

DISPERSION ELASTICA DE ELECTRONES POR HELIO EN EL ESTADO 2^1S

R.M. Méndez-Moreno

Facultad de Ciencias, UNAM

México 20, D.F.

(recibido 26 de agosto, 1980; aceptado 3 de abril, 1981)

RESUMEN

Se estudia la dispersión elástica, no relativista, de electrones a altas energías por átomos en estados excitados. Se utiliza el método de la serie eikonal-Born para calcular la sección de dispersión y se presentan resultados para la dispersión por helio en el estado 2^1S ; la región de energías considerada es $100 \text{ ev} \leq E \leq 500 \text{ ev}$. Se comparan los resultados obtenidos con los de dispersión por el estado base.

ABSTRACT

The non-relativistic elastic scattering of high energy electrons by excited states of atoms is analyzed. The differential cross section is evaluated using the eikonal-Born series method. Applications to the elastic scattering of electrons by the 2^1S state of helium in the region of intermediate and high energies are made. This results are compared to the case of the scattering from the ground state of helium.

1. INTRODUCCION

La dispersión elástica de electrones por átomos es un problema fundamental en física atómica. En particular la dispersión por estados excitados tiene aplicaciones en astrofísica y física de plasmas.

En este trabajo se estudia la dispersión elástica no relativista de electrones de alta energía por helio en el estado 2^1S . Los cálculos que presentamos corresponden a la región de energías entre 100 ev y 500 ev, y se calcula la sección de dispersión utilizando el método de la serie eikonal-Born de Byron y Joachain^(1,2,3), el cual da la amplitud de dispersión hasta orden k^{-2} , el número de onda del electrón incidente. En la sección 2 se dan las ecuaciones correspondientes a las series de Born y de Glauber, así como el término de intercambio. En la sección 3 se muestran los resultados obtenidos para las energías consideradas; estos resultados se comparan con los de dispersión elástica por el estado base del helio. Se observa que la sección diferencial de dispersión para el estado 2^1S es mayor que la sección diferencial de dispersión para el estado base. Por otra parte, la convergencia de la serie es lenta para ángulos grandes, donde se requiere de otros métodos para evaluar las secciones de dispersión.

2. TEORIA

2.1 Ecuaciones básicas

Consideraremos la dispersión elástica no relativista de electrones por átomos en estados excitados, en particular el caso del átomo de helio en el estado 2^1S . Nuestro interés está en la región de energías intermedias y altas. Todos los resultados están dados en unidades atómicas. Sean \underline{k}_i y \underline{k}_f los vectores de onda inicial y final del electrón, tales que $|\underline{k}_i| = |\underline{k}_f| \equiv k$. El momento transferido será denotado por $\underline{K} = \underline{k}_i - \underline{k}_f$. Sean \underline{r}_0 , \underline{r}_1 y \underline{r}_2 las coordenadas del electrón incidente y las de los electrones del átomo de helio, respectivamente, medidas desde el núcleo.

El hamiltoniano del sistema electrón incidente-átomo está dado por

$$H = H_0 + V \quad , \quad (2.1)$$

donde H_0 es el hamiltoniano del movimiento libre de fuerzas, es decir

$$H_0 = -\frac{1}{2}\nabla_{\underline{r}_0}^2 + H_1 \quad , \quad (2.2)$$

con H_1 igual al hamiltoniano interno del átomo, con eigenfunciones $|m\rangle$, y V es el potencial de interacción entre el electrón y el átomo, es decir

$$V = \sum_{i=1}^Z \frac{1}{r_{i0}} - \frac{Z}{r_0} \quad , \quad (2.3)$$

en donde $r_{i0} = |\underline{r}_i - \underline{r}_0|$.

Para colisiones elásticas la amplitud de dispersión está dada por

$$f = -(2\pi)^2 \langle \phi_f | V | \psi_i^+ \rangle \quad , \quad (2.4)$$

donde ϕ_f es eigenfunción de H_0 , $|\phi_f\rangle \equiv |m, k_f\rangle$ y ψ_i^+ es solución de la ecuación de Lippmann-Schwinger,

$$\psi_i^+ = \phi_i + G_0^+ V \psi_i^+ \quad , \quad (2.5)$$

donde G_0^+ es la función de Green:

$$G_0^+ = \frac{1}{E - H_0 \pm i\epsilon} \quad . \quad (2.6)$$

Resolviendo la Ec. (2.5) por iteraciones sucesivas:

$$\psi_i^+ = \phi_i + G_0^+ V \phi_i + G_0^+ V G_0^+ V \phi_i + \dots \quad (2.7)$$

y substituyendo en la Ec. (2.4), obtenemos la serie de Born para el término directo de la amplitud de dispersión

$$f = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_{Bn} \quad , \quad (2.8)$$

donde

$$\bar{f}_{Bn} = -(2\pi)^2 \langle \phi_f | V G_0^+ V \dots G_0^+ V | \phi_i \rangle \quad (2.9)$$

es el término de orden n en la serie. En esta expresión el potencial aparece n veces y la función de Green $n-1$ veces.

