

Magnetares y su posible relación con las estrellas de quarks

M. Orsaria^{a,b,c}

^a Department of Physics, San Diego State University,
5500 Campanile Drive, San Diego, CA 92182, USA.

^b CONICET, Rivadavia 1917, 1033 Buenos Aires, Argentina.

^c Gravitation, Astrophysics and Cosmology Group,
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas,
Paseo del Bosque S/N (1900), Universidad Nacional de La Plata UNLP, La Plata, Argentina
e-mail: morsaria@rohan.sdsu.edu

Recibido el 29 de agosto de 2011; aceptado el 31 de octubre de 2011

En el Universo existen estrellas estables que poseen campos magnéticos intensos, mayores que 10^{13} Gauss en su superficie, que se denominan Magnetares. Estos objetos podrían explicar las observaciones astrofísicas de emisiones peculiares de cierta clase de púlsares, como los Púlsares Anómalos de Rayos X o los Repetidores de Rayos Gamma Suaves. En este artículo, se presentan las dos principales hipótesis para explicar la intensidad del campo magnético en las Magnetares y se discute la posibilidad de que dichos objetos puedan ser estrellas de quarks (EQ). Se muestra también una solución analítica para la relación masa-radio de una EQ sometida a un campo magnético intenso, a partir del principio variacional de la energía en la Relatividad General.

Descriptor: Estrella de neutrones; campo magnético; materia de quarks.

In the Universe there are stable stars with strong magnetic fields, larger than 10^{13} Gauss at the surface, which are called Magnetars. These objects could explain the astrophysical observations from peculiar emissions of some kind of pulsars like the Anomalous X-ray pulsars or Soft Gamma Repeaters. In this article, two principal hypothesis to explain the magnetic field intensity in Magnetars are presented. Further, the possibility that such objects could be quark stars is discussed (QSS). Also, an analytical solution for the mass-radius relationship of QSS under strong magnetic field is presented from the energy variational principle in General Relativity.

Keywords: Neutron star; magnetic field; quark matter.

PACS: 26.60.+c; 95.30.Qd; 95.30.Tg

1. Introducción

Las Magnetares son un tipo de estrellas de neutrones (EN) con campos magnéticos extremadamente intensos, mayores que 10^{13} Gauss en su superficie, que expulsan energía en forma de rayos X y rayos Gamma (estos últimos formados por fotones más energéticos que los fotones de los rayos X, que a su vez son más energéticos que los de los rayos ultravioleta del espectro electromagnético) en períodos de tiempo del orden de los milisegundos. Estos objetos nos permitirían entender la emisión de radiación en forma de “llamaradas” de rayos X de alta intensidad en los Púlsares Anómalos de Rayos X o Anomalous X-ray Pulsars (AXP) o los estallidos de radiación Gamma en los Repetidores de Rayos Gama Suaves o Soft Gamma Repeaters (SGR). El modelo de Magnetares fue introducido y desarrollado por Duncan y Thompson [1] y V.V. Uso [2] en el año 1992 para estudiar y explicar las llamaradas de rayos Gamma (Gamma Ray Bursts) que los astrofísicos observaban en ciertos objetos compactos.

Desde el descubrimiento de las Magnetares han existido dos hipótesis para la explicación de los intensos campos magnéticos en estos objetos. En una de ellas, los requisitos previos para el nacimiento de una Magnetar serían una rotación rápida y un campo magnético intenso antes de la explosión de una supernova. Dadas estas condiciones, el efecto dínamo convertiría la energía mecánica en energía electromagnética [1] mediante la convección de materia nuclear en

los primeros segundos de vida de la EN, amplificando el campo magnético. La otra hipótesis es la del campo magnético fósil: el campo magnético sería generado a través de la conservación de flujo magnético, suponiendo que dicho campo es un remanente de la aglomeración de gas y polvo estelar que da origen a la formación de la estrella. En el año 2004, la hipótesis del campo fósil fue reafirmada a partir de simulaciones numéricas realizadas en el Instituto de Astrofísica Max Planck en Garching, Alemania, y desarrollada posteriormente en los trabajos de la Ref. 3. Sin embargo, uno de los primeros trabajos en este sentido data del año 1964 [4]. Otros modelos han sido propuestos recientemente para poder explicar el intenso campo magnético en las Magnetares. Peng y LuoChin [5] afirman que un superfluido anisotrópico de neutrones podría explicar el origen del fuerte campo magnético de estos objetos. Por otro lado, Iwazaki [6] lo atribuye a una fase ferromagnética de color que podría originarse en la materia de quarks. Estos dos modelos, presuponen una transición de fase dentro de la EN. El interior de este tipo de estrellas es un laboratorio astrofísico en el cual la materia se comprime a altas densidades, y dicha compresión podría producir una transición de fase de la materia nuclear a la materia de quarks, inclusive a fases superconductoras de color [7] o superfluidas [8].

