

Detección de habilidades de pensamiento crítico en la resolución de problemas de estudiantes de ingeniería: El caso del esquiador de Perelman

L. Muñoz Salazar^{a,*}, J. Slisko^b, y M. H. Ramírez Díaz^c

^a*Escuela Superior de Cómputo del Instituto Politécnico Nacional, México.*

^{*}*e-mail: lmunozs@ipn.mx*

^b*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México.*

^c*Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada Unidad Legaria del Instituto Politécnico Nacional, 11500 Ciudad de México, México.*

Received 25 July 2024; accepted 1 October 2024

En este estudio se analiza la forma en que estudiantes de ingeniería, quienes están iniciando el segundo semestre, resuelven el problema del esquiador, un reconocido acertijo propuesto por Yakov Perelman. La investigación se realiza sobre cuatro grupos de una Escuela Superior de Cómputo que cursaron la asignatura de física, dos de ellos con una intervención didáctica enfocada en el desarrollo del pensamiento crítico y creativo, y dos grupos control con formación tradicional. El objetivo principal es comparar el desempeño de los estudiantes en la resolución del problema e identificar si existen diferencias significativas, que evidencien un pensamiento de orden superior en los grupos expuestos a las estrategias innovadoras de desarrollo de habilidades. Los resultados obtenidos sirven para sustentar la premisa de que la introducción de métodos activos de enseñanza que fomenten el pensamiento crítico y creativo, desde los primeros semestres de la carrera, es fundamental para la formación integral de los futuros ingenieros.

Descriptores: Pensamiento crítico; resolución de problemas; argumentación; acertijos; ingeniería

This study analyzes the way in which engineering students, who are starting their second semester, solve the skier problem, a well-known puzzle proposed by Yakov Perelman. The research is carried out on four groups from a Higher School of Computing that took the physics subject, two of them with a didactic sequence focused on the development of critical and creative thinking, and two control groups with traditional training. The main objective is to compare the performance of students in solving the problem and identify if there are significant differences that evidence higher-order thinking in the groups exposed to innovative skill development strategies. The results obtained serve to support the premise that the introduction of teaching methods that encourage critical and creative thinking, from the first semesters, is essential for the comprehensive training of future engineers.

Keywords: Critical thinking; Problem resolution; argumentation; puzzles; engineering

DOI: <https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.23.010202>

1. Introducción

El panorama profesional actual de los ingenieros exige el dominio de un conjunto de competencias y habilidades [1] que van más allá del conocimiento técnico. En este contexto, la adaptación de los programas de estudio, particularmente de las estrategias didácticas dentro de las diferentes asignaturas, se convierte en una necesidad primordial. A inicio de este siglo, desarrollar habilidades en los ingenieros como la resolución de problemas, la creatividad y pensamiento superior, entre otras, se vuelve fundamental debido a que los egresados de ingeniería que poseen una sólida comprensión del proceso creativo y habilidades para la innovación son altamente valorados en el mercado laboral y gozan de una ventaja competitiva [2].

El pensamiento de orden superior que considera el pensamiento crítico (PC) y creativo, ha sido un tema de debate en la filosofía y la psicología durante siglos. La Taxonomía de Bloom de 1956 mostrada en Alexander *et al.* en el 2011, lo define como la capacidad de analizar, sintetizar, evaluar información y resolver problemas. Aunque no hay una definición

única, se asocia con habilidades como la reflexión, la generación de ideas y la toma de decisiones [3]. La ingeniería es una disciplina amplia que abarca el desarrollo, la adquisición, la aplicación de conocimientos técnicos, científicos y matemáticos para resolver problemas y crear soluciones innovadoras. Una buena enseñanza en ingeniería debe equilibrar la necesidad de un conocimiento técnico sólido y la capacidad de aplicar ese conocimiento de manera creativa e innovadora [4].

En trabajos de investigación como el de Ros en 2018, se reporta que los estudiantes que experimentan emociones positivas como interés y entusiasmo durante el aprendizaje son más propensos a pensar de forma creativa, generar nuevas ideas y participar activamente en las dinámicas. Esta conexión positiva entre la dimensión emocional y la conductual se fortalece cuando se combinan el pensamiento crítico y creativo con metodologías activas adecuadas [5]. Además, según Alkhatib (2019) el pensamiento crítico y creativo es esencial en ingeniería para resolver problemas complejos, impulsar la innovación, tomar decisiones acertadas y fomentar la mejora continua [6].

Todas las mencionadas con anterioridad son habilidades que permiten a los ingenieros enfrentar desafíos, generar soluciones y contribuir al avance de su campo. Por su parte, Kelly [7], manifiesta que el pensamiento crítico va más allá de la simple evaluación de información. Para ser realmente críticas, las personas deben considerar perspectivas diferentes a las suyas, los pensadores críticos deben ser capaces de proponer alternativas y analizar un tema desde diferentes ángulos. Esto tiene mayor relevancia cuando la información es incompleta o controvertida, donde se requiere una evaluación profunda para llegar a conclusiones sólidas.

En el marco de lo expuesto, se realizó trabajo previo en algunos grupos de ingeniería de la Escuela Superior de Computo del IPN (ESCOM-IPN) donde se implementó una intervención didáctica enfocada en la resolución de problemas mediante trabajo colaborativo, utilizando estrategias para el desarrollo del pensamiento crítico y creativo. La muestra incluyó a cuatro grupos del turno matutino del primer nivel de ingeniería, con estudiantes de primer y segundo semestre inscritos en la asignatura de física del plan de estudios [8].

Al inicio del semestre posterior a la intervención, se invitó de manera abierta a los estudiantes de los grupos intervenidos a participar en una dinámica, 35 aceptaron la invitación, y se completó la muestra llegando a 80, con estudiantes de otros grupos, para observar el desempeño en la búsqueda de soluciones de un problema, con el propósito de identificar diferencias significativas entre las habilidades de los estudiantes intervenidos y los que recibieron otras estrategias de enseñanza en el curso de física.

El problema a resolver es uno de los acertijos reconocidos de Perelman [9] que se seleccionó porque presenta una situación que requiere un análisis crítico de la información proporcionada, involucra conceptos básicos de mecánica como la velocidad, el tiempo y la distancia. No tiene una solución obvia, lo que motiva al estudiante a considerar diferentes perspectivas y posibilidades identificando las variables relevantes, estableciendo relaciones entre ellas y formulando una hipótesis con un enfoque creativo. Además, el problema puede abordarse mediante la construcción de un modelo matemático que represente el movimiento, siendo una situación ideal como se menciona en Michalewicz *et al.*, (2012) para ampliar la comprensión de conceptos y potenciar la habilidad para resolver problemas, a través del análisis y la búsqueda de estrategias [10].

