

# Calibración de la unidad de medida inercial de un dispositivo móvil

C. D. Tobar

*Ingeniero en Automática. Estudiante de la Maestría en Automática,  
Universidad del Cauca, Calle 5 No. 4-70, Popayán, Colombia.  
e-mail: cristiantobar@unicauca.edu.co*

D. A. Bravo

*Ingeniero Físico, PhD. Profesor Departamento de Física, Universidad del Cauca,  
Calle 5 No. 4-70, Popayán, Colombia.  
e-mail: dibravo@unicauca.edu.co*

C. F. Rengifo

*Ingeniero Electricista, Ph.D. Profesor Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control. Universidad del Cauca,  
Calle 5 No. 4-70, Popayán, Colombia.  
e-mail: caferen@unicauca.edu.co*

Received 4 April 2023; accepted 4 March 2024

En este artículo se propone un método para la calibración del acelerómetro y del giróscopo de una unidad de medida inercial (UMI), el cual se basa en muestras de señales de aceleración, velocidad, y orientación. La calibración de cada uno de los dos componentes de la UMI requiere estimar nueve parámetros; tres asociados a errores de no ortogonalidad entre los ejes coordenados, otros tres derivados del sesgo del instrumento en las tres direcciones espaciales, y los tres restantes corresponden a las diferencias de los ejes coordenados en cuanto a sus factores de conversión entre valores medidos y unidades físicas. El procedimiento propuesto, el cual encuentra cada vector de nueve parámetros utilizando un algoritmo de optimización basado en el principio de los mínimos cuadrados, se aplicó a un teléfono móvil *Samsung Galaxy A32*.

*Descriptores:* Enseñanza; calibración; dispositivo móvil; unidad de medida inercial.

This paper proposes a method for the calibration of the accelerometer and gyroscope of an inertial measurement unit (IMU), which is based on samples of acceleration, velocity, and orientation signals. The calibration of each of the two components of the IMU requires the estimation of nine parameters; three associated with non-orthogonality errors between the coordinate axes, three others derived from the bias of the instrument in the three spatial directions, and the remaining three correspond to the differences of the coordinate axes in terms of their conversion factors between measured values and physical units. The proposed procedure, which finds each nine-parameter vector using an optimization algorithm based on the principle of least squares, was applied to a Samsung Galaxy A32 cell phone.

*Keywords:* Teaching; calibration; mobile device; inertial measurement unit.

DOI: <https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.21.020215>

## 1. Introducción

Los sensores basados en sistemas microelectromecánicos tales como las unidades de medida inercial (UMI) son muy populares por ser de bajo costo y encontrarse implementados en la mayoría de dispositivos móviles [1].

Diferentes investigadores han desarrollado aplicaciones interactivas para la enseñanza de las ciencias físicas y la ingeniería que utilizan las UMI de dispositivos móviles [2-4]. Sin embargo, estos sensores presentan errores en sus medidas debido a la no ortogonalidad entre sus ejes, sesgos (medidas no nulas ante entradas nulas), y factores de escala dependientes del eje coordenado de medida [5,6], lo cual puede alterar significativamente los resultados del experimento. La mayoría de procedimientos para calibrar UMI requiere de instrumentación adicional o de equipos externos con un patrón de referencia para cada una de las variables involucra-

das [7-9]. Otros autores han utilizado un celular inteligente para la autocalibración de la UMI haciendo uso de un filtro de Kalman [10,11]. En las Refs. [12,13] se describe un procedimiento de calibración para un magnetómetro. En la Ref. [8] se propone utilizar el sistema óptico de captura de movimiento VICON™ para calibrar una UMI y un magnetómetro. En la Ref. [7] se utiliza un robot manipulador para realizar el experimento de calibración de la UMI de un celular y de un sensor inercial XSENS™. El método propuesto en la Ref. [14] utiliza únicamente la aceleración gravitacional terrestre para estimar los nueve parámetros del acelerómetro, mientras que para el giróscopo se realiza un experimento en el que se alternan fases de reposo y de movimiento del teléfono móvil con el fin de comparar el vector unitario de gravedad obtenido a partir de las aceleraciones medidas durante una fase de reposo, con respecto al vector de gravedad unitario que se obtiene al integrar la velocidad angular durante la fase que

precedió a dicho reposo. Lo propuesto en [14] es inaplicable dado que para integrar la velocidad angular se requiere conocer la orientación inicial del dispositivo, la cual no es posible obtener con solo medidas del acelerómetro, dado que este solo permite encontrar dos de los tres ángulos de orientación requeridos. Esta afirmación se sustenta en el hecho de que las lecturas de un acelerómetro son invariantes ante una rotación alrededor del eje gravitacional.