Los aspectos fundamentales de la física involucrada en la descripción de la materia dentro de algunos objetos compac-

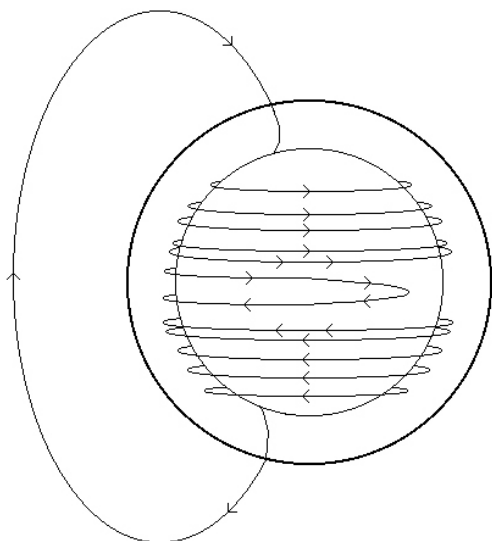


FIGURA 1. Efecto Omega en el mecanismo del dínamo. NASA Marshall Space Flight Center.

tos como, por ejemplo, en una enana blanca, son bien comprendidos [9]. En el caso de las EN, la situación es bastante diferente debido a que aún se desconoce la ecuación de estado (EoS) de la materia de neutrones a muy altas densidades. Es por ello que no se descarta la posibilidad de que algunas EN puedan ser estrellas híbridas (cáscara de materia nuclear, núcleo de materia de quarks) o inclusive estrellas de quarks [10]. Algunos autores [11] afirman que las verdaderas fuentes de los AXP o los SGR son estrellas híbridas o de quarks con intensos campos magnéticos. La materia constituyente y la estructura de estos objetos puede describirse a través de la EoS mencionada más arriba, que no es más que la relación entre la presión y la densidad de materia o energía del sistema, sumada a las ecuaciones de estructura. Estas últimas están formadas por la ecuación de equilibrio hidrostático y la ecuación de continuidad de la masa. El equilibrio hidrostático representa un equilibrio entre la fuerza gravitatoria y la presión interna, mientras que la ecuación de la continuidad de la masa da cuenta de la distribución de masa en el interior del volumen de la estrella. Junto con la EoS y las ecuaciones de estructura podemos conocer cómo se relacionan la masa y el radio de la estrella. De esta forma, la relación masa-radio (M-R) proporciona información sobre su composición. Se han propuesto varias EoS para EN, híbridas o de quarks, pero ninguna de ellas es conclusiva [12]. Cada EoS produce una relación M-R diferente que puede ser contrastada con los datos observacionales disponibles a fin de comprobar su rango de validez y/o establecer límites a algunos parámetros. En este punto particular, los estudios astrofísicos son muy importantes, ya que pueden aportarnos valiosos datos para la comprensión de los aspectos fundamentales de la materia: la microfísica podría inferirse de la macrofísica.

El objetivo de este artículo es presentar, de una forma pedagógica, resultados recientes acerca de objetos compactos sometidos a campos magnéticos intensos. Para ello, trataré de explicar las dos principales hipótesis sobre el origen

del campo magnético en las Magnetares y analizaré la posibilidad de que una EQ sometida a un intenso campo magnético pueda ser considerada una Magnetar. Para modelar la EQ, usaré el modelo más simple para el tratamiento de la materia de quarks dentro de un objeto compacto: el modelo de bolsa del MIT [13] a temperatura cero, modificado por la presencia del campo magnético. En este modelo, los quarks son tratados como un gas de Fermi degenerado y se encuentran confinados en una bolsa por la energía de vacío de la Cromodinámica Cuántica (la teoría que estudia las interacciones fuertes), representada por la constante B_{bag} . El artículo está organizado de la siguiente forma: en la Sec. 2 se explican las hipótesis del efecto dínamo y del campo magnético fósil. La Sec. 3 describe los AXP y los SGR y su relación con las emisiones provenientes de objetos astronómicos observados. En la Sec. 4 se calcula la EoS para una EQ con campo magnético intenso y su relación M-R. Finalmente, en la Sec. 5, se presentan las conclusiones.

2. Efecto dínamo vs. Campo magnético fósil

2.1. Efecto dínamo

El mecanismo del efecto dínamo es una combinación de dos efectos denominados Alfa y Omega. La idea básica para entender el origen del intenso campo magnético partiendo del efecto dínamo es suponer que el campo magnético de la estrella en rotación formada por el plasma conductor, amplifica las corrientes eléctricas realimentando dicho campo. Esto se debe a la combinación de la rotación diferencial, es decir, velocidades angulares locales diferentes en el Ecuador (rotación más rápida del fluido) y en los Polos (rotación más lenta del fluido) de la estrella; las fuerzas de Coriolis, que hacen que el fluido, y por consiguiente el campo que arrastra, giren formando lazos de tubos magnéticos; y la inducción electromagnética. La rotación diferencial modifica la estructura del campo dipolar “estirando” las líneas de campo magnético en

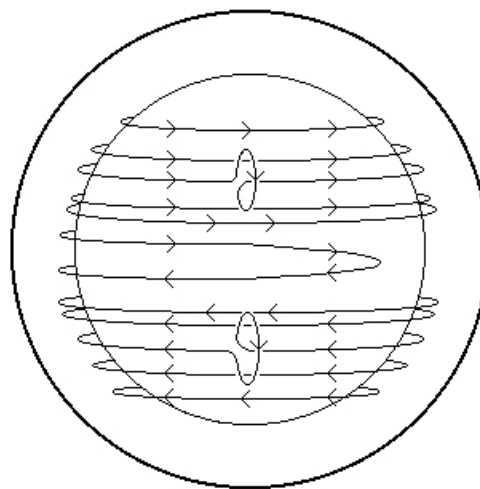


FIGURA 2. Efecto Alpha en el mecanismo del dínamo. NASA Marshall Space Flight Center.

la parte meridional de la estrella, como ilustra la Fig. (1). Este es el efecto Omega. El efecto Alfa, en cambio, se relaciona con la fuerza de Coriolis, y se produce porque la rotación de la estrella retuerce las líneas de campo magnético (Fig. (2)).