En este orden de ideas, se diseñó un instrumento (plantilla de trabajo) con una estructura organizada donde se recaban los diferentes aspectos del proceso de resolución. Posteriormente, para examinar los resultados se combinan elementos descriptivos y prueba no paramétrica para el tratamiento de los datos. Mediante un enfoque cualitativo y un diseño no experimental se analizan las acciones realizadas durante el proceso de solución del problema para determinar el nivel de desarrollo de habilidades de PC [11,12].

Se clasifican las respuestas obtenidas por los estudiantes para buscar diferencias significativas individuales y entre los grupos, que puedan dar sustento a la pregunta: ¿Se identifica

desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y creativo, en estudiantes que aprenden con estrategias de aprendizaje basado en problemas y ambientes colaborativos en el curso de física de ingeniería? Se busca mostrar la eficacia de implementar metodologías activas con trabajo colaborativo desde los primeros semestres de las ingenierías, siendo los cursos de física un espacio idóneo para potenciar o iniciar el desarrollo de tres de las habilidades indispensables para el éxito de los profesionistas: la resolución de problemas, el pensamiento crítico y la creatividad [13].

1.1. Instrumentos y muestra

Los acertijos son herramientas importantes en la enseñanza, ya que fomentan habilidades como la resolución de problemas, la creatividad y el desarrollo intelectual. Por su naturaleza flexible es posible abordarlos desde una perspectiva multidisciplinaria, trascendiendo los límites de un tema o capítulo específico [14]. De aquí que resulten una forma apropiada para observar el desarrollo de habilidades entre estudiantes que cursaron con el mismo temario la materia de física, pero cuya instrucción y secuencia didáctica difieren en la metodología empleada. Además, en palabras de Febriani *et al.* [15], "Los problemas que contienen cálculos matemáticos también ayudan a los estudiantes a practicar habilidades de pensamiento crítico porque las matemáticas son una herramienta que se utiliza para ayudar a comprender diversos fenómenos interpretados a través de la física."

Las plantillas de trabajo que se muestran en la Fig. 1, son una herramienta útil para analizar el desempeño del estudiante al resolver un problema, pues proporcionan una estructura organizada para registrar y evaluar los diferentes aspectos del proceso hasta llegar a un resultado.

En la plantilla A, el estudiante inicia su análisis desde el conocimiento de un error común y debe realizar acciones para mostrar que el resultado no es el correcto y encontrar el que sí. En la plantilla B, el estudiante debe recuperar sus conocimientos previos y realizar una interconexión entre diferentes conceptos, evaluando sus ideas y ajustando su enfoque para llegar a un resultado (el diseño permite observar habilidades de PC, aunque no llegue al resultado correcto). Más adelante se describirá con detalle cómo utilizar la plantilla para detectar habilidades de PC.

En la Fig. 2 se muestra la ficha para anotaciones relevantes durante la ejecución, se utiliza una por estudiante cuando el monitor de grupo considera que se presentó alguna situación extraordinaria o el estudiante tiene alguna observación específica sobre la ejecución. La información recabada sirve para conocer si hay factores externos que impacten los resultados evitando medir lo esperado.

La muestra de estudio está compuesta por 80 estudiantes de ingeniería de la ESCOM-IPN, divididos en cuatro bloques; dos de control Tipo A y Tipo B con 22 y 23 elementos respectivamente y otros dos, Tipo A con 15 y Tipo B con 20 estudiantes, estos últimos son estudiantes de los grupos PCyC (estudiantes que cursaron la asignatura de física, realizando

Tipo A: El estudiante parte de una proposición para llegar a una solución: <i>No pasa que la velocidad del esquiador sea 12.5 km/h</i>	Tipo B: El estudiante inicia con una pregunta abierta, permitiendo que genere una hipótesis propia y explore diferentes opciones de respuesta.
<p>El problema de esquiador</p> <p>Un esquiador calculó que, si hacía 10 km por hora, llegaría al sitio designado una hora después del mediodía. Si la velocidad era de 15 km por hora, llegaría una hora antes del mediodía.</p> <p>¿A qué velocidad debe correr para llegar al sitio exactamente al mediodía?</p> <p>a) Muchas personas piensan que la respuesta es: La velocidad debe ser 12.5 km por hora. Demuestre que tal respuesta es incorrecta.</p> <p>¿Con que razonamiento llegan tales personas a esa respuesta incorrecta?</p> <p>b) Describa verbalmente, sin usar fórmula alguna, su plan para encontrar la respuesta correcta.</p> <p>c) Si un dibujo, diagrama o gráfica daría más claridad a su plan, hágalo en el espacio siguiente.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div> <p>d) Realice matemáticamente su plan.</p> <p>e) Para llegar al sitio exactamente al mediodía, el esquiador debe correr a velocidad _____ km por hora.</p> <p>f) Demuestre que su respuesta es correcta.</p>	<p>El problema de esquiador</p> <p>Un esquiador calculó que, si hacía 10 km por hora, llegaría al sitio designado una hora después del mediodía. Si la velocidad era de 15 km por hora, llegaría una hora antes del mediodía.</p> <p>¿A qué velocidad debe correr para llegar al sitio exactamente al mediodía?</p> <p>a) Describa verbalmente, sin usar fórmula alguna, su plan para encontrar la respuesta correcta.</p> <p>b) Si un dibujo, diagrama o gráfica daría más claridad a su plan, hágalo en el espacio siguiente.</p> <div style="border: 1px solid black; height: 40px; width: 100%;"></div> <p>c) Realice matemáticamente su plan.</p> <p>d) Para llegar al sitio exactamente al mediodía, el esquiador debe correr a velocidad _____ km por hora.</p> <p>e) Demuestre que su respuesta es correcta.</p> <p>f) Muchas personas dan una respuesta incorrecta a este problema. Su respuesta incorrecta es: _____ km por hora.</p> <p>¿Con que razonamiento llegan tales personas a esa respuesta incorrecta?</p>

FIGURE 1. Plantillas para realizar el seguimiento del progreso del estudiante. Fuente: Elaboración propia.

Registro del monitor				
TIPO DE PLANTILLA		TIEMPO INICIO - FINAL		OBSERVACIONES:
A	B			
GRUPO				
PCyC		CONTROL A	CONTROL B	
Explique brevemente si tuvo algún problema para hallar su solución:				

FIGURE 2. Instrumento de recolección de información para conocer percepción del estudiante o incidencias durante la aplicación.

actividades diseñadas para motivar, desafiar y fomentar el PC, la construcción de conocimiento, la resolución de problemas, la creatividad, la innovación y la toma de decisiones) los detalles pueden revisarse en Muñoz *et al.*, (2023). La muestra PCyC no fue seleccionada, la invitación fue para cualquiera que quisiera asistir hasta llenar los lugares disponibles en las aulas asignadas para la prueba. El único requisito en común entre los 80 participantes fue haber cursado la asignatura de Física el semestre inmediato anterior.