Similarmente consideremos la aproximación de Glauber de muchos cuerpos a la amplitud de dispersión⁽⁴⁾,

$$\bar{f}_G = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{f}_{Gn} \quad , \quad (2.10)$$

donde

$$\bar{f}_{Gn} = \frac{k}{2\pi i} \frac{i^n}{n!} \int d^2 b_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{b}_0} \langle m | \chi_G^n(\mathbf{k}, \mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_2) | m \rangle \quad ; \quad (2.11)$$

en esta expresión se tomó a los vectores \underline{r}_i , en la siguiente forma:

$$\underline{r}_0 = \underline{b}_0 + z_0 \hat{z} \quad y \quad \underline{r}_i = \underline{b}_i + z_i \hat{z} \quad (i=1,2) \quad ,$$

donde el eje z es perpendicular al momento transferido.

La función χ_G está dada por

$$\chi_G(\mathbf{k}, \mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_2) = -\frac{1}{k} \int_{-\infty}^{\infty} V(\mathbf{b}_0, z_0, \mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_2) dz_0 \quad . \quad (2.12)$$

La serie eikonal-Born de Byron y Joachain^(1,2), combina las series de dispersión múltiple de Glauber y de Born para dar la amplitud de dispersión con todos los términos hasta orden k^{-2} . Entonces en esta aproximación el término directo de la amplitud está dado por

$$f_{EBS} = \bar{f}_{B1} + \text{Re} \bar{f}_{B2} + i \text{Im} \bar{f}_{B2} + \bar{f}_{G3} \quad ; \quad (2.13)$$

aquí \bar{f}_{B2} e $\text{Im} \bar{f}_{B2}$ se refieren a las partes real e imaginaria del segundo término de la serie de Born.

Para el término de intercambio de la amplitud de dispersión, usando la aproximación de Born, sólo un término contribuye hasta orden

k^{-2} (ver Ref. 5):

$$\bar{g}_{B1} \approx \bar{g}_{OCH} = -\frac{2}{k^2} \int e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} |\psi_{2^1S}(\underline{r}, \underline{r}_1)|^2 d^3r d^3r_1 \quad (2.14)$$

Entonces la sección diferencial de dispersión en la serie eikonal-Born estará dada para dispersión por átomos de helio por la expresión

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |\mathbf{f}_{EBS} - g_{OCH}|^2 \quad (2.15)$$

2.2 Aplicación a la dispersión elástica de electrones por helio

Consideraremos como una aplicación del método anterior el caso de dispersión por helio en el estado 2^1S .

Como función de onda tomamos la función normalizada

$$\psi_{2^1S}(\underline{r}_1, \underline{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{1+\delta^2}} [U_1(r_1)U_2(r_2) + U_1(r_2)U_2(r_1)] \quad (2.16)$$

con $\delta = 0.073$,

en donde $U_1(r) = \frac{M}{\sqrt{4\pi}} e^{-2r}$

y $U_2(r) = \frac{N}{\sqrt{4\pi}} (e^{-\tau_1 r} - Sre^{-\tau_2 r})$

son combinaciones lineales de funciones tipo Slater y $M=\sqrt{32}$, $\tau_1=0.865$, $\tau_2=0.522$, $N=0.619$ y $S=0.4327$. Con esta función (Joachain comunicación privada) Byron y Joachain obtienen una energía de amarre de $E=-2.14312$ a.u. para el estado 2^1S . Esta función es ortogonal a la función H.-F. que ambos obtuvieron para el estado base del helio⁽⁶⁾.

La expresión obtenida para la amplitud de dispersión en la 1a. aproximación de Born es la siguiente:

$$\begin{aligned}
\bar{f}_{B1} = & \frac{M^2}{1+\delta^2} \frac{1}{16+K^2} \left\{ \frac{1}{16+K^2} + \frac{1}{16} \right\} + \frac{N^2}{1+\delta^2} \left\{ \frac{8\tau_1^2+K^2}{2\tau_1^3(4\tau_1^2+K^2)^2} \right. \\
& + S^2 \left[\frac{24}{\tau_2} \frac{4\tau_2^2-K^2}{(4\tau_2^2+K^2)^4} + \frac{3}{\tau_2^3} \frac{12\tau_2^2-K^2}{(4\tau_2^2+K^2)^3} + \frac{9}{\tau_2^3} \frac{1}{(4\tau_2^2+K^2)^2} + \frac{3}{(2\tau_2^5)(4\tau_2^2+K^2)} \right] \\
& - 8S \left[\frac{1}{(\tau_1+\tau_2)^2} \frac{3(\tau_1+\tau_2)^2-K}{[(\tau_1+\tau_2)^2+K^2]} + \frac{4}{(\tau_1+\tau_2)^2} \frac{1}{[(\tau_1+\tau_2)^2+K^2]^2} \right. \\
& \left. \left. + \frac{3}{(\tau_1+\tau_2)^4} \frac{1}{(\tau_1+\tau_2)^2+K^2} \right] \right\} + \frac{8MN\delta}{1+\delta^2} \left\{ \frac{1}{2+\tau_1} \frac{1}{[(2+\tau_1)^2+K^2]^2} \right. \\
& \frac{1}{(2+\tau_1)^3} \frac{1}{[(2+\tau_1)^2+K^2]} - S \left[\frac{1}{(2+\tau_2)^2} \frac{3(2+\tau_2)^2-K^2}{[(2+\tau_2)^2+K^2]^3} \right. \\
& \left. \left. + \frac{4}{(2+\tau_2)^2 [(2+\tau_2)^2+K^2]^2} + \frac{3(2+\tau_2)^{-4}}{[(2+\tau_2)^2+K^2]} \right] \right\} . \quad (2.17)
\end{aligned}$$