En este trabajo, basado en la propuesta de Tedaldi y colaboradores [14], se utilizan medidas de aceleración y velocidad angular, pero también de orientación espacial; estas últimas disponibles en casi todos los dispositivos móviles. Con el fin de evitar singularidades en la integración de las velocidades angulares se utilizaron cuaterniones en lugar de ángulos de orientación dado que la relación entre las derivadas de estos últimos y las velocidades angular no es unívoca para todas las orientaciones del dispositivo. Igualmente, se evitó la integración directa de los componentes de la matriz de rotación debido a que el algoritmo de integración no puede garantizar que se preserve su ortonormalidad. En cuanto a los cuaterniones, el algoritmo de integración *ode45* de MATLAB mantuvo su magnitud en uno con desviaciones máximas de un diez milésimo.

El artículo se estructura de la siguiente manera: la Sec. 2 describe el modelo matemático del error para los sensores y el procedimiento de calibración usado para la UMI y el magnetómetro, la Sec. 3 está dedicada a los resultados numéricos y su análisis y finalizando con las conclusiones del artículo en la Sec. 4.

## 2. Materiales y métodos

### 2.1. Modelo de error de los sensores

Para el desarrollo del modelo de error de una unidad inercial de medida se consideran cuatro sistemas de ejes coordinados. El primero de ellos corresponde al referente inercial, el cual se considera en reposo y será denotado como  $\mathcal{I}_f$ . El segundo sistema coordinado será el de la UMI, se representará como  $\mathcal{B}_f$ , y su origen se considerará coincidente con el de  $\mathcal{I}_f$ . Estos dos sistemas coordinados, cada uno compuesto por una triada de ejes ortogonales entre sí, se relacionan a través de la matriz de rotación  ${}^g\mathbf{R}_b$ , la cual toma un vector  ${}^b\vec{p}$  con la posición cartesiana de un punto  $p$  con respecto al origen del referente  $\mathcal{B}_f$ , y la transforma en  ${}^g\vec{p}$ , que representa la posición del mismo punto, pero esta vez con respecto al origen de  $\mathcal{I}_f$  ( ${}^g\vec{p} = {}^g\mathbf{R}_b {}^b\vec{p}$ ). El tercer sistema coordinado, denotado como  $\mathcal{A}_f$  corresponde al acelerómetro, y a diferencia de los dos primeros, no está conformado ni por ejes ortogonales entre sí, ni su origen es coincidente con el de  $\mathcal{B}_f$ . Lo anterior se debe a errores inherentes al proceso de fabricación de dispositivos microelectromecánicos [5,6]. Si las desviaciones angulares entre los ejes de  $\mathcal{B}_f$  y  $\mathcal{A}_f$  son pequeñas, la matriz de rotación que los relaciona se puede expresar bajo la forma [15]:

$${}^b\mathbf{R}_a = \begin{bmatrix} 1 & -\alpha_{y,z} & \alpha_{z,y} \\ 0 & 1 & -\alpha_{z,x} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

donde  $\alpha_{z,x}$  es el ángulo de rotación del eje  $z$  de  $\mathcal{A}_f$  con respecto al eje  $x$  de  $\mathcal{B}_f$ . La interpretación para los ángulos restantes es similar a la de  $\alpha_{z,x}$ . La no coincidencia entre los orígenes de  $\mathcal{A}_f$  y  $\mathcal{B}_f$  se representa como un vector de translación  $\vec{\Delta}_a$ , que corresponde a lo que el instrumento registra cuando la aceleración a la que este está sometido es cero. En la literatura anglosajona, a este valor se le conoce como el *offset* del instrumento. Otro elemento a tener en cuenta en el modelo del acelerómetro son las diferencias entre los factores de conversión entre valores medidos y unidades físicas de cada eje de  $\mathcal{A}_f$ , lo cual se representa mediante la siguiente matriz de ganancias:

$$\mathbf{K}_a = \begin{bmatrix} k_{a,x} & 0 & 0 \\ 0 & k_{a,y} & 0 \\ 0 & 0 & k_{a,z} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