2. Metodología

La investigación es un estudio de caso que se llevó a cabo con un enfoque mixto y comparativo. El instrumento de recolección de información en la Fig. 1 presenta el problema del

esquiador de Perelman a los estudiantes, seguido de una serie de preguntas que permiten concentrar información sobre la comprensión del problema, capacidad de análisis, creatividad del planteamiento de solución, consistencia de argumentos y la obtención de una solución correcta.

El enunciado del acertijo es el siguiente: *Un esquiador calculó que, si hacía 10 km por hora, llegaría al sitio designado una hora después del mediodía. Si la velocidad era de 15 km por hora, llegaría una hora antes del mediodía. ¿A qué velocidad debe correr para llegar al sitio exactamente al mediodía?* [16].

Como ya se observó, en el Tipo A se presenta un error común y se pide al estudiante partir de éste, para deducir el resultado correcto; en el segundo caso el estudiante resuelve sin conocer cuál es el error común. Perelman propone la solución utilizando cálculo mental y sin ayuda de ecuaciones.

Entonces, si el esquiador a la velocidad de 15 km por hora caminara dos horas más (es decir, tantas como haciendo el recorrido a 10 km por hora) recorrería 30 km más. Sabemos que en una hora cubre 5 km más, por lo tanto, su caminata duraría $30/5 = 6$ horas. De aquí que la carrera durará $6 - 2 = 4$ horas, marchando a 15 km por hora. Y a su vez se calcula la distancia recorrida: $15 \times 4 = 60$ kilómetros. Ahora es fácil averiguar a qué velocidad debe marchar el esquiador para llegar a la meta al mediodía en punto; en otras palabras, para emplear 5 horas en el recorrido. $60/5 = 12$ km [16].

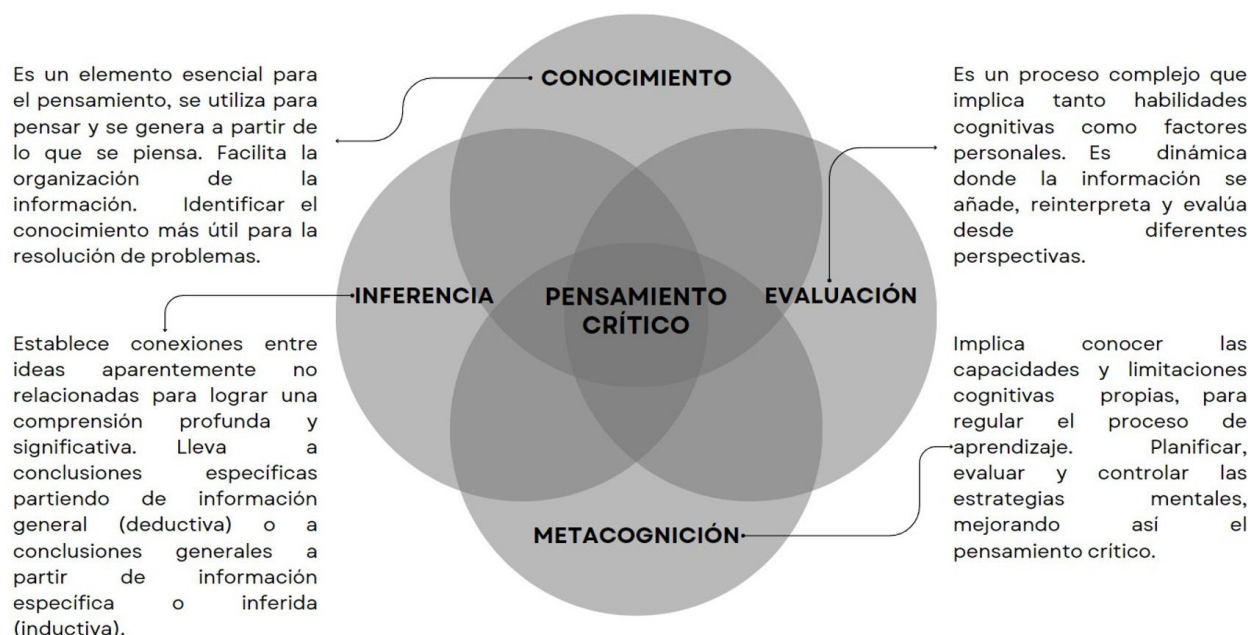


FIGURE 3. Habilidades generales de PC con información extraída de López Aymes, 2012, p.45.

Sin embargo, como más adelante se verá, algunos estudiantes muestran habilidades y conocimientos que les permiten argumentar su procedimiento y resultados de diversas maneras.

2.1. Secuencia de ejecución

Se entrega la plantilla, se indica trabajo individual sin dispositivos electrónicos ni calculadora, se provee de hojas y lápiz y se solicita responder en 30 minutos como máximo. Se recuperan las hojas de respuesta al concluir el tiempo establecido, si el tiempo de solución es menor se marca en el Registro del monitor y se aplica una breve encuesta al estudiante para conocer su percepción (ver Fig. 2).

El análisis se clasifica en categorías a partir de la argumentación observando abstracciones como razonamientos lógicos desarrollados, estos sirven como elementos esenciales para entender el planteamiento y procedimiento de solución; se contemplan también, cálculos y operaciones con un evidente grado de precisión [17]. La clasificación obedece a los verbos de acción mencionados por López Aymes [18], para adecuarse a la generalidad de habilidades que el estudio requiere al tratarse de estudiantes que están iniciando la carrera. Estas habilidades están descritas en la Fig. 3.

Estos mismos instrumentos pueden ser aplicados a estudiantes de bachillerato, ya que el resultado del problema se sustenta sobre conocimientos básicos donde la importancia del procedimiento radica en observar el nivel de competencia alcanzado en la resolución de un problema. En el nivel superior se espera que un egresado alcance el desarrollo de la habilidad de metacognición, mientras que en el nivel medio superior es suficiente con las dos primeras habilidades

generales, conocimiento e inferencia, en acuerdo a la Nueva Escuela Mexicana [19].