En una EN, el fluido denso de neutrones contiene, en menor cantidad, electrones y protones libres que transportan corrientes eléctricas con facilidad, convirtiendo al fluido en un conductor eléctrico. Cualquier línea de campo magnético que esté contenida en el fluido es arrastrada por las corrientes de convección. A grandes distancias, los campos magnéticos generados por las corrientes eléctricas fluyen en direcciones opuestas cancelándose. Dado que la mayoría de las corrientes fluyen en la dirección del movimiento conductivo de la masa (corrientes ecuatoriales), la componente más importante del campo magnético generado es el campo dipolar del lazo de corriente ecuatorial, produciendo los polos magnéticos cerca de los polos geográficos de la estrella en rotación. En otras palabras, el campo dipolar magnético no está alineado con el eje de rotación de la estrella. Esta configuración hace que la emisión de la estrella aparezca en forma de pulsos periódicos para un determinado observador, constituyendo lo que se conoce como Púlsar.

Debido al efecto dínamo, la dirección de las corrientes y, por consiguiente, la dirección del campo magnético por ellas generado, se invierte periódicamente, porque la carga no fluye siempre en una misma dirección. Tal es el caso del campo magnético del Sol, que invierte su dirección cada 11 años y disminuye su magnitud a medida que nos acercamos al tiempo de inversión. Durante este tiempo latente, la actividad en algunos puntos del plasma solar se maximiza y se produce lo que se conoce con el nombre de “manchas” solares. Como

resultado, la estrella eyecta plasma de alta energía en la dirección de las líneas de campo magnético hacia el interior de la corona solar y el espacio interplanetario. En una EN, al igual que en el Sol, la materia eyectada debería seguir las líneas de campo magnético, resultando en dos manchas calientes de aproximadamente un metro de espesor, muy brillantes en la superficie. Se cree que los eclipses periódicos de dichas manchas durante la rotación de la estrella podrían constituir las fuentes de las radiaciones pulsantes observadas. Tal es el caso del púlsar PSR 0531+121 de la Fig. (3) en el centro de la nebulosa del Cangrejo, que gira sobre sí mismo a 30 revoluciones por segundo emitiendo pulsos de radiación que van desde los rayos gamma a las ondas de radio.

2.2. Campo magnético fósil

La hipótesis del campo fósil sostiene que el campo magnético es un remanente de los campos magnéticos atrapados en la nube de gas de la cual nace la estrella. Algunas evidencias apuntan a esta posibilidad, por ejemplo, el hecho de que los campos observados en las estrellas magnéticas tipo A^i y en las enanas blancas, son estables en el tiempo. El problema principal de esta hipótesis ha sido que no se conocía ninguna configuración de campo continuo y estático que pudiera sobrevivir durante toda la vida de una estrella. Todas las configuraciones que habían sido estudiadas eran inestables, decayendo en un período de pocos años.



FIGURA 3. Púlsar PSR0531+121 en el centro de la nebulosa del Cangrejo. Los colores rojo y azul se deben a las imágenes ópticas y de rayos X superpuestas. Fuente: <http://hubblesite.org/>, “Combined X-Ray and Optical Images of the Crab Nebula”.

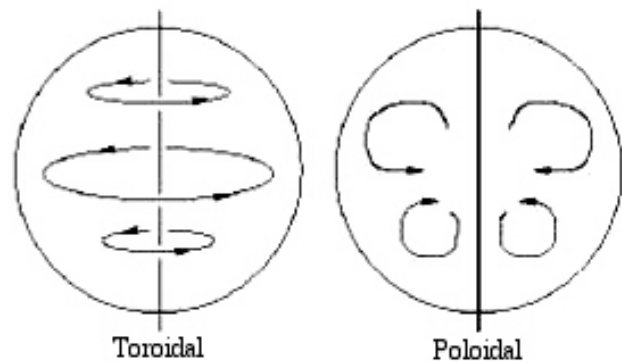


FIGURA 4. Esquema de las configuraciones de campo magnético toroidal y poloidal.

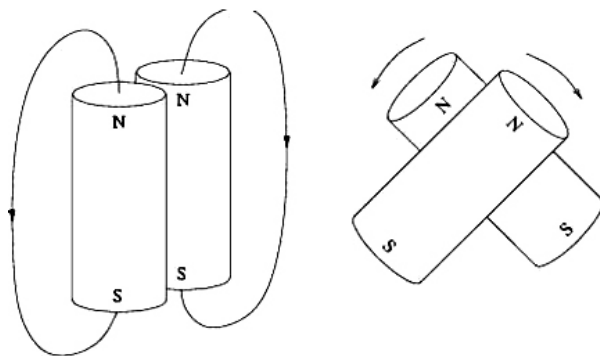


FIGURA 5. Inestabilidad del campo poloidal.

