

# Una imagen dice más que mil palabras: Una sencilla actividad experimental para representar gráficamente la fuerza de roce

A. Vásquez Vergara<sup>a,b</sup>, W. Bussenius Cortada<sup>b</sup> y J. Pinochet<sup>c</sup>

<sup>a</sup>Liceo Nuestra Señora del Rosario, Brasil 165, Linares, Chile.

<sup>b</sup>Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Talca, 2 Norte 685, Talca, Chile.

<sup>c</sup>Facultad de Educación, Universidad Alberto Hurtado, Erasmo Escala 1825, Santiago, Chile.

e-mail: japinochet@gmail.com

Received 28 November 2018; accepted 22 Enero 2019

Como es sabido, la fuerza de roce estático depende de las fuerzas aplicadas, mientras que la fuerza de roce cinético es constante e independiente de dichas fuerzas. Gráficamente, esto significa que la relación entre fuerza de roce y fuerza aplicada es una recta ascendente para el caso estático, y una recta horizontal para el caso cinético. Esta situación, que se estudia teóricamente en todos los cursos introductorios de mecánica newtoniana, tanto en educación secundaria como superior, pocas veces es analizada experimentalmente con los estudiantes. En este trabajo se presenta un sencillo experimento que permite obtener una gráfica roce vs fuerza aplicada que se encuentra en excelente acuerdo con la gráfica teórica (esperada) que aparece en la mayor parte de los textos de estudio de física. Se trata de un experimento simple y fácil de implementar, destinado principalmente a estudiantes universitarios de ciencias e ingeniería que siguen un primer curso de mecánica newtoniana.

*Descriptores:* Fuerza de roce; experimentos de física para estudiantes no graduados; estudiantes no graduados de ciencias e ingeniería.

As is known, the static friction force depends on the applied forces, whereas the kinetic friction force is constant and independent of these forces. This means that, graphically, the relation between friction force and applied force is an upward straight line for the static case and a horizontal line for the kinetic case. This situation, which is theoretically studied in all introductory courses of Newtonian mechanics, both high school and higher education, is rarely analyzed experimentally with students. In this paper, a simple experiment is presented that provides experiment that allows us to obtain a friction vs. applied force graph that is in excellent agreement with the theoretical (expected) graph which appears in most of the physics texts. It is a simple and easy to implement experiment, aimed mainly to university students of science and engineering who are attending a first course in Newtonian mechanics.

*Keywords:* Friction force; physics experiments for undergraduates; science-engineering undergraduate students.

PACS: 01.40.Fk; 01.50.My; 01.30.Ib.

DOI: <https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.65.156>

## 1. Introducción

Uno de los problemas conceptuales más frecuentes que es posible observar en los estudiantes de cursos introductorios de física, es la dificultad para distinguir claramente entre roce cinético y estático. Más allá del hecho evidente de que una forma de roce se manifiesta en el reposo y la otra en el movimiento, existen sutilezas que para los estudiantes resultan difíciles de aprehender. Probablemente, uno de los factores que más inciden en esta situación, es que habitualmente la noción de fuerza de roce se introduce teóricamente, sin efectuar experimentos que permitan un contacto directo y palpable con el fenómeno. Evidentemente, esto conlleva una importante merma en el proceso formativo de los estudiantes, cuyo aprendizaje se ve reducido a la manipulación de fórmulas matemáticas y a la obtención de los valores numéricos correspondientes. Esto es particularmente cierto en el caso de la conocida gráfica roce versus fuerza aplicada, que por sus características, no es fácil de obtener mediante información empírica. Un acercamiento experimental a esta gráfica es central para un buen entendimiento del roce, ya que en la gráfica aparecen claramente las diferencias entre roce cinético y estático, donde el primero es una recta horizontal, mientras el segundo es una recta ascendente. En esta importante

diferencia entre ambas formas de roce reside el meollo del problema conceptual de los estudiantes, y también una buena parte de su solución.

