

DISPERSION INELASTICA DE ELECTRONES A ENERGIAS ALTAS POR HIDROGENO ATOMICO

R.M. Méndez-Moreno

Facultad de Ciencias, UNAM

Apartado Postal 70-646, México 04510, D.F.

(recibido marzo 25, 1985; aceptado julio 23, 1985)

RESUMEN

Se calculan las secciones diferenciables de dispersión inelástica no relativista, de electrones a altas energías por átomos de hidrógeno en el estado base. El método empleado para calcular las amplitudes de dispersión es el de la serie eikonal-Born. Se presentan cálculos para la sección inelástica que lleva el hidrógeno del estado base al estado 3S. El intervalo de energías considerado es $50 \text{ eV} \leq E \leq 500 \text{ eV}$.

ABSTRACT

The non-relativistic inelastic scattering of high energy electrons by hydrogen atoms in the ground state is analyzed. The method we use

to evaluate the scattering amplitudes is the eikonal-Born series. Algebraic results for excitation of hydrogen to the 3S state by high energy electrons, $50 \text{ eV} \leq E \leq 500 \text{ eV}$, are presented as an application of this method. We show some numerical results for the scattering amplitudes, differential and total cross sections, and compare with experimental results for this process.

1. INTRODUCCION

En los últimos 15 años ha habido un interés creciente en problemas de dispersión no relativista de electrones por átomos, tanto desde el punto de vista experimental como teórico⁽¹⁾. Experimentalmente, se han realizado experimentos más precisos. Mientras que teóricamente, se han introducido métodos que eran utilizados en física nuclear y física de altas energías. Como ejemplo de éstos está la aproximación de la eikonal, ampliamente trabajada por Glauber⁽²⁾, quien propuso una generalización de este método al problema de muchos cuerpos y tuvo gran aceptación aplicado a colisiones hadrónicas a altas energías. Otro ejemplo es la serie eikonal-Born⁽³⁾, el cual combina las series de Born y de eikonal para calcular la amplitud de la dispersión hasta términos de orden k_i^{-n} , siendo k_i el número de onda del electrón incidente. Este método ha sido aplicado satisfactoriamente a colisiones de electrones y positrones por átomos a energías altas e intermedias⁽⁴⁾. De gran importancia es también el método de canales acoplados en el espacio de momento. Este, introducido recientemente, ha tenido gran éxito en el tratamiento de colisiones de electrones por iones o átomos⁽⁵⁾.

En este trabajo se va a estudiar la dispersión inelástica no relativista, de electrones por átomos de hidrógeno en su estado base, utilizando el método de la serie eikonal-born. Se presentan resultados algebraicos para las amplitudes de dispersión y para la sección diferencial de dispersión para excitación al estado 3S del hidrógeno. Los resultados algebraicos presentados incluyen los términos hasta orden k_i^{-2} en la amplitud de dispersión.

2. TEORIA

2.1 Serie eikonal-Born

Consideremos el proceso en el cual un electrón con momento inicial \underline{k}_i encuentra un átomo de hidrógeno en su estado base, excita al átomo hasta un estado 3S y sale con un momento final \underline{k}_f . Entonces, el momento transferido al electrón es $\underline{k} = \underline{k}_i - \underline{k}_f$. Calcularemos la sección diferencial de dispersión para este proceso:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k_f}{k_i} |f(\theta, \phi)|^2, \quad (2.1)$$

donde f es la amplitud de dispersión que incluye los términos de singulete y triplete.

Se trabajará en unidades atómicas y nos limitaremos a la región de energías altas no relativistas, es decir, la energía de electrón incidente será tal que $50 \text{ ev} \leq E \leq 500 \text{ ev}$.

La amplitud de dispersión será calculada usando la serie eikonal-Born y tomando términos hasta orden k_i^{-2} , es decir, el término directo de la amplitud en esta aproximación está dado por

$$f_{\text{EBS}} = \bar{F}_{B1} + \bar{F}_{B2} + \bar{F}_{G3}, \quad (2.2)$$

\bar{F}_{B1} y \bar{F}_{B2} son el primero y segundo términos de la serie de Born y \bar{F}_{G3} es el tercer término de la serie de la eikonal. Seleccionando adecuadamente el eje Z en la aproximación de la eikonal, este término se comporta para k grandes como la parte real del tercer término de la serie de Born⁽³⁾.

El primer término de la amplitud de Born puede ser real o imaginario, mientras que el segundo término de la serie de Born tiene ambas, parte real y parte imaginaria. Por otra parte, los términos de la serie de Glauber son alternativamente reales o imaginarios como puede verse de su expresión general⁽⁶⁾:

$$\bar{F}_{G3} = \frac{k_i}{2\pi i} \frac{i^n}{n!} \int d^2b_0 e^{i\underline{k} \cdot \underline{b}_0} \langle f | \chi_G^n(\underline{k}, \underline{b}_0, \underline{b}_1) | i \rangle, \quad (2.3)$$

$|i\rangle$ y $|f\rangle$ son los estados inicial y final del núcleo del blanco.

