

Euler y los absolutos

José E. Marquina

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México

México, D.F. 04510

e-mail: josemarquina@ciencias.unam.mx

Received 27 November 2014; accepted 16 February 2015

En este trabajo se discuten los planteamientos hechos por Leonhard Euler (1707-1783) a favor de los conceptos absolutos de espacio, tiempo y movimiento, en contraposición a sus contrapartidas relacionales. Con esta finalidad se analiza lo dicho por Euler con respecto a estos temas en cuatro de sus obras: la *Mechanica Sive Motus Scientia Analytica* (1737), las *Reflexions sur l'espace et le temps* (1748), las *Lettres a una princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique & de philosophie* (escritas entre 1760 y 1762) y la *Theoria Motus Corporum Solidorum Seu Rigidorum* (1765).

Descriptores: Historia de la física; filosofía de la física; mecánica clásica.

This work seeks to discuss the arguments posed by Leonhard Euler (1707-1783) in favour of considering space, time and movement as absolute concepts as opposed to relational ones. To this end, points made by Euler concerning this topic are analyzed in four of his works: *Mechanica Sive Motus Scientia Analytica* (1737), *Reflexions sur l'espace et le temps* (1748), *Lettres a una princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique & de philosophie* (written between 1760 and 1762), and *Theoria Motus Corporum Solidorum Seu Rigidorum* (1765).

Keywords: History of physics; philosophy of physics; classical mechanics.

PACS: 01.65+g; 01.70+w; 45.20.Dd

1. Introducción

La aparición, en 1687, de los *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* de Isaac Newton, representa un momento culminante en la historia de las ideas, aunque algunos de los planteamientos hechos en dicha obra, generaron un gran debate que se prolongó por muchísimo tiempo. Entre los conceptos que mayor controversia causaron se encuentran los relativos al tiempo, espacio y movimiento planteados por Newton en el escolio posterior a las definiciones. En dicho escolio, la pretensión newtoniana no es la de definir los conceptos de espacio, tiempo, lugar y movimiento, pues de ser así estarían en las definiciones, sino elucidar el sentido absoluto de los mismos, para diferenciarlo de los relativos, ya que dichos conceptos "... son palabras conocidísimas para todos. Es de observar, con todo, que el vulgo sólo concibe esas cantidades partiendo de la relación que guardan con las cosas sensibles. Y de ello surgen ciertos prejuicios para cuya remoción será conveniente distinguir allí entre lo absoluto y lo relativo, lo verdadero y lo vulgar" [1].

La referencia a "el vulgo" que mantiene concepciones relativas, aparentes y obviamente vulgares, es un ataque a la que podría considerarse en ese momento la posición dominante entre los pensadores de la época, y cuyo máximo referente se encontraría en los *Principia Philosophiae* de René Descartes, para el que el "... movimiento propiamente dicho es la translación de una parte de la materia, es decir de un cuerpo, desde la proximidad de los cuerpos contiguos, que se consideran en reposo, hasta la proximidad de otros. . . El movimiento propiamente dicho sólo se relaciona con los cuerpos contiguos al que se mueve" [2].

En su momento, los argumentos newtonianos con respecto a los absolutos y en particular el asociado al espacio absoluto, cayeron como una bomba en el ámbito de los filósofos cartesianos, que sintieron la necesidad de contestar desde la óptica relacional, a los planteamientos hechos en los *Principia* de Newton. Así, en 1715, Gottfried Wilhelm Leibniz le escribió a Carolina, Princesa de Sales, una carta en la que criticaba a Newton por las implicaciones filosóficas y teológicas de sus planteamientos. Samuel Clarke, amigo y discípulo de Newton, contestó a Leibniz, como vocero de su maestro, en una carta a Carolina. Con estas dos cartas se inicia la famosa controversia Leibniz-Clarke, que consta, en total, de cinco cartas de cada uno de ellos.