La combinación de los errores de ortogonalidad, *offset*, y ganancia conlleva al siguiente modelo, el cual transforma una aceleración  ${}^a\vec{a}$ , representada en el sistema coordinado  $\mathcal{A}_f$ , en una aceleración  ${}^b\vec{a}$ , representada en el sistema coordinado  $\mathcal{B}_f$

$${}^b\vec{a} = {}^b\mathbf{R}_a \mathbf{K}_a \left( {}^a\vec{a} + \vec{\Delta}_a + \vec{\epsilon}_a \right), \quad (3)$$

donde  $\vec{\epsilon}_a$  representa el ruido de medida que afecta al acelerómetro. El cuarto sistema coordinado, denotado como  $\mathcal{G}_f$  corresponde al giróscopo, y su modelo engloba los mismos fenómenos que el del acelerómetro. En consecuencia, el modelo del giróscopo es:

$${}^b\vec{\omega} = {}^b\mathbf{R}_g \mathbf{K}_\omega \left( {}^g\vec{\omega} + \vec{\Delta}_\omega + \vec{\epsilon}_\omega \right), \quad (4)$$

donde  ${}^b\mathbf{R}_g$  es la matriz que transforma un vector de velocidad angular del sistema coordinado  $\mathcal{G}_f$  al sistema coordinado  $\mathcal{B}_f$ , y  $\vec{\Delta}_\omega$  y  $\mathbf{K}_\omega$  son el *offset* y la matriz de ganancias del giróscopo. Los modelos (3) y (4) expresan las medidas de aceleración y de velocidad angular en un sistema de referencia común denotado como  $\mathcal{B}_f$ .

### 2.2. Estimación de los parámetros del modelo de error

En esta sección se propone un procedimiento basado en el trabajo de Tedaldi y colaboradores [14], el cual requiere que el dispositivo se someta a intervalos de reposo alternados por intervalos de movimiento. En adelante, la aceleración promedio de la UIM durante el intervalo estático  $k$  se denotará como  ${}^b\vec{a}_k$ , mientras que la aceleración en el instante de tiempo  $t_k$  se denotará como  ${}^b\vec{a}(t_k)$ . La misma convención se utilizará para las demás variables que intervienen en el proceso de calibración.

### Acelerómetro

Los parámetros del acelerómetro se agruparán en el vector  $\theta_a$ :

$$\theta_a = [\alpha_{y,z} \ \alpha_{z,y} \ \alpha_{z,x} \ k_{a,x} \ k_{a,y} \ k_{a,z} \ \Delta_{a,x} \ \Delta_{a,y} \ \Delta_{a,z}]^T. \quad (5)$$

Para estimar  $\theta_a$  se utilizarán las aceleraciones promedio medidas por la UIM cuando esta se encuentra en una posición de reposo ( ${}^b\vec{a}_k$ ,  $k = 1, \dots, N$ ). En tal caso, la magnitud de  ${}^b\vec{a}_k$  deberá ser igual a la aceleración gravitacional terrestre; y por lo tanto, el  $\theta_a$  óptimo deberá minimizar:

$$\min_{\theta_a \in \mathbb{R}^9} \sum_{k=1}^N (g - \|{}^b\vec{a}_k\|)^2. \quad (6)$$

El escalar  $g$  representa la magnitud de la aceleración gravitacional terrestre para el lugar donde se efectúa la prueba, y  ${}^b\vec{a}_k$  es el valor que se obtiene al aplicar la Ec. (3) a  ${}^a\vec{a}_k$ . Entre más alto el número de posiciones estáticas  $N$ , mayor será la cantidad de ecuaciones no lineales utilizadas para estimar  $\theta_a$ . Para que el sistema de ecuaciones que se desprende de (6) esté completamente determinado deben haber como mínimo nueve posiciones estáticas en las cuales la orientación de la UIM sea diferente.

