

SOBRE EL PROBLEMA DE LA AMPLIFICACION COHERENTE DE PULSOS

J.J. Sánchez Mondragón* y G.E. Torres Cisneros

Centro de Investigaciones en Optica, A.C.

Apartado Postal No. 948

León, Gto. 37000

(recibido octubre 3, 1984; aceptado febrero 21, 1985)

RESUMEN

El problema de propagación de pulsos E.M. cortos en un medio dieléctrico amplificador muestra un estado incompleto de desarrollo, aunado a conocimientos parciales obtenidos por analogía con el problema para un absorbedor. Mostramos que una técnica de análisis espectral introducida recientemente, nos permite poner estas analogías en una base firme y cuantitativa.

* Comisionado por el Centro de Instrumentos de la UNAM.

ABSTRACT

The analysis of pulse propagation in an amplifier is handicaped for less complete and convincing study than the one for an absorber. Much of the analysis is made in basis of justifying analogies between both cases. We show that a previously introduced technique of spectral analysis allows us to put on a firmer ground such analogies.

INTRODUCCION

Entre los conceptos familiares del fenómeno de la propagación de una onda E.M. en un medio formado por átomos de dos niveles energéticos (ADNE), está el concepto de absorción. La explicación a éste es generalmente basada en ecuaciones de razón, es decir, en ecuaciones que describen el cambio incoherente en la intensidad de la onda E.M., considerando exclusivamente los procesos de absorción y de emisión inducida de fotones por parte de los ADNE. Si sólo se considerara la absorción en el medio e I fuera la intensidad de la onda que se propaga en la dirección z , el cambio diferencial dI que sufrirá al recorrer una distancia dz estará dado por

$$dI = -\alpha N_1 I dz, \quad (1)$$

en donde α es la constante de absorción en condiciones estáticas⁽¹⁾ y N_1 es la densidad normalizada de átomos que se encuentran en su estado base (población del nivel 1). Esta ecuación muestra que la intensidad de la onda disminuirá debido a que los ADNE extraen de ella energía para quedar excitados.

De la misma forma, si sólo se considerara el proceso de emisión inducida por los ADNE, el cambio diferencial en la intensidad de la onda sería

$$dI = \alpha N_2 I dz, \quad (2)$$

indicándonos que la intensidad de la onda se incrementará como resultado de la energía que le entregan los átomos al regresar a su estado base. En la Ec. (2) la constante α es la misma que en la Ec. (1), puesto que la probabilidad de absorción o de emisión inducida es la misma y N_2 represen-

ta la población del nivel 2.

De las Ecs. (1) y (2) resulta claro que si se consideran simultáneamente los procesos incoherentes de absorción y de emisión de fotones, el cambio global en la intensidad de la onda E.M. estará dado por la expresión

$$dI = \alpha(N_2 - N_1) Idz \quad . \quad (3)$$

A la cantidad $N_2 - N_1$ se le llama inversión atómica, y en condiciones de equilibrio térmico siempre es negativa, es decir, $N_1 > N_2$. En tales circunstancias la Ec. (3) describirá la atenuación de la onda y el medio formado por los ADNE actuará como un absorbedor. Sin embargo, si el medio se invierte, $N_1 < N_2$, la Ec. (3) indicará ahora una amplificación en la intensidad de la onda conforme avanza en el medio. Por esta razón, a un medio se le llama también medio activo amplificador.

Como actualmente se cuenta con técnicas muy variadas y eficientes para producir medios invertidos utilizando tres o más niveles energéticos de un sistema atómico⁽²⁾, la Ec. (3) para un amplificador representa la idea primaria del láser idealizado a dos niveles energéticos, y se ha utilizado con mucha frecuencia para explicar el principio físico del funcionamiento del láser mismo.

Sin embargo, la ecuación de razón (3) sólo es aplicable en casos en los que los efectos coherentes no sean significativos, como sucede cuando la intensidad de la onda es débil. A intensidades suficientemente altas el sistema de ADNE es profundamente perturbado por el campo E.M. y es necesaria la utilización de un modelo más sofisticado para describir satisfactoriamente tal interacción. Además, el hecho de que no exista un modelo clásico de un amplificador, puesto que es necesaria la descripción de niveles discretos de energía en los átomos, puede hacer parecer al proceso de amplificación como algo muy alejado de nuestros conceptos usuales del fenómeno de propagación. En este aspecto, debe notarse que la Ec. (3) para un absorbedor predice el mismo decaimiento en la intensidad de la onda que el modelo clásico de osciladores armónicos.

En este artículo hacemos uso de las ecuaciones acopladas de Rabi-Bloch y de Maxwell para analizar la propagación de pulsos a través de me-

dios activos amplificadores. Esto nos dará una idea clara de la región en que es válida la Ec. (3) y nos ofrecerá una alternativa para relacionar, por semejanza, nuestras ideas de absorción y amplificación.

