

Perfilometría 3D por proyección desenfocada de patrones binarios

A. Silva^{a,*}, J. L. Flores^a, A. Muñoz^b and G. García-Torales^a

^a*Departamento de Electrónica, Universidad de Guadalajara,
Av. Revolución 1500, Guadalajara, Jalisco, México.*

**e-mail: adriana.sm57@gmail.com*

^b*Departamento de Ingenierías, Universidad de Guadalajara,
Av. Independencia Nacional 151, Autlán, Jalisco, México.*

Received 10 September 2019; accepted 22 September 2019

Las técnicas basadas en proyección de luz estructurada son ampliamente estudiadas y utilizadas en el área de perfilometría tridimensional, esto debido a la capacidad para obtener información completa de la superficie de objetos. Algunas de estas técnicas se basan en la proyección de patrones de intensidad sinusoidal y el uso de algoritmos de corrimiento de fase. En el caso de la reconstrucción tridimensional de objetos dinámicos en movimiento, uno de los desafíos es reducir el número de pasos o imágenes a ser proyectadas. Sin embargo, la precisión de estos sistemas se reduce conforme decrece el número de patrones (a un mínimo de tres). El sistema de proyección presenta una respuesta no lineal, lo cual introduce armónicos en los patrones adquiridos y en la recuperación de fase. En los últimos años, la proyección desenfocada de patrones binarios para generar patrones de franjas cuasi sinusoidales ha emergido como una alternativa para evitar el problema de no linealidad del proyector y, por ende, reducir el error en la fase. En este trabajo se presenta una revisión de distintos métodos propuestos en la literatura para generar patrones binarios, los cuales sintetizan patrones cuasi sinusoidales cuando son proyectados fuera de foco. Adicionalmente, analizamos el error de fase en función a la cantidad de desenfoco y el tamaño del periodo fundamental de las franjas.

Descriptores: Metrología óptica; análisis de franjas; patrones binarios; recuperación de fase.

The techniques of structured light projection are widely studied in the area of three-dimensional profilometry, due to its ability to obtain information from the surface of an object. In particular, those based on the projection of a sequence of sinusoidal intensity patterns and the use of phase shift algorithms. In the case of three-dimensional reconstruction of dynamic or moving objects, one of the trends is to reduce the number of steps or patterns to be projected. However, the accuracy of these systems is reduced as the number of steps decreases (to a minimum of 3 steps). This is because the projection systems present a non-linear response, which translates into the introduction of harmonics in the acquired sinusoidal patterns, and therefore, error in the recovered phase. In the last years, the defocused projection of binary patterns has emerged as an alternative to avoid the projector's non-linearity and generates quasi-sinusoidal fringe patterns to reduce the phase error. In this work, we review different techniques that have been proposed in the literature to generate binary patterns, which synthesize quasi-sinusoidal patterns when projected out of focus. In addition, we analyze the error in the phase as a function of the defocusing amount and the fringe pitch.

Keywords: Optical metrology; fringe analysis; binary patterns; phase recovery.

PACS: 06.20.-f; 42.30.Rx; 42.30.Sy

DOI: <https://doi.org/10.31349/SuplRevMexFis.1.18>

1. Introducción

En los últimos años, la reconstrucción tridimensional (3D) de objetos por proyección digital de franjas está siendo utilizada con mayor frecuencia en diversas áreas del conocimiento, por ejemplo, en arqueología, en la industria automotriz, en procesos de inspección, por mencionar algunos casos [1, 2]. Esta técnica requiere un proyector y una cámara digital para la proyección y captura de patrones de franjas de intensidad, respectivamente. Para recuperar la superficie del objeto, es necesaria la implementación de algoritmos de corrimiento de fase, inicialmente utilizados para analizar interferogramas, de ahí que se le denomine a esta técnica como interferometría por corrimiento de fase (PSI, por sus siglas en inglés, *Phase Shifting Interferograms*) [3]. En el caso de reconstrucción 3D, a esta técnica se le denomina perfilometría por corrimiento de fase. A pesar de la simplicidad de esta técnica para recuperar la forma de un objeto a partir de patrones de luz estructurada, se tienen algunas desventajas. Una de éstas es la no linealidad que presenta cualquier proyector comercial de luz, es decir,

una relación no lineal entre su entrada (valores digitales de intensidad entre 0 y 255 niveles de grises) y la salida (valores de intensidad proyectados sobre el plano imagen). A la no linealidad del proyector también se le conoce como Gamma, y ésta introduce errores en la fase recuperada cuando se proyectan patrones de intensidad con perfil sinusoidal, triangular o trapezoidal.

En los últimos años, en la literatura se han reportado diversas propuestas cuya finalidad es eliminar o compensar la no linealidad del sistema. Algunas propuestas emplean métodos estadísticos para determinar la Gamma del sistema, con la finalidad de utilizar dicho valor para corrección del error durante la etapa de proyección de los patrones o en el post-procesamiento de los patrones adquiridos [4–6]. La principal desventaja de los métodos basados en la determinación de la curva de Gamma de los proyectores, es que su respuesta no lineal cambia acorde con el tiempo de uso del proyector [4], por lo cual este proceso de calibración tiene que repetirse continuamente.

