

Magnetización cerca de una superficie libre

V.H. Rodríguez-Méndez

Facultad de Ciencias, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Alvaro Obregón 64, 78000 San Luis Potosí, SLP

F. Aguilera-Granja

Instituto de Física, Universidad Autónoma de San Luis Potosí, Alvaro Obregón 64, 78000 San Luis Potosí, SLP

(recibido el 5 de septiembre de 1986; aceptado el 29 de abril de 1987)

Resumen. Estudiamos el efecto que pequeños cambios en las constantes de intercambio cercanas a la superficie tienen sobre la forma en que la magnetización de la superficie se aproxima a la del volumen al penetrar en el sólido; estos cambios son hechos manteniendo la temperatura constante. En particular, estudiamos estructuras de alto empaquetamiento. Para esto utilizamos un modelo de Ising $S = 1/2$ semi-infinito en la aproximación de campo promedio. Encontramos que aunque los cambios en las integrales de intercambio no son muy grandes, éstas pueden generar una gran variedad de formas en que la magnetización de la superficie va hacia la magnetización del volumen, e incluso lograr independizar la superficie del volumen. Se comentan algunos resultados experimentales.

Abstract. We study the effect that small changes on the exchange constants close to the surface have in the way the surface magnetization approaches that of the bulk at a constant temperature. In particular we study close-packed structures. For this purpose we use a semi-infinite Ising model ($S = 1/2$), solved in the mean field approximation. We have found that only small changes in the exchange constants are necessary to produce significant effects on the surface magnetization. We obtain different kinds of behaviour for the magnetization profiles, including the independence of the surface from the bulk. We mention some experimental results.

PACS: 75.10.H; 75.30.P

1. Introducción

En general, se espera que las propiedades magnéticas, en la superficie de sólidos, difieran de aquéllas observadas en el interior del sólido. Esta predicción se basa en el hecho de que los átomos en la superficie interactúan con un número menor de átomos que los que se encuentran en el interior del sólido. Además, esta perturbación se extiende a algunas capas cerca de la superficie. Por lo tanto, en el caso de magnetismo, es de esperarse que las interacciones dependan de la posición de los átomos.

Desde hace varios años se ha predicho la existencia de diferentes comportamientos magnéticos de superficie [1-9], pero sólo recientemente se han iniciado las observaciones experimentales [10-14]. La mayor parte de los estudios teóricos se han hecho dentro del modelo de Ising y con la suposición de que la integral de intercambio (acoplamiento) de los átomos superficiales (la llamaremos J_{00}) es la única que difiere de las del resto del sólido. Dependiendo del valor de J_{00} se pueden obtener tres comportamientos diferentes: i) Si J_{00} es menor que un determinado valor crítico, $J_{00,c}$, la temperatura crítica de la superficie (T_{cs}) será la misma que la del sólido (T_c) (transición ordinaria [16]); ii) para $J_{00} = J_{00,c}$, hay un punto especial (multicrítico [6]) donde se tiene la existencia simultánea de correlaciones críticas características de dos y tres dimensiones; y iii) si $J_{00} > J_{00,c}$, entonces la $T_{cs} > T_c$ (transición extraordinaria [6]) y existe un intervalo de temperatura en las que la superficie está ordenada y el interior del sólido desordenado magnéticamente. Las capas cercanas a la superficie estarán magnetizadas con un perfil que decae hacia el interior del sólido.

Debido a la complejidad del problema y a la ausencia de datos experimentales se ha estudiado primordialmente sólo el sistema ideal de la superficie (100) de la red cúbica simple y suponiendo que sólo J_{00} difiere del sólido. Sólo recientemente se han iniciado estudios con otras estructuras [7-9]. En este artículo analizamos el efecto que pequeños cambios en las constantes de intercambio cercanas a la superficie tienen, a temperatura constante, sobre la forma en que

la magnetización de la superficie va a la del volumen al penetrar en el sólido. En particular se estudia la estructura fcc en la dirección (111), dentro de la aproximación de campo medio.

Para una revisión extensa del estudio de las transiciones de superficie, el lector puede consultar el artículo de K. Binder [6], en donde encontrará toda la nomenclatura usual de las transiciones de superficie, además de una serie de estudios en superficies, que van más allá de la simple aproximación de campo medio, aquí tratada.

