

## El papel de la fuerza centrípeta en la síntesis newtoniana

Jaime Karles Gómez

*Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia,  
Seccional Medellín, Colombia*

(recibido el 6 de noviembre de 1986; aceptado el 16 de diciembre de 1987)

**Resumen.** En el presente trabajo se muestra la necesidad lógica que ejerce la fuerza centrípeta como elemento fundamental en el avance de la síntesis newtoniana, la cual conlleva a la unificación de las dos cinemáticas y la ley dinámica. Es necesario resaltar el papel que juegan los conceptos de fuerza estática o tensión y de fuerza dinámica en el proceso.

**PACS:** 01.65.+g; 01.60.+q; 95.10.c

### 1. Introducción

Usualmente se presenta la obra de Newton en la mecánica como un ejemplo sin igual del poder que tiene un hombre para intuir los principios generales que regulan o norman el acontecer de los fenómenos naturales. Algunos autores tratan de justificar en parte la elaboración newtoniana mostrando la estrecha relación que objetivamente existe entre la tercera ley de Kepler y la ley de gravitación, complementada por la ley dinámica. Por otra parte, la cinemática galileana pasa a ser una simple aplicación aproximada de aquellas dos leyes. Sin embargo, nadie, que yo sepa, destaca el papel de la fuerza centrípeta como elemento dinamizador de la síntesis newtoniana.

En el presente trabajo se trata de mostrar la importancia que este fenómeno tuvo para hacer admisible la unificación de las dos cinemáticas y la generación de la "ley dinámica". Aquí no hay discusiones acerca de prioridades intelectuales, ni de fechas exactas de los acontecimientos, ni de sucesos que centren su atención en los individuos. Creo que este enfoque para investigar la génesis de una teoría, aunque necesario, no es importante para el conocimiento preciso de esa teoría. Considero necesario para el avance de la propia ciencia que se reconozca en ésta a un organismo con necesidades y dinámica propias, que pone a su servicio a ciertos hombres, cuyas vidas y cuyos pensamientos consume en aras de su crecimiento y desarrollo.

En cierta forma el progreso de la ciencia está delimitado por las posibilidades intelectuales de los individuos que se ocupan de ella; pero la participación de los individuos se reduce a establecer los propósitos generales (economía de pensamiento, armonía, etc.) y a determinar la lentitud o rapidez del proceso de desarrollo. Establecidos los propósitos generales quedan —por así decirlo— automáticamente determinadas las posibles direcciones de crecimiento. Lo que importa, entonces, para reconstruir el proceso evolutivo de una ciencia es determinar las exigencias y las posibilidades para su desarrollo, tanto lógicas como experimentales, en cada época.

La pretensión del presente trabajo es la de mostrar la necesidad lógica de las leyes de Newton, bajo la perspectiva de unificación de las cinemáticas celeste y terrestre, resaltando el papel que en dicho proceso cumplió la fuerza centrípeta. Para cumplir con este propósito deben analizarse previamente dos conceptos que jugarán un importante papel en el proceso: el de la fuerza estática o tensión, y el de *forza* dinámica.

## 2. Fuerzas estáticas y forzas dinámicas

Desde el punto de vista de la estática la fuerza es considerada como una tensión o una compresión. Desde Stevinus se sabía cómo componer varias fuerzas que concurren en un mismo punto para producir un estado de equilibrio estático. Por otra parte, gracias a los avances logrados por la escuela del *impetus* en el estudio de la dinámica, se logra introducir el concepto de fuerza en los fenómenos del movimiento. Ya que el movimiento natural o espontáneo de un grave, es acercarse a la superficie terrestre, el movimiento de los proyectiles era considerado como un movimiento antinatural o forzado, que debía ser sostenido por alguna causa motora, introducida en el proyectil durante su lanzamiento.