Por otra parte, la generación de patrones cuasi sinusoidales por medio de la proyección desenfocada de patrones binarios, ha surgido como una alternativa para minimizar el error en la fase debido a la no linealidad del proyector. Esta propuesta se basa en la generación y proyección de patrones con dos únicos valores de intensidad, donde el efecto de desenfoco funciona como un filtro pasa-bajas, es decir, elimina los armónicos de alta frecuencia y permite pasar la componente de la frecuencia fundamental, obteniendo así patrones de intensidad sinusoidales sobre el plano de referencia y sobre el objeto bajo prueba.

En 2009 Zhang y Lei [7] propusieron la proyección desenfocada de patrones binarios cuadrados (SBP, por sus siglas en inglés, *Squared Binary Patterns*). Su principal ventaja es la sencillez para generar los patrones binarios. Sin embargo, para eliminar los armónicos de alta frecuencia correspondientes a las componentes de frecuencia de la señal cuadrada y obtener una señal sinusoidal, es necesario utilizar un alto grado de desenfoco, lo cual reduce la modulación o contraste del patrón cuasi sinusoidal introduciendo errores en la fase y por ende en la reconstrucción 3D [8].

A partir del trabajo de Zhang y Lei se han presentado múltiples propuestas para generar patrones binarios para proyectarse fuera de foco. Las diversas propuestas se pueden dividir en dos categorías de acuerdo con el método utilizado para generarlos: modulación por ancho de pulso (PWM, por sus siglas en inglés, *Pulse Width Modulation*) considerando un espacio unidimensional (1D) y patrones binarios en medios tonos, generados mediante parches bidimensionales (2D).

En 2010 Ayubi *et al.* [8] propusieron la técnica denominada SPWM (por sus siglas en inglés, *Sinusoidal Pulse Width Modulation*), la cual consiste en seleccionar una señal sinusoidal como referencia y una señal portadora cuya forma de onda es triangular o diente de sierra. La comparación directa entre ambas señales produce la señal PWM. Ayubi *et al.*, demostraron que si se selecciona una frecuencia mucho mayor para la señal portadora, es posible generar una señal cuasi sinusoidal de mejor calidad y con un menor grado de desenfoco, comparado con el método propuesto por Zhang y Lei [7].

En el mismo año, Wang y Zhang [9] presentaron la técnica OPWM (por sus siglas en inglés, *Optimal Pulse Width Modulation*), la cual se basa en la eliminación selectiva de armónicos de alta frecuencia, correspondientes a la onda cuadrada, por medio de la inserción de n cortes en la misma, se pueden eliminar $n - 1$ armónicos seleccionados.

En 2012 Zuo *et al.* [10] presentaron la técnica tripolar SPWM, la cual consiste en generar un patrón con tres niveles de intensidad (0, 0.5 y 1) a partir de la comparación de dos patrones PWM, los cuales son generados por una señal de referencia y dos señales portadoras con un desplazamiento de fase entre ellas, la resta entre los patrones PWM genera el patrón tripolar PWM.

La generación de patrones basados en la técnica PWM ofrece la ventaja de poder analizar los armónicos de la señal.

Esta técnica es la base para la generación de los patrones binarios a proyectar fuera de foco, p. ej. [11, 12]. Sin embargo, las técnicas anteriores están basadas en el análisis 1D para el diseño de los patrones binarios, dejando de lado el hecho de que en realidad los patrones a proyectar son 2D, y que el efecto del desenfoco modifica cada píxel en función de su valor de intensidad y el de sus vecinos.

Por tal motivo, en 2012 Lohry y Zhang [13] propusieron una técnica para aproximar una señal triangular por medio de la modificación de un elemento de área de 2×2 píxeles, de tal forma que es posible generar un periodo de la señal triangular con cinco niveles de grises fáciles de distinguir, esta técnica está dirigida a patrones de alta frecuencia.

En el mismo año, Wang y Zhang [14] introdujeron el uso de la técnica de tramado o semitonos para generar los patrones binarios bajo el método de Bayer. Este método ha sido fundamental para otras propuestas, en las cuales se han desarrollado diferentes metodologías para generar el tramado [15, 16].

Las técnicas de semitonos son consideradas como un esquema de optimización global del patrón binario a partir de la técnica de tramado. Para mejorar el esquema de optimización, en 2014 Dai *et al.* [17] propusieron la minimización de una función binaria, que con base en las propiedades de simetría y periodicidad de una señal sinusoidal, generan un patrón binario optimizado localmente. Ese mismo año, presentaron un esquema de minimización considerando la intensidad de los patrones [18].

Las técnicas presentadas por Dai *et al.* han servido como base para el desarrollo de diversas técnicas de optimización local, donde la función objetivo es mejorar la distribución de intensidad o la distribución de la fase. Aunado a ello, se ha investigado la reducción del tiempo computacional requerido para generar los patrones binarios [19–21].

En trabajos recientes se ha mostrado que la selección del tipo de patrón binario a proyectar depende ampliamente del periodo fundamental de las franjas. Por ejemplo, si las franjas tienen un periodo fundamental corto, *i.e.* $T \leq 36$ píxeles, se recomienda utilizar patrones generados a partir de técnicas de análisis unidimensional, debido a que presentarán mejor funcionamiento que los patrones de semitonos y viceversa [16, 22].

En este trabajo se presenta una comparativa del funcionamiento de los patrones binarios PWM y de semitonos [11, 20] en función del periodo fundamental de los patrones y la cantidad de desenfoco utilizado. La organización de este trabajo está dividida en 4 secciones. En la Sec. 2, presentamos las bases teóricas de este trabajo. En la Sec. 3 se muestran los resultados experimentales. Por último, las conclusiones son expuestas en la Sec. 4.