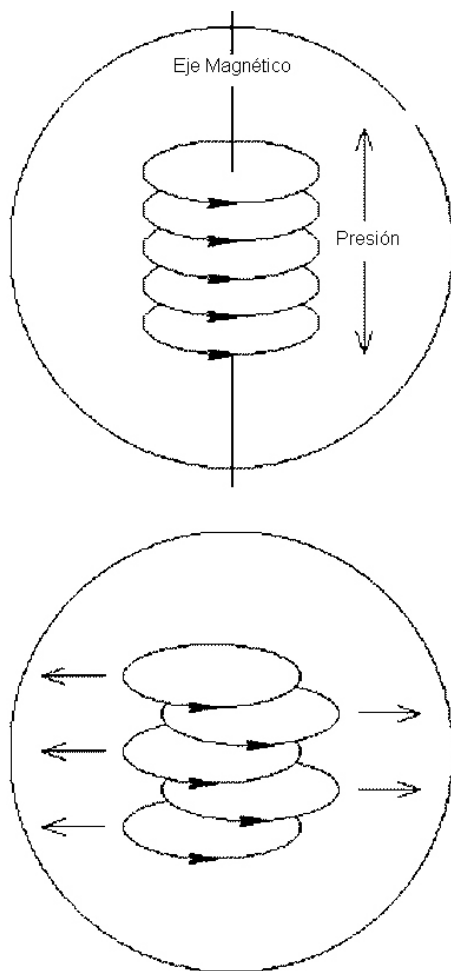


FIGURA 6. Inestabilidad del campo toroidal.

Sin embargo, partiendo del estudio de una Nébula difusa, que constituye el escenario primordial para la formación de un grupo de estrellas, la hipótesis del campo fósil parecía tornarse una alternativa cada vez más real [14] para explicar por qué ciertas estrellas poseen campos magnéticos tan intensos. Para que la teoría del campo fósil fuera viable eran necesarios dos requisitos: que existieran configuraciones de campo estables, que no eran evidentes debido a la naturaleza fluida y cambiante del material estelar, y que la evolución de una configuración de campo inicial convergiera hacia un estado estable final. Comenzando con una configuración de campo toroidal o poloidal como se muestra en la Fig. (4), mediante simulaciones numéricas en tres dimensiones, los teóricos encontraron que el estado final resultó siempre tener la misma forma: un anillo (toroide) de líneas de campo enroscadas que forman el campo magnético de un dipolo en la superficie de la estrella, tal como ha sido observado. Esto lo consiguieron combinando ambas configuraciones. Un campo puramente poloidal es inestable, ya que una mitad de la estrella podría girar respecto de la otra mitad como se ilustra en la Fig. (5). Por otro lado, cualquier campo puramente toroidal está sujeto a la inestabilidad en o cerca del eje magnético. Debido a que el campo magnético ejerce una presión positiva perpendicular-

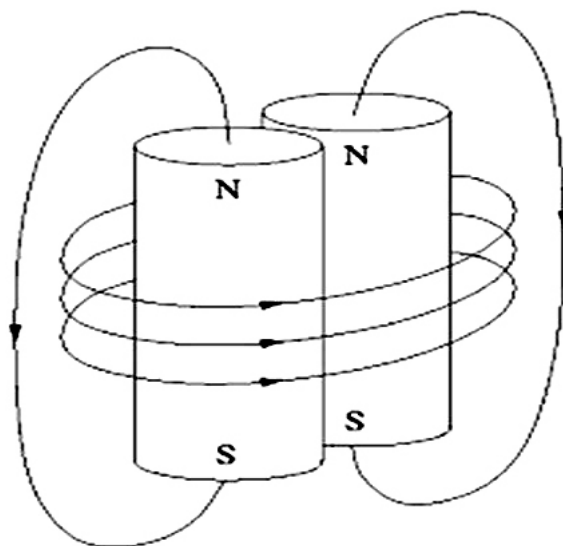


FIGURA 7. Configuración de campo estable que combina los campos toroidal y poloidal.

lar a su dirección, en un campo toroidal esto crea una situación parecida a la de una columna vertebral comprimida, Fig. (6), generando inestabilidad. La solución que encontraron los investigadores para conseguir la configuración de campo deseada combinando los campos poloidal y toroidal se muestra la Fig. (7).

Todas las mediciones experimentales de los campos magnéticos en las estrellas tienen que ver con los campos magnéticos en la superficie. En este sentido, aún hay muchos puntos no resueltos sobre su origen. El efecto dínamo, por ejemplo, no explicaría el origen de los campos magnéticos en las estrellas tipo A o en las enanas blancas. Considerando tal efecto, habría una falta de correlación entre la intensidad del campo magnético y la rotación rápida de la estrella. Además, no ha sido bien esclarecido aún el por qué los campos surgen tan rápidamente en la superficie de la estrella. Por otro lado, la hipótesis del campo magnético fósil, no sería la adecuada para explicar la intensidad de los campos magnéticos en las Magnetares, ya que en esta hipótesis el campo magnético está en equilibrio y es estable ante cualquier tipo de perturbación. Sin embargo, J. Braithwaite y H.C. Spruit [14] adaptaron el código numérico de A. Nordlund y K. Galsgaard [15] y lograron que la configuración formada por los campos poloidal y toroidal se volviera inestable después un largo tiempo debido a la conductividad finita en la estrella, lo cual lleva a la difusión ohmicaⁱⁱ del campo magnético.