En la sección 2 se presenta la teoría para describir el sistema semi-infinito, mediante un modelo de Ising de espín 1/2 y el método [8] para calcular los acoplamientos críticos en la región cercana a la superficie, mediante un formalismo que es válido, para un número arbitrario de constantes de intercambio diferentes de la del interior J , además para hacer más real nuestro modelo, permitimos que las constantes de intercambio cercanas a la superficie, se relajen mediante la prescripción de una función monótonica creciente o decreciente. Una descripción más completa y detallada, del tratamiento de superficies libres, dentro de la aproximación de campo medio, la encontrará en el artículo de J.L. Morán-López y F. Aguilera-Granja [8], del cual una parte es reproducida aquí, pero además de lo tratado en el artículo anterior, aquí estudiamos de manera más detallada, los cambios que se presentan en los perfiles de magnetización, como consecuencia de los efectos de relajación, permitidos en las constantes de intercambio cercanas a la superficie. Los resultados y discusiones se presentan en la sección 3.

2. Teoría

Para describir el sistema semi-infinito, el cristal se divide en planos paralelos a la superficie. Denotaremos Z_0 el número de coordinación en los planos paralelos a la superficie y Z_1 el correspondiente entre planos. Además, el número de átomos por plano se denota $N_{||}$.

Para tomar en cuenta la dependencia espacial de los acoplamientos magnéticos, denotamos J_{mn} el acoplamiento de los espines localizados en los planos m y n (suponemos sólo acoplamiento entre

vecinos cercanos). Suponiendo que el espín de nuestro sistema es $1/2$, éste sólo puede tomar dos ordenamientos \uparrow, \downarrow con probabilidades que dependen de su ubicación. Así, en el plano i se tienen dos posibilidades denotadas $P_{i,\sigma}$, $i = 0, 1, 2, \dots$ y $\sigma = \uparrow, \downarrow$.

La magnetización en cada plano es proporcional al parámetro de largo alcance definido por

$$\eta_i \equiv P_{i,\uparrow} - P_{i,\downarrow}. \quad (2.1)$$

En términos de estos parámetros y en la aproximación de sitios (conocida generalmente como campo medio), la energía libre está dada por

$$F = N_{\parallel} \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \left(-\frac{Z_0}{2} J_{ii} \eta_i^2 - Z_1 J_{i,i+1} \eta_i \eta_{i+1} \right) + k_B T \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{1 + \eta_i}{2} \ln \left(\frac{1 + \eta_i}{2} \right) + \frac{1 - \eta_i}{2} \ln \left(\frac{1 - \eta_i}{2} \right) \right) \right\}, \quad (2.2)$$

donde $J_{ij} > 0$ corresponde a una tendencia ferromagnética. Los valores de equilibrio de los parámetros de orden se obtienen de la minimización de la energía libre,

$$\frac{\partial F}{\partial \eta_i} = 0, \quad i = 0, 1, \dots \quad (2.3)$$

El conjunto infinito de ecuaciones (2.3) toma la forma

$$\begin{aligned} -2(Z_0 J_{00} \eta_0 + Z_1 J_{01} \eta_1) + k_B T \ln \left(\frac{1 + \eta_0}{1 - \eta_0} \right) &= 0, \\ \vdots & \\ -2(Z_1 J_{i-1} \eta_{i-1} + Z_0 J_{ii} \eta_i) & \\ + Z_1 J_{i+1} \eta_{i+1}) + K_B T \ln \left(\frac{1 + \eta_i}{1 - \eta_i} \right) &= 0, \\ \vdots & \end{aligned} \quad (2.4)$$

La dependencia en la temperatura del parámetro de orden en el volumen está dada por [15]

$$2ZJ\eta - k_B T \ln \left(\frac{1+\eta}{1-\eta} \right) = 0. \quad (2.5)$$

El parámetro de orden se anula en la temperatura de Curie que en esta aproximación está dada por

$$k_B T_c = ZJ, \quad (2.6)$$

donde $Z = Z_0 + 2Z_1$ es el número de coordinación en el interior. Cerca de la temperatura crítica de la superficie, los logaritmos de las ecuaciones (2.4) se pueden desarrollar en series de potencias de los parámetros η_i . Muy cerca de la T_{cs} es suficiente el conservar los términos lineales, obteniendo así un conjunto homogéneo de ecuaciones

$$\mathbf{A}\eta = 0, \quad (2.7)$$

donde \mathbf{A} es una matriz infinita, simétrica y tridiagonal con elementos

$$A_{mn} = (k_B T_{cs} - Z_0 J_{mm})\delta_{m,m} - Z_1 J_{mn}(\delta_{m+1,n} + \delta_{m,n+1}). \quad (2.8)$$