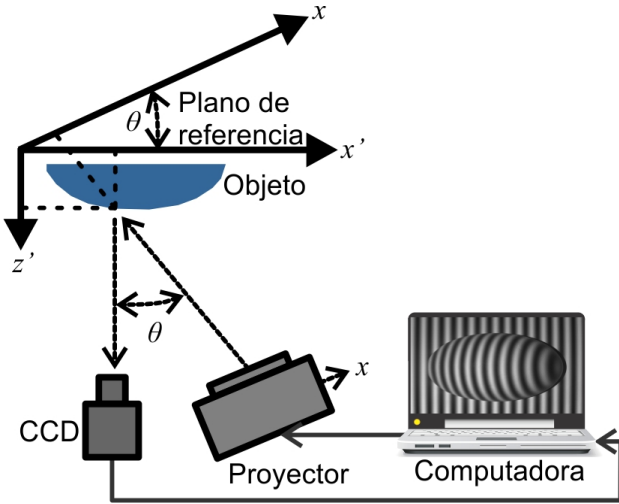


FIGURA 1. Arreglo experimental.

2. Metodología

La Fig. 1 muestra un sistema típico de medición tridimensional por proyección de franjas. El cual está formado por un proyector DLP (por sus siglas en inglés, *Digital Light Processing*) para proyectar los patrones de franjas; una cámara CCD (por sus siglas en inglés, *Charge Coupled Device*) que captura los patrones modulados por la superficie del objeto bajo prueba, y un plano para calibración.

En aplicaciones donde se busca reducir el tiempo de adquisición y de procesamiento de imágenes, el algoritmo de desplazamiento de fase de tres pasos es ampliamente usado para determinar la fase introducida por el objeto bajo prueba. Esto se debe a que sólo se requieren tres patrones de franjas, los cuales se pueden describir matemáticamente como

$$I_k(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[\phi(x, y) + \theta_k],$$

$$k = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Donde $A(x, y)$ es la iluminación de fondo, $B(x, y)$ es la amplitud de modulación, θ_k indica el desplazamiento de fase, $\phi(x, y)$ es la fase por determinar. Considerando un desplazamiento de fase uniforme de $2\pi/3$, la fase puede ser estimada como

$$\phi(x, y) = \arctan \left[\frac{\sqrt{3}[I_1(x, y) - I_3(x, y)]}{2I_2(x, y) - I_1(x, y) - I_3(x, y)} \right]. \quad (2)$$

La Ec. (2) genera un mapa de fase envuelto en el rango $[-\pi, \pi)$ con discontinuidades de 2π . Para determinar un mapa de fase continuo es necesario aplicar técnicas de desdoblamiento [23, 24]. Además, para convertir la fase a milímetros es necesario calibrar el sistema [25, 26].

Cuando la intensidad de los patrones sinusoidales es afectada por la no linealidad del proyector, la precisión del esquema de tres pasos disminuye. Es por ello que la proyección desenfocada de patrones binarios se ha convertido en una alternativa para resolver este problema.

2.1. Patrones PWM

Una forma de generar patrones binarios PWM es por medio de la comparación directa entre dos señales, señal de referencia $r(x)$ y señal portadora $c(x)$,

$$I_{pwm}(x) = \text{sgn}[r(x) - c(x)], \quad (3)$$

donde $\text{sgn}[\cdot]$ representa la función signo, $r(x) = a + b \cos(\omega_1 x + \theta_1)$ donde a y b representan el término de DC y de modulación, respectivamente. Mientras, ω_1 y θ_1 son la frecuencia angular y fase inicial de la señal de referencia. Por otro lado, la señal portadora $c(x)$ tiene una forma de onda triangular o diente de sierra, con una frecuencia angular y una fase inicial dadas por ω_c y θ_c , respectivamente.

En [11] propusimos la implementación de la técnica BDEM (por sus siglas en inglés, *Bipolar Double Edge Modulation*) como estrategia para generar patrones PWM. Entre las ventajas que ofrece esta técnica se tiene que el patrón PWM de salida puede ser analíticamente modelado por series dobles de Fourier, donde se considera que la señal de referencia y portadora son simétricas a cero. Además, se puede analizar a priori el contenido de las frecuencias de cada PWM (en particular, el contenido de armónicos y la posición de estos con relación a la frecuencia fundamental, dada por la señal de referencia, esto en el dominio de Fourier). Es decir, este modelo permite estimar el contenido de armónicos y la distribución de éstos en la señal PWM generada. Usando el modelo BDEM, una señal PWM puede ser descrita por

$$I_{pwm}(x) = \left(\frac{M}{2} \right) \cos(\omega_1 x + \theta_1) + \sum_{m=1}^{+\infty} \left(\frac{2}{m\pi} \right) \times J_0 \left(\frac{m\pi M}{2} \right) \sin \left(\frac{m\pi}{2} \right) \cos[m(\omega_c x + \theta_c)]$$

$$+ \sum_{m=1}^{+\infty} \sum_{n=\pm 1}^{\pm \infty} \left(\frac{2}{m\pi} \right) J_n \left(\frac{m\pi M}{2} \right) \sin \left[\frac{(m+n)\pi}{2} \right] \times \cos \left[m(\omega_c x + \theta_c) + n(\omega_1 x + \theta_1) \right], \quad (4)$$

donde $M = 2a/C_m$ y C_m representa la amplitud pico a pico de la señal portadora, $J_n(\cdot)$ denota las funciones de Bessel de primer tipo, y los argumentos m y n son enteros.

