

INTERFEROMETRIA RADIOASTRONOMICA Y TOMOGRAFIA COMPUTARIZADA DE RAXOS X

Luis F. Rodríguez

Instituto de Astronomía, UNAM.

Apartado Postal 70-264. 04510 - México, D.F.

RESUMEN

La interferometría radioastrónomica y la tomografía computarizada de rayos X son técnicas de gran importancia para la astronomía y la medicina, respectivamente. En este artículo enfatizamos el que ambas técnicas están basadas en los mismos principios matemáticos, y las presentamos como un ejemplo de relación entre ciencia básica y ciencia aplicada.

ABSTRACT

Radio astronomical interferometry and computerized tomography are techniques of great importance for Astronomy and Medicine, respectively. In this paper we emphasize that both techniques are based on the same mathematical principles, and present them as an example of interaction between basic and applied science.

I. INTRODUCCION

La creciente especialización que caracteriza a la ciencia contemporánea ha hecho que exista, aun entre científicos, poco conocimiento del trabajo que se realiza en otros campos. Es pues de interés encontrar que dos ciencias aparentemente desconectadas, la astronomía y la medicina, hayan desarrollado sendos métodos experimentales que están basados en los mismos principios matemáticos. Estos métodos son la interferometría radioastronómica y la tomografía computarizada de rayos X. En este artículo desarrollamos, para propósitos de enseñanza, las formulaciones matemáticas de ambas técnicas y enfatizamos su similitud.

La interferometría y la tomografía son técnicas experimentales extraordinariamente importantes para la astronomía y la medicina, respectivamente. Baste decir que el radioastrónomo Martin Ryle recibió parte del Premio Nobel de Física de 1974 por sus contribuciones a la interferometría radioastronómica y que el ingeniero eléctrico Godfrey Hounsfield recibió el Premio Nobel de Fisiología y Medicina de 1979 por su trabajo en el desarrollo de la tomografía axial computarizada.

II. LA INTERFEROMETRIA RADIOASTRONOMICA

Cuando un astrónomo que trabaja en la región visible del espectro electromagnético quiere estudiar la estructura espacial de un objeto cósmico, como podría ser el caso de una nube luminosa o una galaxia, dispone de una técnica muy sencilla para hacerlo. Simplemente, usando un telescopio toma una fotografía del objeto deseado. En contraste, los radioastrónomos no pueden hacer algo tan sencillo. En lugar de detectar luz visible, los radioastrónomos detectan, mediante parábolas metálicas de gran tamaño llamadas radiotelescopios (véase la Fig. 1), ondas electromagnéticas en la región de radio del espectro electromagnético. La región de radio estudia a la radiación constituida por fotones con longitudes de onda entre 100 metros y 1 milímetro. Estos fotones son de bajísima energía y no pueden impresionar una placa fotográfica. Lo que un radiotelescopio mide es el campo eléctrico asociado con la radiación captada. Por simplicidad supongamos que la radiación es monocromática y sin



Fig. 1. El radiotelescopio de 43 metros de diámetro del Observatorio Radioastronómico Nacional de los E.U.A., situado en Green Bank, Virginia Occidental.

polarización. Un punto en el cielo inducirá en el detector un voltaje dado por

$$V_1 = V_{\max} \cos(\omega t) \quad ,$$

donde V_1 es el voltaje captado por el radiotelescopio 1, V_{\max} es la amplitud máxima del voltaje, ω es la frecuencia angular de la radiación, $\omega = 2\pi\nu$, donde ν es la frecuencia de la radiación supuesta monocromática. Finalmente, t es el tiempo. Ahora supongamos un segundo radiotelescopio 2 colocado a una distancia D del radiotelescopio 1 y apuntado a la misma región del cielo (véase la Fig. 2). El radiotelescopio 2 medirá un voltaje

$$V_2 = V_{\max} \cos [\omega(t-\tau)] \quad ,$$

donde τ es el retraso geométrico que sufre la radiación al tener que viajar la distancia extra $D \cos \theta$, donde θ es la elevación de la fuente de radiación observada con respecto a la horizontal. Como la radiación electromagnética viaja a la velocidad de la luz, c , el retraso geométrico está dado por

$$\tau = \frac{D \cos \theta}{c} \quad .$$

El ángulo θ va cambiando de manera continua debido a la rotación de la Tierra, o sea $\theta = \theta(t)$. A un conjunto de dos o más radiotelescopios observando simultáneamente al mismo objeto cósmico se le llama interferómetro. La respuesta de un interferómetro de dos elementos (radiotelescopios) es la multiplicación de los voltajes medidos, o sea

$$R(t) = V_1(t) V_2(t) \quad .$$

La respuesta es filtrada para eliminar el término de alta frecuencia y nos queda la ecuación básica de la radiointerferometría:

$$R(t) = V_{\max}^2 \cos \left[\frac{2\pi D}{\lambda} \cos \theta(t) \right] \quad . \quad (1)$$