### Giróscopo

Para estimar el vector de parámetros del giróscopo se comparan dos tipos de estimaciones de la orientación del dispositivo. Las primeras, denotadas como  $u(t_{k+m})$ , se obtienen directamente del dispositivo, y las segundas, denotadas como  $\hat{u}(t_{k+m})$ , se obtienen al integrar las velocidades angulares desde el instante  $t_k$  hasta el instante  $t_{k+m}$ , y tomando como condición inicial a  $u(t_k)$ . La constante  $m$  es la cantidad de muestras que comprende el intervalo de integración. De esta manera,  $\theta_g$  debe minimizar el siguiente índice:

$$\min_{\theta_g \in \mathbb{R}^9} \sum_{k=1}^{N_s-m} \|u(t_{k+m}) - \hat{u}(t_{k+m})\|^2, \quad (7)$$

donde  $N_s$  es el número total de muestras del experimento, mientras que el número  $N$  utilizado para la calibración del acelerómetro es el número de posiciones estáticas. A continuación, se presenta el algoritmo que calcula  $\hat{u}(t_{k+m})$ , el cual es la principal contribución del presente trabajo. Este algoritmo recibe como parámetros a  $\theta_g$ , que es el vector de parámetros que se evalúa, a  $u(t_k)$ , y a  ${}^g\vec{\omega}_k$  para  $k = 1, \dots, N_s$ .

1. Se determina la matriz de rotación que indica la orientación de los ejes de la UMI con respecto al referente inercial:

$${}^g\mathbf{R}_b(t_k) = \text{rot}(z, \phi(t_k)) \text{rot}(y, \theta(t_k)) \text{rot}(x, \psi(t_k)), \quad (8)$$

donde  $\text{rot}(z, \phi(t_k))$ ,  $\text{rot}(y, \theta(t_k))$ , y  $\text{rot}(x, \psi(t_k))$  son matrices de rotación alrededor de los ejes  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente [16], las cuales se definen de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{rot}(z, \phi) &\equiv \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ \text{rot}(y, \theta) &\equiv \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \\ \text{rot}(x, \psi) &\equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \\ 0 & \sin \psi & \cos \psi \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

Los valores resultantes de  ${}^g\mathbf{R}_b(t_k)$  se almacenan en una matriz cuyos componentes se denotan de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} p_x & q_x & r_x \\ p_y & q_y & r_y \\ p_z & q_z & r_z \end{bmatrix} \leftarrow {}^g\mathbf{R}_b(t_k), \quad (10)$$

2. Se transforma la matriz  ${}^g\mathbf{R}_b(t_k)$  en un cuaternión [16]:

$$q(t_k) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{p_x + q_y + r_z + 1} \\ \text{sign}(q_z - r_y) \sqrt{p_x - q_y - r_z + 1} \\ \text{sign}(r_x - p_z) \sqrt{-p_x + q_y - r_z + 1} \\ \text{sign}(p_y - q_x) \sqrt{-p_x - q_y + r_z + 1} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

3. Se resuelve numéricamente la siguiente ecuación diferencial [16] desde  $t_k$  hasta  $t_{k+m}$ , utilizando como condición inicial el cuaternión  $q(t_k)$  calculado en el paso precedente:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega(q) {}^b\vec{\omega}(t), \quad t_k \leq t \leq t_{k+m}. \quad (12)$$

Siendo:

$$\Omega(q) = \begin{bmatrix} -q_2 & -q_3 & -q_4 \\ q_1 & q_4 & -q_3 \\ -q_4 & q_1 & q_2 \\ q_3 & -q_2 & q_1 \end{bmatrix},$$

donde  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ , y  $q_4$  son los componentes del cuaternión  $q$ , y  ${}^b\vec{\omega}(t)$  se obtiene al aplicar la Ec. (4) a  ${}^g\vec{\omega}(t)$ . De la solución de la ecuación diferencial (12) se extrae  $q(t_{k+m})$ .

4. Se transforma  $q(t_{k+m})$  en una matriz de rotación con la orientación que, de acuerdo con el giróscopo, debería tener la UIM en el instante  $t_{k+m}$ . Para tal fin se utiliza la siguiente expresión:

$${}^{\mathfrak{S}}\mathbf{R}_b(t_{k+m}) = 2 \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - \frac{1}{2} & q_2 q_3 - q_1 q_4 & q_2 q_4 + q_1 q_3 \\ q_2 q_3 + q_1 q_4 & q_1^2 + q_3^2 - \frac{1}{2} & q_3 q_4 - q_1 q_2 \\ q_2 q_4 - q_1 q_3 & q_3 q_4 + q_1 q_2 & q_1^2 + q_4^2 - \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