3. AXP y SGR

Muchas estrellas observadas forman parte de un sistema binario en el cual el par de estrellas que lo componen se encuentran físicamente ligadas debido a la influencia de la acción gravitatoria mutua. En estos sistemas, la estrella más densa, generalmente una EN, consume masa de la estrella compañera y el mecanismo de transferencia de materia puede ser

a través de vientos estelares o por una distorsión esférica de la estrella menos densa. Por la conservación del momento angular, en algunos casos, se forma un disco de acreción, la materia sustraída se distribuye sobre la superficie de la EN y es liberada una gran cantidad de energía, en su mayoría en forma de rayos X. Esto constituye lo que se denomina binarias de rayos X. Sin embargo, es posible que los pulsares anómalos de rayos X se originen a partir de estrellas de neutrones aisladas [16] y no de sistemas binarios. Si la EN adquirió una elevada velocidad al formarse, es probable que no estuviera unida por acción gravitatoria a una órbita alrededor de otra estrella. Al formarse, la Magnetar aislada se mantiene caliente por la fricción del material en movimiento en su interior. En el caso de una Magnetar joven (aproximadamente 10.000 años), el desplazamiento del campo magnético fuera de la estrella debe conducir corrientes eléctricas a lo largo de las líneas curvas del campo magnético, dando lugar al flujo de partículas cargadas, que imparten energía a los fotones de rayos X y calientan sectores de la superficie. Así, la energía electromagnética emitida por la estrella es nuevamente canalizada, dentro de ciertas regiones o manchas calientes de su superficie que brillan intensamente. Esto constituye un púlsar que emite ráfagas de rayos X con cierta periodicidad, es decir, un AXP. Los AXP, tienen una rotación lenta, con períodos de 5 a 12 segundos, y campos magnéticos que oscilan entre los $10^{13} \sim 10^{15}$ Gauss en la superficie.

El fluido nuclear ultra denso dentro de una EN es estable porque es sostenido por su presión. Pero en las capas externas, tanto la presión como la temperatura son menores y el líquido se solidifica en una corteza parecida a una aleación metálica extremadamente densa. La corteza externa en una Magnetar está sometida a fuertes tensiones. Esto se debe a las fuerzas producidas por el campo magnético que se difunde a través de la corteza y el campo magnético del interior líquido de la estrella. De esta forma, se producen cambios en la estructura de la corteza y las líneas de campo magnético cercanas a la superficie cambian la distribución de conexión una con otra. En esta “reconexión magnética”, se liberan grandes cantidades de energía con mucha rapidez. Así, la corteza y el campo sobre la estrella se vuelven inestables y se producen fuertes corrientes que ceden energía a las partículas atrapadas en el campo magnético exterior. Simultáneamente, el campo magnético pasa a un estado de menor energía. Esto produce una explosión de rayos X duros (las energías de los fotones de rayos X se corren gradualmente hacia valores mayores del espectro) lo cual constituye las emisiones de los SGR. La mayoría de los fotones de SGR son fotones de alta energía de rayos X duros en lugar de rayos gamma. El término “suave” en los SGR significa que la energía por fotón es menor que la que existe en las llamaradas de rayos gamma ordinarios (GRB). Los SGR son suaves espectralmente sólo si se los compara con los GRB. El primer estallido SGR se detectó en el año 1979. Provenía una fuente a la cual se denominó SGR 1806-20, ubicada en la constelación de Sagitario. Han sido descubiertos hasta el momento siete SGRs (7 confirmados, 4 candidatos) y nueve AXPs (9 confirmados, 3 candidatos).

Se puede ver el catálogo actualizado online en la página <http://www.physics.mcgill.ca/~pulsar/magnetar/main.html>. Las observaciones de la emisión térmica de los SGR y los AXP indican que son objetos muy calientes, pero no existe un consenso acerca de cuál es el mecanismo específico mediante el cual estos púlsares convierten su energía rotacional en los pulsos de radiación sincrotrón observados. Estas observaciones nos proporcionan información sobre el interior de la estrella. Existen modelos [17] que postulan que los AXP y los SGR están formados por materia de quarks, lo cual podría explicar la peculiar geografía térmica observada. De confirmarse esta hipótesis, estos púlsares serían EQ o estrellas híbridas en lugar de EN fuertemente magnetizadas. En la actualidad, la complejidad matemática de la Cromodinámica Cuántica, limita la determinación de la EoS en las EN, dando lugar a incertidumbres teóricas que impiden saber el verdadero estado de la materia en su interior. La cuestión clave en relación con la materia de quarks en estos objetos es que la densidad en el interior sea suficientemente alta como para que los neutrones se “rompan” (deconfinamiento) dando lugar a la materia de quarks.

4. EoS y EQ

Aunque la Cromodinámica Cuántica, más conocida por sus siglas en inglés como QCD (Quantum Chromodynamics), es compleja desde el punto de vista matemático, es posible recurrir a métodos aproximados para estudiarla. Dentro del contexto de los objetos compactos, por ejemplo, existen varios modelos fenomenológicos para modelar la materia de quarks en el interior de una estrella. A través de estos modelos pueden determinarse las propiedades termodinámicas y obtener la EoS del sistema. Uno de los modelos más usados para el tratamiento de la materia de quarks dentro de ciertos objetos compactos como las EN o las EQ es el modelo de bolsa del MIT, mencionado anteriormente. En este modelo los quarks son tratados como partículas libres, confinadas dentro de una bolsa. Para que el sistema sea estable, se introduce un parámetro, B_{bag} , que se interpreta como una contribución positiva a la densidad de energía, y negativa a la presión dentro del volumen de la bolsa.

La existencia de EQ en equilibrio hidrostático fue sugerida por Itoh [18], en el año 1970, en un trabajo preliminar. Los trabajos pioneros [23,24] sobre la estructura de las EQ extrañas, formadas por quarks u, d y s, datan del año 1986.