En la correspondencia se discute de varios temas relacionados con el newtonismo y de una manera relevante las concepciones relativas al espacio. La concepción absoluta del espacio, que aunque en los *Principia* no se dice, lleva a Newton a plantear a éste como el Sensorio de Dios [3] es, a decir de Leibniz, tremendamente peligrosa pues si para Newton "... el espacio es un órgano, el cual usa Dios para percibir las cosas. . . se sigue que ellas no dependen enteramente de él, ni fueron producidas por él" [4], por lo que la concepción sustancialista de Newton, limita la sabiduría y el poder de Dios. En respuesta a Leibniz, Clarke plantea que el espacio para Newton, "... es una propiedad; y si es una propiedad la cual es necesaria, consecuentemente. . . existe más necesariamente. . . que aquellas sustancias que no son necesarias" [5]. En su última carta de la correspondencia, Leibniz termina calificando a los absolutos newtonianos como simples imaginaciones. Por su parte, Clarke concluye el intercambio epistolar, invitando a los interesados en el tema a que compararen los

argumentos dados por Leibniz con lo dicho por Newton en los *Principia*.

A las críticas de Leibniz se sumaron las de Ludwig Philipp Thümmig, discípulo de Christian Wolff, que respondió a la quinta y última carta de Clarke y que apareció como apéndice a la edición alemana de 1720 de la correspondencia Leibniz-Clarke. En su escrito, Thümmig admite que un universo en movimiento difiere de uno en reposo y aunque pretende apoyar los planteamientos de Leibniz, no parece entenderlos con claridad, y de hecho su aportación al debate es de poco interés. Más interesante fue la crítica que hizo George Berkeley sobre el espacio y tiempo absolutos en un escrito de 1721, llamado *De Motu*, en el que plantea que la distinción entre absoluto y relativo es inválida, ya que, discursivamente, basta con la existencia de un sistema de cuerpos suficientemente lejano, de forma que mantenga la posición relativa con respecto a nosotros. Este marco de referencia lo conforma, a decir de Berkeley, las estrellas fijas. Para Berkeley los que hablan de espacio absoluto, no se dan cuenta de que "... las palabras que componen esta expresión no significan otra cosa que privación o negación pura, es decir mera nada" [6] y que "... en la búsqueda de la verdad debemos cuidarnos de... los términos que no entendemos en su verdadero sentido." [7].

En lo que se refiere a los partidarios de las tesis newtonianas, cabría señalar a John Keill, que en una exposición en Oxford, en 1700, planteaba que "... el espacio mismo, manteniéndose inmóvil, recibe la sucesión de cosas en movimiento, determina las velocidades de los movimientos y mide las distancias de las cosas mismas" [8].

Por otro lado, incluso la divinización newtoniana del espacio, fue muy bien recibido en algunos sectores, como lo muestra lo escrito por Joseph Addison, en el *Spectator*, en 1714, al señalar que algunos "... han considerado el espacio infinito como el receptáculo, o más bien el habitáculo del Todopoderoso. Pero el modo más notable y excelso de considerar este espacio infinito es el de Sir Isaac Newton, que lo llama el Sensorium de la cabeza divina... Pero puesto que Dios Todopoderoso no puede conocer todo aquello en lo que reside, el espacio infinito da lugar al conocimiento infinito y es, como si dijéramos, un órgano de omnisciencia" [9].

La controversia entre los seguidores de ideas relacionadas y los de ideas absolutistas continuó y en 1737, diez años después de la aparición de la tercera edición de los *Principia*, última edición en vida de Newton, apareció la *Mechanica Sive Motus Scientia Analytice Exposita* (Mecánica o ciencia del movimiento descrita analíticamente) de Leonhard Euler.

2. Euler y los absolutos

La *Mechanica Sive Motus Scientia Analytice*, escrita y editada en San Petersburgo [10], se puede considerar como la primera obra maestra de Euler. Desde el mismo título se puede apreciar el alcance del proyecto euleriano en mecánica. La *Mechanica* es una reformulación de los *Principia* de Newton, utilizando las herramientas del análisis matemático. Es tal su

importancia, que en 1788, en su *Mechanique Analytique*, Joseph Louis Lagrange señaló que la *Mechanica* de Euler fue la primera publicación en la que se aplicó el análisis a la ciencia del movimiento.