2.2. Patrones de semitonos

El propósito de la proyección desenfocada es proyectar patrones binarios para evitar la no linealidad del proyector y adquirir una señal sinusoidal. En este sentido, la generación de patrones binarios desenfocados se puede plantear matemáticamente como un problema de optimización

$$\min_{G, B} \|I(x, y) - G(x, y) * B(x, y)\|_2, \quad (5)$$

donde $I(x, y)$ es el patrón de franjas sinusoidales, $G(x, y)$ es un kernel Gaussiano, $B(x, y)$ representa el patrón binario, $*$ indica la operación convolución y $\|\cdot\|_2$ denota la norma L2. La solución al problema en la Ec. (5) es computacionalmente impráctica debido a que es un problema no-determinista en tiempo polinomial (*NP-problem*) [17].

Recientemente, en [20] presentamos una solución aproximada (determinística) para generar patrones binarios. La propuesta consiste en determinar una solución binaria aproximada en 1D para un periodo fundamental (T) y kernel Gaussiano fijo. Es decir, planteamos un problema de optimización binaria unidimensional

$$\min_b \|s(x) - g(x) * b(x)\|_2, \quad (6)$$

donde $s(x)$, $g(x)$ y $b(x)$ son la representación unidimensional de las señales sinusoidales, kernel Gaussiano y franjas binarias, respectivamente.

El óptimo de la Ec. (6) es determinado por el método de búsqueda exhaustiva. El espacio combinatorial de búsqueda original es 2^T , mediante la construcción de un vector aproximado lo redujimos a $2^{T/4}$. Cada vector se construye mediante el par de operaciones

$$\begin{aligned} b_{T/2} &= [b_{T/4} \text{ not}(\text{flip}(b_{T/4}))], \\ b &= [b_{T/2} \text{ flip}(b_{T/2})], \end{aligned} \quad (7)$$

donde la entrada es el valor binario de dimensión $b_{T/4}$, a partir de este vector construimos la aproximación para el espacio $b \in 2^T$. La operación $\text{not}(\cdot)$ denota la operación de negación, y $\text{flip}(\cdot)$ invierte el orden de los elementos.

Posteriormente se construye un parche binario que es el núcleo para generar la imagen 2D completa. Para ello, conformamos un *stack* de arreglos unidimensionales que dependen del valor seleccionado para $g(x)$. Es decir, el parche binario básico es la composición de óptimos 1D para diferentes núcleos Gaussianos. En la Fig. 2 se muestra un parche binario cuyo periodo fundamental es de 36 píxeles y las soluciones: b_1, b_2, b_3, b_4 y b_5 fueron encontradas usando kernels Gaussianos de $1 \times m$ píxeles con $\sigma = m/3$ píxeles donde $m = 5, 7, 9, 11$ y 13 , respectivamente.

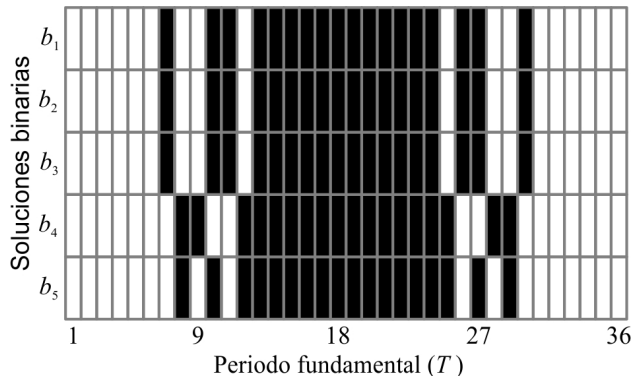


FIGURA 2. Parche binario.

Es importante señalar que el método propuesto puede generar soluciones binarias idénticas a partir de distintos núcleos Gaussianos. Por ejemplo, en la Fig. 2 se puede observar que las soluciones b_1, b_2 y b_3 son idénticas a pesar de haber utilizado diferentes kernels Gaussianos en el proceso de búsqueda de la solución.

Finalmente, para construir la imagen completa se emplean las propiedades de simetría y periodicidad de las funciones sinusoidales. El parche binario (ver Fig. 2) es repetido verticalmente a lo largo del eje y . Esta franja es repetida periódicamente a lo largo del eje x . Con este par de operaciones construimos la imagen 2D completa. El otro par de imágenes requeridas por el esquema de tres pasos (ver Ec. (2)), son construidas desplazando horizontalmente $\pm 2T/3$ píxeles la imagen completa.

3. Resultados Experimentales

Realizamos experimentos de validación usando un proyector LCD comercial (modelo PJD7820, ViewSonic) con resolución máxima de 1920×1080 píxeles. Las imágenes fueron capturadas con una cámara de 8 bits (modelo DCU224C, Thorlabs), con resolución de 1280×1024 píxeles, y un ángulo de vista de $\theta \approx 12^\circ$.