En esta expresión tenemos para la posición del electrón incidente, $\underline{r}_0 = \underline{b}_0 + z_0 \hat{Z}$, y para las coordenadas del electrón en el átomo de hidrógeno $\underline{r}_1 = \underline{b}_1 + z_1 + z_1 \hat{Z}$, donde el eje Z es perpendicular a la dirección del momento transferido. Por otra parte

$$\chi_G(\underline{k}, \underline{b}_0, \underline{b}_1) = -\frac{1}{k_i} \int_{-\infty}^{\infty} V(\underline{b}_0, z_0, \underline{r}_1) dz_0 \quad , \quad (2.4)$$

V es el potencial de interacción entre el electrón incidente y el átomo, es decir,

$$V = \frac{1}{r_{10}} - \frac{1}{r_0} \quad , \quad (2.5)$$

en donde $r_{10} = |\underline{r}_1 - \underline{r}_0|$

Los términos de la serie de Glauber (aproximación de la eikonal) son obtenidos a partir de la ecuación de Lippmann-Schwinger por medio de una linealización de la función de Green en el espacio de momento. Esta aproximación es válida para $ka \gg 1$, donde k es el número de onda de la partícula incidente y a es el alcance del potencial.

La ecuación de Lippmann-Schwinger es

$$\psi_i^+(\underline{r}) = \phi_i(\underline{r}) + \int G_0^+(\underline{r}, \underline{r}') V(\underline{r}') \psi_i^+(\underline{r}') d\underline{r}' \quad , \quad (2.6)$$

donde la función de Green G_0^+ está dada por

$$G_0^+(\underline{r}, \underline{r}') = - (2\pi)^{-3} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int d\underline{k}' \frac{e^{i\underline{k}' \cdot (\underline{r} - \underline{r}')}}{k'^2 - k_i^2 - i\epsilon} \quad . \quad (2.7)$$

Consideremos los siguientes cambios de variable:

$$\underline{R} = \underline{r} - \underline{r}' \quad \text{y} \quad \underline{p} = \underline{k}' - \underline{k}_i \quad . \quad (2.8)$$

Entonces, la Ec. (2.7) puede escribirse como

$$G_0^+(\underline{r}, \underline{r}') = -\frac{1}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \underline{R}} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int d\underline{p} \frac{e^{i\underline{p} \cdot \underline{R}}}{2\underline{k}_i \cdot \underline{p} + p^2 - i\epsilon} \quad (2.9)$$

El denominador en la Ec. (2.9) puede ser desarrollado:

$$\frac{1}{2\underline{k}_i \cdot \underline{p} + p^2 - i\epsilon} = \frac{1}{2k_i p_z + p^2 - i\epsilon} = \frac{1}{2k_i p_z - i\epsilon} \left(1 - \frac{p^2}{2k_i p_z - i\epsilon} + \dots \right); \quad (2.10)$$

se escogió el eje z a lo largo de \underline{k} .

Sustituyendo este desarrollo en la Ec. (2.9) podemos escribir la función de Green como una serie:

$$G_0^+(\underline{R}) = G_0^{(1)}(\underline{R}) + G_0^{(2)}(\underline{R}) + G_0^{(3)}(\underline{R}) + \dots \quad (2.11)$$

donde

$$G_0^{(1)}(\underline{R}) = -\frac{1}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \underline{R}} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int d\underline{p} \frac{e^{i\underline{p} \cdot \underline{R}}}{2k_i p_z - i\epsilon} \quad (2.12)$$

$$G_0^{(2)}(\underline{R}) = -\frac{1}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \underline{R}} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int d\underline{p} \frac{p^2 e^{i\underline{p} \cdot \underline{R}}}{(2k_i p_z - i\epsilon)^2} \quad (2.13)$$

y así sucesivamente. Este desarrollo converge rápidamente para $k_a \gg 1$.

Substituyendo la función de Green en la Ec. (2.6) por el primer término de (2.11) y haciendo la hipótesis que

$$\psi_i^+(\underline{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \underline{r}} \psi(\underline{r}) \quad (2.14)$$

la cual también es válida si $k_{1a} \gg 1$, obtenemos la función de onda de la eikonal:

$$\psi_G(\underline{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{i\mathbf{k}_i \cdot \underline{r}} - \frac{i}{2k_i} \int_{-\infty}^z V(x, y, z') dz' \quad (2.15)$$

Con esta función de onda la amplitud de la eikonal queda

$$f_G = \frac{k_i}{2\pi i} \int d^2b_0 e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{b}_0} \langle f | e^{i\chi(\mathbf{k}, \mathbf{b}_0)} - 1 | i \rangle \quad (2.16)$$

Cada término de la serie de Glauber se obtiene desarrollando la exponencial en la ecuación anterior. El término n -ésimo tiene la forma de la Ec. (2.3).