En la *Mechanica*, Euler empieza, en el capítulo uno, llamado "Motu in Genere" (Del movimiento en general), definiendo al movimiento como "... la translación de un cuerpo del lugar que ocupa a otro lugar" [11] y a su vez define lugar como "... una parte del inmenso... espacio que constituye el mundo entero" [12], para agregar que en "... este sentido el lugar aceptado se acostumbra llamar espacio absoluto, para distinguirlo del lugar relativo" [13].

Como se puede observar, para Euler, la idea de espacio absoluto es fundamental pues desde el principio del libro empieza a discutirlo, integrando la discusión a las propias definiciones, a diferencia de Newton, en los *Principia*, que trata el tema de los absolutos en el escolio con el que se clausuran las definiciones.

En el Escolio 1, que sigue a las dos primeras definiciones de la *Mechanica*, Euler plantea que "... si se está de acuerdo con estas definiciones, entonces el movimiento es usualmente llamado absoluto" [14], para agregar, en el Escolio 2, que "... los límites de este espacio inmenso e infinito... deben considerarse desde un punto de vista matemático" [15], de forma que se puede postular que "... el movimiento absoluto y el reposo absoluto pueden ser representados en este espacio" [16]. Así, de acuerdo con Euler "... podemos imaginar a la mente abstrayendo del mundo un espacio infinito y vacío, en el cual los cuerpos han sido situados de forma que si mantienen su posición, entonces ellos están en un estado de reposo absoluto; por el contrario, si se trasladan de una parte del espacio a otra, esto indica que se mueven absolutamente" [17].

Con la finalidad de diferenciar el carácter absoluto del relativo, en el Corolario 2 de la Proposición 7 y el escolio posterior, Euler señala que la Primera Ley de Newton es válida para el reposo absoluto y la generalización para el caso relativo es inválida, como se puede ver al analizar los objetos en un barco, que están en reposo relativo con respecto al barco, pero que no preservan el estado de reposo si el barco sufre una violenta sacudida [18].

De igual manera, en la Proposición 8, que corresponde a la Primera Ley de Newton para el movimiento uniforme, ésta sólo es válida para el caso absoluto y, no necesariamente, para el relativo [19]. Los casos en los que se cumple la ley de la inercia, no obstante que no nos estamos refiriendo al movimiento absoluto, son tratados por Euler en la Proposición 10 al señalar que si "... el espacio desde el que el movimiento relativo es determinado, está absolutamente en reposo o moviéndose uniformemente en una dirección, entonces las leyes prevalecen para un estado de reposo relativo o de movimiento uniforme relativo" [20].

En este punto, Euler está refiriéndose, al hablar de espacio, a los marcos de referencia inerciales, que son aquellos en los que se cumplen las leyes de la mecánica y que son, en

última instancia, los que se requieren para trabajar en sistemas físicos.

En la *Mechanica* llama la atención que Euler, a diferencia de Newton, no parece interesado en discutir la existencia de los conceptos absolutos, sino que lo que le preocupa es su cognoscibilidad. Los absolutos deben plantearse no por su pertinencia ontológica o metafísica, sino como requisitos teóricos indispensables para la tarea epistémica de describir y formular el movimiento en términos de leyes universales. En este sentido, la representación discursiva de los absolutos posibilita la validación de las leyes de la mecánica [21].

Once años después de la aparición de la *Mechanica*, en 1748, Euler presentó en la Academia de Berlín [22], un escrito titulado *Reflexions sur l'espace et le temps* (Reflexiones sobre el espacio y el tiempo) [23] en el que Euler empieza aseverando que los "... principios de la mecánica han sido establecidos ya tan sólidamente, que sería una gran equivocación pretender aún dudar de su verdad. Incluso aunque no estuviéramos en condiciones de demostrarlos mediante los principios generales de la metafísica, el maravilloso acuerdo de todas las conclusiones que se obtienen por medio del cálculo... sería suficiente para poner su verdad fuera de duda" [24].