El término de intercambio de la amplitud de dispersión para nuestro problema está dado por

$$\begin{aligned}
\bar{g}_{OCH} = & -\frac{2}{k^2} \frac{1}{1+\delta^2} \left\{ \frac{4M^2}{(16+K^2)^2} + 2N^2 \left[\frac{\tau_1}{(4\tau_1+K^2)^2} + 12S^2\tau_2 \frac{(4\tau_2-K^2)}{(4\tau_2^2+K^2)^4} \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{S[3(\tau_1+\tau_2)^2-K^2]}{[(\tau_1+\tau_2)^2+K^2]^3} \right] + 2\delta MN \left[\frac{2+\tau_1}{[(2+\tau_1)^2+K^2]^2} - S \frac{3(2+\tau_2)^2-K^2}{[(2+\tau_2)^2+K^2]^3} \right] \right\} . \quad (2.18)
\end{aligned}$$

El segundo término de Born queda expresado como

$$\bar{f}_{B2} = \frac{1}{\pi} \int d^3q \sum_n \frac{\langle 2^1 S, k_f | V | nq \rangle \langle nq | V | 2^1 S, k_i \rangle}{a^2 - p_n^2 - i\epsilon} \quad (\epsilon \rightarrow 0^+) , \quad (2.19)$$

donde V es el potencial de interacción dado en la Ec. (2.3) y

$p_n^2 = k^2 - 2(\omega_n - \omega_{2^1S})$; ω_n es la energía del n -ésimo estado atómico. La suma sobre n corre a todos los estados intermedios del átomo (ligados y del continuo). La integración en las variables de las ondas planas da como resultado

$$\bar{f}_{B2} = \frac{2}{\pi^2} \int d^3q \sum_n \frac{\langle 2^1S | \sum_{m=1}^2 (e^{-i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{r}_{m-1}}) | n \rangle \langle n | \sum_{\bar{n}=1}^2 (e^{-i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{r}_{\bar{n}-1}}) | 2^1S \rangle}{K_i^2 K_f^2 [(a^2 - p_n^2) - i\epsilon]}$$

($\epsilon \rightarrow 0^+$), (2.20)

donde $\mathbf{K}_i = \mathbf{k}_i - \mathbf{q}$ y $\mathbf{K}_f = \mathbf{k}_f - \mathbf{q}$.

La aproximación que se hace para calcular este término de la serie es reemplazar $\omega_n - \omega_{2^1S}$ por una energía de excitación promedio $\bar{\omega}$, con la cual se puede hacer la suma sobre estados intermedios por cerradura, obteniéndose la segunda aproximación de Born simplificada:

$$\bar{f}_{SB2} = \frac{2}{\pi^2} \int d^3q \frac{\langle 2^1S | [\sum_{m=1}^2 (e^{-i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{r}_{m-1}})] [\sum_{\bar{l}=1}^2 (e^{i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{r}_{\bar{l}-1}})] | 2^1S \rangle}{(q^2 - p^2 - i\epsilon) K_i^2 K_f^2}$$

($\epsilon \rightarrow 0^+$), (2.21)

con $p^2 = k^2 - 2\bar{\omega}$.

Usando la expresión (2.21), el segundo término de Born simplificado, para la parte directa de la amplitud de dispersión en nuestro problema, queda expresado en términos de una combinación lineal de 50 integrales del tipo $C_j I_{nm}(\alpha, \beta)$, donde las C_j son funciones de las constantes que aparecen en la función de onda del estado 2^1S del helio y las integrales I_{nm} son de la forma

$$I_{nm}(\alpha, \beta) = \int \frac{d^3q}{q^2 - p^2 - i\epsilon} \frac{1}{(K_i^2 + \alpha^2) (K_f^2 + \beta^2)^m} \quad (\epsilon \rightarrow 0^+) \quad , \quad (2.22)$$

las cuales pueden ser escritas en términos de la integral básica $I_{11}(\alpha, \beta)$ por medio de la relación

$$I_{nm}(\alpha, \beta) = \frac{(-1)^{n+m}}{(n-1)!(m-1)!} \frac{\partial^{n-1}}{\partial \alpha^{2(n-1)}} \frac{\partial^{m-1}}{\partial \beta^{2(m-1)}} I_{11}(\alpha, \beta) \quad . \quad (2.23)$$

La integral sobre q puede ser reducida a una integral compleja en una dimensión por medio de la técnica de parametrización de Feynman⁽⁷⁾, la cual está descrita por Dalitz⁽⁸⁾. A su vez, esta integral compleja puede ser resuelta analíticamente^(1,9).