En la primera serie de experimentos se generaron patrones binarios PWM y de semitonos con periodo fundamental $T = 24$ y 120 píxeles. Los patrones PWM se formaron conforme a lo indicado en la Ec. (4) considerando $f_{c1} = 4f_1$ y $f_{c2} = 10f_2$ siendo $f_1 = 1/24$ y $f_2 = 1/120$, respectivamente. Para generar los patrones de semitonos, independientemente del periodo fundamental, se consideraron 5 máscaras Gaussianas de $1 \times m$ píxeles, con un $\sigma = m/3$ píxeles, donde $m = 5, 7, 9, 11$ y 13 , respectivamente.

En la Fig. 3 se muestran capturas de los patrones PWM y de semitonos proyectados desenfocados sobre un plano de referencia: Fig. 3(a) y Fig. 3(b) corresponden a los patrones PWM y de semitonos con $T = 24$ píxeles, respectivamente. Las Fig. 3(d) y Fig. 3(e) corresponden a los patrones PWM y de semitonos con $T = 120$ píxeles, respectivamente. En la Fig. 3(c) y Fig. 3(f) se ilustran cortes de intensidad de los patrones desplegados en Fig. 3(a)-(b) y Fig. 3(d)-(e), respectivamente. Además, estos cortes de intensidad se comparan con la distribución de intensidad sinusoidal ideal (línea en negro). Podemos observar que independientemente del tamaño de T , los patrones cuasi sinusoidales obtenidos a partir de patrones binarios PWM tienen menor reducción en el contraste de franjas bajo el mismo nivel de desenfoco. Por tanto, se tiene una razón señal a ruido más alta.

Una vez capturados los patrones binarios proyectados fuera de foco sobre el plano de referencia, se estima la fase y se desenvuelve. Para ello empleamos la Ec. (2) y el algoritmo descrito en [23], respectivamente. A fin de comparar las reconstrucciones con ambos algoritmos se evaluó el error rms. El mapa de fase ideal (o esperado) fue obtenido a partir de proyectar patrones sinusoidales, con corrimientos de fase de $2\pi/9$ radianes, usando un algoritmo PSI de 9 pasos. El valor

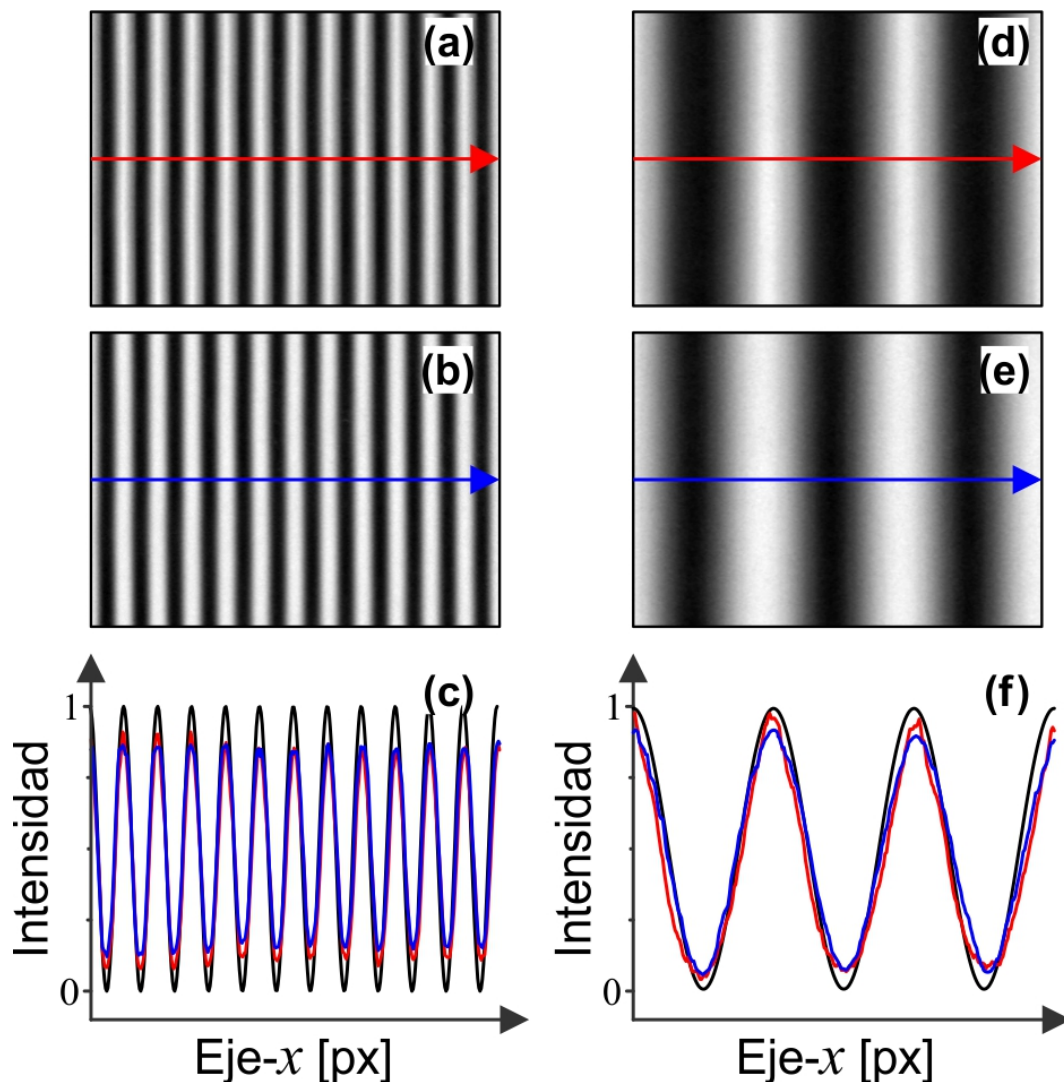


FIGURA 3. Patrones binarios desenfocados: (a) PWM y (b) semitones con $T = 24$ píxeles. (d) PWM y (e) semitones con $T = 120$ píxeles. En (c) y (f) corte de intensidad a lo largo del eje horizontal, adquiridos de (a)-(b), y (d)-(e), respectivamente. Las líneas roja, azul y negra corresponden a PWM, semitones y sinusoidal ideal.