En la ecuación anterior λ es la longitud de onda de la radiación, $\lambda = c/\nu$. El patrón de interferencia de un interferómetro de dos ele-

mentos en un instante dado es una serie de bandas paralelas y cuasisinusoidales proyectadas en el cielo. Si la θ del punto del cielo considerado es tal que $(2D \cos \theta/\lambda) = n$, con n entero, la señal interfiere constructivamente en el interferómetro; $R(t) = V_{\max}^2$. En contraste, si $(2D \cos \theta/\lambda) = n + \frac{1}{2}$, la señal interfiere destructivamente y $R(t) = 0$. Por supuesto, los casos intermedios darán $R(t)$ entre 0 y V_{\max}^2 .

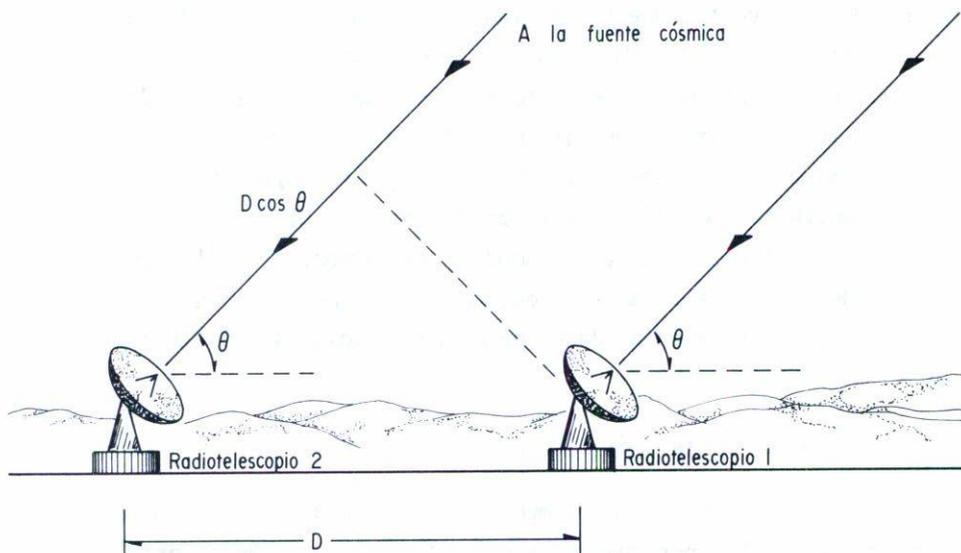


Fig. 2 Esquema de un interferómetro de dos elementos. La radiación cósmica viaja una distancia extra $D \cos \theta$ para llegar al radiotelescopio 2.

Las consideraciones anteriores son válidas para una fuente puntual. Ahora consideremos una fuente extendida, que puede aproximarse como una colección de fuentes puntuales cuya contribución se integra. La intensidad de cada punto del objeto extendido en el cielo está dada por $I(x,y)$, donde (x,y) son coordenadas angulares fijas en la bóveda celeste.

La respuesta del interferómetro a una fuente extendida sería

$$R(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x,y) \cos \left[\frac{2\pi D}{\lambda} \cos \theta (x,y,t) \right] dx dy \quad , \quad (2)$$

donde $\theta(x,y,t)$ es el ángulo que forma el punto (x,y) respecto al interferómetro en el instante t . Lo que el radioastrónomo quiere rescatar de la Ec. (2) es $I(x,y)$. De la Fig. 2

$$\vec{D} \cdot \hat{s} = (D/\lambda) \cos \theta (x,y) \quad , \quad (3)$$

donde \vec{D} es el vector que va del radiotelescopio 2 al 1 dado en unidades de longitudes de onda. O sea que si D es 1 km y estamos observando radiación con $\lambda = 20$ cm, \vec{D} tiene una magnitud de 5×10^3 longitudes de onda. \hat{s} es un vector unitario en dirección del punto (x,y) considerado. Ahora bien, definamos un punto de referencia $(x_0, y_0) = (0,0)$ en la fuente. El vector unitario apuntado a este punto será \hat{s}_0 . El vector \hat{s} estará dado por $\hat{s} = \hat{s}_0 + \vec{\sigma}$ (véase la Fig. 3) donde $\vec{\sigma}$ es un vector en el plano celeste $x-y$, que da el desplazamiento del punto en consideración respecto al punto de referencia en unidades angulares (radianes): $\vec{\sigma} = (x,y)$. Entonces obtenemos

$$\vec{D} \cdot \hat{s} \approx \vec{D} \cdot (\hat{s}_0 + \vec{\sigma}) \quad .$$