El término de intercambio de la amplitud de dispersión será dado en la aproximación de Born como

$$\bar{g}_{B1} = -\frac{1}{2\pi} \int e^{-i\mathbf{k}_f \cdot \mathbf{r}_1} \phi_f^{H*}(\mathbf{r}_0) \left(\frac{1}{r_{10}} - \frac{1}{r_0} \right) e^{i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_0} \phi_i^H(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_0 d\mathbf{r}_1 \quad (2.17)$$

donde ϕ_f^H es el estado final del átomo de hidrógeno y ϕ_i^H es el estado inicial. La contribución dominante en esta ecuación proviene del término $\frac{1}{r_{10}}$, ya que se comporta como k_i^{-2} para valores grandes de k_i ; mientras que el término $\frac{1}{r_0}$ se comporta como k_i^{-6} . Transformando el término de intercambio al espacio de momento y utilizando sólo el término dominante en esta ecuación se obtiene la bien conocida aproximación de Ochkur⁽⁷⁾.

$$\bar{g}_{B1} \approx \bar{g}_{Och} = -\frac{2}{k_i^2} \int e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \phi_f^*(\mathbf{r}) \phi_i(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (2.18)$$

Considerando el término de intercambio las amplitudes de dispersión del átomo de hidrógeno serán

$$f_{\text{sing}} = f + g_{\text{och}} \quad , \quad f_{\text{trip}} = f - g_{\text{och}} \quad , \quad (2.19)$$

y la sección diferencial de dispersión estará dada por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k_f}{k_i} \left| \frac{1}{4} |f_s|^2 + \frac{3}{4} |f_t|^2 \right| \quad (2.20)$$

3. APLICACION A LA DISPERSION INELASTICA DE ELECTRONES POR ATOMOS DE HIDROGENO EN EL ESTADO BASE

3.1 Excitación de hidrógeno atómico al estado 3S

Utilizando la expresión para la primera amplitud de Born,

$$F_{B1}(k) = -\frac{1}{2\pi} \int \frac{e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_0}}{r_{01}} \phi_f^*(\mathbf{r}_1) \phi_i(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_0 d\mathbf{r}_1, \quad (3.1)$$

obtenemos la amplitud para la excitación del estado 1S al 3S. Esta es

$$F_{B1}^{3S} = -\frac{32}{81\sqrt{3}} \frac{16 + 27k^2}{\left(\frac{16}{9} + k^2\right)^4} \quad (3.2)$$

El siguiente término en la serie de Born estará dada por la ecuación⁽⁸⁾

$$F_{B2}(k) = \frac{1}{\pi} \int d\mathbf{q} \sum_n \frac{\langle 3S, \mathbf{k}_f | V | n, \mathbf{q} \rangle \langle n, \mathbf{q} | V | 1S, \mathbf{k}_i \rangle}{q^2 - \frac{k_f^2}{-i} + 2(\omega_n - \omega_0) - i\epsilon} \quad \epsilon \rightarrow 0^+, \quad (3.3)$$

donde la suma se extiende a todos los estados intermedios, discretos y del continuo. En esta ecuación w_n es la energía del n -ésimo estado atómico. La integración en la parte de onda plana de los elementos de matriz puede ser hecha inmediatamente. Por otra parte, si reemplazamos la diferencia $w_n - w_0$ que aparece en el denominador, por una diferencia de energías promedio Δ , se puede hacer uso de la propiedad de cerradura para efectuar la suma a los estados intermedios. De esta forma obtenemos la segunda aproximación de Born simplificada:

$$F_{SB2} = \frac{2}{\pi^2} \int d\mathbf{q} \frac{\langle \phi_f | e^{i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{r}_1} - e^{i\mathbf{K}_i \cdot \mathbf{r}_1} - e^{-i\mathbf{K}_f \cdot \mathbf{r}} | \phi_i \rangle}{k_i^2 k_f^2 (q^2 - p_i^2 - i\epsilon)} \quad \epsilon \rightarrow 0^+, \quad (3.4)$$

donde $\mathbf{K}_{i,f} = \mathbf{k}_{i,f} - \mathbf{q}$ y $p_i^2 = k_i^2 - 2\Delta$.

Esta ecuación puede expresarse en términos de la primera ampli-

tud de Born como

$$\bar{F}_{SB2} = \frac{1}{\pi^2} \int_{\epsilon \rightarrow 0^+} dq \frac{-K^2 f_{B1}(K) + K_i^2 f_{B1}(K_i) + (-)^L K_f^2 f_{B1}(K_f)}{(q^2 - p_i^2 - i\epsilon) K_i^2 K_f^2} \quad (3.5)$$

L en esta expresión se refiere al momento angular del estado final del átomo de hidrógeno.

Utilizando (3.5) para la excitación al estado 3S del hidrógeno no atómico, obtenemos

$$\begin{aligned} \bar{F}_{SB2}^{3S} = & \frac{32}{\pi^2 \sqrt{3}} \left\{ \frac{K^2}{81} \frac{16 + 27 K^2}{\left(\frac{16}{9} + K^2\right)^4} I_{11}(0,0) + \frac{32}{81} \left[I_{11}\left(\frac{16}{9}, 0\right) + I_{14}\left(0, \frac{16}{9}\right) \right] \right. \\ & \left. - \frac{1}{3} \left[I_{31}\left(\frac{16}{9}, 0\right) + I_{13}\left(0, \frac{16}{9}\right) \right] \right\} \quad (3.6) \end{aligned}$$

donde

$$I_{nm}(\alpha, \beta) = \int_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{dq}{(q^2 - p_i^2 - i\epsilon) (K_i^2 + \alpha^2)^n (K_f^2 + \beta^2)^m} \quad (3.7)$$