La literatura especializada en educación en física presenta algunos trabajos sobre fuerza de roce [1-6], aunque en términos comparativos parece tratarse de un tema poco explorado. En particular, no se conocen trabajos donde se obtenga experimentalmente la gráfica roce vs fuerza aplicada. Dos de los autores de este trabajo presentaron en otro artículo un análisis experimental de la fuerza de roce, pero restringieron el estudio al caso cinético [7]. El objetivo de este trabajo es presentar un experimento original que permite obtener experimentalmente la gráfica roce versus fuerza aplicada. La curva obtenida tiene una excelente concordancia con la gráfica teórica (esperada) que aparece en la mayor parte de los textos de estudio de física universitaria [8-11]. Por su simplicidad y fácil implementación, el experimento puede ser realizado tanto por estudiantes universitarios de ciencias e ingeniería como por estudiantes de secundaria, aunque a juicio de los autores, la actividad es más apropiada para estudiantes de educación superior.

El artículo está organizado del siguiente modo. En la Sec. 2 se introduce el marco teórico, donde primero se estudia analíticamente la fuerza de roce, y luego se obtiene la

gráfica roce vs fuerza aplicada. En la Sec. 3 se describe el montaje experimental, detallando los instrumentos y materiales necesarios para la realización del experimento. En la Sec. 4 se presentan los resultados obtenidos, se obtiene la gráfica roce vs fuerza aplicada a partir de dichos resultados, y se comparan los resultados empíricos con los teóricos. En la Sec. 5 se efectúan algunos comentarios y sugerencias que buscan entregar algunas orientaciones para una adecuada realización del experimento. Finalmente, en la Sec. 6 se discuten los hallazgos experimentales y se extraen las conclusiones pertinentes.

## 2. Marco teórico: La gráfica roce versus fuerza aplicada

La Fig. 1 muestra la situación típica que permite introducir formalmente las nociones de roce cinético y estático. En términos generales, esta situación es equivalente al montaje empleado en el experimento que se discute en las próximas secciones. En la figura se observa un cuerpo de masa  $M$  sobre la superficie horizontal de una mesa, y un cuerpo colgante de masa variable  $m$ . Ambos cuerpos se encuentran unidos por una cuerda inextensible de masa despreciable, que pasa por una polea, también de masa despreciable.

Sea  $N$  la fuerza normal sobre  $M$ ,  $T$  la tensión de la cuerda,  $g$  la aceleración de la gravedad (constante), y  $F_R$  la fuerza de roce genérica (como veremos pronto, puede ser de roce cinético o estático según la situación física que se presente). Siguiendo las convenciones habituales, supongamos que el eje  $x$  se encuentra sobre la horizontal, y el eje  $y$  sobre la vertical. De acuerdo con estas convenciones, apliquemos separadamente la segunda ley de Newton a cada una de las masas ilustradas en la figura y a cada uno de los ejes. Así, tenemos las siguientes ecuaciones:

$$N - Mg = 0, \tag{1}$$

$$T - F_R = Ma, \tag{2}$$

$$F_{ap} - T = ma, \tag{3}$$

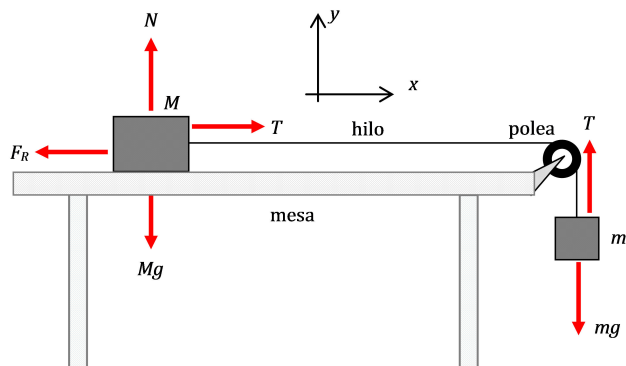


FIGURA 1. Un objeto de masa  $M$  es puesto sobre una superficie horizontal con roce, y se le aplica una fuerza externa en la dirección positiva del eje  $x$ .