Ahora conviene descomponer al vector \vec{D} en dos componentes, uno paralelo y el otro perpendicular a \hat{s}_0 : $\vec{D} = \vec{d}_{\parallel} + \vec{d}_{\perp}$. En general, las fuentes observadas tienen dimensiones angulares muy pequeñas lo cual hace que $\vec{\sigma}$ sea aproximadamente ortogonal a \hat{s}_0 . Esto nos da

$$\vec{D} \cdot \hat{s} \approx \vec{d}_{\parallel} \cdot \hat{s}_0 + \vec{d}_{\perp} \cdot \vec{\sigma} \quad . \quad (4)$$

El vector \vec{d}_{\perp} es la proyección de \vec{D} sobre el plano celeste $x-y$. Sustituyendo (4) en (3) y esta ecuación en (2) obtenemos

$$\begin{aligned} R(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x,y) \cos [2\pi \vec{d}_{\parallel} \cdot \hat{s}_0 + 2\pi \vec{d}_{\perp} \cdot \vec{\sigma}] dx dy \\ &= \cos(2\pi \vec{d}_{\parallel} \cdot \hat{s}_0) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x,y) \cos(2\pi \vec{d}_{\perp} \cdot \vec{\sigma}) dx dy \quad \rightarrow \end{aligned}$$

$$- \text{sen}(2\vec{d}_{\parallel} \cdot \hat{s}_0) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x,y) \text{sen}(2\vec{d}_{\perp} \cdot \vec{\sigma}) dx dy .$$

El término con $\vec{d}_{\parallel} \cdot \hat{s}_0$ sale de la integral porque estas variables sólo dependen de t . Es más cómodo pasar a la forma compleja:

$$R(t) = \text{Re} [V \exp(i 2 \vec{d}_{\parallel} \cdot \hat{s}_0)] ,$$

donde V es definida como la visibilidad de la fuente:

$$V = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x,y) \exp[i 2 \vec{d}_{\perp} \cdot \vec{\sigma}] dx dy .$$

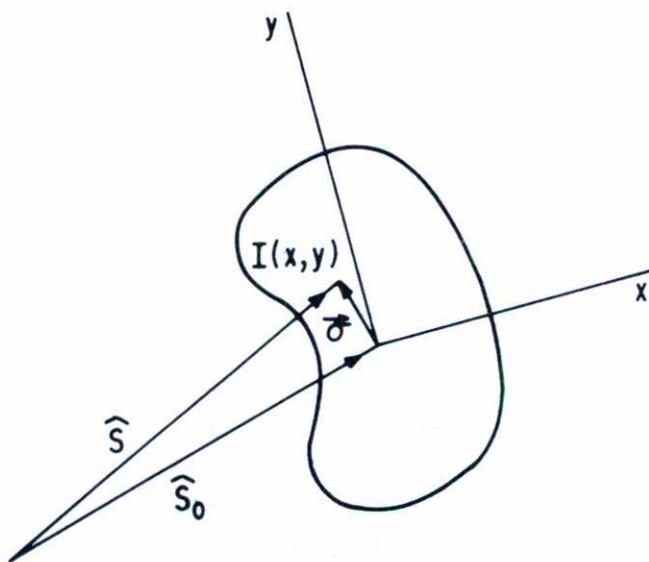


Fig. 3 Esquema de los vectores empleados en § II.