La aproximación usada para evaluar la segunda amplitud de Born puede ser mejorada si se incluyen en forma exacta los estados intermedios más bajos del espectro de helio y se hace la suma por cerradura a los siguientes estados. En nuestros cálculos se incluyen en forma exacta los términos para el estado base y el estado 2^1S como estados intermedios. Como ya se discutió para el caso de dispersión elástica por hidrógeno en el estado 2^1S ⁽¹⁰⁾, cuando se consideran transferencias de momento grandes, es el potencial estático el que domina la dispersión; de aquí la importancia de la contribución del estado intermedio 2^1S , en especial para ángulos de dispersión grandes. La expresión para el potencial estático en nuestro caso es

$$\begin{aligned}
 V_{st} = \langle 2^1S | V | 2^1S \rangle = & - \frac{1}{1+\delta^2} \left\{ M^2 e^{-4r} \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{32r} \right) \right. \\
 & + N^2 \left[e^{-2\tau_1 r} \left(\frac{1}{(2\tau_1)^2} + \frac{2}{r(2\tau_1)^3} \right) + S^2 e^{-2\tau_2 r} \left(\frac{r^2}{(2\tau_2)^2} + \frac{6r}{(2\tau_2)^3} + \frac{18}{(2\tau_2)^4} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{24}{r(2\tau_2)^5} \right) - Se^{-(\tau_1+\tau_2)r} \left(\frac{2r}{(\tau_1+\tau_2)^2} + \frac{8}{(\tau_1+\tau_2)^3} + \frac{12}{r(\tau_1+\tau_2)^4} \right) \right] \\
 & + 2\delta MN \left[e^{-(2+\tau_1)r} \left(\frac{1}{(2+\tau_1)^2} + \frac{2}{r(2+\tau_1)^3} \right) - Se^{-(2+\tau_2)r} \left(\frac{r}{(2+\tau_2)^2} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{4}{(2+\tau_2)^3} + \frac{6}{r(2+\tau_2)^4} \right) \right] \left. \right\} \quad (2.24)
 \end{aligned}$$

Con respecto a la serie de Glauber, integrando la expresión (2.11) con respecto a la variable angular obtenemos para el término ené-simo:

$$\bar{f}_{Gn} = \left(\frac{i}{k}\right)^{n-1} \frac{1}{n!} \int J_0(Kb) \langle 2^1 S | \chi_G^n | 2^1 S \rangle b db \quad , \quad (2.25)$$

donde integrando sobre las variables del átomo de helio obtenemos

$$\bar{f}_{Gn} = \frac{1}{n!} \left(\frac{i}{k}\right)^{n-1} \int J_0(Kb) \sum_{m=0}^n \frac{n!}{m!(n-m)!} \left[2A_{n-m}(b)B_m(b) + 2C_{n-m}(b) + C_m(b) \right] b db \quad . \quad (2.26)$$

En esta expresión, las funciones $A_n(b)$, $B_n(b)$ y $C_n(b)$ están expresadas por las siguientes ecuaciones:

$$A_n(b) = \frac{Mb^2}{2\pi\sqrt{2(1+\delta^2)}} \left[\int_0^1 F_1(r) r dr + \int_0^1 F_1\left(\frac{1}{r}\right) \frac{dr}{r^3} \right] \quad , \quad (2.27)$$

$$B_n(b) = \frac{N^2b^2}{2\pi\sqrt{2(1+\delta^2)}} \left[\int_0^1 F_2(r) r dr + \int_0^1 F_2\left(\frac{1}{r}\right) \frac{dr}{r^3} \right] \quad , \quad (2.28)$$

$$C_n(b) = \frac{MNb_0^2}{2\pi\sqrt{2(1+\delta^2)}} \left[\int_0^1 F_3(r) r dr + \int_0^1 F_3\left(\frac{1}{r}\right) \frac{dr}{r^3} \right] \quad , \quad (2.29)$$

en donde las funciones F_i son de la forma

$$F_1 = br K_1(4br) J_n(r) \quad , \quad (2.30)$$

$$F_2 = \left\{ br K_1(2\tau_1 br) - 2S \left[(br)^2 K_0((\tau_1 + \tau_2) br) + \frac{br}{(\tau_1 + \tau_2)} K_1((\tau_1 + \tau_2) br) \right] + S^2 \left[\frac{(br)^2}{2\tau_2} K_0(2\tau_2 br) + \left(\frac{(br)^2}{2\tau_2} + \frac{2}{(2\tau_2)^3} \right) 2\tau_2 br K_1(2\tau_2 br) \right] \right\} J_n(r) \quad , \quad (2.31)$$

$$F_3 = \left\{ br K_1((2+\tau_1) br) - S \left[(br)^2 K_0((2+\tau_2) br) + \frac{br}{2+\tau_2} K_1((2+\tau_2) br) \right] \right\} J_n(r) ; \quad (2.32)$$

en estas expresiones $J_n = 2 \int_0^\pi \ell n^n (1-2r \cos \phi + r^2) d\phi$ y $K_\nu(r)$ es la fun-

ción modificada de Bessel de segunda clase. Las funciones $A_n(b)$, $B_n(b)$ y $C_n(b)$ pueden ser obtenidas por integración numérica y la integral final sobre b se hace también numéricamente.