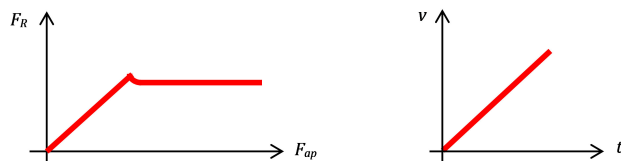


FIGURA 2. La figura de la izquierda muestra la gráfica esperada fuerza de roce vs fuerza aplicada, que para  $F_{Re}$  es una recta ascendente, y para  $F_{Rk}$  es una recta horizontal. La figura de la derecha muestra la gráfica esperada velocidad versus tiempo, que corresponde a una recta ascendente.

donde  $a$  es la magnitud de la aceleración de ambas masas, y  $F_{ap} = mg$  es la magnitud de la fuerza aplicada (variable), cuyo valor determina si  $M$  tiene aceleración positiva o nula. Eliminando  $T$  entre las Ecs. (2) y (3) se obtiene:

$$F_R = F_{ap} - (m + M)a. \tag{4}$$

Es fácil ver que esta expresión corresponde al roce estático cuando  $a = 0$  y al cinético cuando  $a > 0$ . Notemos que en cada caso la aceleración es constante. Por otra parte, sabemos que las fuerzas de roce cinético  $F_{Rk}$  y estático  $F_{Re}$  se determinan mediante las expresiones:

$$F_{Rk} = \mu_k N = \mu_k Mg, \tag{5}$$

$$F_{Re} \leq \mu_e N = \mu_e Mg, \tag{6}$$

donde  $\mu_k$  corresponde al coeficiente de roce cinético entre las superficies en contacto, y  $\mu_e$  es el coeficiente de roce estático. La diferencia fundamental entre las Ecs. (5) y (6) es que  $F_{Rk}$  es constante, mientras que  $F_{Re}$  es menor o igual al producto del coeficiente de roce estático por la fuerza normal.

En la medida que la fuerza aplicada  $F_{ap}$  aumenta,  $F_{Re}$  también aumenta. Si el cuerpo no se mueve, entonces  $F_{Re} = F_{ap}$ . Por lo tanto, como muestra la Fig. 2 (izquierda), la gráfica  $F_{Re}$  vs  $F_{ap}$  es una recta ascendente con pendiente de  $45^\circ$ , mientras que la gráfica  $F_{Rk}$  vs  $F_{ap}$  es una recta horizontal, ya que  $F_{Rk}$  es constante y por lo tanto no depende de la fuerza aplicada. Las fuerzas de roce se igualan cuando  $F_{Re}$  alcanza su valor máximo, luego de lo cual solo actúa  $F_{Rk}$ . La Fig. 2 (derecha) muestra que la gráfica esperada velocidad ( $v$ ) vs versus tiempo ( $t$ ) corresponde a una recta ascendente, ya que cuando el cuerpo se desplaza, adquiere aceleración positiva constante, lo que determina que  $F_{Rk}$  sea constante. La Fig. 2 (izquierda) es la curva teórica para la fuerza aplicada vs el roce, y por tanto es la gráfica encontrada mediante el experimento que se presenta en las siguientes secciones.

## 3. Instrumentos y materiales

Un elemento central para la realización del experimento es un dispositivo llamado Cámara VideoCom, que incluye un set de instrumentos de fácil implementación y uso, que permiten el seguimiento de objetos en movimiento mediante imágenes de alta resolución. A continuación se presentan los instrumentos