Estas integrales pueden expresarse en términos de la integral

$$I_{11}(\alpha, \beta) = \int_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{dq}{(q^2 - p_i^2 - i\epsilon) (K_i^2 + \alpha^2) (K_f^2 + \beta^2)} \quad (3.8)$$

por medio de la expresión

$$I_{nm}(\alpha, \beta) = \frac{(-1)^{n+m}}{(n-1)!(m-1)!} \frac{\partial^{n-1}}{\partial(\alpha^2)^{n-1}} \frac{\partial^{m-1}}{\partial(\beta^2)^{m-1}} I_{11}(\alpha, \beta) \quad (3.9)$$

Usando las técnicas de parametrización de Feynman⁽⁹⁾, podemos reducir la integral tridimensional, Ec. (3.8), a una integral compleja en una dimensión, la cual puede resolverse analíticamente. En este trabajo se evalúa analíticamente la integral $I_{11}(\alpha, \beta)$ y derivamos numéricamente para calcular la amplitud (3.6)

La segunda aproximación de Born simplificada puede ser mejorada introduciendo en forma exacta los primeros términos de la suma, es decir los correspondientes a los estados más bajos y después utilizar la aproximación simplificada para el resto de los estados.

Utilizando la Ec. (2.7) para el término de intercambio, obtenemos para la amplitud de Ochkur:

$$\bar{g}_{\text{Och}}^{3S} = - \frac{32}{81\sqrt{3}} \frac{K^2(16 + 27 K^2)}{k_i^2 \left(\frac{16}{9} + K^2 \right)^4} \quad (3.10) \quad (3.10)$$

El término n-ésimo en la serie de Glauber estará dado, utilizando la Ec. (2.3), como

$$\bar{F}_{\text{Gn}}^{3S} = \frac{1}{n!} \left(\frac{i}{k_i} \right)^{n-1} \int J_0(Kb) A_n(b) b db \quad (3.11)$$

donde $J_0(Kb_0)$ es la función de Bessel y

$$A_n(b) = \frac{2b^3}{9\pi\sqrt{3}} \left[\int_0^1 F_1(r, b) dr + \int_0^1 F_1\left(\frac{1}{r}, b\right) \frac{dr}{r} \right] \quad (3.12)$$

La función $F_1(r)$ tiene la forma

$$F_1(r, b) = I_n(r) \left[- \frac{11}{6} br^3 K_0\left(\frac{4}{3} br\right) + \left[\frac{7}{4} r^2 + \frac{2}{9} b^2 r^4 \right] K_1\left(\frac{4}{3} br\right) \right] \quad (3.13)$$

donde $I_n(r) = \int_0^\pi \ln^n(1 - 2r\cos\phi + r^2) d\phi$ y K_ν es la función modificada de

Bessel de segunda clase. Todas las integrales involucradas en la amplitud de Glauber pueden ser realizadas numéricamente.

El término de esta serie que interesa calcular es f_{G3} . Como ya se indicó en la discusión sobre la ecuación (2.2), este término, para k grandes se comporta como $\text{Re } \bar{F}_{B3}$ debido a la selección particular del eje z .

4. RESULTADOS Y DISCUSION

Se presentan a continuación algunos resultados numéricos para las amplitudes y secciones diferenciales de dispersión. Estas se grafican en términos del ángulo de dispersión. Así mismo se grafica la sección de dispersión en términos de la energía del electrón incidente.

En las Figs. 1, 2 y 3 se grafican las amplitudes de dispersión en la 1a y segunda aproximación de Born, Ecs. (3.2) y (3.6) para excitación al estado 3S.

En la Fig. 1 se muestran los resultados para 50 eV, en la Fig. 2 se grafican las amplitudes para $E = 100$ eV., mientras que en la Fig. 3 se muestran los resultados para 200 eV. En el cálculo de las amplitudes a segundo orden se usó la segunda aproximación simplificada. Como energía promedio en substitución de w_n se utilizó el valor $\Delta = 0.25$ unidades atómicas de energía (a.u.) y se encontró que las integrales eran insensibles a una variación de 1 a.u. sobre este valor, para todas las energías utilizadas en el intervalo de 50 eV. hasta 500 eV. Este resultado ya había sido observado para este tipo de cálculos en otros casos⁽¹⁰⁾.

En la Fig. 4 se grafica la sección diferencial en la primera aproximación de Born a 100 eV, como función del ángulo de dispersión.

Por último en la Fig. 5 se grafica la sección total de dispersión en la primera aproximación de Born, como función de la energía. Este cálculo no incluye el término de intercambio que varía como k_i^{-2} . De las Ecs. (2.1) y (3.2) se ve que la sección diferencial en la primera aproximación de Born es

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k_f}{k_i} \left(\frac{32}{81\sqrt{3}} \right)^2 \left[\frac{(16 + 27 K^2)^2}{\left(\frac{16}{9} + K^2 \right)^8} \right] \quad (4.1)$$