Un problema fundamental en la estructura estelar es obtener la configuración de equilibrio de la estrella cuando se conoce la EoS del sistema. Generalmente, esto se consigue a través de la resolución numérica de la ecuación diferencial no lineal que describe un fluido en equilibrio hidrostático en la Relatividad General: la ecuación de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV). La solución de dicha ecuación nos permite conocer propiedades macroscópicas observables de la estrella, tales como la masa y el radio. Para resolver TOV necesitamos métodos de cálculo numérico, ya que, en general, es muy difícil hallar una solución analítica dada una determina-

da EoS. Pero es interesante obtener una aproximación analítica que muestre explícitamente la dependencia de la solución con parámetros como la densidad de energía, la presión y el número bariónico, ya que puede ser de gran ayuda para entender los resultados numéricos. A seguir, usaré un método simple y alternativo a TOV, basado en el principio variacional de la energía en Relatividad General [19]. Este principio variacional me permitirá obtener una solución analítica aproximada de la configuración de equilibrio de la estrella a temperatura cero. Para construir la EoS que luego introduciré en las ecuaciones de estructura, modelaré una EQ sometida a un intenso campo magnético usando el modelo de bolsa del MIT, asumiendo que la materia de quarks que forma la estrella se encuentra en un régimen de alta densidad.

4.1. EoS

Como fue dicho en la introducción, la EoS es la relación entre la presión y la densidad de materia o energía. De manera que para construirla, es necesario conocer el potencial termodinámico total del sistema. Supongamos que dicho sistema está formado por quarks u, d y s sin masa y que la temperatura es nula. Esta es una buena aproximación si pensamos en un régimen de muy alta densidad, en el cual el potencial químico bariónico, μ , es mucho mayor que la masa de los quarks. De esta forma, el campo magnético B puede ser tratado perturbativamente, ya que $B \ll \mu^2$, constituyendo una corrección a la EoS. Esto es válido aún para campos magnéticos intensos, del orden de 10^{17} Gauss. Teniendo en cuenta las aproximaciones mencionadas, el potencial termodinámico del sistema resulta ser [20],

$$\Omega = \sum_{i=u,d,s} \Omega_i + B_{\text{eff}} = -\frac{3\mu^4}{4\pi^2} + \frac{B^2}{12\pi^2} \left(\log \frac{B}{2^{1/3} 3 \mu^2} - 3 \right) + B_{\text{eff}} + \mathcal{O}(B^{5/2}), \quad (1)$$

donde $B_{\text{eff}} = (B^2/8\pi) + B_{\text{bag}}$, $(B^2/8\pi)$ es la densidad de energía asociada al campo magnético y $\mu = \mu_u = \mu_d = \mu_s$ es el potencial químico bariónico.

Por otro lado, la densidad bariónica está dada por

$$n_B = \frac{1}{3} \sum_{i=u,d,s} n_i = \frac{\mu^3}{\pi^2} + \frac{B^2}{9\pi^2 \mu} + \mathcal{O}(B^{5/2}), \quad (2)$$

donde $n_i = -(\partial \Omega_i / \partial \mu)$. La forma general para la densidad de energía está dada por la ecuación

$$\rho = \Omega + T s + \sum_{i=u,d,s} \mu_i n_i, \quad (3)$$

siendo T la temperatura del sistema y $s = -(\partial \Omega / \partial T)$, la entropía. Como estamos trabajando en el límite de $T = 0$, podemos escribir la Eq. (3) como

$$\rho = \Omega + 3\mu n_B = \frac{9\mu^4}{4\pi^2} + \frac{B^2}{12\pi^2} \left(1 + \log \frac{B}{2^{1/3} 3 \mu^2} \right) + B_{\text{eff}} + \mathcal{O}(B^{5/2}). \quad (4)$$

La presión del sistema está dada por

$$P = -\Omega = \frac{3\mu^4}{4\pi^2} - \frac{B^2}{12\pi^2} \left(\log \frac{B}{2^{1/3} 3 \mu^2} - 3 \right) - B_{\text{eff}} + \mathcal{O}(B^{5/2}). \quad (5)$$

La relación entre la densidad total de energía, Ec. (4), y la presión total, Ec. (5), determinan la EoS del sistema, cuyo resultado es

$$\rho = 3P + 4B_{\text{eff}} - \frac{B^2}{3\pi^2} \left(2 - \text{Log} \frac{B}{2^{1/3} 3 \mu^2} \right) + \mathcal{O}(B^{5/2}). \quad (6)$$

Determinada la EoS del sistema, estamos en condiciones de establecer la relación entre la masa y el radio de la estrella.

4.2. EQ: relación M-R

Para hallar la relación M-R usaré el principio variacional de la energía en la Relatividad General, que se explica en detalle en las Ref. 21 y 22. Supondré que la EQ, cuya EoS está dada por la Ec. (6), tiene densidad uniforme y simetría esférica. Así, la masa total M , el número bariónico N_B y el radio R de la estrella estarán dados por

$$\begin{aligned} M &= \frac{4}{3} \pi \rho R^3, \\ N_B &= 2\pi n_B a^3 (\chi - \sin \chi \cos \chi), \\ R &= a \sin \chi, \end{aligned} \quad (7)$$

donde ρ es la densidad de masa-energía que viene de la Ec. (4) y el ángulo χ surge de sustituir $r = a \sin \chi$, siendo $a = [3/(8\pi\rho)]^{1/2}$ el radio de curvatura de la métrica dentro de la estrella. La condición de equilibrio

$$w = \frac{P}{\rho} = \zeta(\chi), \quad (8)$$

se obtiene de imponer que $\partial M / \partial \chi = 0$ para N_B fijo. La presión P está dada por la Ec. (5), mientras que la función $\zeta(\chi)$ es independiente de la EoS y se define como

$$\zeta(\chi) = 3 \cos \chi \left(\frac{9}{2} \cos \chi - \frac{\sin^3 \chi}{\chi - \sin \chi \cos \chi} \right)^{-1} - 1. \quad (9)$$