Estas verdades indiscutibles a las que se refiere Euler no son otras que las leyes de Newton y muy en particular la primera, a la que considera que ha sido comprobada "... de modo tan indudable" [25], que debe de estar, necesariamente, fundada en la naturaleza de los cuerpos, y como es "... la metafísica la que se ocupa de investigar la naturaleza y las propiedades de éstos" [26], entonces las verdades mecánicas deben guiar a la metafísica en sus investigaciones. Sin embargo, a decir de Euler, los metafísicos reprochan a los matemáticos el hecho de que vinculen estos principios con los conceptos de espacio y tiempo que, a decir de los metafísicos, no son más que ideas "... imaginarias y carentes de toda realidad" [27].

Cuando Euler se refiere a los metafísicos está pensando, aunque nunca los llama por su nombre, en Descartes, Leibniz, Wolff y Berkeley, que defendían, con sus variantes, la posición relacional relativa al espacio, tiempo y movimiento, mientras que al hablar de los matemáticos, se refiere a Newton y sus seguidores, incluido él, que defendían una posición realista y absoluta de dichos conceptos.

A decir de Euler, para los matemáticos el espacio y el tiempo "... son cosas reales que subsisten incluso fuera de nuestra imaginación, pues sería absurdo sostener que puras imaginaciones puedan servir de fundamento a principios reales de la mecánica" [28].

En las *Reflexions*, Euler asume una posición de defensa ultranza de la existencia de los absolutos, que no estaba presente en la *Mechanica*, y en este sentido se dedica a responder puntualmente las principales objeciones planteadas por los metafísicos. Así, tomando la idea cartesiana de que "... el lugar no es sino la relación de un cuerpo con respecto a los que lo rodean" [29], Euler muestra como esta forma de entender al lugar conlleva serias dificultades con respecto a la

ley de la inercia pues, para empezar, la idea de dirección no se puede explicar desde la perspectiva relacional y la permanencia en reposo o en movimiento uniforme de los cuerpos, es imposible de determinar, con lo que "... la regla extraída de la metafísica... no será conforme a la verdad" [30], o dicho de otra forma, "... lo que se denomina lugar en mecánica, no admite la explicación de la metafísica" [31].

Adicionalmente, si como plantea Berkeley, aunque Euler no lo cita directamente, se utilizara el marco de referencia de las estrellas fijas, entonces sería, para empezar, una "... proposición muy extraña y contraria a muchos otros dogmas de la metafísica" [32], pero además seguiría siendo inválida como sustento de la primera ley en los casos de los cuerpos cercanos a las estrellas fijas, en los que ocurriría lo mismo que ya criticó anteriormente, con lo que el carácter universal de la primera ley estaría cuestionado pues no sería válida para los cuerpos cercanos a las estrellas fijas.

Una vez zanjadas las cuestiones de las diversas críticas a los conceptos absolutos, Euler se siente preparado para asegurar que "... el lugar no es una determinación del cuerpo pues permanece después de haber sido retirado todo él con todas sus cantidades" [33]. Con esto, Euler plantea la distinción entre el concepto de lugar y el de extensión, este último relevante para los pensadores vinculados al cartesianismo, y que a diferencia del lugar, sí pertenece al cuerpo.

En la última parte de las *Reflexions*, Euler discute sobre el tiempo absoluto pues no debe sorprender que "... al establecer la realidad del espacio, reconozcamos también al tiempo como algo real, que no subsiste únicamente en nuestro espíritu, sino que fluye realmente sirviendo de medida a la duración de las cosas" [34], y aunque reconoce que "... la idea de tiempo no existe más que en nuestra imaginación" [35], aclara que no debe confundirse la idea del tiempo con el tiempo mismo, y acusa a los metafísicos por el hecho de que al destruir la realidad del tiempo, lo que han hecho es confundir al "... tiempo mismo con la idea que de él tenemos" [36], lo que lleva a hacer ininteligible la noción de igualdad de tiempos, pues, como se pregunta Euler, "... ¿a partir de qué cambios o a partir de qué cuerpo hay que juzgar la igualdad de... tiempos?" [37]. De lo anterior, Euler concluye que hay que reconocer que el tiempo, al igual que el espacio, es algo que "... subsiste fuera de nuestro espíritu" [38].