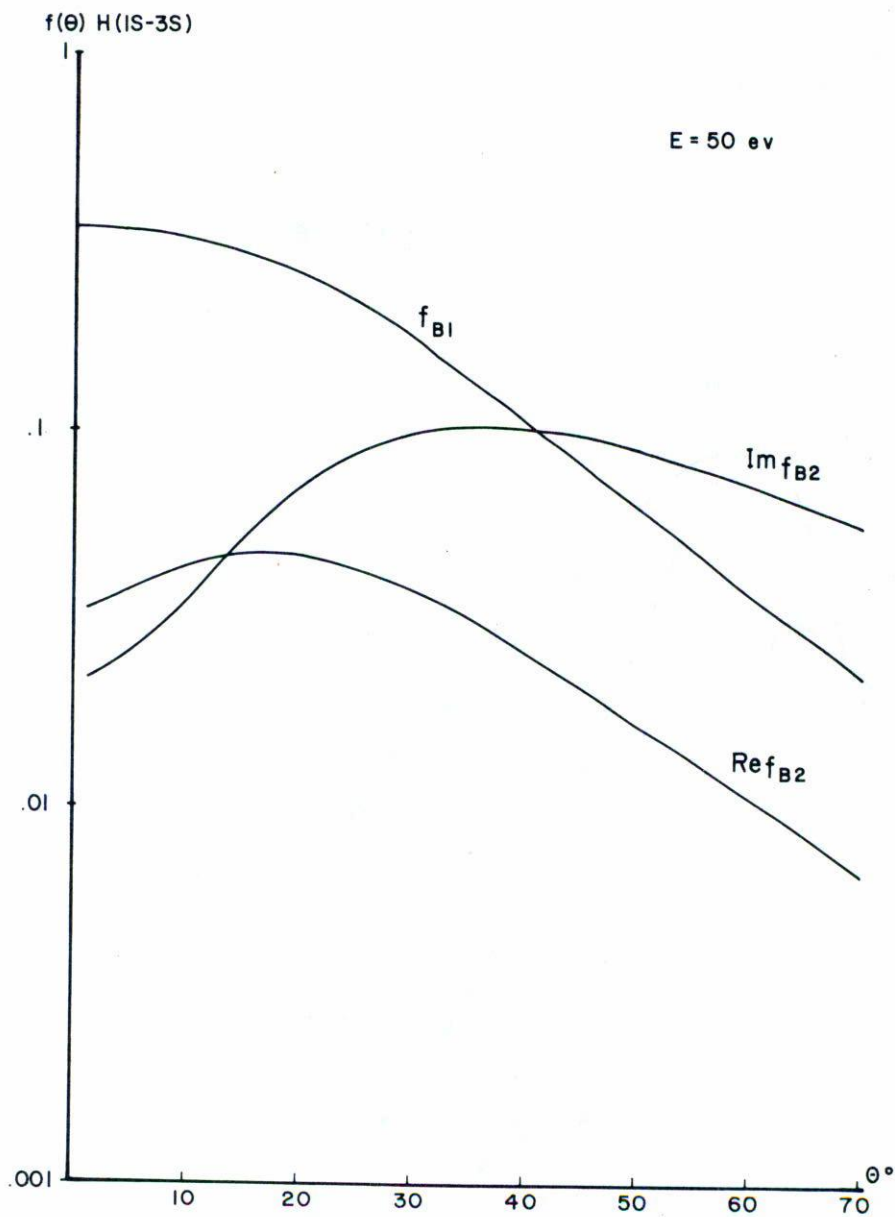


Fig. 1. Se grafican las amplitudes de dispersión en la 1a y 2a aproximación de Born para la excitación del estado 3S de hidrógeno atómico. Estas gráficas corresponden a una energía de 50 eV.