Debido a que se escogió el eje z perpendicular al momento transferido es posible comparar en forma simple los términos de la serie de Glauber con los de la de Born. Con esta selección $\bar{f}_{G1} = \bar{f}_{B1}$ para todos los ángulos de dispersión; y para momentos grandes, cada término sucesivo de la serie de Glauber, los cuales son alternativamente imaginarios o reales, concuerda con la parte imaginaria o real del término correspondiente de la serie de Born⁽¹⁾. Por ejemplo

$$\begin{array}{ll} \bar{f}_{G2} \rightarrow i \operatorname{Im} \bar{f}_{B2} & \bar{f}_{G3} \rightarrow \operatorname{Re} \bar{f}_{B3} \\ k \text{ grande} & k \text{ grande} \end{array} .$$

3. RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En la Fig. 1 se muestran las secciones diferenciales de dispersión en la 1ª aproximación de Born, para dispersión elástica por el estado base⁽¹⁾ y por el estado 2¹S del helio. Se observa que las secciones diferenciales son mayores para dispersión por el estado excitado, que para dispersión por el estado base.

En las Figs. 2 y 3 se dan las contribuciones a las partes real e imaginaria de la amplitud de dispersión para energías de 300 ev y 400 ev. Se observa que para estas energías la convergencia de la serie de Born es más lenta para el estado 2¹S que para la dispersión a las mismas energías por el estado base del helio. Un resultado similar a éste había sido observado para dispersión por estados excitados del átomo de hidrógeno⁽¹⁰⁾. Para evaluar la segunda amplitud de Born se utilizó una energía de excitación promedio $\bar{W} = .78a. u.$, y se observó que los cálculos de esta amplitud eran grandemente insensibles a variaciones en la energía de excitación promedio utilizada.

En la Fig. 4 se dan las secciones diferenciales de dispersión para energías de 300 ev y 400 ev. Se comparan en ambos casos las secciones diferenciales en la 1ª y 2ª aproximación de Born. Observamos que para ángulos grandes la convergencia de la serie es lenta, en particular para las energías más bajas.