5. Se extraen los ángulos de guiñada, cabeceo, y balanceo a partir de la matriz de rotación  ${}^{\mathfrak{S}}\mathbf{R}_b(t_{k+m})$ , cuyos componentes se supone que obedecen la convención establecida en la Ec. (10)

$$\begin{aligned} \phi(t_{k+1}) &= \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right), \\ \theta(t_{k+1}) &= \arctan\left(\frac{-p_z}{p_x \cos \phi(t_{k+1}) + p_y \sin \phi(t_{k+1})}\right), \\ \psi(t_{k+1}) &= \arctan\left(\frac{r_x \sin \phi(t_{k+1}) - r_y \cos \phi(t_{k+1})}{-q_x \sin \phi(t_{k+1}) + q_y \cos \phi(t_{k+1})}\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Los cálculos anteriores se deben realizar utilizando una función tangente inversa que reciba dos argumentos, uno con el numerador de la fracción, y otro con su denominador. Esto con el fin de no restringir el ángulo resultante a dos de los cuatro cuadrantes posibles.

### 3. Resultados

En el presente trabajo se utilizó MATLAB *Sensors* para capturar aceleraciones, velocidades angulares, y orientación de un dispositivo móvil *Samsung Galaxy A32*. Aunque para las tres variables mencionadas la frecuencia de muestreo se configuró en 10 Hz, MATLAB *Sensors* muestreó las señales con frecuencias ligeramente diferentes, lo que conllevó a que el número de muestras de cada variable fuera distinto. Para sortear esta dificultad, se utilizó la función *spline* de MATLAB para interpolar cúbicamente las aceleraciones, las velocidades angulares, y las orientaciones, y posteriormente evaluar los polinomios resultantes en los múltiplos enteros de 0,1 segundos (10 Hz).

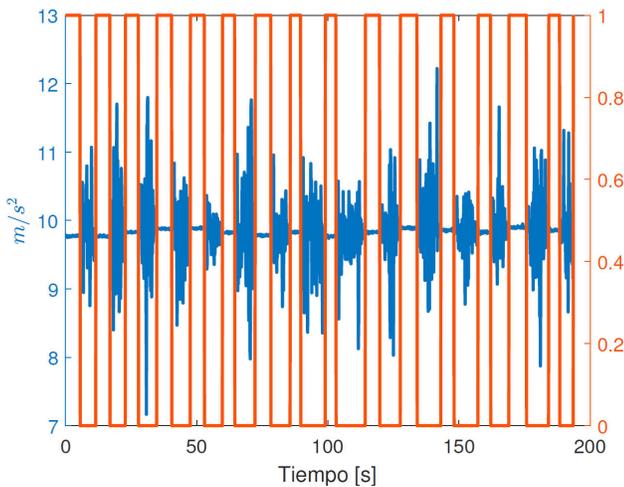


FIGURA 1. Aceleraciones medidas con el teléfono. La señal en color azul representa la magnitud de la aceleración, y la señal binaria en color rojo indica si un instante de tiempo pertenece a una fase estática (señal en uno) o de movimiento (señal en cero).

Para la adquisición de datos se ubica el teléfono en una posición estática y al cabo de dos segundos se presiona el botón de inicio de adquisición de datos de la pantalla principal de MATLAB *Sensors*. Posteriormente, se repite el siguiente procedimiento al menos 10 veces: (i) esperar 10 segundos sin mover el teléfono ni someterlo a vibraciones externas; posteriormente, (ii) desplazar el teléfono durante aproximadamente 5 segundos hasta alcanzar una segunda posición estática. La señal en color azul de la Fig. 1 muestra la magnitud de la aceleración para un experimento con 15 posiciones estáticas.