Para la clasificación y análisis de las respuestas escritas se utiliza una clave de etiquetado de acuerdo con la Tabla I, donde un participante con posición N en la lista, que forma parte del grupo de intervención PCyC y que resolvió la plantilla Tipo B, tendrá una etiqueta PB_N ; mientras que una persona que formó parte del grupo de control resolvió la plantilla Tipo A y fue colocado en la lista en la N -ésima posición tiene la etiqueta CA_N .

Ejemplos de respuestas de plantillas elegidas al azar del Tipo B, se muestran en la Fig. 4.

Las marcas sobre las respuestas sirven para enfocar la atención en puntos a debatir, las palabras canceladas corresponden a anotaciones que no tienen un fundamento para su empleo o clasificación. Las respuestas son revisadas entre dos expertos seleccionados por su perfil y línea de investigación en aprendizaje activo (uno en el área de didáctica de la física y otro de matemática educativa) y como monitores de grupo, participan tres estudiantes seleccionados por formar parte de proyectos relacionados con desarrollo de habilidades en los cursos de física (un alumno de excelencia de quinto semestre, asesor en física, y dos del último semestre de la carrera).

A continuación, se procede a identificar si hay acciones implícitas o explícitas de acuerdo con la información de la

TABLA I. Etiquetas de clasificación.

Tipo	Grupo	PCyC	CONTROL
		PA_N	CA_N
	B	PB_N	CB_N

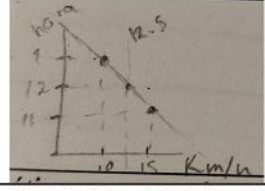
El problema del esquiador Un esquiador calculó que, si hacía 10 km por hora, llegaría al sitio designado una hora después del mediodía. Si la velocidad era de 15 km por hora, llegaría una hora antes del mediodía. ¿A qué velocidad debe correr para llegar al sitio exactamente al mediodía?		
Pregunta	Elemento PB_N	Elemento CA_N
a) Describa verbalmente, sin usar fórmula alguna, su plan para encontrar la respuesta correcta.	Usaría la fórmula de movimiento rectilíneo uniforme, necesitaría <u>dos veces</u> la fórmula para cada velocidad: una usaría 10 km/h como <u>velocidad</u> "x" como <u>distancia</u> y <u>(t+1)</u> como <u>tiempo</u> ; el otro usaría, 15km/h, x y (t-1). Tras esto <u>igualaría</u> las dos ecuaciones por x y <u>despejaría</u> t. Con el valor de t, se <u>reemplaza</u> en alguna <u>ecuación</u> y se <u>consigue</u> x. Ya solo se usa la fórmula de MRU con x y con t.	Hay una diferencia de 2 horas y de 5km/h por ambas horas por lo que se puede deducir <u>que para llegar 1 hora antes o después, tiene que haber una diferencia de 2.5 km por hora.</u>
b) Si un dibujo, diagrama o gráfica daría más claridad a su plan, hágalo en el espacio siguiente.	<u>No es necesario</u>	
c) Realice matemáticamente su plan.	$V=x/t, V1=10 \text{ km/h}=(x/t+1), V2=15 \text{ km/h}=(x/t-1),$ $x=10(t+1), x=15(t-1), 10(t+1)=15(t-1),$ $10t+10=15t-15, 5t=25, t=25/5, t=5h, x=10(5+1),$ $x=10(6), x=60, V=60\text{km}/5h, V=12\text{km}/h$	$10 \rightarrow 1:00 \quad 10+2.5 \rightarrow 12:00$ $15 \rightarrow 11:00$
d) Para llegar al sitio exactamente al mediodía, el esquiador debe correr a velocidad _____ km por hora.	<u>12</u>	<u>12.5</u>
e) Demuestre que su respuesta es correcta.	$V_1 = \frac{x}{t+1} = \frac{60}{5+1} = \frac{60}{6} = 10\text{Km/h}$ $V_2 = \frac{x}{t-1} = \frac{60}{5-1} = \frac{60}{4} = 15 \text{ Km/h}$	Con la gráfica que puse en el inciso b se puede " <u>demostrar</u> ", o eso creo <u>jaja</u> .
f) Muchas personas dan una respuesta incorrecta a este problema. Su respuesta incorrecta es: _____ km por hora (escribe cual supones que es el error más viable) ¿Con qué razonamiento llegan tales personas a esa respuesta incorrecta?	<u>12.5</u> <u>Creo que solo se debe de sacar un punto medio entre las velocidades</u>	<u>7.5</u> Con que deben llegar antes de la 1:00 por lo que <u>la velocidad debe ser menor</u> . Mas que nada un <u>error de confusión</u> .

FIGURE 4. Ejemplo de respuestas elementos con plantilla Tipo B.

Fig. 3, que permitan clasificar la respuesta en alguna de las categorías; se revisan argumentos, hipótesis si la hay, funciones, operaciones e imágenes y se hace un cruce de información. Una vez realizada la clasificación se compara la cantidad de categorías por medios estadísticos, para aceptar o refutar la hipótesis: Implementar estrategias de aprendizaje basado en problemas en ambientes colaborativos, en el curso de física del primer nivel de ingeniería, desarrolla habilidades de pensamiento crítico y creativo en los estudiantes.

2.2. Análisis de datos

En la Tabla II, se muestra el resultado de la clasificación de habilidades detectadas en las respuestas de los estudiantes, la

notación ya fue definida (ver Tabla I) un estudiante dependiendo de las acciones que realiza puede clasificar en 1 a 4 de las habilidades o en ninguna de ellas, cada habilidad se subdivide en grupo control (C) y grupo PCyC (P), la habilidad de inferencia se subdivide dependiendo de si se muestra habilidad inductiva o solo deductiva.

Una vez clasificadas las respuestas se analizan mediante técnicas estadístico-descriptivas, se aplica prueba no paramétrica U de Mann-Whitney debido a que las muestras son independientes y su distribución no es normal (ver Tabla III); se buscan patrones de comportamiento para verificar si existe interrelación entre el grupo proveniente (PCyC o tradicional) y su desempeño en la resolución del problema del esquiador [20]. Finalmente, se detectan por inspección patrones regula-

TABLA II. Análisis de resultados, todas las versiones todas las plantillas.