ECUACIONES FUNDAMENTALES

La interacción coherente del sistema de ADNE con el campo eléctrico E , de un pulso de luz que viaja en la dirección z y cuya magnitud está dada por

$$E(t', z) = 2 \operatorname{Re} \{ E e^{i\omega_p t'} \} \quad , \quad (4)$$

donde $t' = t - z/c$ es el tiempo local, medido por un observador moviéndose a la velocidad c de la luz en el medio y E es su envolvente compleja, es satisfactoriamente descrita mediante el acoplamiento de las ecuaciones de Rabi-Bloch y de la ecuación reducida de Maxwell. Las primeras,

$$dp/dt' = (i\Delta - 1/T_d) p + i\Omega w \quad (5.a)$$

y

$$dw/dt' = -Rv + Uu \quad , \quad (5.b)$$

rigen la evolución, bajo la presencia del pulso, de la envolvente compleja del dipolo, $p = u + iv$ y de la inversión w , de un ADNE cuya frecuencia de transición difiere de la frecuencia portadora del campo eléctrico por la cantidad $\Delta = \omega - \omega_p$. Por su parte, la ecuación reducida de Maxwell,

$$\frac{\partial \Omega}{\partial z'} = -i \frac{1}{2\pi g(0)} P - k\Omega \quad , \quad (6)$$

describe el cambio en la envolvente compleja del pulso, debido tanto a las pérdidas externas que sufre, representadas por la constante k , como a la radiación del ensamble de dipolos, representada por la polarización macroscópica resonante P , que se define como el promedio de la envolvente de la polarización atómica sobre la distribución atómica de frecuencias de transición $g(\Delta)$. Esto es,

$$P = \int_{-\infty}^{\infty} p g(\Delta) d\Delta = \langle p \rangle = \langle u \rangle + i \langle v \rangle \quad . \quad (7)$$

En las Ecs. (5) y (6), $\Omega = R + iU = (2d/\hbar) E$, es la llamada frecuencia de Rabi compleja, siendo d el elemento de la matriz que representa el momento dipolar atómico. Además, T_d es el tiempo de decaimiento del di polo, considerado aquí mucho mayor que la duración del pulso para que la interacción sea coherente y z' es la distancia de propagación medida en unidades del coeficiente de Beer.

A pesar de que el sistema de ecuaciones acopladas no es lineal y de que el proceso mismo de la propagación no es en general estacionario, podemos seguir los mismos lineamientos expuestos en un artículo previo⁽³⁾ y definir a una distancia z' , la función de respuesta local del medio en la forma

$$\tilde{P}(\Delta_D, z') = \chi(\Delta_D, z') \tilde{\Omega}(\Delta_D, z') \quad , \quad (8)$$

donde \tilde{P} y $\tilde{\Omega}$ son, respectivamente, las transformadas de Fourier de la polarización macroscópica y de la frecuencia de Rabi, mientras que $\Delta_D = \omega_d - \omega_p$, siendo ω_d la frecuencia del detector. Esta definición nos permite, por simple aplicación de la transformada de Fourier, reescribir la Ec. (6) como

$$\frac{\partial \tilde{\Omega}}{\partial z'} = - \left[i \frac{1}{2\pi g(0)} \chi + k \right] \tilde{\Omega} \quad , \quad (9)$$

la cual pudiera resolverse si se conociera la forma funcional de $\chi(\Delta_D, z')$. Sin embargo, tomando la transformada de Fourier de la Ec. (5.a) se obtiene la siguiente expresión para la transformada de la polarización macroscópica:

$$P = - \left\langle \frac{\tilde{\Omega} w}{\Delta_D + \Delta + iT_d} \right\rangle \quad , \quad (10)$$

en donde se nota que el término $\tilde{\Omega} w$, que representa la transformada de

Fourier del producto de la frecuencia de Rabi con la inversión atómica, impide la solución analítica de la Ec. (9) y, como consecuencia, la solución general al problema de la propagación de pulsos de luz a través de medios activos amplificadores. De acuerdo a la Ec. (8), la función de respuesta local tomará la forma general

$$\chi = -\frac{1}{\tilde{\Omega}} \left\langle \frac{\tilde{\Omega} w}{\Delta_D + \Delta + iT_d} \right\rangle \quad (11)$$

A pesar de lo complejo de esta ecuación, existen algunos casos asintóticos para los cuales la forma de la función de respuesta puede ser determinada. Como estos casos proporcionan información importante sobre el desenvolvimiento que sigue el pulso al atravesar el medio y representan situaciones físicas reales, en las dos secciones siguientes los analizamos detalladamente en forma tanto analítica como numérica.

PROPAGACION DE PULSOS DEBILES

Un pulso débil es considerado como aquel que no altera significativamente el nivel energético en que se encuentran los ADNE en un absorbedor, manteniendo a su paso prácticamente constante el valor de la inversión atómica. Sin embargo, si uno de estos pulsos débiles se hace incidir sobre el medio amplificador, solamente se comportará como tal durante una corta distancia dentro del medio. Dado que se va amplificando conforme se propaga, a distancias mayores el pulso original habrá ganado suficiente energía como para afectar la inversión atómica y no podrá ser ya considerado como débil. Por consiguiente, para analizar la propagación de un pulso débil en un amplificador, en el que todos los átomos se encuentran inicialmente en su estado excitado, podemos tomar la siguiente forma para la inversión atómica

$$U = 1 + \varepsilon(t', z') \quad , \quad (12)$$

con tal de que se tenga presente que la función $\varepsilon(t', z')$ crece conforme la intensidad del pulso aumenta y sólo es despreciable en distancias de pe