Los valores críticos para los acoplamientos se obtienen cuando las temperaturas críticas en la superficie y el volumen coinciden. Sustituyendo por T_{cs} el valor dado en Ec. (2.6) obtenemos la solución no trivial de (2.7):

$$\det \mathbf{A} = 0. \quad (2.9)$$

Para calcular el determinante de la matriz infinita, calculamos el determinante de una matriz $n \times n$ y después tomaremos el límite de $n \rightarrow \infty$.

En principio podemos tomar un número arbitrario de J_{mn} diferentes de J del interior J . Aquí sólo tomaremos las más cercanas a la super.

$$J_{mn} \neq J, \quad m, n = 0, 1, \dots \quad (2.10)$$

Con esta suposición, la ecuación (2.9) se puede escribir como

$$(Z_0 J_{00,c} - ZJ) \left[(Z_0 J_{11,c} - ZJ)(Z_1 J)^{n-2} D_{n-2} - (Z_1 J)^{n-1} D_{n-3} \right] - (Z_1 J_{01,c})^2 (Z_1 J)^{n-2} D_{n-2} = 0, \quad (2.11)$$

en donde

$$D_m = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots \\ 1 & -2 & 1 & \\ \vdots & & & \end{vmatrix} \quad (2.12)$$

es un determinante de orden m , cuyo valor es

$$D_m = (-1)^m (m + 1). \quad (2.13)$$

Así, para $n \geq 2$ el valor de los acoplamientos críticos está dado por la relación

$$\frac{ZJ - Z_0 J_{00,c}}{Z_1 J} \left(\frac{ZJ - Z_0 J_{11,c}}{Z_1 J} - \frac{n-2}{n-1} \right) = \left(\frac{J_{01,c}}{J} \right)^2. \quad (2.14)$$

Este resultado es válido bajo la suposición de que la magnetización de los n planos adyacentes a la superficie difieren de la magnetización en el volumen. Para $n \rightarrow \infty$, $(n-2)/(n-1) \rightarrow 1$.

La ecuación (2.14) determina la superficie de las transiciones multicríticas en el espacio de los parámetros J_{mn} . Un sistema con valores (J_{00}, J_{01}, J_{11}) dentro de la superficie se desordenará a la misma temperatura que el sólido. Por otra parte, si el conjunto de la J 's cae fuera de ella, la superficie se desordenará a una temperatura $T_{cs} > T_c$.

Para obtener la forma en que la magnetización de la superficie va hacia la del volumen, al penetrar en el sólido, a una temperatura fija, resolvemos el conjunto de ecuaciones (2.4) y la ecuación (2.5), con la suposición adicional que después de n planos, la magnetización es igual a la del volumen.

El valor adecuado de n depende de la temperatura. A temperaturas bajas la longitud de correlación es pequeña lo que indicaría

una n pequeña. A temperaturas cercanas a la crítica, la longitud de correlación es grande, lo que indicaría una n grande. Tomaremos el valor de $n = 50$ considerándolo bueno *a priori*. Los resultados obtenidos justifican plenamente este valor.

Debido al rompimiento en la simetría de translación que se origina, por la presencia de una superficie y por el posible relajamiento, en la separación entre los planos cercanos a ella, es de esperarse que se presenten ciertos cambios en las constantes de intercambio cercanas a la superficie. Estos cambios deben desaparecer de manera gradual, al penetrar en el sólido unas cuantas capas. Sin embargo, esto, que indudablemente debe de estar presente en un sólido real, no se contempla en anteriores modelos [1-2], donde se supone que sólo cambia la constante de intercambio sobre la superficie (J_{00}). En un intento por incorporar los efectos de relajación que no han sido considerados por otros autores, relajaremos las constantes de intercambio, cercanas a la superficie, a través de una función monótona creciente o decreciente, que es controlada por un solo parámetro, la forma de esta función es la siguiente:

$$J_{ij} = \begin{cases} \alpha^3 J & i = j = 0 \\ \alpha^2 J & i = 0, j = 1 \\ \alpha J & i = j = 1 \\ J & \text{de otra forma.} \end{cases} \quad (2.15)$$

