hasta la línea diagonal, a partir de ese momento repetimos el mismo procedimiento cuantas veces consideremos necesario, produciendo en cada paso un círculo vacío para la  $\varphi_i$ , y un círculo lleno para  $\varphi_{i+1}$ . En los paneles (b) y (c) mostramos el mismo procedimiento para los periodos de perturbación 0.73 y 0.54.

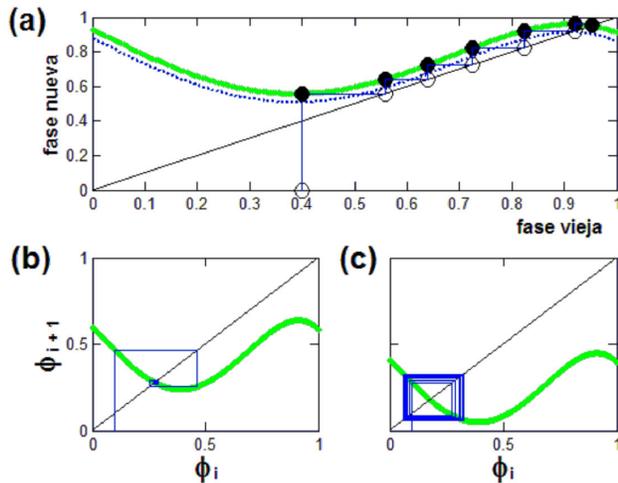


FIGURA 5. Iterando la curva de transición de fases. En el panel (a) se muestra el método de iteraciones que representa el efecto de perturbaciones periódicas. La curva azul punteada corresponde a la CTF, la curva continua verde es el mapeo que se construye trasladando verticalmente la CTF por una distancia igual al periodo de perturbación. Los círculos vacíos son los valores de las fases antes de cada perturbación. En los paneles (b) y (c) se muestra la aplicación del método para periodos de perturbación 0.73 y 0.54.

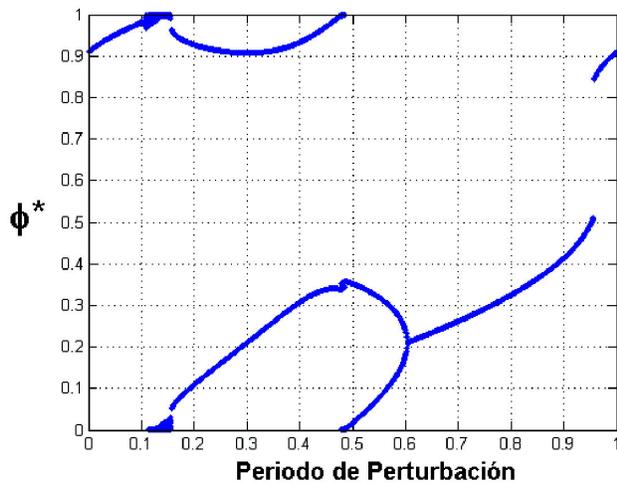


FIGURA 6. Diagrama de Ritmos. Se realizaron cinco mil iteraciones para mil valores del periodo de perturbación espaciados regularmente entre 0 y 1. Para cada periodo se grafican los últimos diez valores de las fases después de las cinco mil iteraciones, mismos que se representan en el eje vertical como  $\phi^*$ . En el eje horizontal se indica el periodo. Para una intensidad de perturbación de 3 mL se predicen, en general, solo dos tipos de acoplamiento: con periodicidad uno y con periodicidad dos.

En la Fig. 5 hemos representado los resultados de realizar unas pocas iteraciones, sin embargo la programación de estas es tan simple en cualquier lenguaje de cómputo, que es fácil realizar miles de iteraciones en unas fracciones de segundo. Cuando así lo hicimos encontramos que después de cinco mil iteraciones, para el periodo de perturbación 0.73 la fase a la que tiende el sistema es 0.0277. Para el periodo de perturbación 0.54 el sistema alterna entre dos fases: 0.328

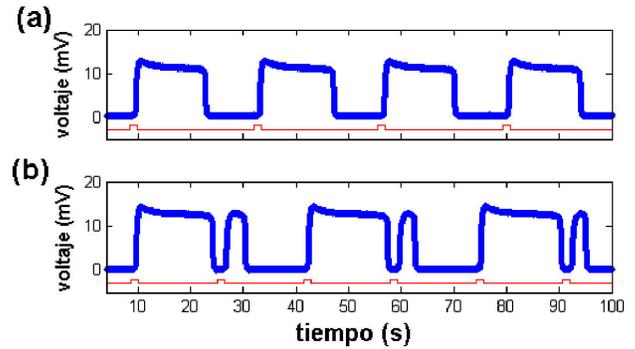


FIGURA 7. Resultados experimentales obtenidos aplicando perturbaciones periódicas con una intensidad de 3 mL. Los pulsos se indican con el trazo inferior. (a) periodo de perturbación 0.73, acoplamiento 1:1. (b) periodo de perturbación 0.54, acoplamiento 2:2.