Habilidad	Descripción	Actores	Clasificación N	
Conocimiento	Recuerda información factual, como definiciones, conceptos y teorías.	Define, duplica, lista,	CA_N	7,9,10,13,14,15
		memoriza, evoca y repite.	PA_N	1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12
		Reproduce, indica	CB_N	5,12
		y expresa.	PB_N	2,3,4,5,6,7,11,12,13,14,15,17,19, 20
Inferencia	Deductiva	Proceso para llegar a conclusiones específicas a partir de la información dada.	Establece conexión entre dos o más hechos aparentemente no relacionados.	CA_N 2,4,6,7,8,9,11,14
			PA_N	1,3,4,6,7,8,9,10,11,12,13,16,18,20
			CB_N	2,4,5,6,7,9,11,16,17,18
			PB_N	1,4,6,7,8,9,10,11,12,13,16,18,20
	Inductiva	Proceso para llegar a conclusiones generales a partir de información inferida.	Comprende una situación de manera más profunda y significativa.	CA_N 13,15
			PA_N	1,2,3,4,5,8,9,10,11
			CB_N	8
Evaluación	Valorar credibilidad y relevancia de datos, implica ser analítico y detectar errores.	Argumenta, discierne y opina; identifica sesgos y juicio falaz, selecciona información para decidir.	CA_N	9
			PA_N	1,2,3,4,5,8,9,10,11,12
			CB_N	5,8
			PB_N	1,2,3,4,5,6,10,11,13,14,15,17,18
Metacognición	Reconocer capacidad y límite del proceso de pensamiento.	Evalúa sus métodos de aprendizaje, resuelve problemas y aprende del error.	CA_N	0
			PA_N	1,2,3,4,5,8,11
			CB_N	0
			PB_N	3,5,10,17,19
Otros	No recuerdan definiciones, conceptos o fórmulas.	No hay fórmulas o ecuaciones o son erróneas.	CA_N	1,3,12,16,17,18,21,22
			PA_N	14
			CB_N	3,10,13,14,15,19
			PB_N	14
	Relaciona datos del enunciado con operaciones básicas sin argumentos lógicos.	No hay argumentos y cuando los hay no son coherentes o lógicos, no hay operaciones o respuestas numéricas que evidencien análisis del problema.	CA_N	19,20
			PA_N	15
			CB_N	1,20,21,22,23
			PB_N	13,15

res, incidencias o puntos singulares que arrojen información cualitativa sobre el comportamiento de la muestra.

3. Resultados y discusión

A continuación, se presenta el análisis de datos de acuerdo con los recursos mencionados en secciones previas. Los resultados clasificados en la Tabla II en un cruce de información con la Fig. 5, se categorizan en tres niveles para identificar la distribución de datos dentro de un rango específico en función de la puntuación siguiente, si el estudiante concretó una respuesta y se puede clasificar, se asocian 2 puntos; si planteo la respuesta sin concretar con información suficiente para ser clasificada, se asocia un punto. Posteriormente, se agrega a una categoría de acuerdo con la Tabla III, el nivel del grupo puede ser cotejado con la Fig. 5 que presenta una clasificación en escala de grises explicada más adelante.

Las respuestas marcadas en las gráficas de barras no son necesariamente correctas, no obstante, se contabilizan porque

permiten observar habilidades de pensamiento crítico por medio de una argumentación adecuada, con base en la hipótesis planteada: inferencia deductiva o inductiva, cuestionamiento sobre la veracidad del resultado o de los cálculos, comprobación de pasos por diferentes métodos y en contadas ocasiones corrección, verificación o reflexión del estudiante sobre su propio método (explicando el motivo del resultado no adecuado, aproximado o erróneo). La representación en barras sirve de ayuda visual para distinguir la diferencia entre grupos y la distribución de respuestas.

En la Fig. 5a), gris oscuro significa que hay suficiente información para ser evaluada y considerada, gris claro implica que hay algo de información pero la idea no se concretó o solo se resolvió parte de lo solicitado; finalmente, un espacio blanco significa que el participante no contestó esa pregunta o que su respuesta no tiene un significado evidente, la mayoría de las veces porque es un enunciado, esquema o transcripción del enunciado original. Se observa que los grupos intervenidos resolvieron la mayoría de los incisos con argumentos su-

a) Contenido en la respuesta: Gris oscuro: respuesta completa, gris claro: incompleta con información, blanco: sin respuesta o sin información para su clasificación.

[illegible]

b) Contenido por habilidad. 2 puntos por cada respuesta completa clasificada, 1 punto por respuesta inconclusa con información para clasificar, 0 puntos para respuestas sin información.

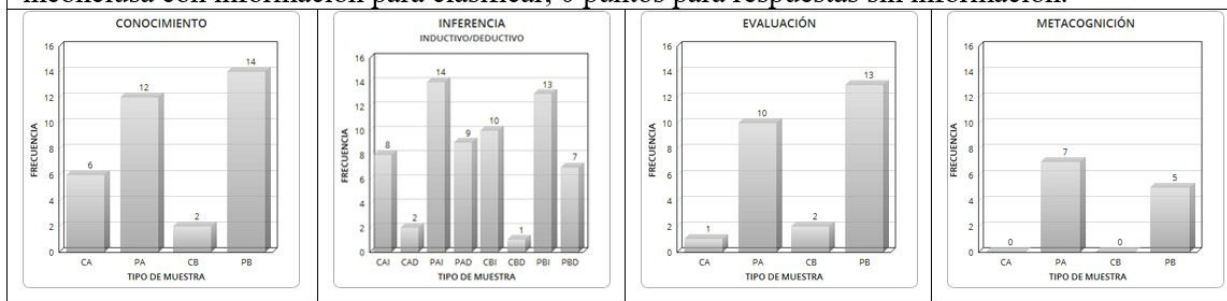


FIGURA 5. Clasificación con base en la revisión de contenidos en plantillas de trabajo.

ficientes para ser analizados (Gris oscuro) mientras que en los grupos control se resolvieron solo los primeros incisos y varios de ellos no se concluyeron o la idea se presentó incompleta (Gris claro) o sin argumentos ni secuencia lógica para clasificarse dentro de las habilidades generales de PC (sin color).

3.1. Análisis descriptivo

La categorización en la Tabla III, muestra que la distribución general de las puntuaciones para ambos grupos control (G-Control) es asimétrica hacia la derecha, con una mayor proporción de estudiantes en los niveles bajos y medios. Mientras que los grupos PCyC (G-PCyC) presenta una distribución ligeramente más simétrica que el G-Control, con una mayor proporción de estudiantes en el nivel alto. Existe una diferencia significativa en la mediana de las puntuaciones entre los grupos Control y PCyC, con una puntuación media más alta para el G-PCyC. Los percentiles también muestran diferencias significativas entre los grupos, con puntuaciones más altas en todos los percentiles para el G-PCyC. La tenden-

cia pronunciada en el G-PCyC sugiere que tiene un mayor rendimiento académico.

TABLA III. Dominio de habilidades por grupo.