Durante la observación se hacen un gran número de medidas de $R(t)$. Como se conoce \vec{d}_{\parallel} y \hat{s}_0 , se obtienen un gran número de visibilidades. Las componentes en el plano (x,y) de \vec{d}_{\perp} se les llama (u,v) ; $\vec{d}_{\perp} = (u,v)$. Debido a la rotación de la Tierra, los puntos (u,v) de cada medición son distintos. Más aún, cambiando la separación física de las antenas se obtienen puntos (u,v) diferentes. Generalmente, lo que se hace es usar más de dos radiotelescopios obteniendo un gran número de pun-

tos en el plano (u,v) simultáneamente. El interferómetro de radio más poderoso del mundo, llamado el Conjunto Muy Grande ("Very Large Array" o VLA), se halla en Nuevo México, E.U.A. y está formado por 27 radiotelescopios operando simultáneamente, lo cual da 351 pares distintos. Así cada medición y cada par de radiotelescopios dan una visibilidad en el plano (u,v) :

$$V(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x,y) \exp[-i2\pi(ux+vy)] dx dy \quad .$$

El radioastrónomo recupera $I(x,y)$ sacando la transformada de Fourier bidimensional al plano (u,v) obteniendo

$$I(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} V(u,v) \exp[-i2\pi(ux+vy)] du dv \quad .$$

La transformada de Fourier se obtiene numéricamente puesto que lo que tenemos es un número grande, pero finito, de visibilidades en el plano (u,v) .

Mientras mejor cubierto esté el plano (u,v) más confiable será la $I(x,y)$ obtenida. Generalmente, con el Conjunto Muy Grande se logran mapas de $I(x,y)$ de gran calidad (véase la Fig. 4)

Otra gran ventaja de la interferometría radioastronómica es que la resolución angular del sistema es λ/D radianes. Observando con radiotelescopios en diferentes continentes es posible hacer D muy grande y resolver detalles de tamaño angular muy pequeño en las fuentes cósmicas. Por ejemplo, Haschick *et al.*⁽¹⁾ utilizando radiotelescopios en la Unión Soviética, Europa y los Estados Unidos de América han logrado resolver estructuras con diámetro angular de 0.2 milisegundos de arco en las nubecillas con emisión maser en la línea de vapor de agua cerca de los objetos Herbig-Haro 7-11. Esta resolución angular equivale a resolver detalles del tamaño de un melón colocado en la Luna. Las técnicas de la interferometría radioastronómica han permitido el estudio detallado de las radiogalaxias⁽²⁾, los núcleos de los cuasares⁽³⁾ y de las nubecillas con emisión maser⁽⁴⁾ que se encuentran en regiones de formación de estrellas.

Otra posible aplicación de la interferometría radioastronómica es la detección de movimientos tectónicos en tiempo real. Es claro de la

Ec. (2) que si conocemos la estructura y posición de una fuente cósmica, una variación en D ocasionaría un cambio medible en $R(t)$. Con estas técnicas se espera poder medir desplazamientos del orden de un centímetro entre continente y continente o entre placas tectónicas⁽⁵⁾. Esto permitiría estudios experimentales muy poderosos sobre la teoría de tectónica de placas y, especulativamente, podría llevar a la predicción de terremotos.