Al ejercer una fuerza estática sobre un cuerpo, éste puede mantenerse en reposo, adquirir o modificar su movimiento. En el primer caso la fuerza no logra producir un efecto duradero sobre el estado de movimiento del cuerpo. En cualquier otro caso la fuerza, durante su acción sobre el cuerpo, le transmite una virtud que lo capacita para moverse por sí mismo. Durante la Edad Media esta virtud recibía nombres diversos: *vis motrix*, *vis impressa*, *impetus*, *forza* [1, 2]. Esta virtud actuaba como una especie de “fuerza” y la denominaré *forza* para distinguirla de la fuerza estática (tensión o compresión). La *forza* ya impresa en un cuerpo en movimiento se mediría por su cantidad de materia y su velocidad  $MV$  tomadas conjuntamente (lo que más tarde Newton llamaría “cantidad de movimiento”). Esta *forza* permitiría que el cuerpo produjera efectos que otros cuerpos podían lograr gracias a su propio peso, es decir, gracias a una fuerza de tipo estático como las tensiones.

En la física prenewtoniana se emplean dos tipos de fuerzas:

1. Unas de origen estático, como las tensiones y los pesos, llamada también "fuerza muerta". A este tipo de fuerza se le denominará *fuerza estática*.
2. Otras de origen dinámico, como la *vis motrix*, *vis impressa*, *impetus* o *forza*. A este tipo de "fuerza dinámica" se le denominará *forza* [1, 2].

Entre Descartes y Leibniz existía un desacuerdo acerca de la forma en que debía medirse la "fuerza dinámica" de un cuerpo: si mediante la magnitud de  $MV$  o la de  $MV^2$ . Algo que no se había pensado era la forma en que podrían componerse las *fuerzas* estáticas con las *forzas* dinámicas. Una *forza*, además de su magnitud, tiene dirección y sentido: la misma del movimiento; como a las fuerzas estáticas, podría hallársele componentes. Era, por así decirlo, una tensión viajera que necesitaba un sustento material para su existencia, éste era el propio cuerpo.

Un cuerpo en movimiento haría uso de su *forza* para vencer los obstáculos que se oponen a su movimiento. Si el obstáculo no se opone de una manera frontal al cuerpo en movimiento, éste sólo empleará una componente de su *forza* para vencerlo. Si se actúa en dirección perpendicular al movimiento del cuerpo, éste no debería presentar ninguna oposición a la acción externa, ya que no existirían componentes de la *forza* en esa dirección, y el cuerpo no tendría con qué oponerse a esa acción. La respuesta del cuerpo se reduciría a recibir un nuevo impulso, que le proporcionaría una *forza* adicional.

Un cuerpo que cae, sometido a la acción de su propio peso (fuerza estática) aumenta gradualmente su *forza* a medida que transcurre el tiempo, mientras que si asciende la disminuye en igual proporción. Si se tratara de una tensión externa que cambiara permanentemente de valor o de dirección, sería necesario implementar un método que generara un algoritmo válido en cualquier punto de la trayectoria. De esta manera se podría calcular el efecto acumulado de la tensión externa sobre el movimiento del cuerpo.

### 3. El movimiento circular uniforme y la fuerza centrífuga

Galileo había tenido la oportunidad de estudiar un fenómeno que involucraba la acción de fuerzas estáticas a lo largo de una trayectoria curvilínea, al estudiar el movimiento de los proyectiles; pero en ese caso las modificaciones en el movimiento resultan independientes de la fuerza estática externa (el peso). De tal manera que no aparece involucrada la fuerza en el algoritmo de cálculo, y la descripción del fenómeno es puramente cinemática.

En los movimientos celestes el asunto era más difícil, porque no se podía precisar cuál era su causa y mucho menos atribuirlos a fuerzas de carácter estático como el peso, o una tensión. Como veremos, la explicación dinámica de las leyes de Kepler estaba supeditada a un conocimiento más profundo de la relación entre fuerzas estáticas y *forzas* dinámicas.