G-Control	Nivel	Rango	Categoría	Porcentaje %
A	Bajo	1 a 3	3	60
	Medio	4 a 7	1	20
	Alto	8 a 10	1	20
B	Bajo	1 a 3	4	80
	Medio	4 a 7	0	0
	Alto	8 a 10	1	20
G-PCyC	Nivel	Rango	Categoría	Porcentaje %
A	Bajo	1 a 3	0	0
	Medio	4 a 7	1	20
	Alto	8 a 10	4	80
B	Bajo	1 a 3	0	0
	Medio	4 a 7	1	20
	Alto	8 a 10	4	80

Se realizó prueba de Shapiro-Wilk para comprobar que las muestras se alejan de la normalidad, posteriormente utilizando la mediana del rendimiento individual, se aplicó prueba estadística no paramétrica U de Mann-Whitney, con Hipótesis nula “No existe diferencia significativa en las calificaciones promedio de los dos grupos” y como Hipótesis alternativa “Existe una diferencia significativa en las calificaciones promedio de los dos grupos”.

Los resultados obtenidos muestran que para los puntajes Tipo A en la Fig. 5b), el valor p de 0.000619 es mucho menor que el nivel de significancia (0.05). Por lo tanto, la evidencia estadística es suficiente para rechazar la hipótesis nula y concluir que existe una diferencia significativa en las calificaciones promedio de estos grupos. Para los puntajes Tipo B, el valor p es igual a 0.000009774 reforzando el resultado encontrado en los grupos Tipo A.

TABLA IV. Patrones observados.

G	Observaciones
CA (22)	3 obtuvieron 12 Km/h, 2 por sistema de ecuaciones, 1 no hay suficientes argumentos o cálculos para justificar el resultado. 8 obtuvieron 12.5 km/h, 8 del promedio de $(v_1+v_2)/2$, 2 por punto medio de gráfica o recta numérica. 12 participantes sin respuesta. 2 con poco fundamento y operaciones básicas con las cantidades del enunciado: 10.5, 11.25 Nadie contestó todos los incisos, el promedio fue de 3 resueltos, hubo pocos argumentos la mayoría con operaciones o planteamiento de fórmulas. El grupo no concluyó en 30 minutos.
PA (15)	11 personas resuelven correctamente, la mayoría por sistemas de ecuaciones, partiendo del concepto de MRU e identifican el movimiento así que no utilizan regla de 3 o promedio, 3 no entregaron respuestas numéricas ni concluyeron los incisos y 1 contestó 12.2 derivado de una suma y división de cantidades extraídas del enunciado. El promedio de solución de incisos fue de 5, y la mayoría acompaña con argumentos explícitos sus respuestas. El grupo concluyó antes de los 30 minutos.
CB (23)	2 reportaron 12km/h, uno con deducción correcta por sistema de ecuaciones con poca argumentación y el otro obtuvo el resultado por un error en operaciones (no hay consistencia para llegar al resultado correcto entre los 3 incisos que resolvió). 9 obtuvieron 12.5km/h, la mayoría sumando velocidades y dividiendo entre 2 y otros restando velocidades y dividiendo entre 2, este resultado se suma a la primera velocidad. Otros resultados fueron 13.8 km/h, obtenido de $12 \times 15/13$, 11.5 Km/h sin suficiente información para deducir de dónde se obtiene, 13 km/h sin argumentos o sustento. 9 no entregaron resultado numérico en alguno de los incisos. Algunos entregaron antes de 30 minutos, sin respuestas completa, la mayoría solo intentó el primer inciso, el promedio de incisos resueltos fue de $1.9 \sim 2$.
PB (20)	7 con planteamiento, resultado y argumento correctos, procedimiento consistente y operaciones adecuadas. 11 reportaron 12.5 km/h en a) y c) promediando, después en su procedimiento identifican el error y reportan resultado incorrecto, algunos tienen tiempo de replantear por sistema de ecuaciones, para demostrar el error del resultado previo, algunos no terminan, pero dejan evidencia de las ecuaciones que los llevarían al resultado correcto. Más del 50 % identifica tipo de movimiento, solución por sistema de ecuaciones y diferencia en tiempos para plantear la ecuación adecuada: $t_i = t_j - 2$ o con $t - 1$ y $t + 1$, sustituir en la ecuación de MRU e igualar distancias. 2 sin resultados numéricos con errores mínimos en argumentos y ecuaciones, al corregir el resultado sería correcto, mayoría de incisos resueltos mostrando otras habilidades. Se solicitó la entrega pues aún quedaban 7 personas al concluir el tiempo. El porcentaje de solución del inciso fue de $5 \sim 5.45$.
Generales	Al concluir 9 estudiantes regresaron a continuar con la solución del problema, formaron 2 equipos de 5 y 4 integrantes, una persona era del grupo control, discutieron y argumentaron sus procedimientos y compararon resultados. Casi a los 10 minutos ambos llegaron al resultado correcto. El motivo para regresar fue que es importante para su formación como ingenieros aprender a resolver problemas y que la clase de física es una buena práctica. Reafirmando lo encontrado en el estudio de Rada et al. del 2022, los estudiantes de ingeniería consideran que la capacidad de resolver problemas es fundamental en su formación, valoran las habilidades matemáticas y físicas para interpretar y solucionar problemas ya que las consideran esenciales para su trabajo y el éxito en su profesión [23].

3.2. Consideraciones

Una situación extraordinaria es que no se realizó un análisis esquemático, debido a que de los 80 examinados, únicamente 2 participantes del grupo intervenido utilizaron diagramas representando la velocidad contra el tiempo y extrapolaron las líneas para encontrar la intersección que era la solución al sistema de ecuaciones, más del 50 % de los participantes (ver Fig. 5) no realizaron este inciso y quienes lo hicieron, se limitaban a rectas numéricas, bosquejos del esquiador sobre una superficie inclinada, gráficas del punto medio que reforzaron la solución incorrecta de 12.5 km/h. No hay un análisis de la causa, pero comparando con las actividades durante el semestre del grupo intervenido, es frecuente que eviten realizar diagramas para visualizar los ejercicios o problemas, posiblemente el nivel de abstracción, propio de su perfil en el área de programación esté relacionado [21], no obstante, no fue impedimento para que varios de los participantes lograran resolver correctamente el problema.