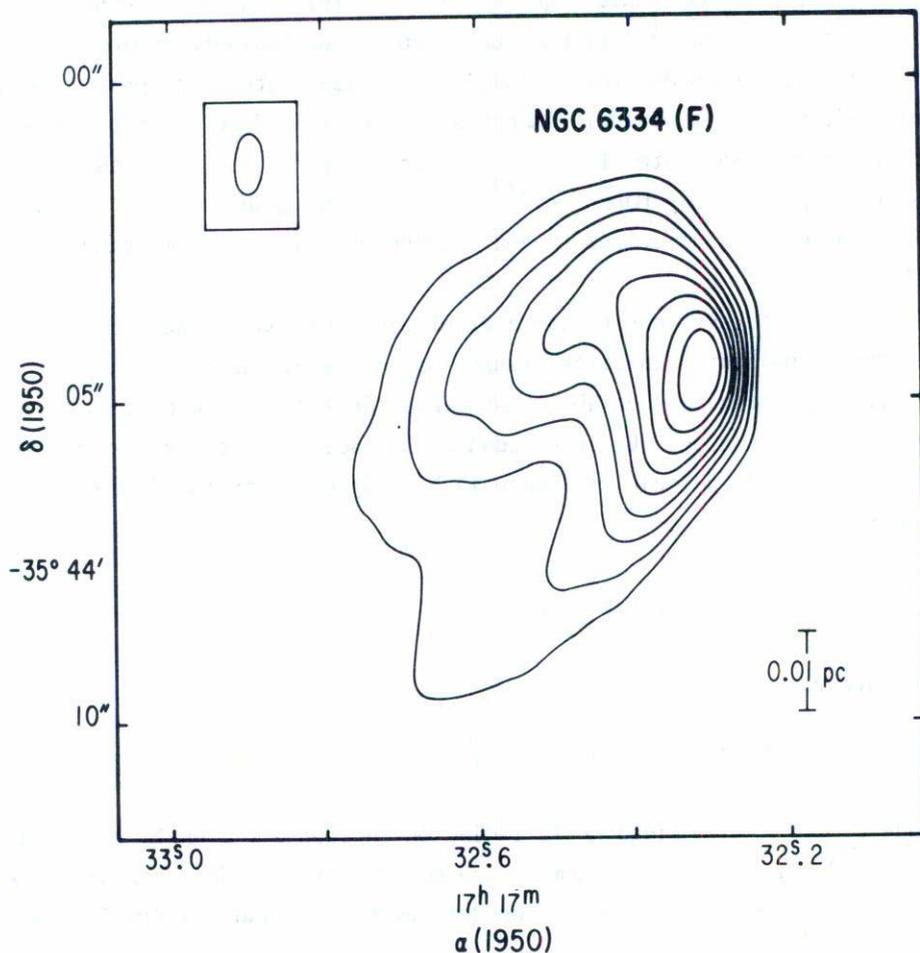


Fig. 4 Un mapa de una fuente de radio obtenido con el VLA, hecho por Rodríguez, Cantó y Morán⁽¹⁰⁾. La elipse en la esquina superior izquierda indica el tamaño del elemento de resolución angular en el mapa.

III. TOMOGRAFIA COMPUTARIZADA DE RAYOS X

La radiología diagnóstica usando rayos X es una técnica fundamental de la medicina. Sin embargo, una radiografía es una proyección bidimensional de un cuerpo tridimensional. Esto hace que los distintos componentes del cuerpo radiografiado aparezcan superpuestos, perdiéndose la información de su posición en tres dimensiones. ¿Sería posible desarrollar un sistema que permitiera obtener una imagen del interior del cuerpo, pero sin que hubiera que penetrarlo físicamente? A principios de los sesentas, Cormack⁽⁶⁾ propuso una técnica que mediante radiografías tomadas a distintos ángulos, y luego manipuladas matemáticamente mediante computadora, podría producir imágenes de "rebanadas" del cuerpo humano hechas transversalmente al eje del cuerpo. Pero no fue sino hasta una década después en que Hounsfield⁽⁷⁾ presentó una máquina capaz de realizar tomografía axial computarizada ("computerized axial tomography" o CAT).

Supongamos que el eje z es el eje longitudinal del cuerpo de la persona a analizar. Un corte transversal a ese eje definirá un plano (x, y) . El coeficiente de absorción lineal de los diferentes tejidos está definido como $\kappa(x, y)$. La intensidad de la radiación de rayos X, r , viajando a lo largo del eje y' (véase la Fig. 5) es absorbida de acuerdo a la ecuación

$$\frac{dr}{dy'} = -\kappa(x, y) r \quad ,$$

que integrada da

$$r = r_0 \exp \left(- \int_{-\infty}^{\infty} \kappa dy' \right) \quad ,$$

donde r_0 es la intensidad de la radiación incidente y r es la intensidad de la radiación saliente. Como se conoce $r_0(x')$ y el detector mide $r(x')$, cada medición nos da la proyección del cuerpo estudiado, definida como

$$p(x', \theta) = -\ln \left(\frac{r}{r_0} \right) = \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(x', y', \theta) dy' \quad .$$