Haciendo un desarrollo en serie de Taylor de la Ec. (9) alrededor de $\chi = 0$ y extendiendo el radio de convergencia de la serie resultante mediante la aproximación de Padé, podemos escribir la Ec. (9) como

$$\zeta(\chi) = \frac{\left(-\frac{23}{6237} \chi^4 + \frac{1}{10} \chi^2 \right)}{\left(1 - \frac{5123}{8910} \chi^2 + \frac{3002}{93555} \chi^4 \right)}. \quad (10)$$

TABLA I. Masa y Radio máximos y Número Bariónico para dos valores de la constante de la bolsa.

B_{bag} [MeVfm ⁻³]	B [G]	R_{max} [km]	M_{max}/M_{\odot}	N_B/N_{\odot}
60	0	11.80	2.49	4.14
	4.8×10^{17}	11.76	2.48	4.14
85	0	9.91	2.09	3.19
	5.7×10^{17}	9.89	2.09	3.19

Igualando la Ec. (10) a la Ec. (8), encontramos que la única raíz que corresponde a una solución física del problema está dada por

$$\chi = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{(35861w + 6237 - \alpha(w))}}{\sqrt{3002w + 345}}, \quad (11)$$

donde

$$\alpha(w) = \sqrt{786718681w^2 + 389949714w + 38900169}. \quad (12)$$

Reemplazando la Ec. (11) en el conjunto de ecuaciones de la Ec. (7) se obtiene una solución analítica para la masa y el radio de la estrella. En la Tabla I se muestran los resultados para dos valores de constante B_{bag} diferentes. Cabe destacar que los valores de campo magnético en la Tabla I se establecieron teniendo en cuenta que el sistema debe ser estable, y para ello debemos tener en cuenta dos cantidades. La primera es que la materia de quarks extraña puede ser estable respecto al decaimiento los nucleones a presión y temperatura cero si su energía por barión, (ρ/n_B) , es menor que la energía por barión del núcleo de hierro, ${}^{56}\text{Fe} = 930 \text{ MeV}$ [25], que es el más estable de los núcleos. En el modelo que usé en este trabajo para estudiar la EQ, la condición $\rho/n_B < 930 \text{ MeV}$ se satisface para campos magnéticos $B < 4,4 \times 10^{18} \text{ G}$. Sin embargo, para que el sistema sea estable, no sólo es necesario considerar la energía por barión. La presencia de un campo magnético modifica esta condición de estabilidad. La segunda cantidad que debe tenerse en cuenta entonces, es la densidad de energía asociada al campo magnético, $B^2/8\pi$. Si se compara esta cantidad con la constante de la bolsa, se obtiene que $B^2/8\pi \sim B_{bag}$ para $85 \text{ MeV fm}^{-3} < B_{bag} < 90 \text{ MeV fm}^{-3}$ mientras que $B^2/8\pi > B_{bag}$ para $57 \text{ MeV fm}^{-3} < B_{bag} < 80 \text{ MeV fm}^{-3}$. Así, el campo magnético agrega una restricción adicional a la condición de la estabilidad a través de la densidad de energía magnética y la presión magnética. Si ésta última es mayor que la constante de la bolsa, el campo magnético se vuelve dinámicamente importante, desestabilizando a la estrella. Además, si la presión magnética es del mismo orden de magnitud que la presión de la materia, deben ser considerados los efectos de deformación en la estrella, la cual fue considerada esféricamente simétrica.

5. Conclusiones

En este trabajo, se explicaron las dos principales hipótesis sobre el origen del campo magnético en las Magnetares. Tam-

bién se describió brevemente el mecanismo de emisión de cierto tipo de púlsares, los AXP y los SGR, que podrían tener relación con las EQ. Teniendo en cuenta el modelo de bolsa del MIT, se modeló una EQ y se analizó el efecto de un campo magnético intenso en un régimen de alta densidad y temperatura cero. Uno de los resultados principales de este análisis es que la estabilidad de la EQ está dada no solo por la condición de energía por barión respecto a las interacciones fuertes, sino también por la restricción que impone el campo magnético a través de la densidad de energía y presión magnéticas. Existe una cota superior para el campo magnético, más allá del cual la materia de quarks se vuelve inestable. Este resultado podría significar que de confirmarse la existencia de las EQ, las mismas soportarían campos magnéticos menores o del orden a dicho valor crítico, y por lo tanto no podrían ser consideradas candidatas a Magnetares, cuyos campos magnéticos internos podrían alcanzar valores del orden o mayores que 10^{18} Gauss . También se mostro una solución analítica aproximada para la relación M-R considerando un modelo simplificado de EQ. Es importante señalar que, aunque el régimen de densidad de energía uniforme es una buena aproximación para estos objetos, en el límite de altas densidades puede haber diferencias significativas en la determinación del diagrama M-R entre los resultados teóricos y los valores observacionales.