El valor crítico del parámetro que se obtiene de las ecuaciones (2.14) y (2.15) está dado por

$$\frac{Z - Z_0 \alpha_c^3}{Z_1} \left[\frac{Z - Z_0 \alpha_c}{Z_1} - \frac{48}{49} \right] - \alpha_c^4 = 0. \quad (2.16)$$

Resolviendo esta ecuación, el valor que se obtiene para el parámetro crítico es: $\alpha_c = 1.0593$. Por lo tanto un sistema con $\alpha < \alpha_c$ su superficie desordenará a la misma temperatura que el sólido, pero si $\alpha > \alpha_c$ la superficie del sistema desordenará a una temperatura $T_{cs} > T_c$.

Los valores críticos de las constantes de intercambio, que corresponden a este valor crítico del parámetro son

$$J_{ij,c} = \begin{cases} 1.188J & i = j = 0 \\ 1.122J & i = 0, j = 1 \\ 1.059J & i = j = 1 \\ J & \text{de otra forma.} \end{cases} \quad (2.17)$$

3. Resultados y discusión

Aunque habíamos dicho en la introducción que únicamente estudiaríamos materiales con estructura fcc, cabe notar debido a la aproximación que estamos usando (Bragg-Williams), las estructuras fcc y hcp están descritas de igual forma dentro de este modelo, entonces para estudiarla estructura fcc en la dirección (111) o hcp en dirección (1000), debemos de tomar como número de coordinación $Z = 12$ pues ambas son estructuras de gran empaquetamiento, para describir la dirección de interés se toman $Z_0 = 6$ y $Z_1 = 3$. Ejemplos de materiales magnéticos con estas estructuras son Ni y Gd, respectivamente.

Cuando en el sólido las constantes de intercambio son iguales en todas partes ($\alpha = 1$), los resultados que se obtienen de resolver las ecuaciones (2.4) y la ecuación (2.5) a una determinada temperatura en este caso $T = 5/6T_c$, son los siguientes: las magnetizaciones cerca de la superficie son menores que en el interior, debido al menor número de vecinos de la superficie. Como se ve en la Fig. 1a, se tiene un perfil de magnetización que crece de una manera monótona hasta alcanzar el valor del interior.

Cuando los acoplamientos cerca de la superficie tienen valores menores a los del interior, y están dados por (2.15), con $\alpha = 0.9654$ (que corresponde a las constantes de intercambio: $J_{00} = 0.9J$, $J_{01} = 0.932J$, $J_{11} = 0.965$ y J en cualquier otro sitio), los resultados para la misma temperatura son: la magnetización en la superficie es aún más pequeña que en el caso anterior como podemos ver en la Fig. 1b. Esto es debido al efecto combinado de menores acoplamientos y menor número de vecinos. De nuevo se tiene un perfil monótono creciente.

Cuando las constantes de intercambio crecen, digamos $\alpha = 1.032$, siempre obedeciendo la Ec. (2.15) ($J_{00} = 1.1J$, $J_{01} = 1.065J$, $J_{11} = 1.032J$ y J en los demás sitios), los resultados para la misma temperatura que en los casos anteriores son los siguientes: se logra un incremento en la magnetización en la superficie, pero aún se encuentra por abajo de la magnetización del volumen, como podemos ver en la Fig. 1c.

En los casos presentados hasta este momento, el valor del parámetro es menor al valor crítico, por lo tanto la temperatura a la que desordena la superficie es igual a la del volumen, materiales con este tipo de comportamiento son por ejemplo, el Ni, debido a esto esperamos que la forma en que la magnetización de la superficie va a la del volumen, en el caso de Ni sea cualitativamente como la mostrada en las Figs. 1a, 1b y 1c.

De continuar creciendo el valor del parámetro, digamos $\alpha = 1.1052$ ($J_{00} = 1.15J$, $J_{01} = 1.25J$, $J_{11} = 1.105J$ y J en los demás sitios), lo que obtendremos será lo siguiente:

La magnetización en la superficie ha superado a la del volumen (Fig. 1d). Es importante notar que la magnetización en el primer plano es más grande que en la superficie, esto se debe a que la magnetización en cada uno de los planos depende del producto de los acoplamientos por el número de vecinos y en el primer plano este producto es mayor que en la superficie. Este pico en el perfil de magnetización es consecuencia del relajamiento que se permitió a las constantes de intercambio cercanas a la superficie, puesto que este pico no aparece cuando sólo se modifica la constante de intercambio J_{00} . Si sólo se varía J_{00} lo que se obtienen son perfiles monótonos crecientes o decrecientes [9], dependiendo del valor del acoplamiento.