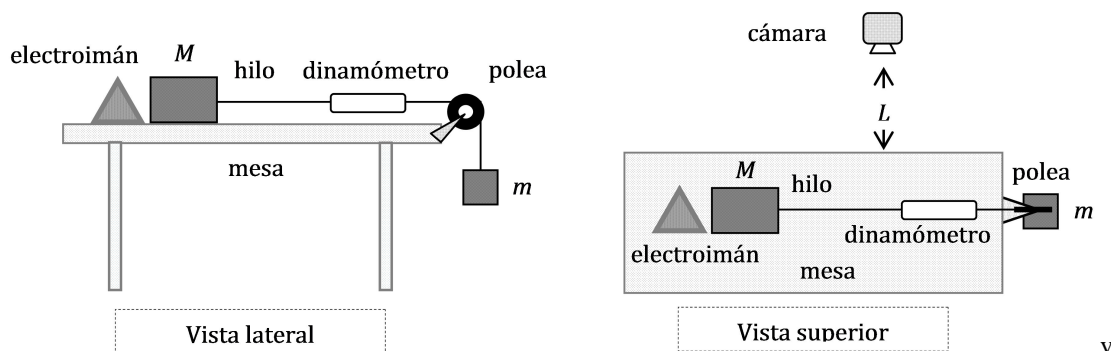


FIGURA 3. Vista lateral (derecha) y superior (izquierda) del montaje experimental. Para mayor claridad, es importante comparar estas imágenes con la Fig. 1.

incorporados con la cámara, así como otros materiales e instrumentos necesarios para una adecuada realización del experimento.

Principales instrumentos incorporados con la cámara:

- 1 Cámara VideoCom.
- 1 Electroimán para 16 V (se conecta a la cámara).
- 1 cinta reflectante autoadhesiva.

Instrumentos generales

- 1 balanza ( $\pm 1$  g).
- 1 dinamómetro ( $\pm 0.01$  N).

Materiales

- 1 trozo de madera para arrastrar con la cinta reflectante adherida ( $M$ ).
- 1 vaso de plástico para colgar peso ( $m$ ).
- 1 polea y sus accesorios.
- 1 computador para conectar la cámara VideoCom.

Antes de analizar el montaje experimental, es importante explicar el funcionamiento de la cámara y su utilidad en la realización de experimentos de física. La cámara VideoCom es un dispositivo digital que posee diodos emisores de luz, o LEDs, que emiten luz en forma parpadeante. Dicha luz se refleja en el objeto a estudiar (que tiene adherida la cinta reflectante) y vuelve a la cámara, lo que le permite detectar al objeto y seguir su movimiento. La frecuencia de parpadeo la establece el experimentador, en este caso se utilizó un período de 12.5 ms. De esta forma se tiene un registro de sucesivas posiciones, las que el propio programa de la cámara permite representar como gráficos posición vs tiempo o aceleración vs tiempo. Mediante un cable USB, el registro del movimiento se transmite a un PC que controla la cámara, y que permite observar la posición del objeto en estudio.

La Fig. 3 muestra de forma esquemática el montaje experimental. Sobre una mesa horizontal se pone el trozo de madera de masa  $M$  con cinta reflectante. Esta masa está unida a

un electroimán, cuya función se explica más adelante. A una distancia  $L \approx 1$  m se instala la cámara. La luz roja emitida por la cámara se refleja en la cinta reflectante, lo que permite determinar la aceleración media del trozo de madera. En el otro extremo de la mesa se pone una polea y se hace pasar por ella un hilo del que cuelga un vaso de masa  $m$  cuya masa y peso pueden modificarse. El otro extremo de la cuerda se ata al trozo de madera. Por lo tanto, el valor de la masa  $m$  determina la fuerza aplicada variable,  $mg$ . El valor de la fuerza de roce estático se obtiene del dinamómetro que se encuentre entre  $m$  y  $M$ .

Al agregar lentamente masa al recipiente que cuelga, el cuerpo sobre la mesa permanece en reposo hasta que la masa del cuerpo colgante alcanza un valor límite que permite que el sistema se ponga en movimiento. Una vez determinado este valor límite, se activa el electroimán para mantener en reposo el sistema. Para ello, la masa  $M$  debe tener un objeto de hierro adherido a su parte trasera. Cuando se activa la cámara Video-Com desde el PC, se desactiva el electroimán, y se está en condiciones de iniciar el registro de datos durante un tiempo previamente especificado (en nuestro caso fue de 0.5 s). Cuando el sistema se pone en movimiento y acelera, el roce pasa de ser estático a cinético. En ese momento se retira el dinamómetro para no entorpecer el movimiento. Midiendo la aceleración y conociendo los valores de  $M$  y  $m$  resulta posible estimar la fuerza de roce, aplicando la expresión (4).