Existen aún varias cuestiones abiertas respecto de las Magnetares y su relación con las EQ. Estudios teóricos recientes sugieren que a densidades muy altas la materia de quarks sometida a campos magnéticos intensos podría estar en una fase superconductora de color llamada Magnetic Color Flavor Locked (ver [27] y sus referencias). En el caso de la superconductividad electromagnética usual, se sabe que un campo magnético suficientemente fuerte destruye el estado superconductor. En particular, no es claro de que manera un campo magnético intenso afecta el fenómeno de la superconductividad de color, si consideramos que dicho estado podría ser el estado fundamental de la materia, como afirman algunos autores [28]. Es claro que una fase superconductora de color en el interior de estos objetos compactos modificaría la EoS del sistema y por consiguiente su relación M-R.

Confirmar o refutar la conjetura de que ciertos púlsares como los SGR y/o los AXP puedan estar formados por materia de quarks depende del refinamiento de los estudios astrofísicos teóricos que, junto con las observaciones astrofísicas, son claves para definir las propiedades de la materia bariónica en objetos compactos y poner restricciones a la todavía desconocida EoS de los mismos.

Acknowledgements

Este trabajo fue realizado con el apoyo financiero del CONICET, la Comisión Fulbright y el CIES (Council for International Exchange of Scholars). La autora agradece la colaboración de S.J. Stewart en la revisión del manuscrito.

- i.* Alioth, la estrella más brillante de la constelación de la Osa Mayor, es una estrella magnética tipo A.
- ii.* Decaimiento del campo magnético debido a la resistividad eléctrica.
1. R.C. Duncan y C. Thompson *ApJ.* **392** (1992) L9.
 2. V.V. Uso, *Nature* **357** (1992) 472.
 3. L. Ferrario y D. T. Wickramasinghe, *MNRAS* **356** (2005) 615; L. Ferrario y D. Wickramasinghe, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **367** (2006) 1323.
 4. L. Woltjer, *ApJ.* **140** (1964) 1309.
 5. Q-H. Peng, Z-Q.LuoChin, *Chin. J. Astron. Astrophys* **6** (2006) 248. Suppl. 2
 6. A. Iwazaki, *Phys. Rev. D* **72** (2005) 114003.
 7. A. Pérez Martínez, M. Orsaria, R. Gonzáles Felipe y E. López Fune, *Rev. Mex. Fis. E* **54** (2008) 175.
 8. D. Page, M. Prakash, J.M. Lattimer y A.W. Steiner, *PRL* **106** (2011) 081101.
 9. S.L. Shapiro y S.A. Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects* (New York, Wiley-Interscience 1983).
 10. R. Gonzales Felipe, A. Pérez Martínez, M. Orsaria y E. López Fune, *Revista de la Unión Iberoamericana de Sociedades de Física* **4** (2008) 13-22.
 11. K.S. Cheng, Z.G. Daib, *Astrop. Phys.*, **16** (2002) 277; R. Ouyed, D. Leahy y B. Niebergal, *A&A* **473** (2007) 357.
 12. F. Douchin y P. Haensel, *A&A* **380** (2001) 151; J.M. Lattimer y M. Prakash, *ApJ.* **550** (2001) 426; J.M. Lattimer y M. Prakash, *Phys. Rep.* **442** (2007) 109; F. Özel, D. Psaltis, *Phys. Rev. D* **80** (2009) 103003.
 13. K. Johnson, *Acta Phys. Polon.* **B6** (1975) 865.
 14. J. Braithwaite y H.C. Spruit, *Nature* **431** 819 (2004).
 15. A. Nordlund y K. Galsgaard, *A 3D MHD Code for Parallel Computers, Tech. rep.* (Astronomical Observatory, Copenhagen University 1995).
 16. N. Chkheidze *A&A*, **500** 861 (2009).
 17. B. Niebergal, R. Ouyed, R. Negreiros y F. Weber, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 043005.
 18. N. Itoh, *Prog. Theor. Phys.* **44** (1970) 291.
 19. M. Naurenberg y G. Chapline Jr, *ApJ.* **179** (1973) 277.
 20. M. Orsaria, Ignacio F. Ranea-Sandoval y H. Vucetich, *ApJ.* **734** (2011) 41.
 21. B.K. Harrison, K. Thorne, M. Wakano y J.A. Wheeler, *Gravitational Theory and Gravitational Collapse* (Chicago: University of Chicago Press, 1965).
 22. S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity* (J. Wiley and Sons, New York, 1972).
 23. C. Alcock, E. Farhi y A. Olinto, *ApJ.* **310** (1986) 261.
 24. P. Haensel, J.L. Zdunik, y R. Schaeffer, *A & A*, **160** (1986) 121.
 25. E. Farhi y R.L. Jaffe, *Phys. Rev. D* **30** (1984) 2379.
 26. A.R. Bodmer, *Phys. Rev. D* **4** (1971) 1601; E. Witten, *Phys. Rev. D* **30** (1984) 272.
 27. L. Paulucci, E.J. Ferrer, V. de la Incera, J.E. Horvath, *Phys. Rev. D* **83** (2011) 043009.
 28. M.G. Alford, K. Rajagopal, and F. Wilczek, *Nucl. Phys. B* **537** (1999) 443; T. Schaefer, *Nucl. Phys. B* **575** (2000) 269; N. Evans, J. Hormuzdiar, S.D.H. Hsu and M. Schwetz, *Nucl. Phys. B* **581** (2000) 391.