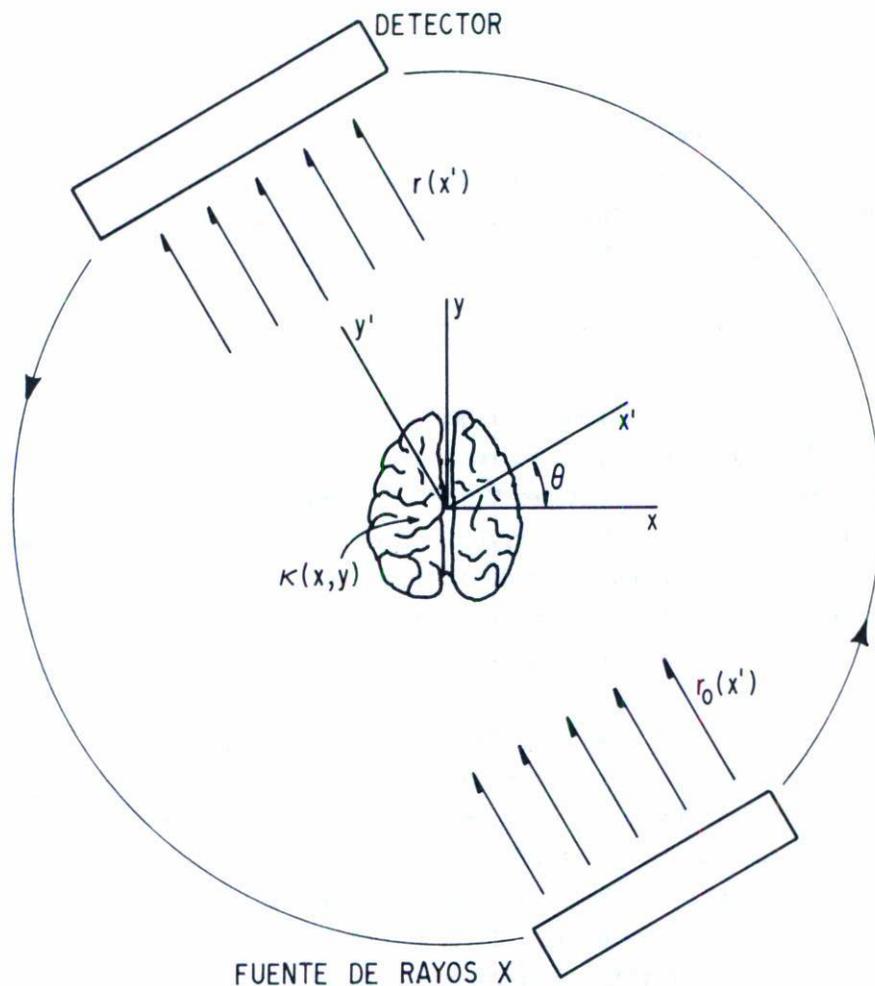


Fig. 5 Esquema de un tomógrafo de primera generación. La fuente de rayos X emite radiación de intensidad $r_0(x')$. Después de que parte es absorbida por el cuerpo estudiado, la radiación saliente $r(x')$ es cuantificada por el detector. El cuerpo estudiado está fijo al sistema (x, y) , mientras que la fuente y detector están fijos al sistema (x', y') . Generalmente se mide $r(x')$ para unos 200 ángulos θ equidistantes sobre un semicírculo.

Típicamente se obtienen determinaciones de p para unos 200 ángulos cubriendo un semicírculo. Como la información obtenida para θ es idéntica a la obtenida para $\theta + \pi$, basta con cubrir un semicírculo. Si hacemos la transformada de Fourier unidimensional a p obtenemos

$$P(u', \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \kappa(x', y', \theta) \exp [i 2 \pi u' x'] dx' dy' .$$

Cada medición a una θ nos da una $P(u', \theta)$. A partir de muchas mediciones obtenemos $P(u, v)$, la transformada de Fourier de las proyecciones en el plano (u, v) . Una vez obtenida esta variable podemos recuperar $\kappa(x, y)$ mediante la transformada de Fourier numérica a los datos:

$$\kappa(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(u, v) \exp [i 2 \pi (ux + vy)] du dv .$$

Es importante mencionar que tanto la interferometría como la tomografía requieren de posteriores manejos matemáticos puesto que el número de mediciones para obtener $V(u, v)$ y $P(u, v)$ son finitos. También se acostumbra someter $I(x, y)$ y $\kappa(x, y)$ a sistemas de procesamiento de imágenes que permiten obtener mapas de contornos o bien imágenes de color falso para estas dos últimas variables. En la tomografía, los diversos tejidos del cuerpo tienen distintas κ y esto permite distinguirlos perfectamente.

Debido a su gran utilidad, la tomografía computarizada se ha propagado rápidamente por todo el mundo. En la Ciudad de México existen tomógrafos muy sofisticados en la mayoría de los grandes hospitales. En contraste, aun cuando la interferometría radioastronómica se originó antes, no existe aún en México un radiotelescopio, ya no digamos un interferómetro de varios elementos. En la tomografía han ido surgiendo nuevas generaciones de tomógrafos cada vez más rápidos y precisos. En la Fig. 6 mostramos dos tomografías tomadas con el tomógrafo PFIZER/AS4E 0450 de cuarta generación que posee el Centro Hospitalario "20 de Noviembre" del ISSSTE.