netración cortas. Esto nos permite escribir la función de respuesta dada en la Ec. (11) en la forma

$$\chi = - \left\langle \frac{1}{\Delta_D + \Delta + iT_d} \right\rangle + \theta(\Delta_D, z'), \quad (13)$$

en la que $\theta(\Delta_D, z')$ sólo es despreciable en las mismas circunstancias en que $\varepsilon(t', z')$ lo es. Cuando esto sucede, la ecuación anterior predice, dentro del intervalo de validez de la aproximación, una función de respuesta que es independiente de la distancia de penetración y cuya forma exacta depende solamente de la distribución atómica de frecuencias de transición. La forma de esta última es en general del tipo inhomogéneo, con perfil gaussiano, obtenida al considerar el movimiento relativo de los átomos en el medio. Sin embargo, esta forma no permite la integración involucrada en el promedio de la Ec. (13) más que por métodos numéricos⁽⁴⁾. Por esta razón, supondremos que $g(\Delta)$ es homogénea, centrada en resonancia y con una anchura media T . Es decir,

$$g(\Delta) = \frac{T^*}{\pi} \frac{1}{\Delta^2 + T^{*2}} \quad . \quad (14)$$

Con esta forma, la integral de la Ec. (13) puede realizarse de una manera simple, obteniéndose la expresión

$$\chi = \chi' + i\chi'' = \frac{\Delta_D T}{1 + \Delta_D^2 T^2} + i \frac{1}{1 + \Delta_D^2 T^2} \quad (15)$$

para la función de respuesta, siendo $1/T = 1/T^* + 1/T_d$ el tiempo de decaimiento total del medio de ADNE. En virtud del papel que desempeña χ en la Ec. (9), a su parte real χ' se le denomina parte dispersiva, mientras que a su parte imaginaria χ'' parte amplificadora. Lo importante del resultado de la Ec. (8) radica en que la función de respuesta encontrada es idéntica, a excepción del signo, a la susceptibilidad clásica obtenida al considerar la absorción de ondas E.M. por un medio constituido por osciladores armónicos. Para un medio absorbedor ya se ha reportado previamente⁽³⁾ que en

presencia de un pulso débil los ADNE se comportan como osciladores armónicos y desde el punto de vista físico, es esperada tal correspondencia. Sin embargo, el hecho de que en un medio amplificador, para el cual no existe análogo clásico, los ADNE en presencia de un pulso débil se comporten en forma similar al coeficiente de amplificación dado por su análogo estático⁽¹⁾ no resulta tan obvio y viene a ser realmente novedoso. En la Fig. 1 se muestran las gráficas de las componentes dispersivas y amplificadoras de las funciones de repuesta a pulsos débiles tanto de un sistema de ADNE absorbedor, Fig. 1(a), como de uno amplificador, Fig. 1(b).

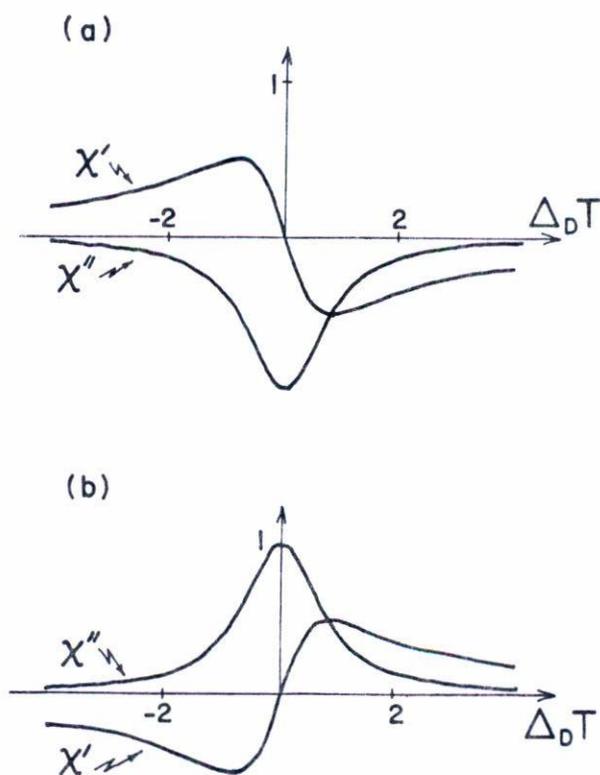


Fig. 1. Partes dispersiva y amplificadora de la función de respuesta a pulsos débiles de un medio: (a) absorbedor y (b) amplificador.

Haciendo uso del resultado encontrado en la Ec. (15), la E. (9) puede ahora resolverse directamente para obtener la expresión que rige la evolución de la intensidad espectral del pulso, dentro del intervalo en que la aproximación hecha al despreciar el término $\theta(\Delta_D, z')$ de la Ec. (13) sea válida. Tal expresión es

$$I(\Delta_D, z') = \tilde{\omega}^* = I(\Delta_D, 0) \exp[A(\Delta_D) z'] \quad , \quad (16)$$

en donde $A(\Delta_D) = \frac{1}{1 + \Delta_D^2 T^2} + k$ es equivalente a la ecuación de razón (3), lo que explica sin ambigüedades el porqué ésta última sólo es aplicable a ondas E.M. suficientemente débiles.