Cuando los acoplamientos crecen por encima del valor crítico, la superficie se independiza del volumen, como ha sido mostrado por distintos autores [1-9]. En este caso el sistema tiene dos temperaturas críticas, una para el volumen (T_{cB}) y otra para la superficie (T_{cs}), y para nuestro caso este valor crítico está dado por la ecuación (2.16), siendo $\alpha_c = 1.0593$. Para estudiar los perfiles de magnetización a una temperatura dada con $\alpha > \alpha_c$ hay que tomar en cuenta que hay dos

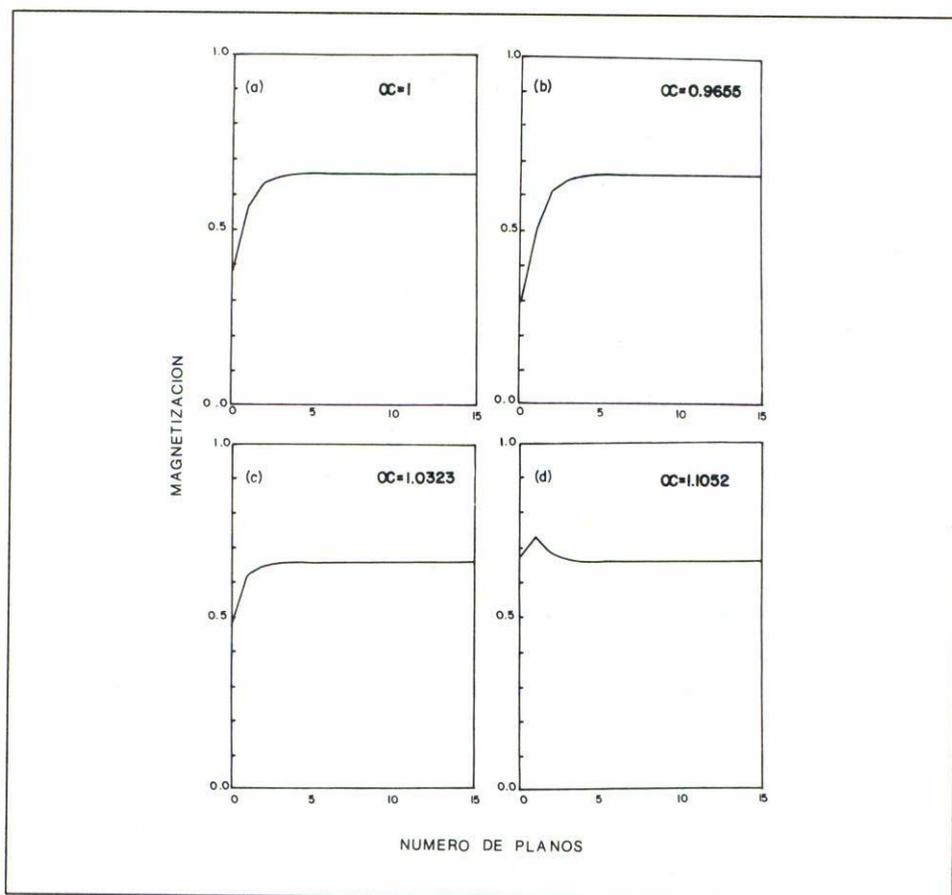


FIGURA 1. En (a) se muestra el perfil de magnetización, cuando las constantes de intercambio son las mismas en todas partes, el valor del parámetro es $\alpha = 1$. En (b) se tiene el perfil de magnetización, cuando las constantes de intercambio disminuyen ($J_{00} = 0.9J$, $J_{01} = 0.932J$, $J_{11} = 0.965J$ y J en otro sitio), el valor del parámetro es $\alpha = 0.965$. En (c) perfil de magnetización cuando las constantes de intercambio aumentan ($J_{00} = 1.1J$, $J_{01} = 1.065J$, $J_{11} = 1.032J$ y J en otro sitio), el valor del parámetro es $\alpha = 1.032$. En (d) se tiene el perfil de magnetización cuando aumentan aún más las constantes de intercambio ($J_{00} = 1.35J$, $J_{01} = 1.112J$, $J_{11} = 1.105J$ y J en otro sitio), el valor del parámetro es $\alpha = 1.105$. Todos los perfiles de magnetización están calculados a una temperatura $T = 5/8T_{cB}$.