Las *Reflexions* terminan con un llamado a los metafísicos que todavía concedan algo de realidad a los cuerpos y al movimiento, a que reconsideren sus posturas, ya que es obvio que para aquellos que consideran como quimeras al movimiento y a las leyes de la mecánica, las reflexiones eulerianas no les podrán "... producir la menor impresión sobre su espíritu" [39].

Entre 1760 y 1762 Euler escribió las célebres *Lettres a una princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique & de philosophie* (Cartas a una princesa de Alemania sobre diversos temas de física y filosofía) [40], que son un conjunto de 234 cartas dirigidas a Federica Carlota von Brandenburg Schwedt, princesa de Anhalt-Dessau, en las que Euler

explicaba a la princesa los principales temas de discusión en la cultura de la época, con énfasis en los temas científicos. Dentro de éstos últimos, no podía faltar la explicación relativa al movimiento y el reposo, tema que analiza en la Carta LXXI, fechada el 20 de octubre de 1760. En ella, Euler explicaba la necesidad de distinguir entre el reposo verdadero y el aparente, ya que un cuerpo se encuentra en verdadero reposo "... cuando permanece constantemente en el mismo lugar, no en relación a la tierra, sino por relación al universo" [41], para pasar a descalificar el aparente estado de reposo de las estrellas fijas, ya que no es posible asegurar que éstas se encuentran en verdadero reposo [42].

Igualmente se refiere al reposo aparente en un barco, pero aclara que "... los principios o leyes de movimiento se refieren, principalmente, ... a su movimiento verdadero o absoluto" [43], y para descubrir tales leyes es necesario considerar un solo cuerpo, abstrayéndolo del resto. De esta forma se puede distinguir lo que corresponde a la naturaleza del cuerpo de lo que tiene que ver con la interacción con el resto, obteniéndose que un cuerpo aislado en reposo, se mantendrá en reposo pues no hay nada en él que lo pueda poner en movimiento, siendo este principio el fundamento de toda la mecánica.

En la Carta LXXII, de noviembre de 1760, Euler regresa a la idea del cuerpo aislado y plantea que un cuerpo que se mueve de forma rectilínea uniforme se mantendrá con este tipo de movimiento en tanto no actúe sobre él alguna causa externa, con lo que completa la explicación que le hace a la princesa sobre la Primera Ley de Newton.

En la Carta LXXIII, de noviembre de 1760, ataca a los filósofos wolffianos que, aunque "... no se declaran abiertamente contra nuestro principio, al que llegan a testimoniar mucho respeto. ... proponen otros principios que le son directamente contrarios" [44]. Para Euler, estos filósofos proponen que los cuerpos realizan continuos esfuerzos para cambiar su estado, lo cual está en franca contradicción con el principio previamente aceptado, por lo que "... esos filósofos queriendo mantener al mismo tiempo el verdadero principio sobre el movimiento y su teoría absurda, se contradicen a sí mismos, y destruyen por ello su propio sistema filosófico" [45].

En 1765, diecisiete años después de las *Reflexions* y veintinueve después de la *Mechanica*, Euler publicó la *Theoria Motus Corporum Solidorum Seu Rigidorum* (Teoría del movimiento de los cuerpos sólidos o rígidos), que ha sido llamada la "segunda mecánica", en la que Euler planteó su teoría analítica del cuerpo rígido. El libro empieza con las "Consideratio Motus in Genere" (Consideraciones del movimiento en general) en las que en la Definición 1 (Capítulo 1, Volumen 1) discute las ideas del reposo y movimiento, planteando que "... solamente podemos concebir una noción acerca del espacio mismo por abstracción, considerando que se remuevan todos los cuerpos y llamando espacio a lo que queda" [46]. Un poco más adelante Euler señala que "... nosotros investigamos solamente el reposo o el movimiento verdadero como una propiedad innata" [47], aunque "... no debe-

mos preocuparnos demasiado aquí, al inicio de la Mecánica, del reposo absoluto, ya que evidentemente somos ignorantes acerca de qué es, así como de su naturaleza y sólo podemos examinar lo que nos muestran los sentidos. Siempre que nos referimos al reposo, nuestra idea va unida con algún cuerpo con respecto al cual podemos decir que un cuerpo, o mejor un punto, está en reposo" [48].