A mediados del siglo XVII aparece un nuevo fenómeno en el panorama científico, que relacionaba de manera explícita fuerzas de carácter estático con *forzas* de tipo dinámico. Desde hacía muchos tiempo se conocía el estado de tensión que producía en las cuerdas de una honda la rotación de la piedra que iba a ser lanzada [3]. Pero no es sino hasta mediados del siglo XVII que Huygens logra establecer el tamaño y la dirección de la fuerza estática generada por la rotación de los cuerpos alrededor de un centro. Para ello estudió el movimiento circular uniforme de un cuerpo sobre una superficie horizontal lisa. Sin movimiento alguno el cuerpo no podría tensionar a la cuerda, por hallarse en un mismo plano horizontal con ella. Gracias al movimiento, el cuerpo adquiere la propiedad de tensionar la cuerda, como también lo haría si estuviera suspendido verticalmente de ella, en virtud de su propio peso. En uno y otro caso el cuerpo trata de desprender a la cuerda de su punto de apoyo central. El cuerpo rotante jala, entonces, a la cuerda, en dirección radial hacia afuera de la circunferencia descrita en su movimiento. Se trata, pues, de una fuerza centrífuga (la expresión "fuerza centrífuga" no se usa en este artículo con el significado actual de una fuerza inercial que aparece sólo en sistemas de referencia no inerciales), cuya dirección sobre el plano horizontal cambiaría constantemente con la posición del cuerpo rotante.

Algunos de los teoremas sobre la fuerza centrífuga, tal como los estableció Huygens, son los siguientes [4]:

1. Si dos cuerpos móviles se mueven con velocidades iguales en circunferencias desiguales, sus fuerzas centrífugas estarán en la relación inversa de sus diámetros.
2. Si dos cuerpos móviles se mueven sobre circunferencias iguales con velocidades desiguales, pero cada uno con movimiento uniforme... la fuerza centrífuga del móvil más rápido estará con la del más lento en la razón del cuadrado de las velocidades.
3. Si un cuerpo móvil viaja por la circunferencia de un círculo con la misma velocidad que adquiriría cayendo desde una altura igual a un cuarto de su diámetro... tensionará a la cuerda que lo ata al centro con una fuerza igual a la que ejercería si estuviera suspendido de ella.

Entonces, la fuerza centrífuga generada por un cuerpo en movimiento circular uniforme produciría una tensión en la cuerda (fuerza estática) que sería directamente proporcional al cuadrado de su velocidad, e inversamente proporcional al diámetro (o al radio) de la trayectoria. De acuerdo con el último teorema enunciado, la constante de proporcionalidad sería dada por el peso del cuerpo dividido por la aceleración de los graves (empleando las ecuaciones de Galileo para la caída libre).

Entonces:

$$F_{cga} = \left( \frac{\text{Peso}}{g} \right) \frac{v^2}{r} . \quad (1)$$

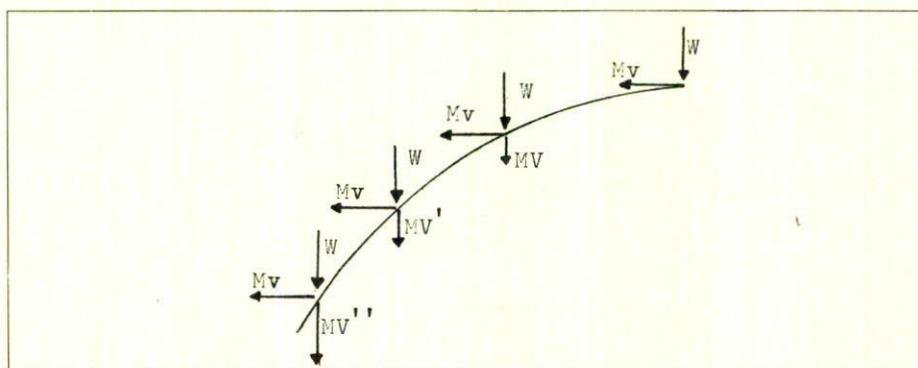


FIGURA 1. Tiro parabólico.