La etapa siguiente consiste en detectar los intervalos de tiempo donde la magnitud de la aceleración se puede considerar constante. Para tal fin se aplica el filtro descrito por la Ec. (15) a la magnitud de la aceleración ( $m(k)$ ), el cual elimina los componentes de frecuencia cero de una señal

$$m_f(k) = m(k) - m(k-1). \quad (15)$$

A la señal filtrada  $m_f(k)$  se le calcula el valor absoluto ( $m_a(k) = |m_f(k)|$ ) y posteriormente a  $m_a(k)$  se le aplica un filtro de media móvil de orden 10 para suavizarla

$$m_s(k) = \frac{1}{10} \sum_{l=0}^9 m_a(k-l). \quad (16)$$

Tanto para remover los componentes de frecuencia cero (Ec. (15)) como aplicar el filtro de media móvil se utilizó la función *filtfilt* de MATLAB, la cual realiza un filtrado digital que garantiza desfase cero entre las señales de entrada y de salida. La señal en color rojo de la Fig. 1 es uno cuando la aceleración se puede considerar constante.

Una vez detectados los intervalos donde la magnitud de la aceleración se puede considerar constante, se calcula el promedio en cada uno de ellos, el cual, para el caso de un instru-

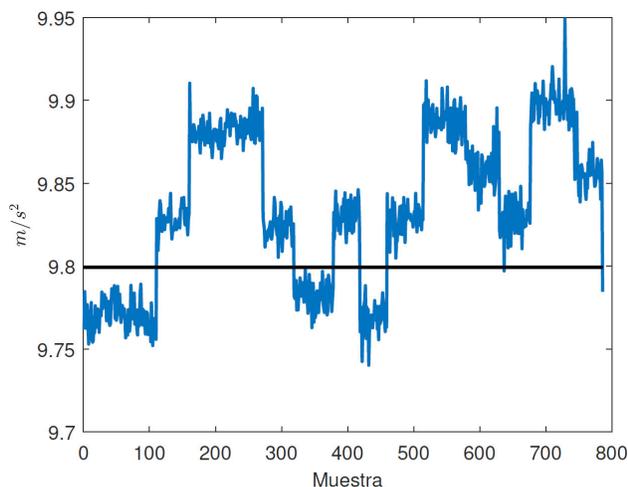


FIGURA 2. Magnitud de la aceleración en posiciones estáticas. La señal en color azul representa la gravedad estimada para las diferentes posiciones estáticas del teléfono, y la señal constante en color negro para la gravedad terrestre para la ciudad donde se realizó el experimento. El eje horizontal no tiene unidades de tiempo debido a que la señal presentada corresponde a una concatenación de aceleraciones en intervalos de tiempo no consecutivos.

mento ideal debería coincidir con la gravedad terrestre. No obstante, la Fig. 2 muestra que la gravedad estimada en cada intervalo es dependiente de la posición del teléfono móvil.

Para encontrar los nueve parámetros del vector  $\theta_a$  (Ec. (5)), se utiliza la función *lsqcurvefit* de MATLAB, la cual recibe cuatro argumentos. El primero de ellos es la función que implementa la Ec. (3), la cual aplica los parámetros de corrección del acelerómetro a las medidas entregadas por el teléfono móvil. El segundo argumento es el valor inicial de  $\theta_a$  desde el cual se partirá para la búsqueda del vector de parámetros que minimiza el índice de desempeño descrito por la Ec. (6). Para la selección de dicho valor inicial se supondrá que se tiene un acelerómetro ideal, lo cual es equivalente a considerar que: (i) los tres ejes coordenados del sistema de referencia del dispositivo son perpendiculares entre sí ( $\alpha_{y,z} = 0$ ,  $\alpha_{z,y} = 0$ ,  $\alpha_{z,x} = 0$ ), (ii) que los factores de conversión de unidades físicas a unidades de ingeniería de los tres ejes coordenados son iguales ( $k_{a,x} = 1$ ,  $k_{a,y} = 1$ ,  $k_{a,z} = 1$ ), y (iii) que el instrumento no presenta sesgo ( $b_{a,x} = 0$ ,  $b_{a,y} = 0$ ,  $b_{a,z} = 0$ ). El tercer argumento son las gravedades estimadas para cada posición estática, y el cuarto es la gravedad real, la cual debe ser escrita como un vector de la misma longitud que el tercer argumento. Al ejecutar la función *lsqcurvefit* con los parámetros anteriormente indicados, está convergió a un mínimo local descrito por  $\alpha_{y,z} = -0,3030$ ,  $\alpha_{z,y} = -0,0011$ ,  $\alpha_{z,x} = -0,0055$ ,  $k_{a,x} = 0,9994$ ,  $k_{a,y} = 0,9534$ ,  $k_{a,z} = 0,9985$ ,  $b_{a,x} = -0,0773$ ,  $b_{a,y} = 0,0548$ , y  $b_{a,z} = 0,0199$ . La Fig. 3 muestra que una vez que se aplica el vector  $\theta_a$  a las aceleraciones medidas en los intervalos estáticos, las gravedades estimadas se concentran mucho más alrededor del valor ideal.