De la aseveración anterior pareciera inferirse que la posición de Euler, relativa a los absolutos, ha cambiado y que a estas alturas se inclina por la posición relacional que tan vehementemente criticó en el pasado. Sin embargo, al iniciar el Capítulo 2, Euler avisa que en el capítulo previo se "... consideró al movimiento en general, es decir referido a los cálculos, y que ahora se dedicará a encontrar las causas del movimiento" [49], de forma que si un cuerpo continúa en su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme, debe haber una causa para ello, y si todo cuerpo, aún sin relación a otros cuerpos, está en reposo o movimiento, entonces este cuerpo, necesariamente está en reposo o movimiento absoluto [50].

Para Euler, "... si eliminamos mentalmente todo cuerpo excepto uno, entonces también queda suprimida la relación con ellos, con lo que hasta aquí hemos juzgado en reposo o movimiento. ¿En qué se basará ahora la consideración del movimiento o reposo...?" [51]. La respuesta es que se tiene que admitir, necesariamente, al espacio absoluto y con él, obviamente, al tiempo y movimiento absolutos.

A decir de Euler, cualquiera que "... desee negar el espacio absoluto, caerá en rarísimas dificultades. Si el movimiento y el reposo absolutos son rechazados sin argumentos, no sólo las leyes del movimiento, que dependen de estos principios, deben ser rechazadas, sino que también estará obligado a afirmar que no se dan leyes de movimiento" [52].

Aunque en la *Theoria Motus* la defensa de los absolutos no tiene el carácter desafiante que asumía en las *Reflexions*, sí es absolutamente clara en favor de ellos. Sin embargo, es evidente que Euler es consciente de que el valor de dichos conceptos no radica en su operatividad, ya que, como acepta más adelante "... el reposo o movimiento de los cuerpos sólo puede ser reconocido con respecto a otros cuerpos" [53]. A través de nuestros sentidos sólo nos podemos percatar del "... estado absoluto mínimo de los cuerpos, que el estado absoluto demanda, cuando los cuerpos no están sujetos a ninguna acción externa" [54], el cual es de la máxima importancia pues es el que permite que la ley de la inercia sea válida y pueda ser utilizada para movimientos relativos, en los casos en los que "... el cuerpo, relativo al cual es considerado el movimiento, él mismo permanezca en su propio estado, de reposo absoluto o en movimiento uniforme absoluto a lo largo de una dirección" [55].

Evidentemente, en lo que está pensando Euler es en lo que denominaríamos marcos de referencia inerciales que, en la óptica euleriana, tendrían como referente último al espacio absoluto.

3. Conclusiones

Desde la *Mechanica* (1736) hasta la *Theoria Motus* (1765), pasando por las *Reflexions* (1748) y las *Lettres* (1760-1762), Euler defendió las ideas absolutas con respecto al espacio, tiempo y movimiento, no por razones prácticas de operatividad discursiva, sino por su importancia en tanto que condiciones racionales necesarias para la existencia de las leyes de la mecánica, de manera destacada la ley de la inercia. Para Euler, sin este fundamento, las leyes se verían privadas, o al menos cuestionadas, en su universalidad.

A diferencia de Newton, para el que la existencia de los absolutos es, en gran medida, de carácter metafísico, pues identifica al espacio absoluto con el Sensorio de Dios, en Euler, independientemente de su profunda religiosidad [56], los absolutos deben postularse no por razones metafísicas o incluso ontológicas, sino por razones metodológicas, pues considera que son indispensables para la fundamentación racional de las leyes de la mecánica que, a su vez, tienen que ser consideradas como absolutamente verdaderas.