Ahora bien, para estudiar la cinemática del movimiento circular uniforme se puede calcar el método empleado por Galileo para el estudio del movimiento de los proyectiles. En el movimiento de los proyectiles no intervenía sino una sola fuerza (la del peso) que iba aumentando gradualmente la velocidad vertical de aquél (cuando era lanzado en dirección paralela al horizonte —véase la Fig. 1— aproximación parabólica galileana), mientras que en el movimiento circular uniforme serían necesarias dos fuerzas: una de ellas se encargaría de consumir una de las componentes de movimiento (la componente horizontal en la Fig. 2) en el movimiento a lo largo de un cuadrante y otra fuerza (vertical, en la misma figura) para generar un movimiento que no existía (obsérvense los cambios en la componente vertical de la velocidad en el movimiento circular uniforme, en la Fig. 2). La acción simultánea de estas dos fuerzas de tipo estático da una resultante que apunta hacia la parte interior de la trayectoria descrita por el cuerpo, y *éste no es el sentido de la fuerza que él hace sobre la cuerda*, sino que es en sentido contrario.

#### 4. Newton y la ley dinámica

Para determinar el valor y dirección de esta segunda fuerza, Newton transforma la trayectoria continua del cuerpo rotante en una línea poligonal, a lo largo de cuyos lados rectilíneos el cuerpo se movería con movimiento uniforme, mientras que en cada esquina recibiría un impacto que lo desviaría de su trayectoria primitiva, haciéndole recorrer el próximo trayecto rectilíneo en una dirección distinta.

La audacia de Newton en este momento fue descubrir que se podía emplear la regla de Stevinus para la composición de *fuerzas* estáticas y *forzas* dinámicas. La regla había sido establecida por Stevinus para componer fuerzas de tipo estático exclusivamente y es la que actualmente conocemos como regla del paralelogramo de fuerzas (Fig. 3).

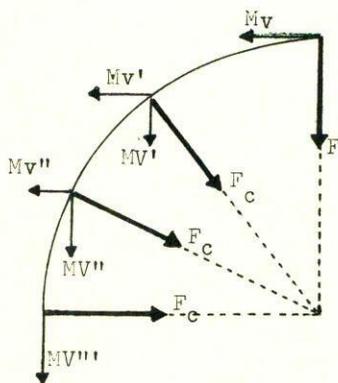


FIGURA 2. Movimiento circular.

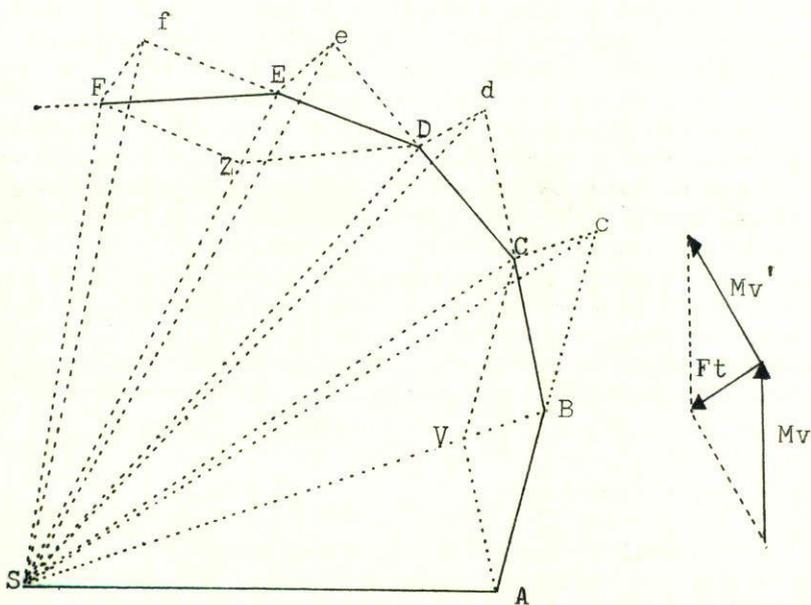


FIGURA 3.