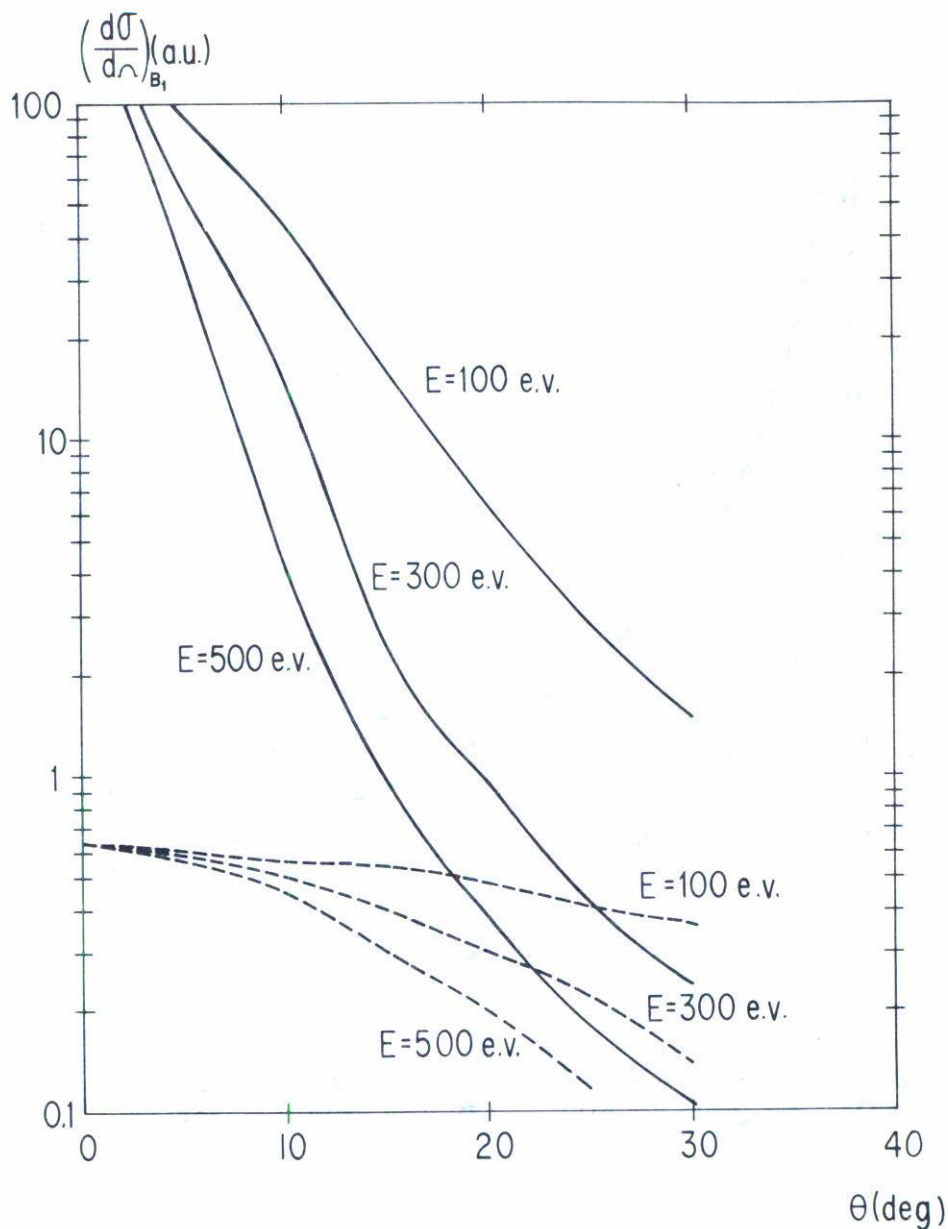


Fig. 1. Sección diferencial de dispersión en la primera aproximación de Born. Curvas llenas: corresponden a la dispersión elástica por el estado 2^1S del helio para energías de 100 ev, 300 ev y 500 ev. Curvas discontinúas: corresponden a la dispersión elástica por el estado base del helio para las mismas energías.

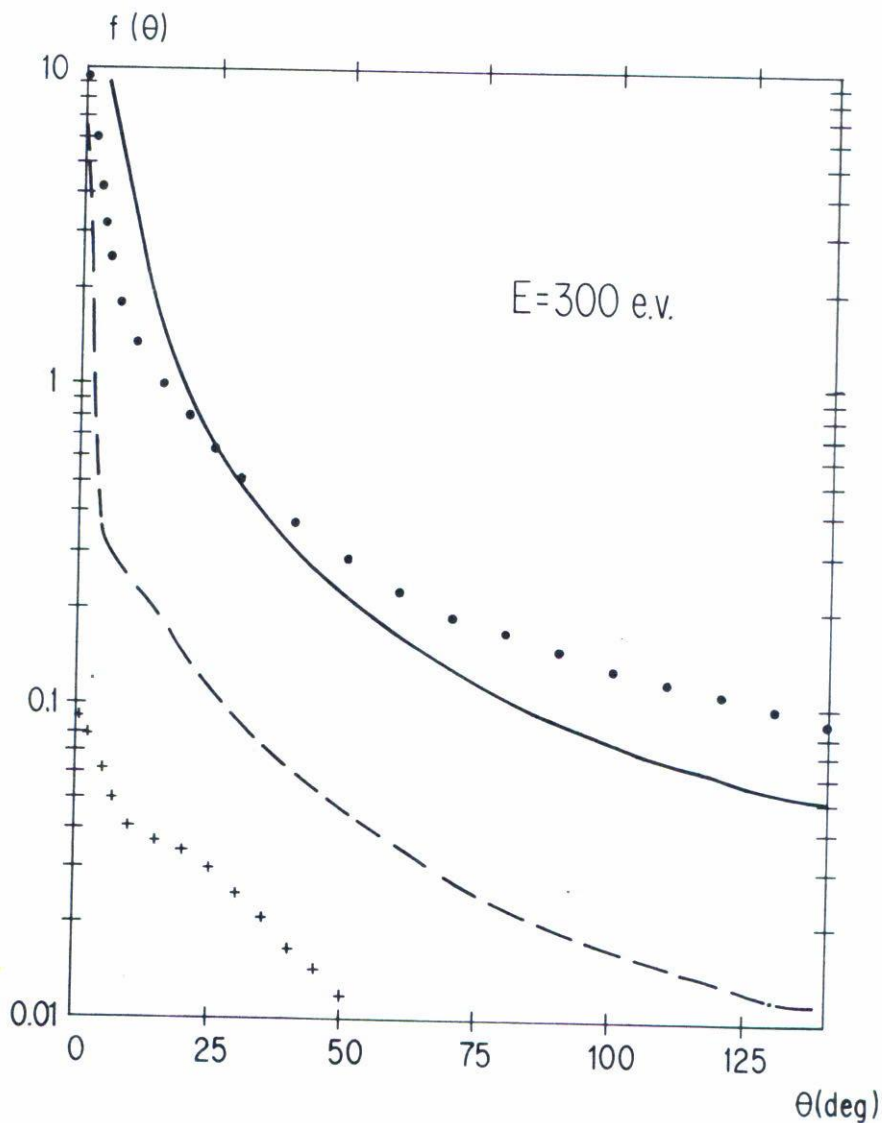


Fig. 2. Contribuciones a la amplitud de dispersión elástica por el estado 2^1S del helio. La energía de los electrones incidentes es de 300 ev.

Curva llena: 1^a aproximación de Born.

Curva discontinua: parte real de la 2^a amplitud de Born.

Curva $\bullet \bullet \bullet \bullet$: parte imaginaria de la 2^a amplitud de Born.

Curva + + + +: término de intercambio g_{OCH} .

