Comentario sobre *La física de los huracanes Pauline y Patricia en su paso por el pacífico mexicano*

E. Herrera
Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México.
e-mail: herrerazteguі@gmail.com

Received 29 November 2020; accepted 1 December 2020

En este trabajo se esboza la teoría sobre el viento geostrófico de manera concisa, para mostrar el origen y las expresiones de sus componentes finales.

Descriptores: Mecánica; viento geostrófico; meteorología.

In this paper, the geostrophic wind theory is outlined concisely, showing its origin and final expressions.

Keywords: Mechanics, Geostrophic wind, Meteorology.

PACS: 45.20.da; 92.60.-e

DOI: https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.18.1

1. Introducción

En 2020, J. Castro-López *et al.* publicaron el artículo titulado *La física de los huracanes Pauline y Patricia en su paso por el pacífico mexicano* [1], donde se exponen varios conceptos relacionados con la teoría de ciclogénesis de los ciclones tropicales y su aplicación a los huracanes Pauline y Patricia, ocurridos en 1997 y 2015, respectivamente. Estamos de acuerdo con los autores en que la literatura sobre la enseñanza de Física de la Atmósfera es escasa, por lo menos en idioma español. Por tal razón, celebramos que se escriban trabajos sobre estos temas.

Desafortunadamente, en la *Sec. 2.3.3. Viento geostrófico, altura geopotencial y estructura atmosférica* de dicho artículo [1], la primera expresión mostrada para el viento geostrófico está errada:

$$-fv = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}. \tag{1}$$

Por ello, en la siguiente sección se esboza la teoría sobre el viento geostrófico de manera concisa, mostrando el origen y las expresiones de sus componentes finales.

2. Teoría sobre el viento geostrófico

El planeta Tierra es un sistema de referencia que presenta rotación y por lo mismo se considera no-inercial. Así, la ecuación de momento que rige los movimientos atmosféricos sobre el planeta es:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \sum_i \frac{\mathbf{F}}{m} - 2\mathbf{\Omega}\times\mathbf{V} - \mathbf{\Omega}\times(\mathbf{\Omega}\times\mathbf{r}), \tag{2}$$

donde $\mathbf{r} = (x, y, z)$ es el vector de posición de un punto material en el sistema de coordenadas cartesianas, $\mathbf{V}$ es por definición el vector de velocidad, que en el mismo sistema de coordenadas se expresa como $\mathbf{V} = d\mathbf{r}/dt = (dx/dt, dy/dt, dz/dt) = (u, v, w)$, m es la masa, $\mathbf{\Omega}$ es el vector de velocidad angular, que en este caso se ha considerado sin dependencia temporal, los términos $-2\mathbf{\Omega}\times\mathbf{V}$ y $-\mathbf{\Omega}\times(\mathbf{\Omega}\times\mathbf{r})$ son las aceleraciones de Coriolis ($\mathbf{F}_{Co}/m$) y la centrífuga ($\mathbf{F}_{ce}/m$), respectivamente, que se desprenden al considerar el cambio del vector de posición en un sistema de referencia no-inercial [2]. El último término es la aceleración debida a la suma de las fuerzas ($\mathbf{F}$) que no dependen de la rotación, como la fuerza debida al gradiente de presión ($\mathbf{F}_P$), la fuerza de gravitación ($\mathbf{F}_G$) y la fuerza de fricción ($\mathbf{F}_r$). Entonces, la Ec. (2) se puede reescribir como:

$$\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \frac{1}{m}(\mathbf{F}_P + \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_r + \mathbf{F}_{Co} + \mathbf{F}_{ce}), \tag{3}$$

donde D/Dt es el operador conocido como derivada material.

En cualquier punto del planeta, al considerar coordenadas cartesianas se define un plano tangente a la superficie donde el eje X coincide con un paralelo, el eje Y, con un meridiano y el eje Z será perpendicular al plano, de modo que los movimientos este-oeste (oeste-este) corresponden a los hechos a lo largo del eje X, los norte-sur (sur-norte), a los realizados a lo largo del eje Y, y aquellos hacia arriba-abajo (abajo-arriba), a los efectuados a lo largo del eje Z. A esos tres movimientos se les denomina zonales, meridionales y verticales, respectivamente. Por otra parte, en la mayoría de los textos sobre Ciencias de la Tierra, a la suma de las fuerzas de gravitación y centrífuga se le llama gravedad ($\mathbf{g}$), tal que $\mathbf{g} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_{ce}$ y sólo tiene componente vertical, de modo que $\mathbf{g} = -g\mathbf{k} = (0, 0, -g)$ [3].