El éxito de la tomografía computarizada de rayos X como técnica de diagnóstico médico ha abierto la puerta al desarrollo de varios sistemas nuevos de formación de imágenes con propósitos médicos⁽⁸⁾. Entre estas nuevas técnicas vale la pena destacar la tomografía por emisión de positrones ("positron emission tomography" o PET).

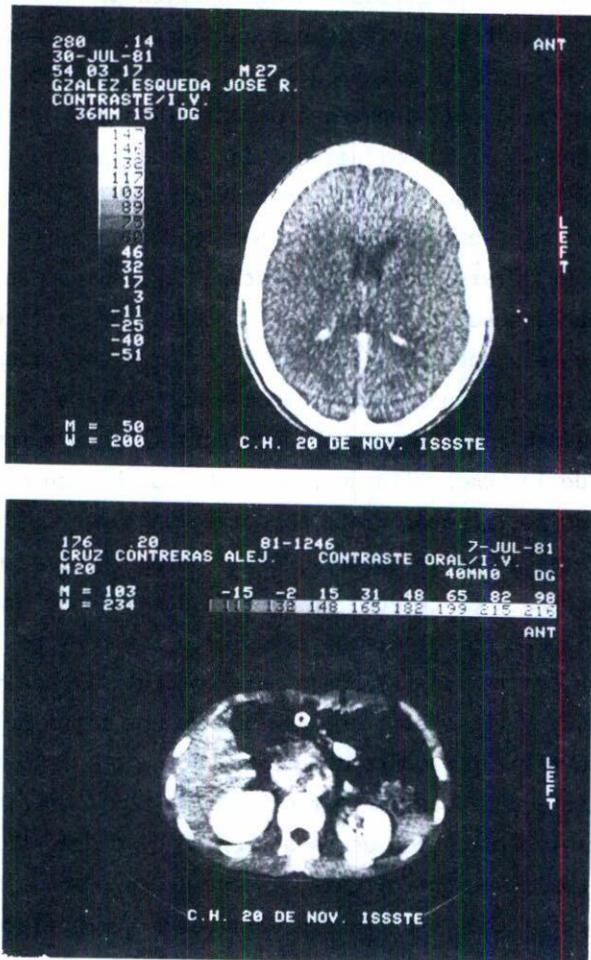


Fig. 6 Tomografías tomadas en el Centro Hospitalario "20 de Noviembre" (cortesía del Dr. E.R. Barajas). La superior es del cerebro de un paciente y la inferior es del tórax de otro paciente.

Mientras que la tomografía computarizada nos da información solamente sobre la anatomía del paciente, la tomografía por emisión de positrones permite estudiar su metabolismo, revelando a qué tasa consumen los diversos tejidos a sus sustancias nutrientes. Esto se logra de la si-

guiente manera: Se inyecta al paciente una sustancia que participe en el metabolismo celular, digamos glucosa, que es la fuente principal de energía del cerebro. Esta glucosa tiene substituidos una fracción de sus átomos normales de carbono por isótopos que decaen emitiendo un neutrino y un positrón. El neutrino escapa del cuerpo del paciente sin consecuencias, pero el positrón colisiona casi de inmediato con un electrón del cuerpo, produciéndose el aniquilamiento de las dos partículas y la emisión de dos rayos gamma de 511 keV con trayectorias prácticamente antiparalelas. El paciente se halla en el interior de un anillo de detectores de rayos gamma que intersectará a los fotones que salgan en su plano. Es claro que uno puede suponer que el evento ocurrió en la línea que pasa a través del paciente y que une a los dos detectores activados. Acumulando eventos de este tipo obtenemos la proyección de la cantidad de glucosa a lo largo de la línea considerada. Usando pues métodos matemáticos equivalentes a los de la tomografía de rayos X es posible obtener un tomograma por emisión de positrones. Este tomograma en lugar de darnos información sobre la densidad de la materia viva, nos da información sobre la densidad de glucosa en el cerebro, o bien la densidad de cualquier otro bioquímico asimilable por el órgano estudiado. Es pues posible estudiar a qué tasa están los tejidos, sanos o enfermos, asimilando y consumiendo a sus nutrientes. Por ejemplo, se sabe que muchos tipos de tumor maligno consumen glucosa más rápidamente que el tejido sano. Esto es fácilmente detectable mediante un tomograma por emisión de positrones. Mucho más controversial es la aplicación de esta técnica al diagnóstico de enfermedades mentales como la esquizofrenia, la manía-depresión o la demencia senil. Se han reportado resultados preliminares que sugieren que existen diferencias sistemáticas en la manera en que consume glucosa un cerebro enfermo respecto a como lo hace uno sano.