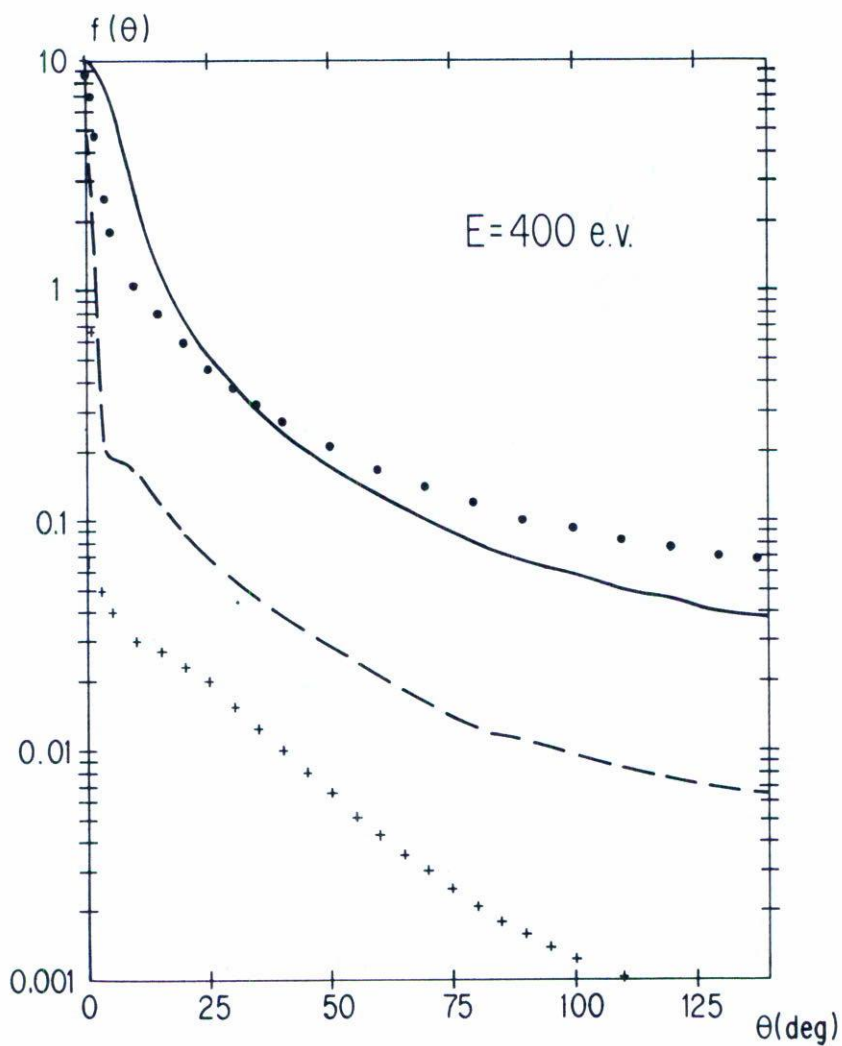


Fig. 3. Contribuciones a la amplitud de dispersión elástica por el estado 2^1S del helio. La energía de los electrones incidentes es de 400 ev. Curvas como en la fig. 2.