#### 4. Procedimiento y análisis de resultados

El montaje descrito en la sección anterior nos permitió hacer las mediciones que aparecen en las Tablas I y II. Todos los valores obtenidos han sido expresados en unidades del sistema internacional. En ambas tablas, en la primera columna de la izquierda aparece la masa variable ( $m$ ), luego la aceleración del sistema ( $a$ ), después la fuerza aplicada ( $mg$ ) y finalmente el roce. La primera tabla contiene los resultados para el caso estático ( $a = 0$ ) y la segunda contiene los datos para el caso cinético ( $a > 0$ ). La razón para tabular los resultados por separado se discute más adelante. El valor de la masa sobre la mesa permaneció constante durante todo el experimento, y

TABLA I. Valores medidos para el caso estático.

m (kg) (±0.0005)	a (m/s <sup>2</sup> )	Fuerza	
		Aplicada (N) mg (±0.001)	Roce Estático (N) (±0.01)
0.000	0.000	0.00	0.00
0.0100	0.000	0.098	0.08
0.0150	0.000	0.147	0.14
0.0212	0.000	0.208	0.20
0.0273	0.000	0.268	0.24
0.0332	0.000	0.325	0.31
0.0404	0.000	0.396	0.39
0.0520	0.000	0.510	0.50
0.0672	0.000	0.659	0.63
0.0673	0.000	0.660	0.65

TABLE II. Valores medidos para el caso cinético.

m (kg) (±0.0005)	a (m/s <sup>2</sup> )	Fuerza	
		Aplicada (N) mg (±0.001)	Roce Cinético (N) (±0.04)
0.0707	0.53	0.693	0.57
0.0790	0.82	0.774	0.58
0.0849	1.25	0.832	0.52
0.0922	1.57	0.904	0.50
0.0921	1.69	0.903	0.47
0.1008	1.84	0.988	0.48
0.1151	2.17	1.128	0.53
0.1289	2,65	1.263	0.49
0.1426	3.02	1.397	0.48
0.1544	3.45	1.513	0.42
0.1690	3.62	1.656	0.46
0.1827	3.80	1.790	0.48
0.2014	4.27	1.974	0.42
0.2206	4.29	2.165	0.52
0.2427	4.66	2.378	0.49
0.2633	4,77	2.580	0.55
0.2839	4.86	2.782	0.62
0.2978	5.24	2.918	0.51

su valor fue  $M = 0.1610 \text{ kg} (\pm 0.0001 \text{ kg})$ . La aceleración se determinó como el valor medio en el lapso en que la masa  $M$  acelera. Para ser más precisos, la cámara Video-Com presenta una curva aceleración versus tiempo (ver Fig. 4) que tiene variaciones en torno a un valor medio que corresponde a una recta horizontal (la horizontalidad da cuenta de que la aceleración es constante). Las variaciones de  $a$  en torno a la media corresponden a las fluctuaciones de la aceleración en el proceso de medición. A partir de estas fluctuaciones, el sis-

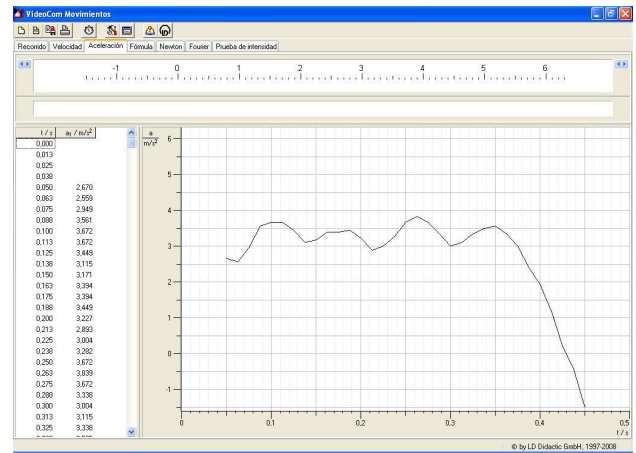


FIGURA 4. Gráfica aceleración vs tiempo entregado por la cámara.