del error rms se calculó bajo distintos niveles de desenfoque, los cuales se estimaron a partir del contraste de las franjas. Este valor se calculó usando $K \equiv [I_{\max} - I_{\min}] / [I_{\max} + I_{\min}]$, donde I_{\max} e I_{\min} son la intensidad máxima y mínima del patrón de franjas, respectivamente.

La Fig. 4 muestra el error rms obtenido con los diferentes patrones binarios PWM y de semitones, ambos proyectados desenfocados sobre el plano de referencia. Los indicadores D1, D2 y D3 corresponden a distintos niveles de desenfoque, D1 corresponde al menor desenfoque ($K \approx 0.90$), D2 indica desenfoque moderado ($K \approx 0.85$) y D3 un mayor desenfoque ($K \approx 0.80$). En la Fig. 4 se observa que el error rms se mantiene considerablemente bajo para los tres niveles de desenfoque cuando empleamos franjas con un periodo $T = 24$ píxeles. Sin embargo, el error crece conforme aumenta el grado de desenfoque, lo cual se puede atribuir a la disminución en el contraste de las franjas. Por otra parte, cuando $T = 120$

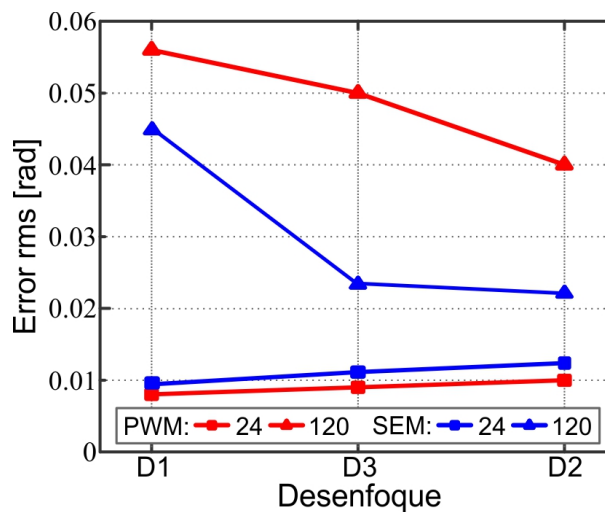


FIGURA 4. Error rms: patrones binarios desenfocados PWM (línea roja) y semitones (línea azul).