Con la finalidad de comprobar nuestro estudio analítico de la propagación de pulsos débiles en medios amplificadores, hemos resuelto numéricamente las ecuaciones de movimiento (5) y (6). En la Fig. 2 se muestra el comportamiento temporal del pulso débil para cuatro diferentes distancias de penetración, notándose perfectamente la amplificación que sufre conforme se propaga. En la Fig. 3 se han graficado los espectros del pulso y de la polarización macroscópica a las mismas distancias de penetración, observándose el fiel cumplimiento de la Ec. (16) para el primero y de la Ec. (10) para la segunda. Finalmente, en la Fig. 4 mostramos las partes dispersiva y amplificadora de las correspondientes funciones de respuesta del medio. Debe notarse que exhiben el mismo comportamiento predicho por la Ec. (15) y que la invarianza de su forma con la distancia de propagación demuestra que la aproximación hecha en esa misma ecuación es completamente válida en ese intervalo. Obviamente, esta invarianza termina un poco más adentro del medio, en cuanto el pulso adquiere la suficiente energía como para alterar la inversión atómica, y en esos casos la aproximación de esta sección no se puede aplicar. La siguiente sección la dedicamos al estudio de la propagación de pulsos que no pueden ser considerados como débiles.

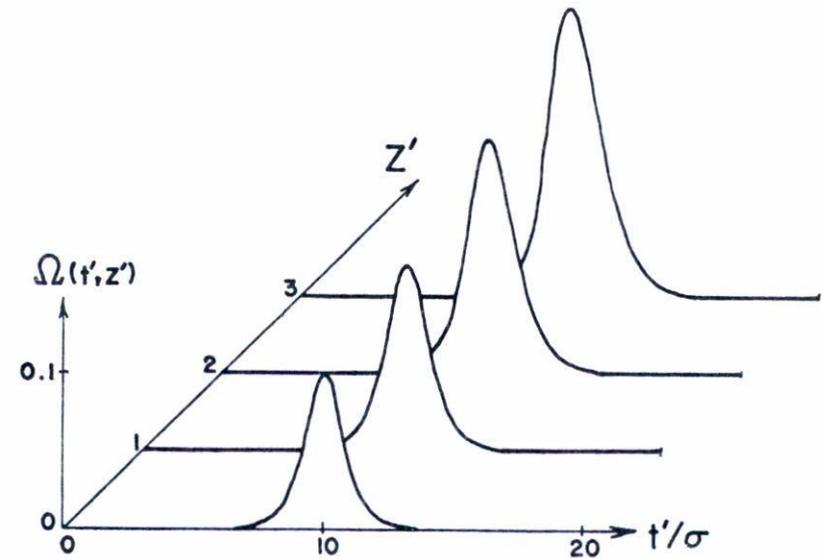


Fig. 2. Solución numérica de las Ecs. (5) y (6) para un pulso de forma inicial $\Omega(t', 0) = 0.1 \operatorname{sech} \left[\frac{\pi}{2\sigma} (t' - t_0) \right]$. Los parámetros del medio son: $g(\Delta)$ de perfil gaussiano con $g(0) = 0.235$ y $k = 0.04$.

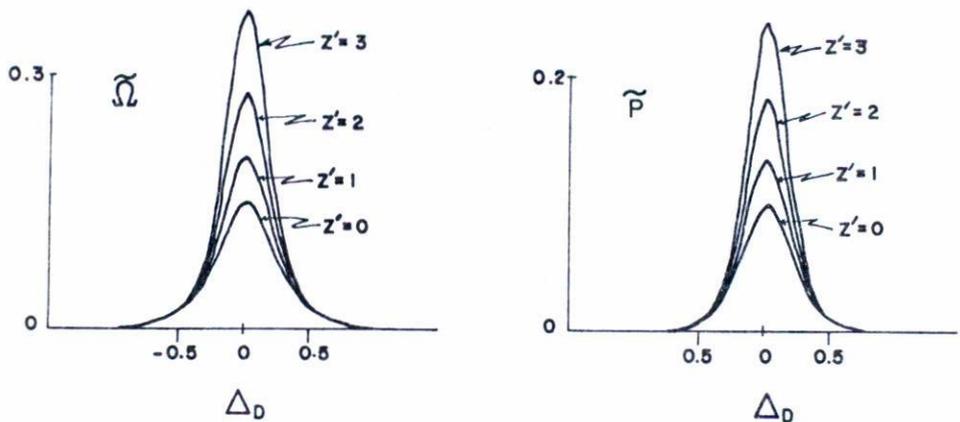


Fig. 3. Espectros del pulso y de la polarización macroscópica resonante correspondientes a la propagación numérica de la Fig. 2.