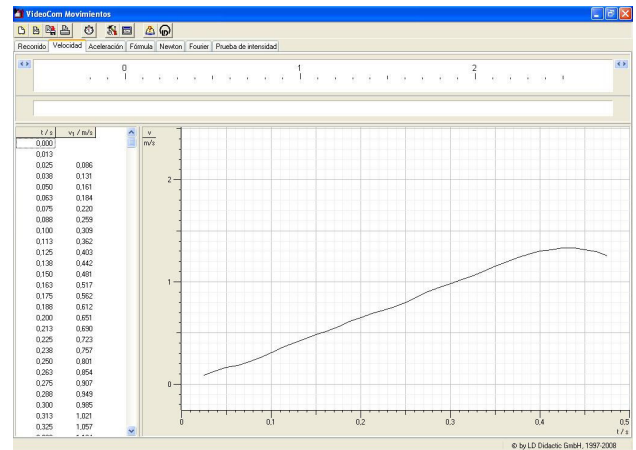


FIGURA 5. Gráfica velocidad vs tiempo entregado por la cámara. La línea comienza a bajar cuando la fuerza que jala deja de actuar porque el peso colgante llega al suelo o a la silla que se puso.

tema asocia una incerteza a cada aceleración medida. La cámara también genera una gráfica velocidad vs tiempo (ver Fig. 5). Como puede apreciarse, esta gráfica presenta una excelente concordancia con la gráfica esperada de la Fig. 2 (de- recha).

A partir de las fluctuaciones en la aceleración ilustradas en la Fig. 4, el propio programa de la cámara entrega las correspondientes incertezas mediante el método de mínimos cuadrados. No obstante, para no recargar las tablas de datos con un gran número de incertezas, los autores han optado por introducir una incerteza promedio calculada sobre todas las fluctuaciones en las aceleraciones. Lo mismo se hizo con todas las fuerzas de roce medidas, donde las variaciones fueron pequeñas, manteniéndose entre el 2 % y 4 %. A partir de estos procedimientos, la incerteza media en la aceleración se estimó en  $0.04 \text{ m/s}^2$  y la incerteza media para la fuerza de roce se estimó  $0.02 \text{ N}$ . Las incertezas medias para la aceleración y las fuerzas aparecen en los encabezados de las Tablas I y II.

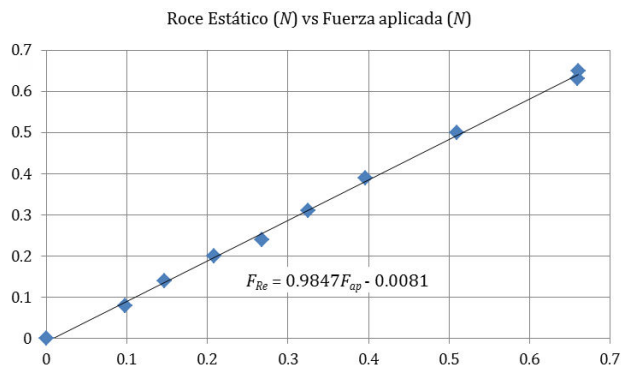


FIGURA 6. Se observa que la gráfica corresponde a una recta con pendiente 0.9847, lo que está muy cercano a 1, y por tanto se encuentra en excelente acuerdo con la teoría. Por lo tanto, dentro de las incertezas de la medición, el roce estático  $F_{Re}$  es igual a la fuerza neta aplicada  $F_{ap}$ .

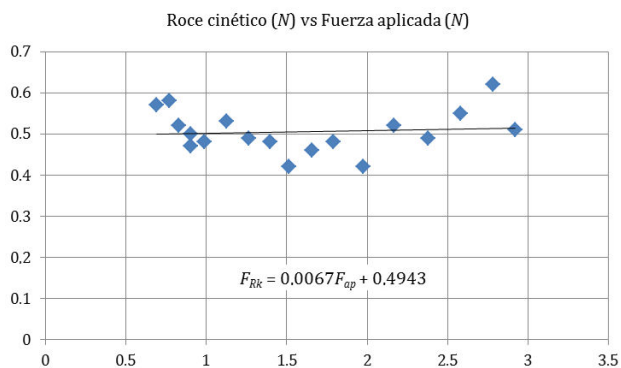


FIGURA 7. Se observa que la gráfica corresponde a una recta aproximadamente horizontal, con pendiente de 0.0067, lo que está en buen acuerdo con la teoría. Por tanto, dentro de las incertezas de la medición, la fuerza de roce cinético  $F_{Rk}$  es constante e independiente de la fuerza aplicada  $F_{ap}$ .