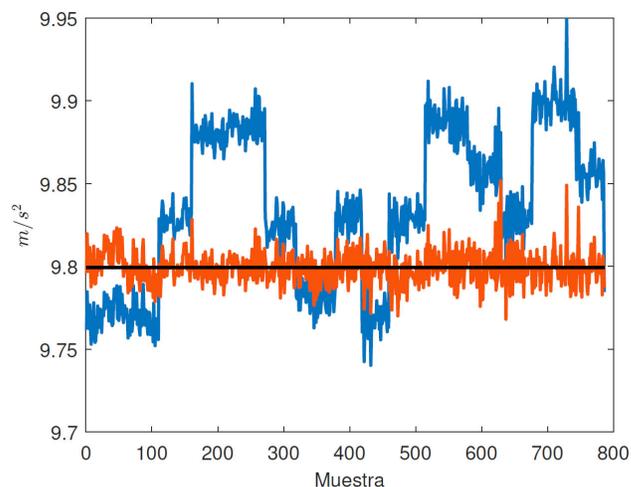


FIGURA 3. Magnitud de la aceleración en posiciones estáticas. La señal en color azul representa la magnitud de la aceleración entregada por el teléfono móvil, la señal en color rojo representa la magnitud de la aceleración después de aplicar los parámetros de corrección encontrados mediante optimización, la señal en color negro es la gravedad real.

Para encontrar los nueve parámetros del vector  $\theta_g$  (Ec. (5)), también se utiliza la función *lsqcurvefit* de MATLAB, la cual recibe cuatro argumentos. El primero de ellos es la función que implementa la Ec. (4), la cual aplica los parámetros de corrección del giróscopo a las medidas entregadas por el teléfono móvil. El segundo argumento es el valor inicial de  $\theta_g$  desde el cual se partirá para la búsqueda del vector de parámetros que minimiza el índice de desempeño descrito por la Ec. (7). Para la selección de dicho valor inicial se realizarán los mismos supuestos que para el acelerómetro. El tercer argumento es la secuencia  $t_0, t_m, t_{2m}, \dots$ , la cual indica los intervalos de integración de las velocidades angulares. El cuarto argumento son los ángulos de orientación en los instantes de tiempo indicados por el tercer argumento. Al ejecutar la función *lsqcurvefit* con  $m = 5$  y con los parámetros anteriormente indicados, está convergió a un mínimo local descrito por  $\alpha_{y,z} = -0,0019$ ,  $\alpha_{z,y} = -0,0091$ ,  $\alpha_{z,x} = -0,0009$ ,  $k_{a,x} = 1,0092$ ,  $k_{a,y} = 0,9906$ ,  $k_{a,z} = 0,9962$ ,  $b_{a,x} = 0,0010$ ,  $b_{a,y} = -0,0037$ , y  $b_{a,z} = -0,0015$ .

#### 4. Conclusiones

En este trabajo hemos presentado un método de calibración del acelerómetro y del giróscopo de un dispositivo móvil con el propósito de realizar experimentos de física e ingeniería que permitan afianzar la relación enseñanza-aprendizaje de las ciencias. La calibración es rápida y no necesita ningún equipo externo. Los resultados fueron obtenidos haciendo uso de un celular *Samsung Galaxy A32* y MATLAB 2021b.

#### Agradecimientos

Los autores de este artículo expresan sus más sinceros agradecimientos a la Universidad del Cauca (501100005682) por todo el apoyo que les fue dado en la realización del proyecto.