Los tomógrafos por emisión de positrones son sumamente costosos y además requieren de un equipo de especialistas para preparar las muestras radioactivas mediante un ciclotrón, así como para operar y dar mantenimiento a los detectores de rayos gamma y a la computadora que reconstruye la imagen. En la actualidad sólo existen alrededor de diez centros médicos con este equipo. Sin embargo, si su utilidad como instrumento médico continúa creciendo, los tomógrafos por emisión de positrones serán

en el futuro cercano tan comunes como los tomógrafos de rayos X.

IV. CONCLUSION

Discutimos la formulación matemática de las técnicas de interferometría radioastronómica y tomografía computarizada. En la Tabla I presentamos una comparación entre ambas técnicas experimentales, que comprendía sus características. Ambas técnicas están basadas en un teorema de la teoría de transformadas de Fourier llamado el teorema del corte proyectado. Este teorema dice que la transformada de Fourier unidimensional de la proyección de un objeto bidimensional es igual a un corte hecho a través del centro de la transformada de Fourier bidimensional del objeto mismo. Así, obteniendo un gran número de proyecciones unidimensionales de un objeto espaciadas a pequeños ángulos es posible reconstruir la imagen bidimensional del objeto. Esta técnica podría extenderse para obtener cortes transversales de objetos que no pudieran ser desmantelados para conocer su interior. Por ejemplo, uno podría especular que se podría conocer la estructura interna de edificios arqueológicos (una pirámide) sin necesidad de invadir físicamente al objeto.

La relación entre la tomografía y la interferometría ilustra, en mi opinión, las a veces sutiles pero poderosas conexiones que existen entre la ciencia básica y la aplicada. Hounsfield estudió en la Escuela de Radar de la Real Fuerza Aérea Británica. El radar y la radioastronomía siempre han estado relacionados y no es descabellado especular que el trabajo de Ryle, británico también, influenciara a Hounsfield. Esta posible relación no es reconocida explícitamente en la literatura. Sin embargo, los artículos de tomografía sí reconocen que fue el radioastrónomo R.N. Bracewell⁽⁹⁾ el primero en desarrollar matemáticamente los métodos de reconstrucción de imágenes empleados en ambas ciencias.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece a A. García su colaboración en la realización de las figuras y a J.M. Torrelles y J. Cantó sus sugerencias en la sección de interferometría. La ayuda del Dr. E.R. Barajas y del equipo téc-

nico que maneja el tomógrafo del Centro Hospitalario "20 de Noviembre" es también cordialmente reconocida.

TABLA I

CARACTERISTICA	INTERFEROMETRIA RADIOASTRONOMICA	TOMOGRAFIA COMPUTARIZADA
Variable a determinar .	$I(x,y)$, la intensidad de una fuente cósmica.	$\kappa(x,y)$, el coeficiente de absorción del tejido vivo.
Variable medida por el instrumento.	$V(u,v)$, la visibilidad de la fuente.	$P(u,v)$, la transformada de Fourier unidimensional de la proyección del cuerpo.
La transformada de Fourier bidimensional nos devuelve la variable deseada.	$I(x,y) = T.F. [V(u,v)]$	$\kappa(x,y) = T.F. [P(u,v)]$

Tabla I Comparación entre la interferometría y la tomografía.

REFERENCIAS

1. A.D. Haschick, J.M. Moran, L.F. Rodríguez, B.F. Burke, P. Greenfield y J.A. García-Barreto, *Astrophys. J.*, 237 (1980) 26.
2. G. Miley, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 18 (1980) 165.
3. W.D. Cotton, T.J. Shapiro y J.J. Wittels, *Astrophys. J. (Letters)*, 244 (1981) L57.
4. R. Genzel, M.J. Reid, J.M. Moran y D. Downes, *Astrophys. J.*, 244 (1981) 884.
5. A.E.E. Rogers, *Jour. Geophys. Res.*, 83 (1978) 325.
6. A.M. Cormack, *J. Appl. Phys.*, 35 (1964) 2908.
7. G.N. Hounsfield, *Br. J. Radiol.*, 46 (1973) 1016.
8. R.W. Redington y W.H. Berninger, *Phys. Today*, 34, No. 8 (1981) 36.
9. R.N. Bracewell y A.C. Riddle, *Astrophys. J.* 150 (1967) 427.
10. L.F. Rodríguez, J. Cantó y J.M. Moran, remitido a *Astrophys. J.* (1981).