A partir de los valores de las tablas, se confeccionaron dos gráficas, una para el roce estático vs la fuerza aplicada, y otra para el roce cinético vs la fuerza aplicada. En ambos casos se utilizó una planilla de cálculo, que tiene incorporada una función para encontrar la recta de mejor ajuste, mediante el método de mínimos cuadrados. El software también entrega la ecuación de la recta correspondiente, tal como aparece en las Figs. 6 y 7. Esto explica la conveniencia de confeccionar gráficas separadas, pues en caso contrario sería más complejo obtener las rectas de mejor ajuste que nos permitieran determinar la exactitud de nuestros resultados.

Al observar la Fig. 6 se aprecia que la gráfica corresponde a la recta  $F_{Re} = 0.9847F_{ap} - 0.0081$  cuya pendiente 0.9847, muy cercana a 1. Esto se encuentra en muy buen acuerdo con el modelo teórico introducido en la Sec. 2. En otras palabras, la gráfica muestra que, dentro de la incertezas experimentales, el roce estático es igual a la fuerza neta aplicada. Por otra parte, la Fig. 7 también revela un buen acuerdo con lo esperado teóricamente, donde la recta  $F_{Rk} = 0.0067F_{ap} - 0.4943$  presenta una desviación pequeña de la horizontal, ya que la pendiente es 0.0067. Por lo tanto, la gráfica revela que dentro

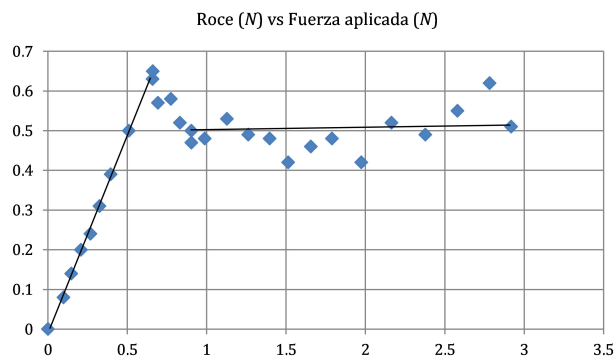


FIGURA 8. La unión de las Figs. 4 y 5 muestra con mayor claridad la concordancia entre esta curva y la curva teórica para el roce vs la fuerza aplicada.

de las incertezas de la medición, la fuerza de roce cinético es constante e independiente de la fuerza aplicada.

Como se muestra en la Fig. 8, si se unen ambas gráficas para formar una sola curva, se obtiene una gráfica muy cercana a la que aparece en la Fig. 2 (izquierda). La Fig. 8 se obtuvo graficando conjuntamente los datos de las Tablas I y II. Aunque las rectas que aparecen en la gráfica no fueron generadas por la planilla de cálculo, se confeccionaron a partir de la información suministrada por ésta, a través de las gráficas de las Figs. 4 y 5. El punto en que el roce estático se empalma con el roce cinético resulta poco visible debido a la baja resolución de las mediciones realizadas. Para una mayor resolución se requiere una mayor cantidad de datos, lo que conlleva disponer de más tiempo para la realización del experimento. Con el número de mediciones que aparecen en las tablas, si el experimento se realiza con el montaje previamente instalado, las mediciones tienen una duración de entre 10 y 15 minutos, y la confección del gráfico y posterior análisis del mismo toma un tiempo equivalente. Esto muestra que el experimento puede efectuarse sin inconvenientes en forma demostrativa dentro del lapso que dura una clase lectiva. Evidentemente, si el experimento es efectuado por los propios estudiantes, el tiempo de realización aumenta significativamente.