y 0.060. Aplicamos este tipo de cálculo para periodos de perturbación entre 0 y 1, tomados en pasos de 0.001, esto es, estudiamos mil periodos de perturbación realizando cinco mil iteraciones para cada periodo. Seleccionamos los últimos diez valores de las fases al final de las cinco mil iteraciones y las graficamos en la Fig. 6, representando los periodos de perturbación en el eje horizontal y las fases en el eje vertical, mismas que indicamos como  $\phi^*$ . Puede observarse que se predicen básicamente dos tipos de ritmos cuando se perturba con una intensidad de 3 mL: con periodo uno y con periodo dos, aunque existen un par de diminutas regiones cerca del periodo 0.15 en que los ritmos parecen ser más complejos. Si nos interesa la forma en que se cambia de unos ritmos a otros veríamos este diagrama como un diagrama de bifurcaciones. En este último tenor podemos decir que se advierte cerca del periodo 0.6 una bifurcación por duplicación de periodo. Este tipo de gráficas de bifurcaciones son intensamente estudiadas para muy diversos fenómenos, y el oscilador salino nos ofrece un sistema experimental muy simple en que los estudiantes pueden ser iniciados en esta área de estudio.

## 6. Comprobación Experimental

Teniendo una predicción de los ritmos de acoplamiento que podemos encontrar en el oscilador salino al perturbarlo periódicamente, procedemos a verificarlos experimentalmente. Para ello aplicamos pulsos de volumen, controlando la fase del ciclo en que se iniciaba la perturbación periódica, el número de pulsos aplicados y la periodicidad de los mismos. En la Fig. 7 se muestran resultados representativos obtenidos al aplicar las mismas condiciones de perturbación que las empleadas para hacer las predicciones en la Fig. 5 paneles (b) y (c). Como puede verse la correspondencia es total, encontramos los mismos acoplamientos. Es necesario comentar que el Oscilador Salino es un sistema que coincide de manera muy buena con las predicciones, debido a la rapidez con que regresa a su ciclo límite después de una perturbación (ver Fig. 4(a)). Esto no ocurre en general para todos los osciladores no lineales con un ciclo atractor.

## 7. Conclusiones

El estudio de sistemas no lineales puede ser algo muy complicado en los casos experimentales. Aun el Oscilador Salino que es un sistema relativamente simple en su condición más sencilla, que sería la oscilación sin perturbaciones, no ha sido descrito de manera completamente satisfactoria, pues los periodos de oscilación que se obtienen teóricamente no coinciden con los periodos experimentales [19,20]. Sin embargo es posible obtener información del sistema bajo perturbaciones aisladas, y usar ésta para predecir el efecto de trenes de perturbaciones. Los sistemas experimentales en que se sigue este enfoque son en general muy complejos. Sin embargo el Oscilador Salino es un sistema fácil de montar, barato y con un periodo de oscilación que puede ser relativamente largo, del orden de decenas de segundos, lo cual facilita su utilización para la enseñanza.

El equipo que se ha utilizado para ilustrar el estudio del Oscilador Salino ha sido el típico de un laboratorio de investigación, sin embargo es muy fácil substituir este equipo por dispositivos más sencillos y baratos, como voltímetros, cronómetros, etc. En el apéndice hacemos una descripción de algunas posibilidades que el lector interesado en la enseñanza experimental puede encontrar útiles.

## Agradecimientos

HA y HG agradecen las largas discusiones y estimulantes sesiones experimentales con Michael Guevara y Flavio Fenton. Agradecen también a los muchos estudiantes que se han divertido “jugando” con el Oscilador Salino, y que nos han contagiado de su espíritu de juego, cabe recordar entre ellos a Cintli Lara, Dulce Esperanza Ordoñez, Berenice Márquez, Iñigo Romero y Alaíde Marina Arce. Este trabajo recibió apoyo del donativo PAPIIT UNAM-IN118611.

## Apéndice

El montaje experimental que se ha mostrado en el cuerpo de este artículo es el que se utiliza en un laboratorio de investigación, sin embargo es fácil substituirlo todo o algunas de sus partes por dispositivos mucho más baratos y sencillos. A continuación hacemos algunas sugerencias que hemos probado en cursos y demostraciones con públicos de muy distinto nivel escolar.

1.- *Contenedores.* Se pueden utilizar diversos diseños de recipientes: vasos desechables de diferente tamaño que sean transparentes, asegurando un vaso sobre el otro con lápices o varillas de madera. Se puede utilizar una aguja caliente para realizar la perforación en el fondo del vaso pequeño. También pueden emplearse botellas rectangulares como las que se utilizan para cultivo de

células, o bien cristalizadores. Se pueden anidar varios recipientes para hacer arreglos de más de dos osciladores. Se pueden colocar tubos capilares a la salida del orificio del vaso interno, y entonces tanto el diámetro como el largo del capilar son parámetros que se pueden controlar.