El impulso  $Ft$  recibido durante el impacto se compone con la fuerza  $MV$  impresa en el cuerpo antes del impacto para producir una nueva fuerza  $MV'$  en el cuerpo después del impacto. Pero esta adecuación del paralelogramo de Stevinus para la composición de fuerzas estáticas con fuerzas dinámicas ( $MV$ ) requeriría hacer ciertos ajustes: las fuerzas estáticas deberían participar en proporción al impulso

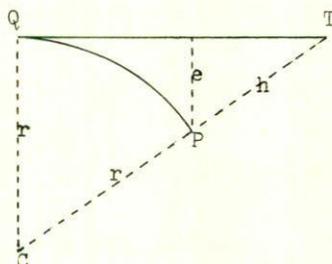


FIGURA 4. Movimiento circular.

$Ft$  producido sobre el cuerpo durante el tiempo  $t$  de la interacción, mientras que las *forzas* dinámicas  $MV$  participarían como magnitudes dirigidas (vectoriales).

La ecuación algebraica que recoge este procedimiento es [5]:

$$Ft = MV' - MV. \quad (2)$$

Al tratarse de una fuerza central continua, la trayectoria quebrada evoluciona a una que no presenta cambios bruscos en la dirección del movimiento. La poligonal reduciría el tamaño de sus lados y se aumentaría indefinidamente el número de choques en un intervalo de tiempo dado. No es difícil mostrar que en el caso del movimiento circular uniforme la distancia que cae el cuerpo hacia el centro de la trayectoria depende de la velocidad  $V$ , el radio  $r$  de la circunferencia y el tiempo  $t$ , de acuerdo con la ecuación:

$$h = \left(\frac{V^2}{2r}\right)t^2, \quad (3)$$

cuando el tiempo  $t$  es muy pequeño en comparación con el periodo de rotación (Fig. 4).

Si la trayectoria  $QP$  correspondiera a la trayectoria de un proyectil disparado horizontalmente (Fig. 5), según la aproximación galileana (parabólica), la distancia caída por el proyectil en un tiempo  $t$  está dada por la ecuación:

$$e = \frac{1}{2}gt^2. \quad (4)$$

Como puede verse al comparar las figuras 4 y 5, la distancia caída por el proyectil se mide verticalmente (perpendicularmente a la línea  $QT$ ), mientras que la distancia caída por el cuerpo rotante se mide radialmente. Sin embargo, para valores pequeños de  $t$  es indiferente tomar  $h$  o  $e$  como la distancia caída hacia el centro de la trayectoria, en la figura 4 [6].

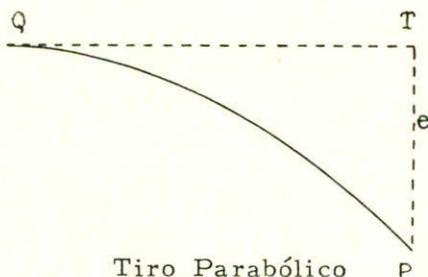


Figura 5.

FIGURA 5. Tiro parabólico.

Comparando las ecuaciones (3) y (4), podemos ver que el término  $V^2/2r$  de la ecuación (3) se corresponde con el término  $g/2$  de la ecuación (4). Ya que  $g$  es la aceleración con que el proyectil se aparta de la tangente  $QT$  en la Figura 5, cayendo hacia la superficie terrestre,  $V^2/r$  debe ser la aceleración con que el cuerpo de la figura 4 recorre el trayecto  $h$ , cayendo hacia el centro  $C$ . Por lo tanto, se trata de una aceleración centrípeta, y su valor está dado por la expresión:

$$a_{cpt} = \frac{V^2}{r}, \quad (5)$$

Puede verse que Newton no tiene hasta este momento una expresión para la fuerza estática que produce esta aceleración. Por una parte tiene la expresión (2), que le permite componer los impulsos  $Ft$  de las fuerzas estáticas con las *forzas* dinámicas  $MV$ . Por otra parte, tiene la ecuación (5), que le proporciona una expresión para calcular la aceleración de un cuerpo que se mueve con movimiento circular uniforme. Newton debe ahora intentar una modificación de la expresión (2) que le permita relacionar la fuerza estática  $F$  con el aspecto cinemático del movimiento. Esto lo logra al considerar un tiempo de impacto unitario  $t = 1$ , transformando la ecuación (2) en:

$$F = MV - MV', \quad \text{por unidad de tiempo [7],}$$

que evoluciona a la forma:

$$F = M(V - V'), \quad \text{por unidad de tiempo.}$$

Pero  $(V - V')$  por unidad de tiempo es el cambio en la velocidad por unidad de tiempo; esto es, *la aceleración*: de esta manera es que la ecuación (2) genera a la expresión:

$$F = Ma \quad (6)$$

La transformación que Newton le ha hecho a la ecuación (2), tomando un tiempo de interacción unitario, le permite relacionar la fuerza estática  $F$  con el cambio de movimiento por unidad de tiempo, o sea, con la aceleración. Esta aceleración, en el caso del movimiento circular uniforme es  $V^2/r$ , y apunta hacia el centro de la trayectoria, ecuación (5). La fuerza que actúa sobre el cuerpo rotante es, entonces, centrípeta.

La expresión que relaciona la fuerza estática centrípeta con la aceleración será entonces:

$$F_{cpt} = M \frac{V^2}{r}, \quad (7)$$

Si se compara esta ecuación con la obtenida por Huygens para la fuerza centrífuga, ecuación (1), podemos ver que coinciden siempre que:

$$M = \frac{\text{Peso}}{g}, \quad (8)$$

## 5. La fuerza centrípeta y la ley de acción y reacción

Si se trata de un cuerpo que rota atado a una cuerda que lo sujeta al centro de giro, la cuerda le proporcionaría al cuerpo la fuerza centrípeta necesaria para describir su trayectoria cerrada, mientras que el cuerpo le proporcionaría a la cuerda la fuerza centrífuga que requiere para ser tensionada.

A este respecto Newton señala [8]:

Una piedra que da vueltas en una honda se esfuerza por alejarse de la mano que la hace girar, y por ese esfuerzo distiende la honda tanto más cuando que con mayor velocidad gira, y sale volando tan pronto es liberada. Llamo fuerza centrípeta a aquella que se opone a ese esfuerzo, y mediante la cual la honda atrae continuamente la piedra hacia la mano y la retiene en su órbita, porque se dirige hacia la mano como hacia el centro de la órbita.

Pero, a la sagacidad de Newton no debió escapar el hecho que: si la honda se distiende debe ser jalada por ambos extremos con fuerzas iguales y opuestas, ya que es imposible tensionar una cuerda jalándola desde un sólo extremo, en cuyo caso sólo sería arrastrada en la dirección de la fuerza.

La mano ejerce una fuerza por uno de sus extremos, y es hacia el centro de giro: centrípeta; mientras que, por el otro extremo debe jalarla la piedra en sentido contrario: es la fuerza centrífuga identificada por Huygens. Pero a su vez, la mano siente la tensión de la cuerda, que la jala hacia afuera del centro, y es centrífuga, mientras que la piedra experimenta una fuerza que apunta hacia la mano, y es centrípeta.

Ambas fuerzas, tanto la centrífuga como la centrípeta, están presentes en el fenómeno, y entre ambas participan en la tensión de la honda, pero la mano sólo experimenta la centrífuga mientras que la piedra sólo está sometida a la centrípeta. Entonces, mientras la mano ejerce sobre la cuerda una fuerza centrípeta, ella misma experimenta una fuerza centrífuga. Por otra parte, la piedra, que tensiona a la honda con una fuerza centrífuga, experimenta una fuerza centrípeta.

La gran lucidez de Newton le permitió separar el punto de acción de cada una de las dos fuerzas que se presentaban simultáneamente en el fenómeno, pero simultáneamente debió haber observado que sólo influyen en el movimiento de un cuerpo las fuerzas que él experimenta, no las que ejerce; pues, si así no fuera, el cuerpo rotante no experimentaría la aceleración centrípeta necesaria para describir la trayectoria circular. Para solventar esta dificultad, provocada por el hecho que un cuerpo pudiera influir sobre el movimiento de otros sin verse afectado, y apoyado en el análisis ya mostrado del movimiento circular uniforme, Newton debió haber vislumbrado la tercera ley del movimiento. Esto es: la acción de un cuerpo *A* sobre otro *B* implica la reacción de *B* sobre *A*. Al presentarse la primera ocurre simultáneamente la segunda. Esto es, el verdadero sentido físico de una acción es la interacción: un fenómeno de carácter dual.