temperaturas críticas y por lo tanto los perfiles para un sistema hay que estudiarlos en dos regiones de temperatura: i) $T < T_{cB}$ y ii) $T_{cB} < T < T_{cs}$. El caso de la Fig. 1d, es un ejemplo de un sistema con dos temperaturas críticas T_{cB} y T_{cs} . Para notar más los efectos, consideramos un valor más grande del parámetro, digamos $\alpha = 1.144$ ($J_{00} = 1.5J$, $J_{01} = 1.3J$, $J_{11} = 1.144J$ y J en las demás partes). En este caso los resultados son los siguientes: $\alpha > \alpha_c$ ($\alpha = 1.144$) y $T < T_{cB}$ ($T = 5/6T_c$), el perfil de magnetización (Fig. 2a) es en esencia igual al de la Fig. 1(d).

Más interesante es la región $T_{cB} < T < T_{cs}$, pues existe una magnetización en la superficie para temperaturas por encima de T_{cB} . Esta magnetización decae hacia el interior de una manera exponencial [6] (Fig. 2b). En este caso la magnetización en la superficie (Fig. 2b) arrastra con ella una docena de planos antes de apagarse, lo cual indica que este efecto de la superficie es muy localizado, este perfil de magnetización corresponde a una temperatura de $T = 1.041T_{cB}$. Este tipo de comportamiento con magnetización por encima de la temperatura T_{cB} , ha sido detectado por un grupo experimental [14] en la superficie (1000) del Gd recientemente.

De seguir creciendo el parámetro y en consecuencia las constantes de intercambio, únicamente se acentuarán más los rasgos que se ven en las Figs. 2a y 2b, como se puede ver en las Figs. 2c y 2d, en este caso el parámetro vale $\alpha = 1.193$.

Es importante darse cuenta que gracias a que se permitió un relajamiento en las constantes de intercambio, no se necesitan cambios muy grandes en las constantes para lograr que se independice la superficie del volumen, pues el valor crítico en la superficie que aquí calculamos para la estructura fcc (o hcp) es $J_{00} = 1.188J$, que es más pequeño que el que obtiene si sólo cambia J_{00} , que dentro de la aproximación de Bragg-Williams vale $J_{00} = 1.5J$ [8].

Finalmente, para ver qué tan buena es la aproximación de tomar 50 planos diferentes y hasta qué temperatura es adecuada, estudiamos la anchura del perfil, la cual definiremos como el número de planos que se necesitan para que los perfiles de magnetización se relajen. Esta cantidad se muestra en la Fig. 3 (los puntos) para el caso