2.- *Soluciones.* Se pueden explorar cualquier solución salina o electrolítica, de cloruro de sodio (NaCl), cloruro de potasio (KCl) etc., con diferentes concentraciones, o bien diluciones de sustancias no electrolíticas como de miel de maíz color maple, o champú anticropa que tiene partículas suspendidas, champú blanco también a diferentes diluciones. En estos dos últimos casos sólo se podrá observar el flujo de caída, pero de manera espectacular.

3.- *Electrodos de Registro.* Se pueden usar como electrodos directamente los cabos de alambre de cobre descubierto en sus extremos, entonces conviene colocar el electrodo del vaso interno, muy próximo al chorro que sube. También se pueden usar electrodos de calomel, de plata o de plata clorurada. Para la utilización de electrodos es importante que la solución sea de alguna sal, con la miel de maple no se observará diferencia de voltaje.

4.- *Registro de Voltaje.* Para el registro de los voltajes asociados a las variaciones de los flujos, se puede usar un voltímetro con interface USB para desplegar las señales sobre el monitor, algunos de estos dispositivos permiten además guardar los datos en una hoja de cálculo como Excel. Se puede emplear también un osciloscopio digital con buena sensibilidad ( $\sim 1$  mV). Desde luego también se puede usar una tarjeta Arduino, cuya ventaja es que es una plataforma de hardware libre cuya tarjeta es de relativo bajo costo y el software se puede descargar libremente de la página [arduino.cc/es/main/software](http://arduino.cc/es/main/software); la tarjeta se puede comunicar con Matlab. Para hacer esta vinculación se ofrece soporte en la página: <http://www.mathworks.com/hardware-support/arduino-matlab.html>.

5.- *Perturbaciones.* La manera más sencilla de perturbar puede ser con un lápiz que se introduce y se saca del contenedor externo, controlando su inmersión y retiro con un par de cronómetros. Un mejor control de la perturbación se obtiene con una jeringa conectada a una manguera, en la cual el embolo se mueve entre dos valores de volumen conocidos. Desde luego se puede usar un controlador mecánico con Arduino para mayor precisión, por ejemplo un motor de pasos o un actuador lineal.

1. S. Martin, *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.* **1** (1970) 143.
2. K. Yoshikawa, N. Oyama, M. Shoji, and S. Nakata, *Am. J. Phys.* **59** (1991) 137.
3. K. Yoshikawa, K. Fukunaga, and H. Kawakami, *Chem. Phys. Lett.* **174** (1990) 203.
4. K. Miyakawa and K. Yamada, *Phys. D Nonlinear Phenom.* **151** (2001) 217.
5. P.-H. Alfredsson and T. Lagerstedt, *Phys. Fluids* **24** (1981) 10.
6. A. Das and R.C. Srivastava, *J. Chem. Soc. Faraday Trans.* **89** (1993) 905.
7. R. Cervellati and R. Soldà, *Am. J. Phys.* **69** (2001) 543.
8. U. Roy, S.K. Saha, C.R. Krishna Priya, V. Jayashree, and R.C. Srivastava, *Instrum. Sci. Technol.* **31** (2003) 425.
9. E. Bartocci *et al.*, *Adv. Physiol. Educ.* **35** (2011) 427.
10. Y. Salazar Romero and C. Stern, *The Saline Oscillator: Visualization Using Shadowgraphs and Particle Image Velocimetry* (Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2012), pp. 479-488.
11. H. González, H. Arce, and M. Guevara, *Phys. Rev. E* **78** (2008) 036217.
12. N.E. Rincon and F. Fajardo, *Rev. Bras. Ensino Física* **28** (2006) 67.
13. O. Steinbock, A. Lange, and I. Rehberg, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 798.
14. T. Kano and S. Kinoshita, *Phys. Rev. E* **80** (2009) 46217.
15. S. Upadhyay, A. Das, V. Agarwala, and R.C. Srivastava, *Langmuir* **8** (1992) 2567.
16. L. Glass and M. Mackey, in *From Clocks to Chaos*, 1a ed. (Princeton University Press, Princeton NJ, 1988), pp. 119-143.
17. C. Knox, *J. Neurophysiol* **36** (1973) 284.
18. J. Jalife and C. Antzelevitch, *Science* **206** (1979) 695.
19. M. Okamura and K. Yoshikawa, *Phys. Rev. E* **61** (2000) 2445.
20. A. Hubard, C. Malaga, H. Arce, and H. González, *Rev. Mex. Fis.* **58** (2012) 438.