La aceleración debida a la fuerza por el gradiente de presión se define como:

$$\frac{\mathbf{F}_P}{m} = -\frac{1}{\rho}\bar{\nabla}p = \left(-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}, -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}\right), \tag{4}$$

donde se ha designado como ρ a la densidad y p como la presión.

Para el cálculo del vector de velocidad angular, pueden variar las componentes meridional y vertical, tal que:

$$\boldsymbol{\Omega} = (0, \Omega_y, \Omega_z) = (0, \Omega\cos\phi, \Omega\sin\phi), \tag{5}$$

donde ϕ es la latitud y Ω es la magnitud del vector velocidad angular ($\Omega = 2\pi/T = 7.292 \times 10^{-5}$ rad/s), si se toma el periodo (T) de un ciclo al día Sideral (23 h, 56 min, 4 s = 86,164 s).

Con ello se pueden definir las componentes de la aceleración debida a la fuerza de Coriolis:

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{F}_{Co}}{m} &= -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} = (2v\Omega\sin\phi \\ &- 2w\Omega\cos\phi)\mathbf{i} - 2u\Omega\sin\phi\mathbf{j} + 2u\Omega\cos\phi\mathbf{k}.\end{aligned} \tag{6}$$

Si se consideran movimientos horizontales, sin componente de velocidad vertical ($w = 0$), las componentes de la fuerza de Coriolis se reducen a:

$$\frac{\mathbf{F}_{Co}}{m} = 2v\Omega\sin\phi\mathbf{i} - 2u\Omega\sin\phi\mathbf{j} + 2u\Omega\cos\phi\mathbf{k}. \tag{7}$$

Entonces, las componentes horizontales (zonal y meridional) de la Ec. (3), despreciando a la fuerza de fricción, conservando las consideraciones anteriores ($w = 0$) y definiendo al parámetro de Coriolis como $f = 2\Omega\sin\phi$, serán:

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + 2v\Omega\sin\phi = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + fv, \tag{8}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - 2u\Omega\sin\phi = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - fu. \tag{9}$$

En el estudio de los flujos es útil considerar los casos en donde hay equilibrio o balance de fuerzas, para los cuales se asume que no hay aceleración. Para el caso anterior, cuando existe un balance entre la fuerza de gradiente de presión y la fuerza de Coriolis se le llama **balance geostrófico**, por lo tanto, de las Ecs. (3), (8) y (9):

$$\mathbf{0} = \frac{1}{m}(\mathbf{F}_p + \mathbf{F}_{Co}) \Rightarrow \begin{cases} 0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + fv \\ 0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - fu \end{cases}.$$

De las expresiones anteriores se obtienen las componentes del Viento geostrófico añadiéndoles un subíndice g para recordar su origen, $\mathbf{V}_g = (u_g, v_g)$. Se pueden expresar con tres variables diferentes relacionadas al campo de masa: la presión, el geopotencial (Φ) y la altura geopotencial (Z), que se relacionan con el operador $\partial p/\rho = \partial\Phi = g\partial Z$, tal que:

$$u_g = -\frac{1}{f\rho}\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{1}{f}\frac{\partial\Phi}{\partial y} = -\frac{g}{f}\frac{\partial Z}{\partial y}, \tag{10}$$

$$v_g = \frac{1}{f\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{f}\frac{\partial\Phi}{\partial x} = \frac{g}{f}\frac{\partial Z}{\partial x}. \tag{11}$$

3. Conclusiones

El presente trabajo espera complementar el realizado por J. Castro-López *et al*. [1], puesto que los conceptos relativos a la dinámica de la atmósfera se conectan con otros importantes de la Física, como mecánica y termodinámica, que requieren una buena comprensión por parte de un número creciente de estudiantes de disciplinas relativas a las Ciencias de la Tierra (Física de la Atmósfera, Oceanografía, Hidrología, Física Espacial, Geología), quienes, en su primer acercamiento, solo comprenden dichos temas parcialmente.

1. J. Castro López, B. Zavala Trujillo, and A. Figueroa Lara, La física de los huracanes Pauline y Patricia en su paso por el pacífico mexicano, *Rev. Mex. Fis. E* **17** (2020) 33-40. https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.17.33
2. E. Herrera, S. Morett, On the direction of Coriolis force and the angular momentum conservation, *Rev. Brasileira de Ensino de Fís.*, **38** (2016) e3304. http://dx.doi.org/10.1590/1806-9126-RBEF-2016-0027
3. J. R. Holton, *An introduction to dynamic meteorology*, 4th ed. (Elsevier Academic Press, MA, 2004), pp. 5-68.