1. I. Newton, *Principios matemáticos de la filosofía natural y su sistema del mundo*, Editora Nacional, (Madrid 1982), p. 228.
2. R. Descartes, *Principios de la filosofía*. Alianza Editorial, S.A., (Madrid, España. 1991), p. 88.
3. Newton, en la Cuestión 28 de *Opticks* se pregunta si "...¿no se sigue de los fenómenos que hay un ser incorpóreo, viviente, inteligente, omnipresente que ve íntimamente las cosas mismas en el espacio infinito, como si fuera en su sensorio, percibiéndolas plenamente y comprendiéndolas totalmente por su presencia inmediata ante él?". I. Newton, *Óptica o Tratado de las reflexiones, refracciones, inflexiones y colores de la luz*, Alfaguara, (Madrid, 1977), pp. 320. La primera edición latina de *Opticks* (1706) incluía una hoja que fue arrancada por Newton antes de la encuadernación en la que se preguntaba: "¿Acaso el espacio del Universo no es el sensorio de un ser incorpóreo, viviente, inteligente, en el cual abarca y considera las cosas todas en sí mismas y las percibe presentes a sí mismo y cuyas imágenes es lo único que contempla en el cerebro lo que en nosotros siente y piensa?". C. Solis, "Introducción y Notas"(1977), en I. Newton, (1977), op. cit., p. 434.
4. H.G. Alexander, (ed.), *The Leibniz-Clarke Correspondence*, Manchester University Press, Barnes & Noble, (New York, 1976), p. 11.
5. *ibid*, p. 47
6. En F. Copleston, *Historia de la Filosofía*, Vol. 5, Editorial Ariel, (Barcelona, España, 1975), pp. 225.
7. En F. Copleston, (1975), op. cit., p. 225.
8. En M. Jammer, *Concepts of Space*, Dover Publications, Inc., (New York, 1993), p. 128.
9. C. Solis, (1977), op. cit., p. 434. El *Spectator* era una publicación periódica inglesa, fundada por Joseph Addison y Richard Steele.
10. En 1724, el Zar Pedro I firmó el decreto de fundación de la Academia de Ciencias de San Petersburgo. Gracias a los hermanos Bernoulli, Euler fue invitado a participar y en el año de 1727 aceptó la invitación. Euler vivió y trabajó en San Petersburgo en dos periodos de su vida, entre 1727-1741 y 1766-1783, año de su muerte.
11. L. Euler, *Mechanica sive Motus Scientia Analytice Exposita*, en The Euler Archive, E-15, Traducción Ian Bruce. <http://eulerarchive.maa.org/>, p. 1. El E-15 se refiere al Índice Eneström, que fue elaborado por el matemático Gustav Eneström, entre 1910 y 1913. En este índice se enumeran 866 trabajos distintos de Euler.
12. *ibid.*, p. 1.
13. *ibid.*, p. 1.
14. *ibid.*, p. 2.
15. *ibid.*, p. 2.
16. *ibid.*, p. 2.
17. *ibid.*, p. 2.
18. cfr. L. Euler, *The Euler Archive*, E-15, op. cit., p. 7 y p. 15.
19. cfr. L. Euler, *The Euler Archive*, E-15, op. cit., pp. 46-47.
20. L. Euler, *The Euler Archive*, E-15, op. cit., p. 19.
21. cfr. A.E. Romero, "La búsqueda de los principios fundamentales de la mecánica: Euler y D'alembert", *Praxis Filosófica*, N° 24, (Cali, Colombia, 2007), pp. 21-43.
22. En 1741, Euler decidió trasladarse a Berlín, por invitación de Federico II, para participar en el proyecto de fundación de una nueva Academia de Ciencias. Euler vivió en Berlín entre 1741 y 1766.
23. Las *Reflexions* están escritas en francés ya que Federico I era profundamente afrancesado. Prefería hablar en francés y deseaba que la corte tuviera el refinamiento y sofisticación que él observaba en la corte francesa. De hecho, el nombre de la Academia de Berlín era Academie Royale des Sciences et Belles Lettre.
24. L. Euler, *Reflexiones sobre el espacio y el tiempo* en L. Euler, *Reflexiones sobre el espacio, la fuerza y la materia*, Alianza Editorial, México, S.A., (México 1988), p. 39.
25. *ibid*, p. 40.
26. *ibid*, p. 40.
27. *ibid*, p. 40.
28. *ibid*, p. 41.
29. *ibid*, p. 42.
30. *ibid*, p. 44.
31. *ibid*, p. 44.
32. *ibid*, p. 45-46.
33. *ibid*, p. 47.
34. *ibid*, p. 49.