El instrumento para la clasificación de habilidades de PC fue revisado, observado y posteriormente aprobado por dos expertos ya antes mencionados, a los que se suma un docente con varios años de experiencia en el área, además se les pidió avalar la propuesta de clasificación, donde una respuesta se asocia a la habilidad “conocimiento” si se plantea una hipótesis, definiciones, combinación de conocimientos o conceptos de diferentes áreas usados con coherencia; a la habilidad “inferencia”, cuando a través de la extracción de información del enunciado original combinado con conocimientos de física y/o matemáticas, proponga un planteamiento que pueda guiar a una solución (no necesariamente la correcta ya que puede haber errores de operación, transcripción u omisión); a la habilidad “evaluación”, cuando el estudiante es capaz de plantearse la posibilidad de error debido a sus propios cálculos, procedimientos o desarrollo de argumentos y desechar o enfatizar en su respuesta errónea; finalmente, se considera hábil en “metacognición” cuando además de detectar el error fue capaz de corregir y deducir la respuesta correcta argumentando su validez y desestimando la anterior, también por medio de argumentos y operaciones.

Ya antes se mencionó que algunos estudiantes no llegaron a la respuesta correcta, sin embargo, la coherencia de sus argumentos en relación al planteamiento de operaciones y visualización del problema e hipótesis de partida, permite detectar desarrollo de alguna de las cuatro habilidades, reafirmando lo mencionado en Jiménez y Díaz (2003) “la argumentación en el contexto educativo del aprendizaje de las ciencias, que tiene una dosis de ambigüedad, no se rige exactamente por los mismos patrones que la argumentación en filosofía, que sigue las reglas de la lógica, las cuales demandan abstracción y precisión” [22].

Aquí es importante aclarar que el instrumento por su construcción, permite detectar en distintos incisos diferentes habilidades; sin embargo, esto no es explícito por lo que el estudiante es quien decide cómo responde a las preguntas, si su desarrollo a llegado a cada una de las habilidades, o en otros

casos como en la mayoría de participantes del grupo control, hacer operaciones sin argumentos ni hipótesis o planteamientos iniciales que también lo llevan a la respuesta correcta sin justificar su validez.

En consecuencia, en la Tabla IV se presenta un concentrado de observaciones relevantes (ver Fig. 2) obtenidas del cruce de información entre instrumentos.

3.3. Oportunidades y limitaciones

Aun cuando los grupos PCyC estuvieron conformados por el 52 % del total de la generación [8], el estudio realizado únicamente logró la participación de 35 de los 74 estudiantes, por lo que en implementaciones posteriores se requiere establecer mecanismos para trabajar con la muestra completa y un número equivalente de estudiantes en el grupo control; trabajar con el total de la generación, arrojaría resultados más significativos. Replicar este estudio en otras ingenierías permitiría saber si existen factores como el contexto, el perfil de ingreso, el plan curricular, entre otros, que influyan en la manera en que los estudiantes desarrollan habilidades a través de las mismas estrategias. Sin embargo, por ser un estudio de caso (ver Sec. 2) existen limitaciones inherentes como la generalización a partir de los resultados obtenidos, el sesgo por contexto y la síntesis de hallazgos encontrados, entre otros [24,25]. Un factor por analizar en un futuro es cómo impacta el desempeño y perfil de los docentes, ya que hay estudios que muestran que existe un grado de empatía docente-estudiante que motiva y facilita el aprendizaje [26].

Por otro lado, el instrumento y la estrategia de aplicación se enfocan en un análisis transversal lo que limita la cantidad de información que pudiera obtenerse al usar otras herramientas como cuestionarios, entrevistas, análisis de productos y observación directa, que son comúnmente utilizados en estudios longitudinales. Otro factor limitante es la libertad de cátedra, que permite al docente adaptar los contenidos de la asignatura y utilizar estrategias a su elección, generando posibles diferencias entre los contenidos que se impartieron en el Grupo Control y el grupo PCyC, el impacto de este factor se trató de atenuar al utilizar como base de las preguntas en la plantilla, conocimientos fisicomatemáticos básicos y guiando el desempeño a través de instrucciones directas, no obstante, es posible que la variación en conocimientos previos influyan en las soluciones y respuestas.

4. Conclusiones

En este trabajo se observó que los acertijos son herramientas integrales para evaluar habilidades ya que promueven el análisis, la reflexión y la capacidad de identificar relaciones entre diferentes conceptos y conocimientos de forma creativa. Desafiar a los estudiantes les motivó a mostrar habilidades de razonamiento lógico y deductivo al analizar premisas, aplicar conocimientos, extraer conclusiones válidas y llegar a soluciones coherentes; mostrando desarrollo de habilidades

de orden superior como el PC (análisis, síntesis, conceptualización, entre otros). Los estudiantes de los grupos PCyC muestran un desempeño y conocimiento significativamente superior a los del grupo Control, reforzando la premisa de que se requiere implementar estrategias y actividades dentro de los cursos, para que los estudiantes desarrollen habilidades de pensamiento superior y competencias para su perfil desde los primeros semestres de la carrera.

Los resultados obtenidos por grupo e individuales, sugieren que la intervención implementada de desarrollo o fortalecimiento de habilidades de PC y trabajo colaborativo, en el semestre inmediato anterior es efectiva para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes coincidiendo con lo reportado en la literatura [27].

Una aportación importante de este trabajo es dar soporte al uso de acertijos para medir el desarrollo de habilidades, en estudiantes sometidos previamente a intervenciones didácticas con diferentes enfoques metodológicos [28]. Comúnmente los acertijos son empleados en diversas áreas del conocimiento como retos divertidos a solucionar. Además, es posible clasificar (Ver Tabla II) y obtener información para fines precisos como la mejora de la práctica docente o la pertinencia de las estrategias de enseñanza, adaptando la hoja de respuestas (ver Fig. 1) y cambiando el enunciado *ad hoc* a lo que

se quiere medir y conocer, por ejemplo, el proceso de análisis, la interpretación, la indagación o la resolución y toma de decisiones informadas, entre otras habilidades relevantes para la formación de estudiantes.

Finalmente, es importante que el docente diseñe procedimientos específicos de seguimiento del logro de sus estudiantes para semestres posteriores a la intervención, para comprobar que los resultados del aprendizaje activo implementado en el aula, persisten cumpliendo el propósito de desarrollar habilidades para la carrera y para el trabajo.

Agradecimientos

Al IPN (Proyecto SIP: 20240186 y Programa COTEBAL), por el soporte brindado, al Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Legarí; por respaldar y guiar nuestra investigación a lo largo de este proyecto, a la ESCOM por permitir fluir la investigación dentro de sus aulas.

Esta investigación fue aprobada por el comité tutor del programa de posgrado en física educativa del Instituto Politécnico Nacional, tanto en contenido científico como en detalles éticos.