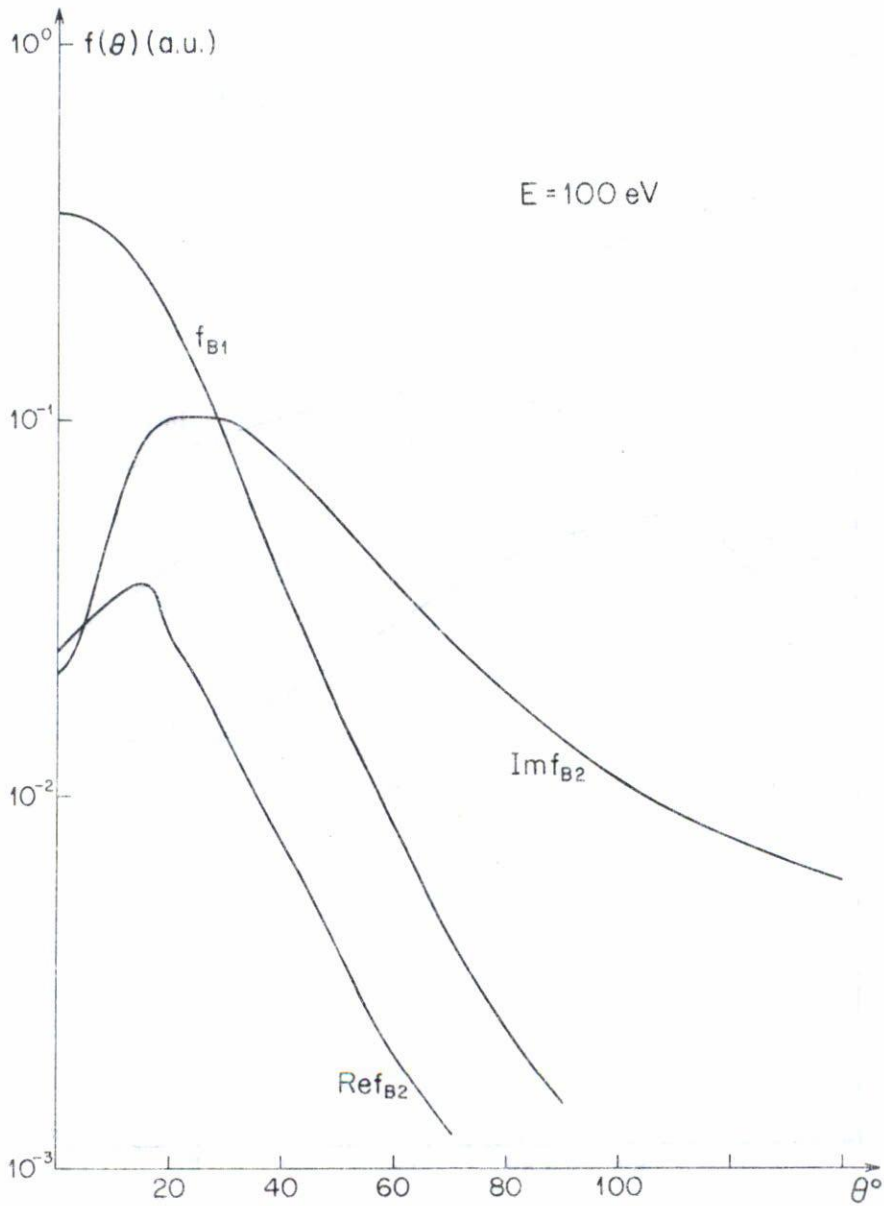


Fig. 2. Igual que en la figura 1. Las curvas corresponden a una energía de 100 eV.

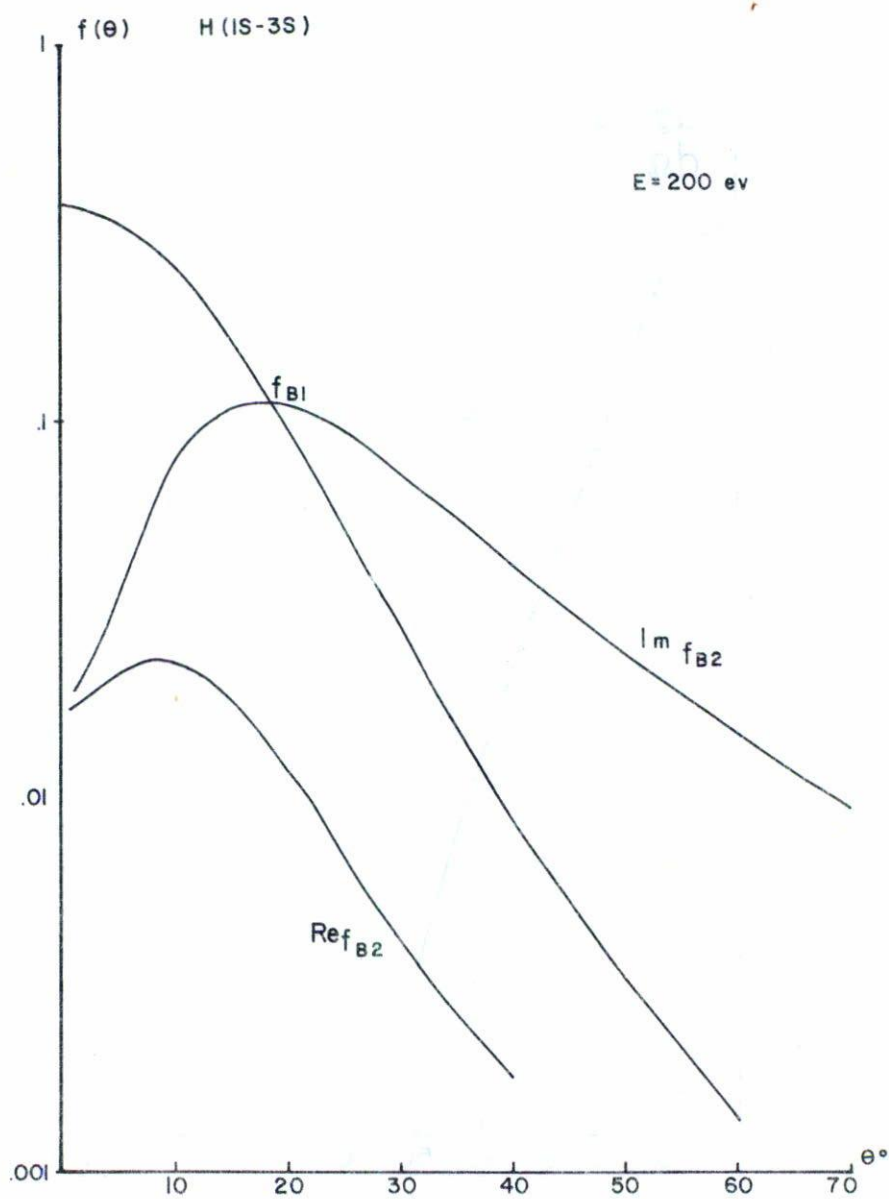


Fig. 3. Igual que en las figuras 1 y 2. La energía del electrón incidente es de 200 eV.