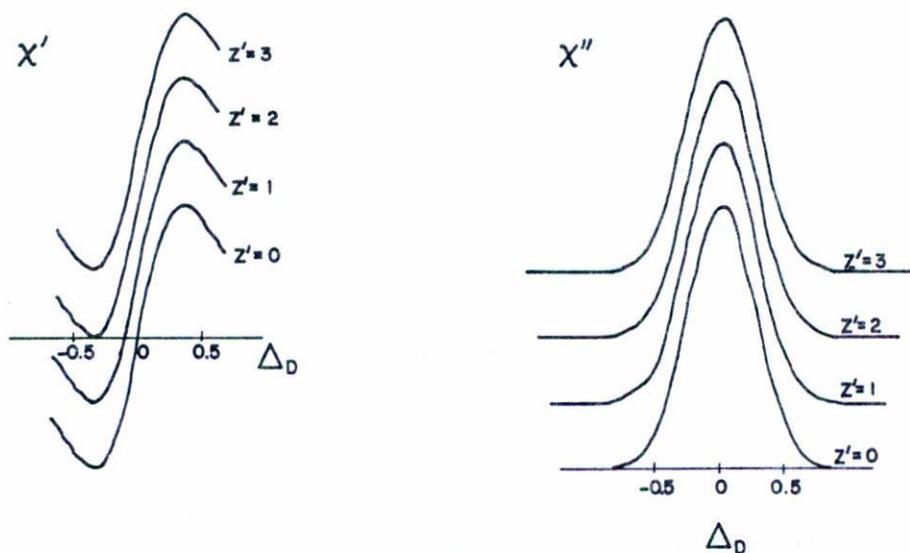


Fig. 4. Partes dispersiva y amplificadora de la función de respuesta local del medio correspondiente a la propagación numérica de la Fig. 2.

PROPAGACION DE PULSOS INTENSOS

Cuando se considera la interacción de un pulso intenso con el sistema de ADNE la Ec. (11) para la función de respuesta no admite alternativas simplificadoras. Sin embargo, aun en estos casos podemos extraer información física valiosa del proceso mediante el uso de tres herramientas principales: el teorema cuántico del área, las simulaciones numéricas y el análisis de éstas, basado en las propiedades de la función de respuesta dada en la Ec. (8).

Primeramente, el teorema cuántico del área, descubierto por Mc. Hall y Hahn⁽⁵⁾, rige la evolución espacial del área encerrada por la envolvente del pulso, cuando ésta es puramente real. La expresión correspondiente es⁽⁶⁾

$$\frac{d A(z')}{dz'} = \frac{1}{2} \operatorname{sen} [A(z')z - k A(z')] \quad (17)$$

Dentro de las implicaciones más importantes de este teorema está la existencia de valores de área estables, para los cuales la relación

$$\frac{1}{2} \operatorname{sen} [A(z')] = k A(z') \quad (18)$$

se satisface. La Fig. 5 muestra las gráficas de las funciones que aparecen en ambos lados de esta última ecuación para el caso particular en que $k = 0.04$, y de ellas se desprende que existen tres valores de área estables. Esto significa que si un pulso que entra al medio posee cualquiera de estas tres áreas bajo su envolvente, entonces se propagará manteniendo el valor de su área constante. Además, con estos valores, A_1 , A_2 y A_3 , que han sido encontrados numéricamente, la ecuación diferencial (17) puede resolverse en la misma forma, dando la gráfica mostrada en la Fig. 6. En ella se notará que un pulso con un valor de área entre cero y A_1 , evolucionará aumentando su área hasta alcanzar el valor estable A_1 ; mientras que uno con un valor entre A_1 y A_2 , se propagará disminuyendo su área hacia el valor A_1 . De hecho, el valor A_2 es en realidad un valor cuasi-estable del área, puesto que un pulso con un área un poco mayor o un poco menor que A_2 , se propagará aumentando o disminuyendo su área, alejándose de A_2 , como se muestra en la Fig. 6.

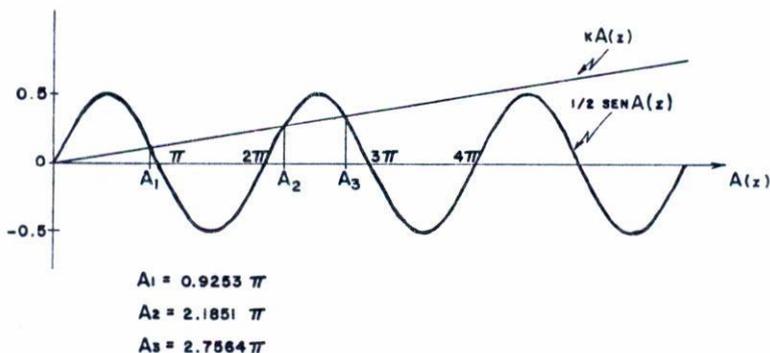


Fig. 5. Gráfica de las dos funciones que aparecen en la Ec. (18), para $k = 0.04$. Los valores A_1 , A_2 y A_3 fueron determinados numéricamente.