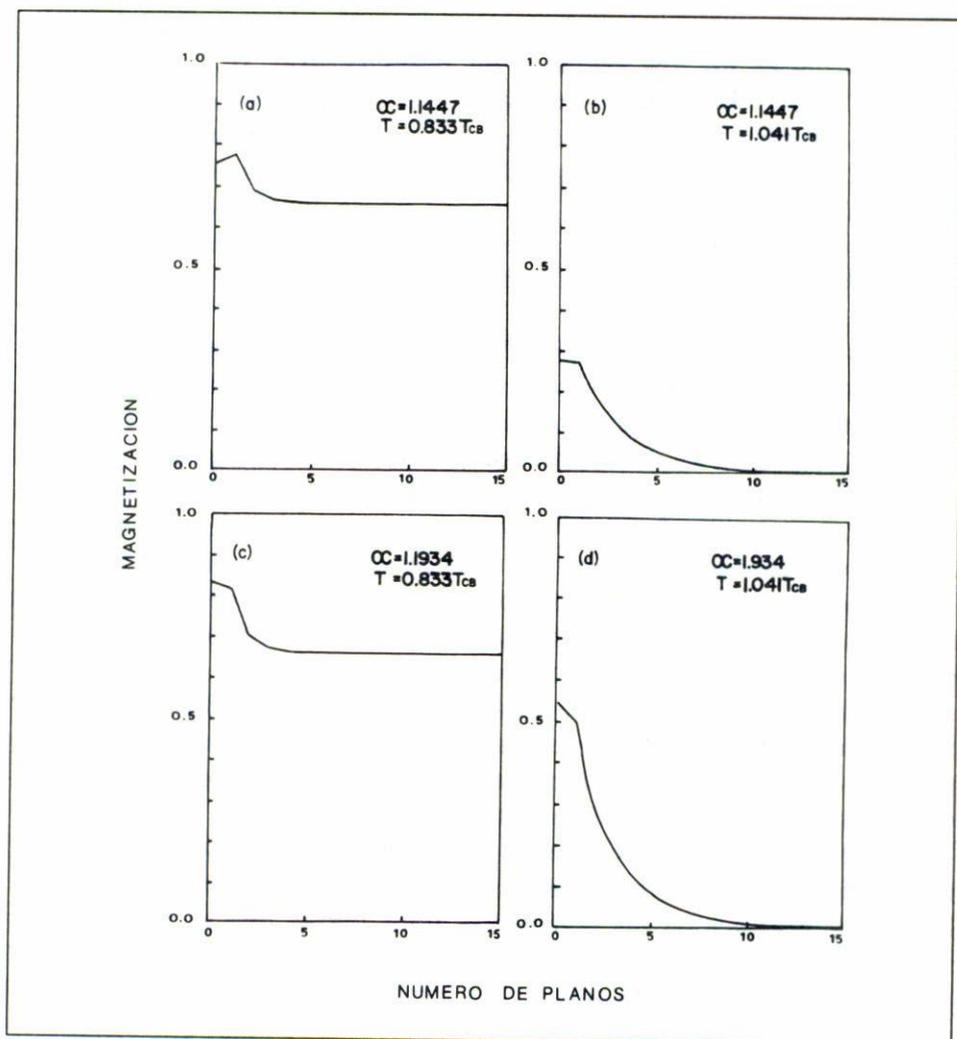


FIGURA 2. En (a) y (b) se muestran los perfiles de magnetización para un material con constantes de intercambio mayores que las críticas, el valor del parámetro es $\alpha = 1.144$ y las constantes de intercambio son: $J_{00} = 1.5J$, $J_{01} = 1.31J$, $J_{11} = 1.144J$ y J en los demás sitios, en (a) la temperatura es $T = 5/6T_{cB}$ y en (b) la temperatura es $T = 1.041T_{cB}$. En (c) y (d) se muestran los perfiles también pero el valor del parámetro es $\alpha = 1.193$.

en que $\alpha = 1$. Puede verse que la aproximación de tomar 50 planos para permitir que se relaje el perfil es muy buena para este modelo, incluso a temperaturas tan cercana a la crítica como $T = 0.98T_c$.