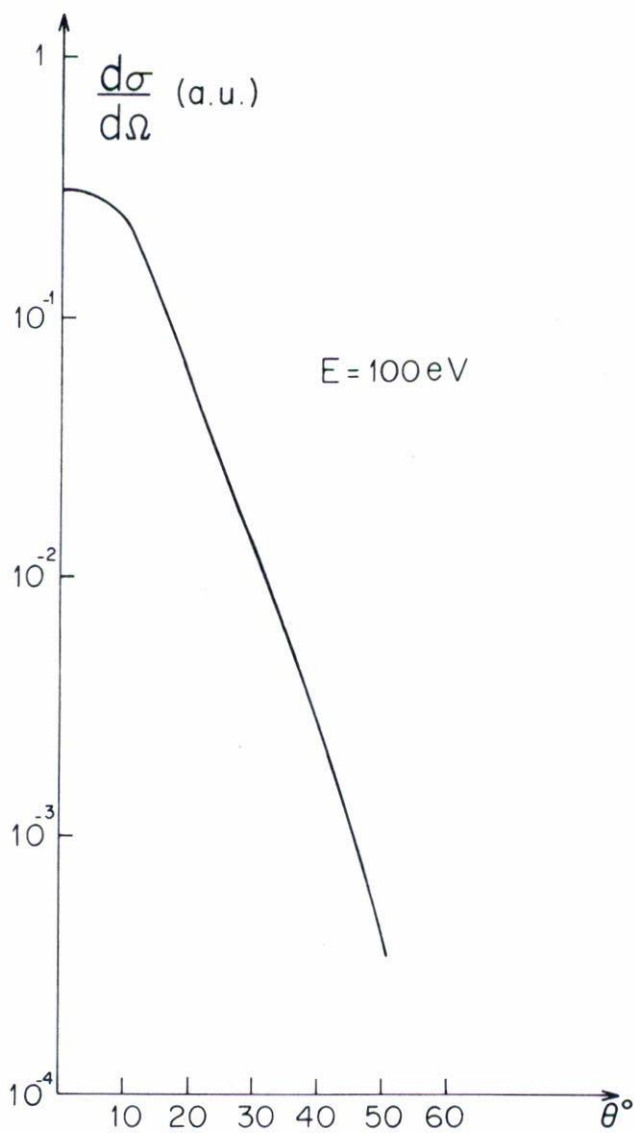


Fig. 4. Se presenta la sección diferencial de dispersión inelástica en la la aproximación de Born, para excitación del estado 3S, a energía incidente de 100 eV.

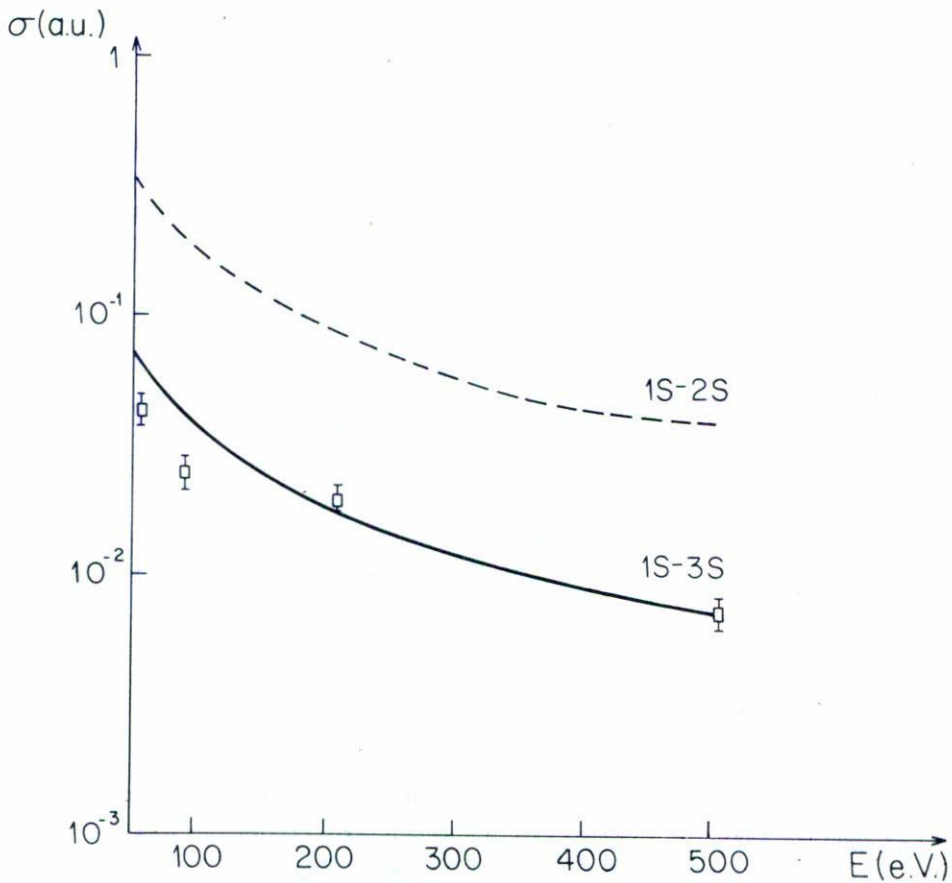


Fig. 5. Sección de dispersión inelástica electrón-hidrógeno del estado 1S al 3S, en la la aproximación de Born como función de la energía del electrón incidente, curva llena. Datos experimentales de Mahan *et al.*, \square . La curva discontinúa corresponde a dispersión inelástica del estado 1S al 2S.