1. D. K. Shaeffer, MEMS inertial sensors: A tutorial overview, *IEEE Commun. Mag.* **51** (2013) 100, <https://doi.org/10.1109/MCOM.2013.6495768>.
2. J. S. Carvajal Montealegre, D. D. P. Jimenez Romero, and J. H. Muñoz, App's como herramientas pedagógicas para el proceso de Enseñanza-Aprendizaje de la Física, *Rev. Científica* (2019) 160.
3. S. Staacks *et al.*, Advanced tools for smartphone-based experiments: phyphox, *Phys. Educ.* **53** (2018) 045009, <https://doi.org/10.1088/1361-6552/aac05e>.
4. S. Gil, and J. L. D. Laccio, Smartphone una herramienta de laboratorio y aprendizaje: laboratorios de bajo costo para el aprendizaje de las ciencias, *LAJPE* **11** (2017) 1305.
5. D. Megyesi, R. Bréda, and M. Matis, Error model of triaxial angular velocity sensor, *In 2019 New Trends in Aviation Development (NTAD)* (2019) 115-119, <https://doi.org/10.1109/NTAD.2019.8875566>.
6. N. Kuxdorf-Alkirata *et al.*, Linear error modeling and noise smoothing for improved low-cost IMU-based indoor positioning, *In 2019 IEEE 62nd International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)* (2019) 1069-1072, <https://doi.org/10.1109/MWSCAS.2019.8885060>.
7. Q. Mourcou *et al.*, Performance Evaluation of Smartphone Inertial Sensors Measurement for Range of Motion, *Sensors* **15** (2015) 23168, <https://doi.org/10.3390/s150923168>.
8. H. G. Kortier, In use IMU calibration and pose estimation, *In International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation* (2019).
9. W. Ilewicz *et al.*, Estimation of Uncertainty of IMU Module Measurement Results, *In 2018 International Conference on Signals and Electronic Systems (ICSES)* (2018) 92-95, <https://doi.org/10.1109/ICSES.2018.8507321>.
10. J. Almazán *et al.*, Full auto-calibration of a smartphone on board a vehicle using IMU and GPS embedded sensors, *In 2013 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)* (2013) 1374- 1380, <https://doi.org/10.1109/IVS.2013.6629658>.
11. Y. Li *et al.*, Autonomous Calibration of MEMS Gyros in Consumer Portable Devices, *IEEE Sens. J.* **15** (2015) 4062, <https://doi.org/10.1109/JSEN.2015.2410756>.
12. A. Poulouse, J. Kim, and D. S. Han, Indoor Localization with Smartphones: Magnetometer Calibration, *In 2019 IEEE International Conference on Consumer Electronics (ICCE)* (2019) 1-3, <https://doi.org/10.1109/ICCE.2019.8661986>.
13. X. Yuan *et al.*, Quaternion-Based Unscented Kalman Filter for Accurate Indoor Heading Estimation Using Wearable Multi-Sensor System, *Sensors* **15** (2015) 10872, <https://doi.org/10.3390/s150510872>.
14. D. Tedaldi, A. Pretto, and E. Menegatti, A robust and easy to implement method for IMU calibration without external equipments, *In 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)* (2014) pp. 3042-3049, <https://doi.org/10.1109/ICRA.2014.6907297>.
15. C. Jekeli, Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications (De Gruyter, Berlin, Boston, 2001), <https://doi.org/10.1515/9783110800234>.
16. W. Khalil and E. Dombre, Modeling, Identification and Control of Robots, Kogan Page Science, 2nd ed. (Butterworth - Heinemann, Paris, France, 2004).
17. M. Kleppmann, Simulation of colliding constrained rigid bodies, Ph.D. thesis (2007).
18. M. J. Caruso, Applications of Magnetoresistive Sensors in Navigation Systems, *In SAE International Congress and Exposition (SAE International, 1997)*. <https://doi.org/10.4271/970602>.
19. A. Pretto and G. Grisetti, Calibration and performance evaluation of low-cost IMUs. *In 20th IMEKO TC4 Symposium on Measurements of Electrical Quantities* (2014).
20. R. M. Rogers, Applied mathematics in integrated navigation systems, AIAA education series, 3rd ed. (American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Va, 2007).
21. C. Jekeli, Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications (De Gruyter, 2012), <https://doi.org/10.1515/9783110800234>.
22. L. Landau and E. Lifshitz, Física teórica. *Mecánica, Curso de física teórica* (Reverté, 1970).
23. J. F. C. Acero *et al.*, Matlab Mobile as a Support Tool for The Performance of Students in Engineering, *In 2019 International Symposium on Engineering Accreditation and Education (ICACIT)* (2019) pp. 1-4, <https://doi.org/10.1109/ICACIT46824.2019.9130340>.