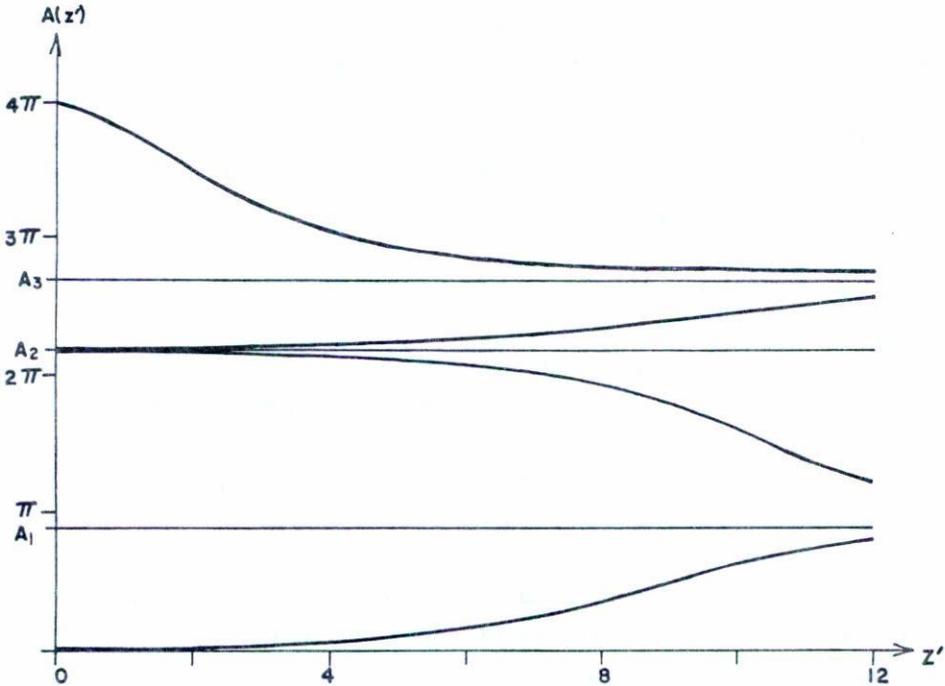


Fig. 6. Soluciones numéricas del teorema del área de la Ec. (17), para $k = 0.04$.

Desde luego, la información que proporciona el teorema del área es solamente parcial, puesto que un pulso puede variar de muchas maneras su perfil temporal al mismo tiempo que su área obedece la solución mostrada en la Fig. 6. Es por esto que las simulaciones numéricas son de gran importancia en el estudio de este tipo de interacción y llegan a ser mucho más comprensibles cuando se analizan a la luz de las propiedades de las partes dispersiva y amplificadora de la función de respuesta local definida en la Ec. (8). Así, analizando la forma de la función de respuesta obtenida durante una simulación numérica, es posible determinar si en ese punto el pulso se absorbe o se amplifica en determinadas frecuencias e interpretar estos efectos en el dominio del tiempo. Antes de aplicar estas ideas a la propagación de un pulso en condiciones generales, trataremos

primero el caso asintótico de pulsos estables, que viajan a través del medio amplificador sin distorsión y manteniendo constante su energía.

Aunque no ha sido posible encontrar soluciones analíticas para pulsos estables, más que en el caso ideal en que todos los ADNE posean la misma frecuencia de transición⁽⁷⁾ ($g(\Delta) = \delta(\Delta - \Delta')$), se ha demostrado numéricamente que viajan a la velocidad de la luz en el medio⁽⁸⁾. En estas circunstancias, $\partial\Omega/\partial z'$ en la Ec. (6) y $\partial\tilde{\Omega}/\partial z'$ en la (9) son ambas cero y de esta última se obtiene el valor

$$\chi = 2\pi i g(0) k \quad (19)$$

para la función de respuesta en condiciones de estabilidad. Nótese que su parte real es nula, indicándonos que el medio no muestra efectos de dispersión sobre el pulso, por lo que el pulso viaja a la misma velocidad que la luz en el medio. La parte imaginaria es positiva e independiente de Δ_D , lo que representa que desde el sistema atómico existen ganancias iguales en todo el rango de frecuencias. Estas ganancias del medio resonante son compensadas por las pérdidas externas que sufre el pulso mismo, manteniendo así constante el valor de su energía. Cabe señalar que en el caso límite en que $k = 0$, el pulso extrae energía del medio en forma indefinida, por lo que no existen soluciones estables cuando se desprecian las pérdidas externas del pulso.

Es interesante comparar la forma de la función de respuesta obtenida en la Ec. (19) con la correspondiente al estado estable para un absorbedor,

$$\chi_a = 2\pi g(0) (1/V - 1/c) \quad , \quad (20)$$

que ha sido reportada con anterioridad⁽³⁾. Aquí, V es la velocidad del pulso, pues en un absorbedor los pulsos estables son más lentos que la luz en el medio, lo que explica que la función de respuesta correspondiente sea puramente real y dependa línealmente de Δ_D . De esto se puede concluir que una condición necesaria para la existencia de pulsos estables en dieléctricos es que la parte real de su función de respuesta sea nula o línealmente dependiente de la frecuencia y con pendiente positiva, que correspon

den, respectivamente, a velocidades constantes del pulso iguales o menores que la de la luz en el medio. La ausencia de parte imaginaria en la Ec. (20) sólo indica que las pérdidas que sufre el pulso no son determinantes para la existencia de soluciones estables en un absorbedor, contrastando con el caso del amplificador en que es necesario mantenerlas para provocar el equilibrio con la radiación vertida al pulso por los átomos activos.