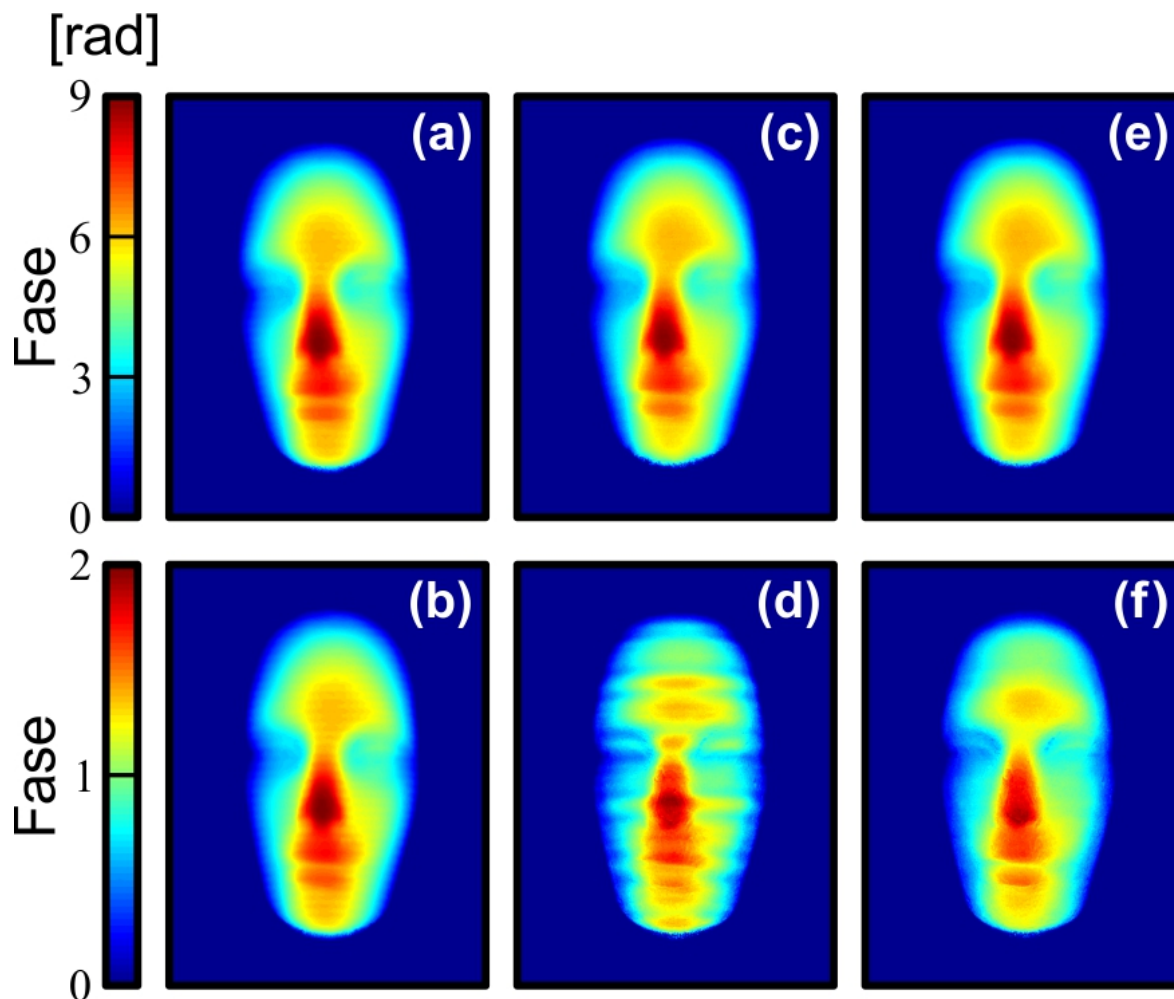


FIGURA 5. Reconstrucción 3D recuperada con: (a) y (b) un algoritmo PSI de 9 pasos y patrones sinusoidales con $T = 24$ y 120 píxeles, respectivamente. En (c) y (d) algoritmo de 3 pasos (Ec.(2)) y patrones binarios PWM desenfocados, con $T = 24$ y 120 píxeles, respectivamente. Finalmente, en (e) y (f) el algoritmo de 3 pasos (Ec.(2)) y con patrones binarios de semitonos, con $T = 24$ y 120 píxeles, respectivamente.

píxeles para ambos tipos de patrones, el error disminuye conforme el desenfoco se incrementa. Además, observamos que los patrones de semitonos presentan el menor error en la fase, independientemente del nivel de desenfoco.

Ahora, analizaremos el desempeño de los patrones binarios desenfocados en la reconstrucción 3D de un objeto más complejo. Para ello, se colocó sobre el plano de referencia una figura de un rostro de polietileno cuyas dimensiones aproximadas son $11 \times 18 \times 6$ cm (x, y, z).

La Fig. 5 ilustra, en pseudocolor, las reconstrucciones generadas. El primer renglón corresponde a los patrones con $T = 24$ píxeles y el segundo a $T = 120$ píxeles. Las Fig. 5(a) y Fig. 5(b) fueron obtenidas a partir de los patrones sinusoidales y el uso de un algoritmo de PSI de 9 pasos. Mientras, las Fig. 5(c) y Fig. 5(d) corresponden a las reconstrucciones obtenidas mediante el algoritmo de PSI de 3 pasos y los patrones PWM. Finalmente, las Fig. 5(e) y Fig. 5(f) corresponden a los patrones de semitonos. Podemos observar que las

reconstrucciones generadas a partir de patrones binarios con un periodo corto, $T = 24$ píxeles, presentan menos ruido y son más similares entre sí, lo cual es consistente con el error rms mostrado en la Fig. 4. En el caso de $T = 120$ píxeles es evidente que la reconstrucción generada con los patrones de semitonos, el perfil del mapa de fase presenta una mejor calidad. Por ejemplo, podemos ver en la Fig. 5(d) un mapa de fase con algún tipo de franjas horizontales.

La Fig. 6 muestra los perfiles o cortes de fase verticales de las imágenes mostradas en la Fig. 5, se grafica aproximadamente la parte central de cada reconstrucción. La Fig. 6(a) se muestran los perfiles correspondientes a las reconstrucciones mostradas en las figuras Fig. 5(a), Fig. 5(c) y Fig. 5(e), desplegados con línea negra, roja y azul, respectivamente. En la Fig. 6(b) muestra los perfiles correspondientes a las reconstrucciones desplegadas en las Fig. 5(b), Fig. 5(d) y Fig. 5(f), indicados con líneas negra, roja y azul, respectivamente.