1. B. Thornhill-Miller *et al.*, Creativity, Critical Thinking, Communication, and Collaboration: Assessment, Certification, and Promotion of 21st Century Skills for the Future of Work and Education. *J. Intell.* **11** (2023) 54, <https://doi.org/10.3390/jintelligence11030054>
2. J. Pappas and E. Pappas, Creative Thinking, Creative Problem Solving, And Inventive Design In The Engineering Curriculum: A Review, In 2003 Annual Conference (ASEE Conferences, Nashville, Tennessee, 2003), <https://dx.doi.org/10.18260/1-2--12614>
3. P. A. Alexander *et al.*, Higher order thinking and knowledge: Domain-general and domain-specific trends and future directions., In G. Schraw and D. R. Robinson, eds., Assessment of higher order thinking skills, Current perspectives on cognition, learning, and instruction. (IAP Information Age Publishing, Charlotte, NC, US, 2011) pp. 47-88.
4. J. E. Parra Castrillón, M. J. Amariles Camacho, y C. A. Castro Castro, Aprendizaje basado en problemas en el camino a la innovación en ingeniería, *Ing. USBMed.* **7** (2016) 96, <https://doi.org/10.21500/20275846.2486>
5. I. Ros, I. Camino Ortiz de Barrón, and E. Z. Anta, Compromiso de los estudiantes y pensamiento crítico - creativo, Contextos de Educación **25** (2018) 67, www.hum.unrc.edu.ar/ojs/index.php/contextos
6. O. J. Alkhatib, A Framework for Implementing Higher-Order Thinking Skills (Problem- Solving, Critical Thinking, Creative Thinking, and Decision-Making) in Engineering & Humanities, In 2019 Advances in Science and Engineering Technology International Conferences (ASET) (2019) pp. 1-8, <https://doi.org/10.1109/ICASET.2019.8714232>
7. I. W. Kelly, Critical Thinking Education and Assessment: Can Higher Order Thinking Be Tested?, *Dialogue* **50** (2011) 227, <https://doi.org/10.1017/S0012217311000254>
8. L. Muñoz Salazar, M.H. Ramírez Díaz, J. Slisko, Critical thinking development in physics courses by PBL in virtual collaboration environments, *IJISME.* **31** (2023) 27, <https://doi.org/10.30722/IJISME.31.04.003>
9. Y.I. Perelman, Mathematics can be fun, (Mir Publishers, Moscú, URSS,1985), pp. 52-56.
10. Z. Michalewicz, N. Falkner, and R. Sooriamurthi, Puzzle-based learning: An introduction to critical thinking and problem solving, In Proceedings of the 2010 Decision Sciences Institute Annual Meeting (2010) pp. 3101-3106, <https://hdl.handle.net/2440/65402>
11. G. P. Guevara Alban, A. E. Verdesoto Arguello, y N. E. Castro Molina, Metodologías de investigación educativa (descriptivas, experimentales, participativas, y de investigación-acción), *RECIMUNDO.* **4** (2020) 163, [https://doi.org/10.26820/recimundo/4.\(3\).julio.2020.163-173](https://doi.org/10.26820/recimundo/4.(3).julio.2020.163-173)
12. L. Piñero, L. Perozo Piñero, Ruta metodológica para avanzar en el periplo de la investigación educativa con variable compuesta o predicativa, *Revista Orbis.* **14** (2019) 60, <http://www.revistaorbis.com/pdf/42/art7.pdf>
13. I. Aznar, and I. Laiton, Desarrollo de Habilidades Básicas de Pensamiento Crítico en el Contexto de la Enseñanza de la Física Universitaria, *Form. Univ.* **10** (2017) 71, <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062017000100008>

14. J. Slisko, J. L. Santana Fajardo, M. E. Rodríguez, y L. Vasquez Mercado, Acertijo de Cuatro Cubos de Perelman: Calidad de las Representaciones Visuales y Argumentación de Respuestas Verbales, *Góndola Enseñ. Aprendiz. Cienc.* **18** (2023) 475, <https://doi.org/10.14483/23464712.20591>
15. Febriani, J. Jumadi, and W. S. B. Dwandaru, Socio-scientific issues in physics learning to improve students' critical thinking skills, *Rev. Mex. Fis. E.* **20** (2023) 010202 1, <https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.20.010202>
16. I. Perelman, *Matemática recreativa*, 1ª ed. (Ediciones Quinto Sol, SA, México, 2001), pp.64- 65.
17. M. I. Medina Hidalgo, Estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento lógico matemático, *UNESUM-Ciencias.* **1** (2017) 73, <https://revistas.ult.edu.cu/index.php/didascalía/article/view/735>
18. G. López Aymes, Pensamiento crítico en el aula, *Docencia e investigación* **22** (2013) 41, <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4391695>
19. Subsecretaría de Educación Media Superior. Rediseño del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior 2019-2020. (SEP, México, 2023).
20. B. Ballestín González, and S. Fábregues Feijóo, La práctica de la investigación cualitativa en ciencias sociales y de la educación. (Editorial UOC, SL, 2018), pp. 41-48
21. E. Serna M, La importancia de la abstracción en la informática, *Sci. Tech.* **48** (2011) 122, <https://moodle2.utp.edu.co/index.php/revistaciencia/article/view/125716>
22. M. P. Jiménez, A., and J. Díaz de Bustamante, Discurso de aula y argumentación en la clase de ciencias: cuestiones teóricas y metodológicas, *Enseñanza de las ciencias.* **21** (2003) 359, <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3914>
23. T. Rada Crespo, O. Hernández Bustos, D. Rueda Delgado, H. Robles Noriega, and J. Miranda Crespo, Percepción del aprendizaje de la física en diferentes programas de ingeniería, *Rev. Mex. Fis. E.* **19** (2022) 020202 1, <https://doi.org/10.31349/RevMexFisE.19.020202>
24. G. Giménez, El problema de la generalización en los estudios de caso, *Cultura y representaciones sociales* **7** (2012) 40-62.
25. M.M. Durán, 2014. El estudio de caso en la investigación cualitativa, *Revista Nacional de Administración.* **3** (2014) 121, <https://doi.org/10.22458/rna.v3i1.477>
26. E. R. Rodríguez Saltos, M. E. Moya Martínez, M. Rodríguez Gámez. Importancia de la empatía docente-estudiante como estrategia para el desarrollo académico, *Dominio de las Ciencias* **6** (2020) 23, <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7467931>
27. P.A. Facione, N. C. Facione, and C. A. Giancarlo. The disposition toward critical thinking: Its character, measurement, and relationship to critical thinking skill. *Informal logic* **20** (2000) 61, <https://doi.org/10.22329/il.v20i1.2254>
28. A. M. Martín-Caraballo *et al.*, Evaluación y Breakout, *Anales de ASEPUMA* **26** (2018) A108.