Finalmente, en las Figs. 7 y 8 mostramos los resultados de una simulación numérica que corresponde a la propagación de un pulso de luz en un medio amplificador, desde que es débil hasta que adquiere un perfil cercano al estable. La Fig. 7 muestra el comportamiento temporal del pulso para cinco diferentes distancias de penetración, mientras que en la Fig. 8 se exhibe, en (a), el espectro del pulso, y en (b) y (c), las partes dispersiva y amplificadora de la función de respuesta, correspondientes a cada distancia de penetración. El pulso de entrada, mostrada en la Fig. 7 para $z' = 0$, posee un área de 0.15 y puede ser considerado como débil al notar que la correspondiente función de respuesta, Fig. 8(a) y (8(b)), tiene la misma forma que la predicha por la Ec. (15), vista en la sección anterior.

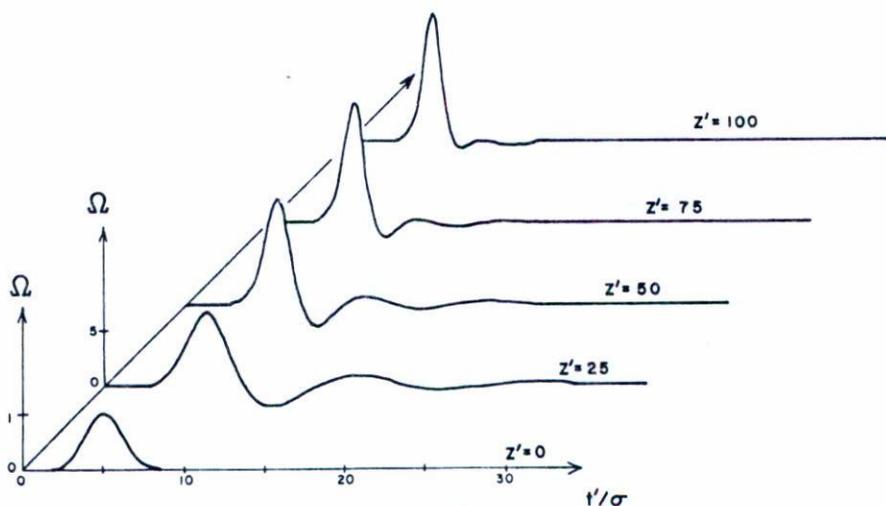


Fig. 7. Soluciones numéricas de las Ecs. (5) y (6) para un pulso inicial de la forma $\Omega(t', 0) = \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(t' - t_0)^2\right]$. Los parámetros del medio son: $g(\Delta)$ de perfil gaussiano con $g(0) = 0.313$ y $k = 0.04$. Nótese que la escala para el pulso ha sido alterada por un factor de cinco a partir de $z' = 25$.

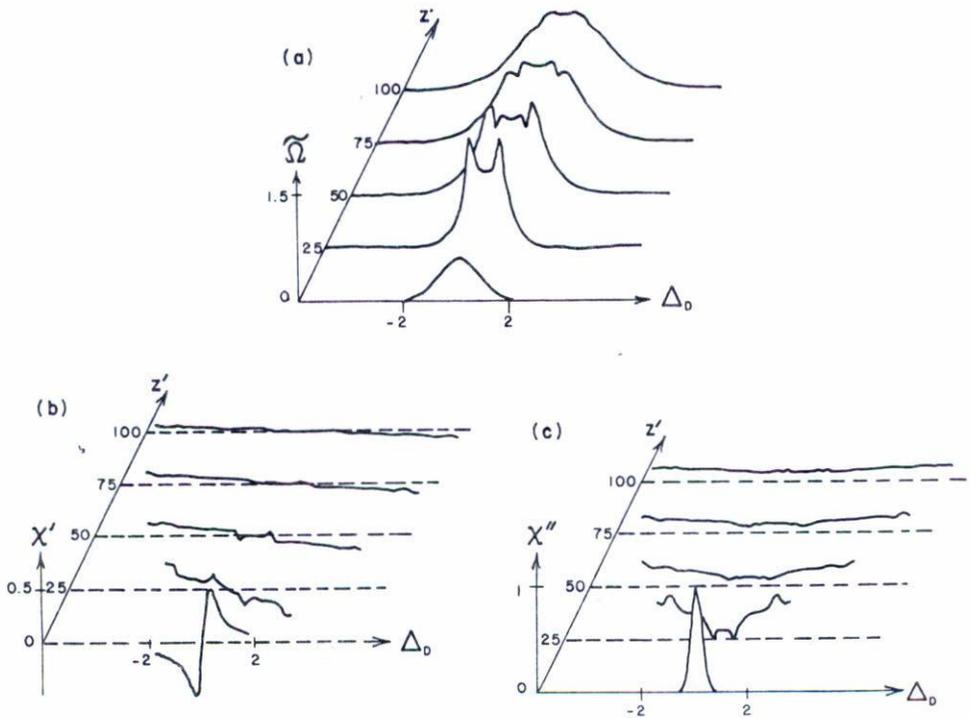


Fig. 8. Análisis espectral correspondiente a la propagación numérica de la Fig. 7. En (a), el espectro del pulso. En (b), la parte dispersiva de la función de respuesta local del medio, y en (c), la parte amplificadora de la misma.