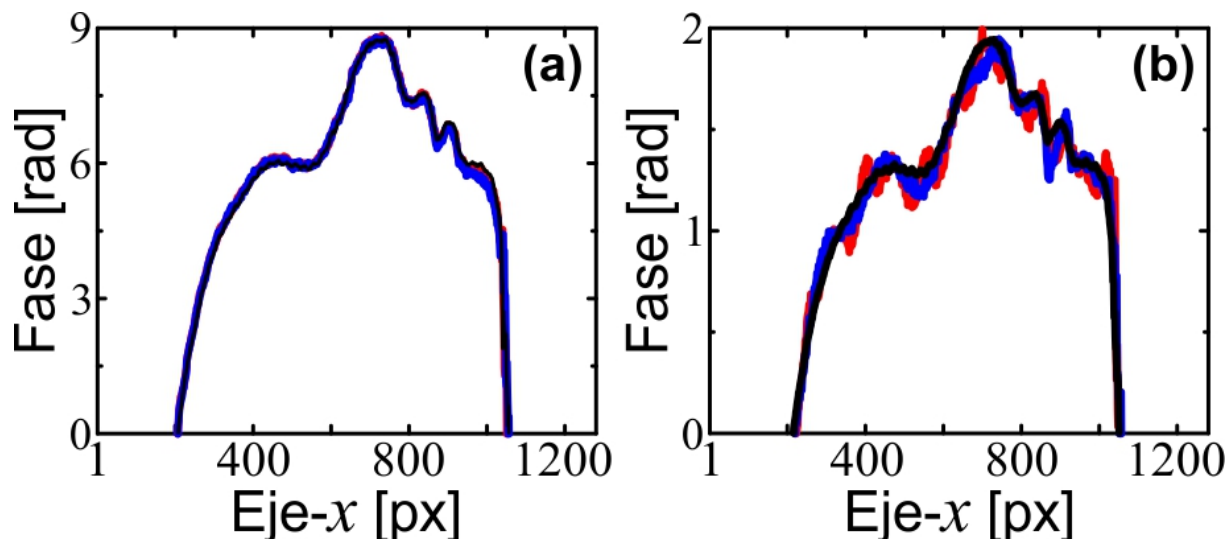


FIGURE 6. Perfiles de las reconstrucciones: (a) mostrados en Fig. 5 (a), (c) y (e). (b) mostrados en Fig. 5 (b), (d) y (f).

4. Conclusiones

En este trabajo presentamos una breve revisión de los métodos existentes para sintetizar patrones cuasi sinusoidales a partir de la proyección de patrones binarios desenfocados. En específico, analizamos dos técnicas: los patrones binarios generados mediante PWM (BDEM) y por medio de la técnica de semitonos. Demostramos experimentalmente que en el caso de patrones binarios, con un periodo fundamental corto, *i.e.* $T = 24$ píxeles, se requiere un menor nivel de desenfoco para generar los patrones cuasi sinusoidales. Por otro lado, cuando el periodo fundamental es largo, por ejemplo

$T \sim 120$ píxeles, se requiere un mayor nivel de desenfoco para obtener un patrón cuasi sinusoidal sobre el plano de referencia. La desventaja es que no podemos generar patrones binarios por la técnica de semitonos, con periodos menores a 24 píxeles.

Finalmente, de acuerdo con el análisis de error en la fase estimada a partir de proyectar patrones binarios desenfocados, mostramos que los patrones binarios PWM y de semitonos, con periodos cortos, tienen prácticamente el mismo desempeño. En el caso de patrones binarios con un periodo largo, el mejor desempeño se obtiene al proyectar patrones binarios desenfocados obtenidos por la técnica de semitonos.

1. S. S. Gorthi and P. Rastogi, *Opt. Laser Eng.* **48** (2010) 133.
2. J. Geng, *Adv. Opt. Photonics.* **3** (2011) 128.
3. S. Zhang, *Opt. Laser Eng.* **48** (2010) 149.
4. S. Zhang and P. S. Huang, *Opt. Eng.* **46** (2007) 063601.
5. C. J. Waddington and J. D. Kofman, *Opt. Eng.* **53** (2014) 084109.
6. C. Zhang, H. Zhao, L. Zhang, and X. Wang, *Meas. Sci. Technol.* **26** (2015) 035201.
7. S. Lei and S. Zhang, *Opt. Lett.* **34** (2009) 3080.
8. G. A. Ayubi, J. A. Ayubi, J. M. Di Martino, and J. A. Ferrari, *Opt. Lett.* **35** (2010) 3682.
9. Y. Wang and S. Zhang, *Opt. Lett.* **35** (2010) 4121.
10. C. Zuo, Q. Chen, S. Feng, F. Feng, G. Gu, and X. Sui, *Appl. Opt.* **51** (2012) 4477.
11. A. Silva, J. L. Flores, A. Muñoz, G. A. Ayubi, and J. A. Ferrari, *Appl. Opt.* **56** (2017) 5198.
12. W. Deng and B.-M. Chung, *Opt. Commun.* **437** (2019) 193.
13. W. Lohry and S. Zhang, *Opt. Laser Eng.* **50** (2012) 917.
14. Y. Wang and S. Zhang, *Appl. Opt.* **51** (2012) 6631.
15. W. Lohry and S. Zhang, *Opt. Lett.* **38** (2013) 540.
16. B. Li, Y. Wang, J. Dai, W. Lohry, and S. Zhang, *Opt. Laser Eng.* **54** (2014) 236.
17. J. Dai, B. Li, and S. Zhang, *Opt. Laser Eng.* **52** (2014) 195.
18. J. Dai, B. Li, and S. Zhang, *Opt. Laser Eng.* **53** (2014) 79.
19. Y. Xiao and Y. Li, *Opt. Laser Eng.* **97** (2017) 19.
20. A. Silva, A. Muñoz, J. L. Flores, and J. Villa, *Proc. SPIE* 10403 (2017) 1040312.
21. F. Lu, C. Wu, and J. Yang, *Opt. Soc-Rapid.* **14** (2018) 12.
22. G. Garnica, M. Padilla, and M. Servin, *Appl. Opt.* **56** (2017) 7985.
23. D. C. Ghiglia and L. A. Romero, *JOSA A*, **11** (1994) 107.
24. M. Rivera, F. J. Hernández-Lopez, and A. Gonzalez, *Opt. Laser Eng.* **64** (2015) 51.
25. J. Villa, M. Araiza, D. Alaniz, R. Ivanov, and M. Ortiz, *Opt. Laser Eng.* **50** (2012) 256.
26. J. Zhang, Y. Zhang, and B. Chen, *Sensors* **17** (2017) 2963.