## 6. La ley de inercia

Si ahora se analiza la situación lógica que enfrenta Newton después de postular la Tercera Ley de Movimiento, encontraremos allí la génesis de la *ley de inercia*.

Si se desea modificar el estado de movimiento de un cuerpo, sea alterando su rapidez o cambiando la dirección de su movimiento, debe aplicársele una fuerza; pero, simultáneamente, de acuerdo a la tercera ley, el cuerpo reacciona ejerciendo una fuerza igual y de sentido opuesto. Esta reacción, que sentimos cuando aceleramos a un cuerpo, se interpreta como originada por una "tendencia natural del cuerpo" a mantener su estado de movimiento uniforme y en línea recta. Es esta "tendencia innata" a la que Newton denomina *inercia*, y debe manifestarse aunque actuemos sobre un cuerpo en reposo. Hasta aquí la ley de inercia no es más que un corolario de la tercera ley del movimiento (acción y reacción).

La inercia es una propiedad de la materia que *se manifiesta por la reacción que presenta un cuerpo a ser acelerado*. Esta reacción existe mientras perdura la acción externa y es igual a ella, pero de sentido contrario [9]. La ley de inercia viene entonces a complementar la ley de acción y reacción, ya que si la materia se opone a los cambios que proceden del exterior, debe impedirse que esos cambios sean autogenerados, y la inercia de la materia garantiza esta imposibilidad.

## 7. La fuerza centrípeta y la fuerza gravitatoria

Como vemos la inercia newtoniana es derivada lógicamente de la tercera ley del movimiento. Sin embargo, su presentación axiomática no revela esta dependencia, y Newton, más preocupado por establecer los principios matemáticos que permitieran explicar los movimientos que se observan en la naturaleza, que por mostrar la génesis de sus pensamientos, presenta sus tres leyes del movimiento en este orden:

1. Primera Ley: ley de inercia.
2. Segunda Ley:  $F = M(V - V')$  (para  $t = 1$ ) o  $F = Ma$ , con  $a = V - V'$  por unidad de tiempo.
3. Tercera Ley: acción y reacción.

Pero, en cuanto a la genealogía su orden sería:

1. Primera Ley:  $F = M(V - V')$  (para  $t = 1$ ) o  $F = Ma$ , con  $a = V - V'$  por unidad de tiempo.
2. Segunda Ley: acción y reacción.
3. Tercera Ley: ley de inercia.

Con estas tres leyes se pueden agrupar en un solo cuerpo teórico los fenómenos estudiados por Galileo y por Huygens; esto es, el movimiento de los graves; el movimiento circular uniforme, los choques y la ley de áreas para los planetas. Se vislumbra pues la posibilidad de incorporar las leyes de Kepler al grupo de fenómenos explicados por la nueva teoría. Pero ello exige la existencia de una fuerza centrípeta que actúe sobre los planetas para permitirles recorrer órbitas elípticas alrededor del Sol, sobre los satélites de Júpiter para obligarlos a orbitar alrededor de ese planeta, y sobre nuestra Luna, para permitir su movimiento alrededor de la Tierra. Se trataría entonces de encontrar de qué factores dependería esta fuerza, y en qué forma entraban dichos factores en la ecuación de dicha fuerza.

En el caso de la Luna, los cálculos astronómicos permiten estimar que se desvía de su trayectoria rectilínea, "cayendo" hacia la Tierra, aproximadamente a razón de 16 pies cada minuto. La dificultad para establecer esta relación depende de la exactitud de las medidas astronómicas. De hecho, imprecisiones en este dato parecen haber impedido en algún grado que Newton lograra su famosa síntesis en una época más temprana. Si se compara con la desviación que experimenta un proyectil cerca de la superficie terrestre en el mismo lapso, se encuentra que la distancia que cae el proyectil es 3600 veces mayor. Ya que el radio promedio de la Tierra es 60 veces menor que el radio promedio de la órbita lunar, se desprende que la aceleración de caída, si es que se debe a la misma causa en el caso del proyectil y de la Luna, decae con el cuadrado de la distancia al centro de nuestro planeta.