## 5. Comentarios y sugerencias

El experimento presentado también puede realizarse utilizando otro tipo de instrumentos para determinar la aceleración de la masa que desliza, por ejemplo un timer, aunque en este caso el error de medición asociado resulta ser mayor y el tiempo que demanda su realización también se incrementa, ya que deben calcularse las aceleraciones asociadas a cada medición.

Resulta interesante observar el gráfico de velocidad en función del tiempo para el cuerpo en estudio (ver Fig. 5) pues queda de manifiesto que la aceleración de la masa es constante mientras la fuerza aplicada (peso  $mg$  colgante) está actuando; esto es importante porque permite que sean los propios estudiantes quienes verifiquen empíricamente el hecho que la

fuerza de roce cinética no depende de la rapidez del cuerpo que desliza.

Otro importante aspecto de este experimento es que permite apreciar que efectivamente el coeficiente de roce estático es mayor que el cinético, pues la curva ascendente baja cuando el cuerpo pasa de roce estático a cinético (ver Fig. 8). Así, mientras el roce estático supera el valor de 0.65 N, el roce cinético siempre se encuentra por debajo de 0.62 N. También es interesante hacer notar que el experimento permite estimar los valores de los coeficientes de roce estático  $\mu_e$  y cinético  $\mu_k$ . En efecto, para calcular  $\mu_e$  podemos utilizar el valor del roce estático máximo (ver Tabla I), de modo que  $\mu_e = F_{Re}/N = 0.62/(0.161 \times 9.8) = 0.39$ ; en forma análoga, para calcular  $\mu_k$  podemos emplear el valor promedio de la fuerza de roce cinética, de modo que  $\mu_k = F_{Rk}/N = 0.51/(0.161 \times 9.8) = 0.32$ . Notemos que la fuerza de roce cinético también puede obtenerse como el intercepto de la ecuación de la recta en la Fig. 7, que al tomar  $F_{ap} = 0$  se obtiene  $F_{Rk} = 0.4943$ .

## 6. Comentarios finales

Desde la perspectiva del proceso formativo de los estudiantes, es importante insistir en la enorme diferencia pedagógica que existe entre la presentación de una gráfica teórica de libro de texto, y una gráfica obtenida empíricamente. En el primer caso, el profesor se coloca en una postura dogmática, donde el alumno se ve forzado a efectuar un acto de fe, mientras que en el segundo caso es posible una auténtica construcción de conocimiento, que permite un aprendizaje significativo, basado en evidencias. En este contexto, esperamos que este trabajo sea un aporte a la labor realizada por los docentes de física, entregándoles un material que estimule el aprendizaje de sus estudiantes, y que revele que en esencia, la física es una ciencia empírica, cuyos conceptos, teorías y leyes provienen de un delicado equilibrio entre la formulación de modelos matemáticos y la cuidadosa realización de experimentos que permiten verificar la validez de los modelos.

- 
1. M.A. Alvarenga, d.C.I. C., A. Gaspar, *Cad. Bras. Ensino Fis.* **29** (2012) 61-66.
  2. S.E. Calderon, S. López, S. Gil, *Rev. Fis. E.* **20** (2007) 55-64.
  3. S. Dumbrajs, P. Helin, K. H., K. T., *Eurasian J. Phys. Chem. Educ.* **3** (2011) 39-50.
  4. L.M. Gratton, S. Defrancesco, *Phys. Educ.* **41** (2006) 232-235.
  5. D. Kaplan, *Phys. Teach.* **51** (2013) 224-230.
  6. A. Mills, *Phys. Educ.* **43** (2008) 392-395.
  7. W. Bussenius, J. Pinochet, *Journal of Science Education* **16** (2015) 82-85.
  8. D.C. Ginacoli, *Física*, 6 ed., Pearson, México, D.F., (2006), pp. 90-95.
  9. R.A. Serway, R.J. Beichner, *Física para Ciencias e Ingeniería*, 5 ed., McGraw Hill, México, D.F., (2000), pp. 131-135.
  10. P.A. Tipler, *Física para la Ciencia y la Tecnología*, 4 ed., New York, (1999), pp. 111-112.
  11. R. Resnick, D. Halliday, K.S. Krane, *Física*, 5 ed., México, D.F., (2014), pp. 95-97.