La sección total en esta aproximación se obtiene fácilmente y está dada por

$$\sigma = \frac{\pi}{3k_i^2} \left(\frac{32}{81} \right)^2 \int_{(k_i - k_f)^2 = X_i}^{(k_i + k_f)^2 = X_f} \frac{(16)^2 + 32(27)x + (27)^2 x^2}{\left(\frac{16}{9} + x \right)^6} dx, \quad (4.2)$$

la cual una vez integrada resulta

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{\pi}{3k_i^2} \left(\frac{32}{81} \right)^2 \left\{ \frac{(16)^2}{7} \left[\frac{1}{X_i^7} - \frac{1}{X_f^7} \right] \right. \\ & + (32)(27) \left[\frac{1}{X_i^7} \left(\frac{x_i}{6} + \frac{8}{189} \right) - \frac{1}{X_f^7} \left(\frac{x_f}{6} + \frac{8}{189} \right) \right] \\ & \left. + (27)^2 \left[\frac{1}{X_i^7} \left(\frac{x_i^2}{5} - \frac{16}{135} x_i + \frac{256}{45(189)} \right) - \frac{1}{X_f^7} \left(\frac{x_f^2}{5} + \frac{16}{135} x_f + \frac{256}{45(189)} \right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

donde

$$X_{i,f} = \frac{16}{9} + x'_{i,f} \quad (4.3)$$

Esta expresión se grafica en el intervalo de energías considerado. La curva teórica se compara con los resultados experimentales de Mahan *et.al*⁽¹¹⁾, obtenidos con un experimento de haces cruzados. Se observa que para energías entre 100 y 500 eV la concordancia con el experimento es relativamente buena, no siendo así para energías menores. En el caso de energías pequeñas se observa que los datos experimentales son menores que la sección de Born por un factor de 2, este resultado se observa tam-

bién para excitación del estado 1S al 2S⁽¹¹⁾. Se compara también la sección total 1S→3S con la sección teórica para el proceso 1S→2S, se observa que la primera es menor que la segunda. Una conducta similar se observa al comparar las secciones de los procesos 1S→2S y 1S→1S.

Es de esperarse que los cálculos mostrados en la Fig. 5 mejoren al incluir todos los términos hasta el mismo orden en k_i^{-1} . Por ejemplo al primer término de Born habría que sumarle la parte real del término directo en la segunda aproximación de Born, si se desea una serie hasta orden k_i^{-1} . Por otra parte la inclusión del término de intercambio en la aproximación de Ochkur, así como de los términos Im (f B2) y Re (f B3), da una serie hasta orden k_i^{-2} . Como se dijo antes el término Re (f B3) puede ser substituido por el término de tercer orden de la serie de la eikonal, obteniendo la serie eikonal-Born.

REFERENCIAS

1. I.E. McCarthy, B.C. Saha and A.T. Stelbovics, *Phys. Rev. A.*, 23 (1981) 145; I.E. McCarthy, B.C. Saha and A.T. Stelbovics, *Phys. Rev. A.*, 25 (1982) 268.
2. R.J. Glauber, en *Lectures in Theoretical Physics*, editado por W.E. Brittin y L.G. Dunham, Interscience Publ., New York, Vol. I (1959) 315; G. Moliere, *Z. Naturforsch 2A* (1947) 133.
3. C.J. Joachain, *Quantum Collision Theory*, Amsterdam: North Holland (1975).
4. F.W. Byron Jr. y C.J. Joachain, *Phys. Rev. A8* (1973) 3266; F.W. Byron Jr. y C.J. Joachain, *Phys. B: Atom. Molec. Phys.*, 7 (1974) L212; C.J. Joachain, R.H. Winters, L. Cartiaux y R.M. Méndez-Moreno, *J. Phys. B.*, 10 (1977) 1277; R.M. Méndez-Moreno, *Rev. Mex. Fis.*, 4 (1981) 517.
5. I.E. McCarthy and A.T. Stelbovics, *Phys. Rev. A.*, 28 (1983) 2693.
6. Véase referencia 2 capítulo 9.
7. V.I. Ochkur, *Soviet Phys. JETP*, 18 (1964) 503.
8. A.R. Holt y Moiseiwitsh, *J. Phys. B.*, (Proc. Phys. Soc.), 1 (1968) 36.
9. R.P. Feynman, *Phys. Rev.*, 76 (1949) 769; R.H. Dalitz, *Proc. R. Soc.*, A206 (1951) 509.
10. R.M. Méndez-Moreno, *Rev. Mex. Fis.*, 31 (1984), 183.
11. A.H. Mahan, A. Gallagher, S.J. Smith, *Phys. Rev. A.*, 13 (1976) 156.