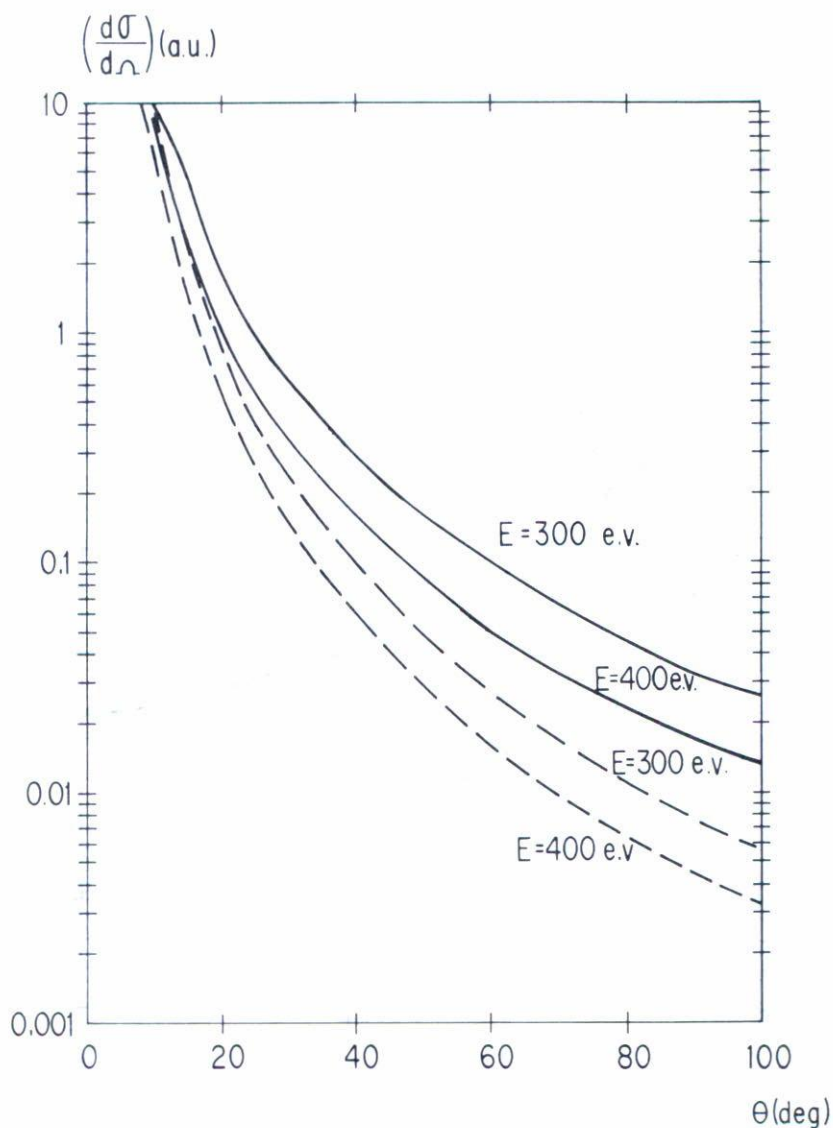


Fig. 4. Sección diferencial de dispersión a 300 ev y 400 ev.
 Curvas llenas: secciones diferenciales de dispersión elástica en la 2^a aproximación de Born.
 Curvas discontinuas: secciones diferenciales de dispersión elástica en la 1^a aproximación de Born.

Por último en la Tabla I se comparan los resultados para la sección diferencial elástica para el estado 2^1S en la segunda aproximación de Born, con resultados experimentales de la sección diferencial elástica para dispersión de electrones por helio en el estado base⁽¹¹⁾. Así mismo se muestran resultados teóricos de la sección diferencial elástica para electrones por helio en el estado base, obtenidos con el método de la serie eikonal-Born^(1,2,12,13).

TABLA I

E	θ	Estado	Base	Estado 2^1S 2^a de Born
		Teórica, EBS (ver Refs. 1, 2 y 12)	Experimental (ver Ref. 11)	
200	15		0.5380	4.70
	20	0.3740	0.3650	1.88
	30	0.1750	0.1690	0.62
	40	0.0874	0.0885	0.29
	50	0.0473	0.0450	0.16
400	15		0.430	2.7
	20	0.283	0.289	1.06
	30	0.122	0.128	0.35
	40	0.0571	0.0597	0.16
	50	0.0296	0.0306	0.086

Tabla I. Comparación de secciones diferenciales elásticas (en unidades de $10^{-3} a_0^2$, ángulos en grados y energías en e.v.).

Observamos que al igual que para el hidrógeno⁽¹⁰⁾, la sección diferencial para el estado 2^1S es mayor que la del estado base, especialmente para ángulos pequeños. Sin embargo a medida que el ángulo de dispersión es mayor, las dos secciones se aproximan debido a que la interacción entre el electrón incidente y el núcleo atómico viene a ser más im-

portante en el proceso de dispersión.

Es de esperar que los cálculos mostrados mejoren con la inclusión del término de tercer orden de la serie de Glauber \bar{f}_{G3} , el cual, para transferencias de momento grandes, coincide con la parte dominante del tercer término de la serie de Born, es decir $\text{Re } \bar{f}_{B3}$.

Por otra parte, como es sabido la serie de Born no presenta una convergencia rápida para ángulos grandes, hecho que se acentúa para dispersión por estados excitados, donde es necesario tener energías mayores que las del estado base para lograr una convergencia similar a la de éste. En este caso se sugiere utilizar, en el intervalo de transferencias de momento grandes, otro método que dé resultados más aproximados que la serie de Born, como por ejemplo el método de ondas parciales para el potencial estático. Se espera, por otra parte, que en un futuro próximo se posean datos experimentales de este proceso.

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi agradecimiento al profesor C. Joachain por discusiones útiles sobre el método eikonal-Born.

REFERENCIAS

1. Byron, F.W. Jr. y Joachain, C.J., *Phys. Rev.*, **A8** (1973) 1267.
2. Byron, F.W. Jr. y Joachain, C.J., *Phys. Rev.*, **A8** (1973) 3266.
3. Byron, F.W. Jr. y Joachain, C.J., *J. Phys. B. Atom. Molec. Phys.*, **7** (1974) L212; *Phys. Lett.*, **49A** (1974) 306; *J. Phys. B. Atom. Molec. Phys.* (1976).
4. Glauber, R.J., en *Lectures in Theoretical Physics*, editado por W.E. Brittin (Interscience, New York) Vol. I (1959) p. 315.
5. Ochkur, V.I., *Soviet Phys. JETP*, **18** (1964) 503.
6. Byron, F.W. Jr. y Joachain, C.J., *Phys. Rev.*, **146** (1966) 1.
7. Feynman, R.P., *Phys. Rev.*, **76** (1949) 769.
8. Dalitz, R.H., *Proc. R. Soc.*, **A206** (1951) 509.
9. Joachain, C.J., *Quantum Collision Theory* (North Holland Publ. Co., Amsterdam) (1975) Appendix D.
10. Joachain, C.J., Winters, K.H., Cartiaux, L. y Méndez-Moreno, R.M., *J. Phys. B. Atom. Molec. Phys.*, **10** (1977) 1277.
11. Jansen, R.H., de Heer, F.J., Luyken, H.J. y van Vingerden, B., *J. Phys. B. Atom. Molec. Phys.*, **9** (1976) 185.
12. Byron, F.W. Jr. y Joachain, C.J., FOM Report No. 37521 (1975).
13. Byron, F.W. Jr. y Joachain, C.J., *J. Phys. P. Atom. Molec. Phys.*, **10** (1977) 207.