Cuando el pulso arriba a $z' = 25$ ya ha alcanzado su valor de área estable A_1 de la Fig. 5, satisfaciendo el teorema del área. En la Fig. 8(c) se observa claramente que a frecuencias cercanas a la de resonancia la parte amplificadora toma ya su valor estable, mientras que a frecuencias más lejanas denota amplificación. En particular, la componente en resonancia, que representa la evolución del área del pulso, es ya prácticamente estable. Esto repercute directamente sobre la distribución espectral, que en la Fig. 8(a) muestra ya dos cúspides simétricas como consecuencia de la ganancia a frecuencias lejos de la resonancia. En consecuencia, el comportamiento temporal del pulso muestra en la Fig. 7 una mayor intensidad y una reducción en su duración, en comparación con el pulso incidente (nótese que la escala correspondiente ha sido reducida), además de las oscilaciones que corresponden a las cúspides de su distribución espectral.

Para $z' = 50$ la parte amplificadora muestra características similares. Cerca de la resonancia existen más componentes que tienden al valor estable dado en la Ec. (19), mientras que lejos de resonancia aún existe ganancia, aunque en menor grado que para $z' = 25$. En consecuencia, la distribución espectral correspondiente muestra un notable ensanchamiento que se refleja como un acortamiento en la distribución temporal del pulso, fácilmente comprobable en la Fig. 7, donde también se observan las oscilaciones provenientes de las cúspides que, aunque en menor grado que para $z' = 25$, aún existen en la distribución espectral.

A medida que el pulso sigue avanzando dentro del medio amplificador, las características de la propagación serán semejantes a las comentadas para $z' = 50$, hasta que las condiciones de estabilidad sean alcanzadas. Para $z' = 100$, se puede observar claramente en la Fig. 8 este efecto de mo delado hacia el pulso estable. La parte dispersiva de la función de respuesta semeja una línea recta con pendiente negativa, tendiendo más hacia la horizontal nula predicha en la Ec. (19). La parte amplificadora muestra ya sólo una ligera ganancia, con respecto al valor estable predicho en la Ec. (19), a frecuencias lejanas a la resonancia. Esto ha provocado que la distribución espectral sea aún más ancha y sus cúspides vayan desapareciendo poco a poco, para formar eventualmente la distribución espectral del pulso estable. Las repercusiones de este comportamiento espectral en el dominio del tiempo son también notorias. En la Fig. 7, se aprecia el

acortamiento del pulso y la disminución gradual de sus oscilaciones, indicando la formación asintótica de un pulso estable. Esto demuestra que el análisis espectral permite comprobar si un cierto pulso evolucionará o no hacia uno estable.

Desde luego, para obtener la forma estable final es necesario propagar a mayores distancias el pulso inicial, puesto que el proceso de modelación es mucho más lento que la estabilización del valor del área del pulso e , incluso, que la modelación de un pulso estable en un medio absorbedor. Aquí cabe mencionar otra diferencia importante entre los pulsos estables en un absorbedor y en un amplificador, encontrada en la realización de simulaciones numéricas. Para que un pulso sea estable dentro de un medio absorbedor, solamente se requiere que posea el perfil de una secante hiperbólica y que encierre un área de 2π . Sin embargo, para un medio amplificador aún constituye un problema de investigación el determinar cuál selección de parámetros físicos del pulso nos conducirá a uno estable, pues parece ser que cada medio, caracterizado por su distribución atómica de frecuencias y su valor de la constante de pérdida, acepta solamente algunas formas específicas estables.

CONCLUSIONES

Se ha mostrado que el uso de ecuaciones coherentes para describir el fenómeno de la propagación de un pulso de luz en medios activos amplificadores proporciona una alternativa más completa para entender y explicar el concepto de amplificación de luz. Cuando el pulso puede ser considerado como débil, la similitud de la función de respuesta del medio amplificador con la susceptibilidad clásica es sorprendente y puede ser usada para unificar las ideas de absorción y amplificación en una sola: la de propagación.

Quando el pulso de luz es intenso, hemos mostrado que existen, al igual que en un medio absorbedor, soluciones estables en un medio amplificador, aunque a diferencia de los primeros, su estabilidad depende exclusiva-

mente de las características del medio. La aplicación del análisis espectral a la propagación a través de un amplificador nos ha permitido comprobar la estabilidad de pulsos y concluir que la parte real de la función de respuesta local del medio debe poseer una forma específica para que un pulso estable pueda existir, ya sea en un medio absorbedor o en uno amplificador.

REFERENCIAS

1. L.I. Schiff, *Quantum Mechanics*, Third Edition, Mc. Graw-Hill, New York (1968).
2. O. Svelto, *Principles of Lasers*, Plenum Press, New York (1976) cap. 3.
3. L. Matulic, J.J. Sánchez-Mondragón, G.E. Torres-Cisneros y E. Chávez-Cortés, *Rev. Mex. de Fís.*, 31 (1985) 259.
4. M. Abramowitz e I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York (1972)
5. L. McCall y E.L. Hahn, *Phys. Rev.*, 183 (1969) 457.
6. F.A. Hopf y M.O. Scully, *Phys. Rev.*, 179 (1971) 399.
7. G.L. Lamb Jr., *Rev. Mod. Phys.*, 43 (1971) 99.
8. A. Içsevgi y W.E. Lamb Jr., *Phys. Rev.*, 185 (1969) 517.