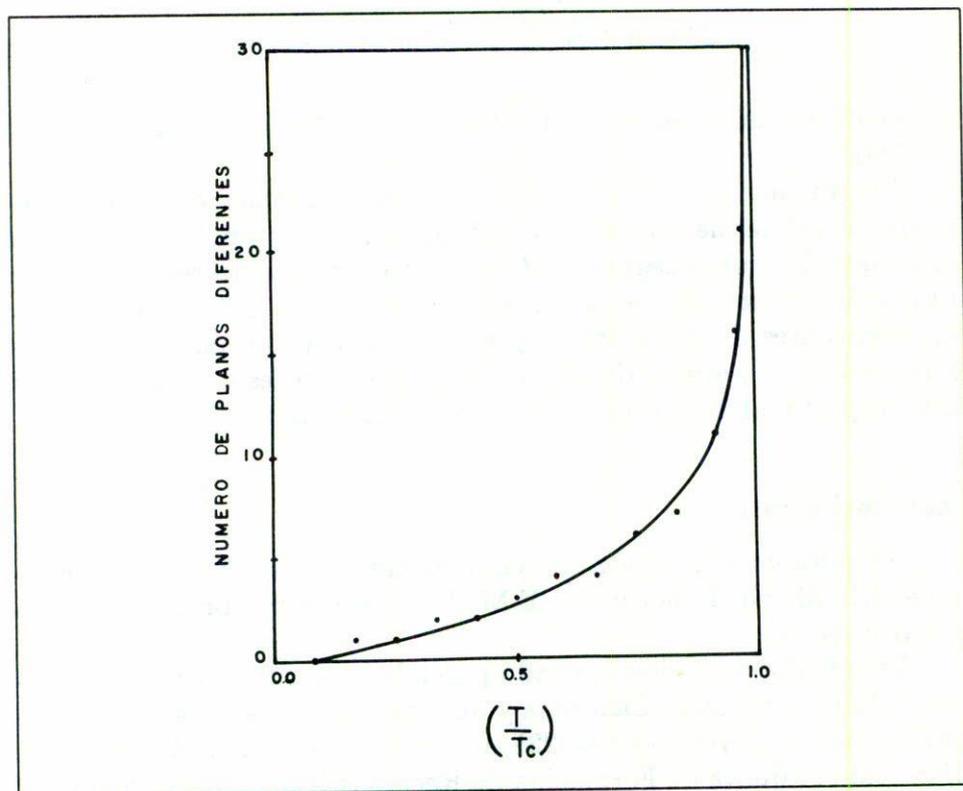


FIGURA 3. Se muestra el número de planos que necesita el perfil de magnetización para relajarse como función de la temperatura (los puntos), la línea continua es un ajuste de la forma $N = A + Bx + C \ln(1 - x)$ con $x = (T/T_{cB})$, se han tomado todas las constantes de intercambio iguales.

Vale la pena notar que la definición de anchura del perfil aquí tomada, es equivalente a preguntarse en qué punto se anula la variación de la magnetización respecto de la posición (profundidad en

este caso), la cual encontramos que diverge en forma logarítmica en este caso, como lo prueba el ajuste que se presenta por una línea en la Fig. 3. La función que se ajustó en este caso es de la forma

$$N = A + B \left(\frac{T}{T_c} \right) + C \ln \left(1 - \frac{T}{T_c} \right); \quad (3.1)$$

los valores usados en el ajuste son: $A = 0.3759$, $B = 0.4332$ y $C = -4.7391$.

En conclusión y a manera de resumen, podemos decir que permitir un relajamiento en las constantes de intercambio cercanas a la superficie (como seguramente sucede en un sólido real), permite una independización de la superficie en valores más pequeños en las constantes de intercambio y una gran variedad en las distintas formas de los perfiles de magnetización sin necesidad de cambios muy espectaculares en las constantes de intercambio.

Agradecimientos

Agradecemos a las siguientes personas: al Dr. Francisco Mejía-Lira, J.L. Morán-López y Sra. E.M. Jiménez por su apreciable ayuda y sugerencias.

Este trabajo ha sido apoyado parcialmente por la Dirección General de Investigación Científica y Superación Académica de la SEP a través de los convenios 84010225 Anexo 3 y C95010323 Anexo 3 y la Dirección Adjunta de Formación de Recursos Humanos de CONACyT Anexo 1, 6, 7 y 8 del convenio único, UASLP-DAFRHU-CONACyT.

Referencias

1. D.L. Mills, *Phys. Rev. B* **3** (1971) 3887.
2. K. Binder and P.C. Hohenberg, *Phys. Rev. B* **6** (1972) 3461.
3. M.N. Barber, *Phys. Rev. B* **8** (1973) 407.
4. F. Yndurain, *Phys. Rev. Lett.* **62A** (1977) 93.
5. T.W. Burkhardt and E. Einsenrieger, *Phys. Rev. B* **16** (1977) 3213.

6. K. Binder, en *Phase Transitions and Critical Phenomena*, edited by C. Domb and J.L. Lebowitz (Academic, New York, 1983), Vol. 8.
7. F. Aguilera-Granja, J.L. Morán-López and J. Urías, *Phys. Rev. B* **28** (1983) 3909.
8. F. Aguilera-Granja and J.L. Morán-López, *Phys. B* **31** (1985) 7146.
9. Tesis de Licenciatura de V.H. Rodríguez Méndez, Fac. de Ciencias, U.A.S.L.P., 1985.
10. R.J. Celotta, D.T. Pierce, G.C. Wang, S.D. Barber and G.P. Felcher, *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 728.
11. S.F. Alvarado, M. Campagna and H. Hopster, *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 51.
12. S.F. Alvarado, *Z. Physik B* **33** (1979) 51.
13. C. Rau and S.Eichner, *Springer Series in Chemical Physics* (Springer, New York, 1981), Vol. 17, p. 138.
14. D.Weller, S.F. Alvarado, W. Gudat, K. Schpöder and M. Campagna, *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 1555.
15. C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 5th ed. (Wiley, NY 1976) Cap. 14, p. 463.