35. *ibíd.*, p. 49.
36. *ibíd.*, p. 49.
37. *ibíd.*, p. 50.
38. *ibíd.*, p. 51.
39. *ibíd.*, p. 51.
40. Las *Lettres* no fueron publicadas hasta 1768 por la Academia de Ciencias de San Petersburgo, lugar en el que vivía Euler en esta época.
41. L. Euler, *Cartas a una princesa de Alemania sobre diversos temas de Física y Filosofía*, Universidad de Zaragoza, (Zaragoza España, 2012), p. 222.
42. En un curioso párrafo de la carta, Euler plantea que al no poder juzgar al reposo verdadero, es natural "...que juzguemos en reposo los cuerpos que mantienen la misma situación con respecto a la tierra, como, verosímilmente, los habitantes de otros planetas juzgan también en reposo una posición con respecto a su planeta". *ibíd.*, p. 222. El subrayado es mío
43. *ibíd.*, p. 222.
44. *ibíd.*, p. 228.
45. *ibíd.*, p. 228. El sistema filosófico al que hace referencia Euler es el relativo a las mónadas, que tienen sus orígenes en Leibniz y al que en su versión wolffiana hace referencia Euler en la Carta LXXVI, en la que señala que, en dicho sistema "...cada mónada tiene una fuerza capaz de cambiar continuamente su estado...", lo que demuestra que "...este tipo de personas no tiene conocimiento alguno de la verdadera naturaleza de los cuerpos...", aunque, "...casi todos los librepensadores adoptan este falso parecer...". L. Euler, (2012), *op. cit.*, pp. 233-234.
46. L. Euler, *Theoria Motus Corporum Solidorum Seu Rigidorum*, en The Euler Archive, Traducción Ian Bruce, E-289, *op. cit.*, p. 1
47. *ibíd.*, p. 2.
48. *ibíd.*, p. 4.
49. *ibíd.*, p. 53.
50. *cfr.* L. Euler, *The Euler Archive*, E-289, *op. cit.*, p. 54,
51. L. Euler, *The Euler Archive*, E-289, *op. cit.*, p. 54.
52. *ibíd.*, p. 56.
53. *ibíd.*, p. 60.
54. *ibíd.*, p. 60.
55. *ibíd.*, p. 60.
56. La madre de Euler, Margaretha Brucker era hija de un distinguido pastor protestante. El padre, Paulus Euler, era teólogo y ministro de la iglesia, a la cual sirvió como capellán de la parroquia de San Jacobo, en Basilea. Euler estudió en la Facultad de Teología en Basilea y aunque se dedicó a la matemática, gracias a los consejos de Johann Bernoulli, su interés por la religión se mantuvo intacto, ya que, en sus propias palabras, "...todas las circunstancias son dispuestas por Dios, según su sabiduría suprema, para conducir a la felicidad y salvación a cada ser inteligente mientras no rechace los medios por los que podría llegar a la verdadera felicidad". (L. Euler (2012), *op. cit.*, p. 266). Como muestra de sus intereses espirituales, basta ver las Cartas LXXXVI, LXXXVII, LXXXVIII, XC, XCI, XCII, XCIII, XCIV, XCV, CXI, CXII, CXIII y CXIV.