Acogiendo la idea de la simplicidad de la Naturaleza, Newton propone una misma causa para los dos fenómenos: la orbitación de la Luna y la desviación del proyectil [10].

Por tanto, un poder atractivo de la materia terrestre que se difunde desde su centro a todos los lugares circundantes, para mover a los cuerpos que se encuentren en esos lugares. Y ese poder existe aún en regiones donde no haya cuerpos que lo experimenten, como es el espacio que está por encima de las más altas montañas, hasta llegar a la superficie lunar. Este poder se debilita en intensidad al aumentar el volumen de la región donde se difunde. Ese poder es la "fuerza acelerativa" de la gravedad, que es la fuerza que puede experimentar cada unidad de masa situada en la región donde existe ese poder difundido.

Ese poder no está concentrado o circunscrito a los límites de la propia materia que lo genera, sino que, por el contrario, está presente en la región del espacio que circunda a la materia. La propia materia detectará este poder en virtud de su propiedad gravitatoria, determinada por su "masa gravitatoria". Esta masa es la que puede generar la condición alrededor de un cuerpo, y también detectar la condición creada por otros cuerpos.

Tanto la masa inercial como la gravitacional son dos cualidades que tienen su asiento en la materia, pero que difieren entre sí tanto como de la extensión, que es otra propiedad de la materia. Sin embargo, se hallan ligadas por un fenómeno: el de la orbitación planetaria.

Si la fuerza gravitatoria es una fuerza centrípeta (la que necesita un planeta para desviarse de su curso rectilíneo), ella debe depender de la masa inercial del planeta, de acuerdo con la ecuación:

$$F_G = M_i a_c,$$

donde  $a_c$  depende de las condiciones cinemáticas del movimiento. Pero, si esa fuerza es de origen gravitatorio debería ser expresada en función de la masa gravitatoria del planeta y de la aceleración gravitatoria en los puntos de la región por donde transite. Esto es:

$$F_G = M_G a_G,$$

Si ambas expresiones deben producir el mismo valor en todo el recorrido del planeta por su órbita, podemos igualar ambas expresiones para  $F_G$ , así:

$$M_i a_c = M_G a_G,$$

de donde

$$\frac{M_i}{M_G} = \frac{a_G}{a_c}$$

Si la aceleración gravitatoria es exactamente igual a la aceleración centrípeta que requiere el planeta para mantenerse en su órbita, entonces la masa inercial y la gravitatoria son exactamente iguales.

Newton puede calcular, con base en la cinemática del movimiento planetario, la forma en que  $a_c$  depende de la distancia que separa al planeta de cualquier punto interior de la órbita. Cuando la trayectoria es una elipse y el punto desde donde se contabilizan las distancias es el foco de la elipse, la aceleración centrípeta es inversamente proporcional al cuadrado de su distancia al foco. Por lo tanto, postula esa misma forma para la aceleración gravitatoria. Ya tiene entonces una forma bastante aproximada para la ley de gravitación:

$$F_G \propto \frac{M_G}{r^2}.$$

Pero si un planeta gira alrededor de otro, experimentando una fuerza centrípeta, ese otro debe experimentar una fuerza centrífuga (si sigue siendo válida la ley de acción y reacción). Ambas fuerzas deben ser iguales, pero de sentido contrario. Pero la fuerza gravitatoria que experimenta ese otro debe ser proporcional a su propia masa gravitatoria, por cuya cualidad él puede gravitar. Si  $M'_G$  es la masa gravitatoria de ese otro cuerpo o planeta, la fuerza centrífuga-gravitatoria que él experimenta será proporcional a  $M'_G$ :

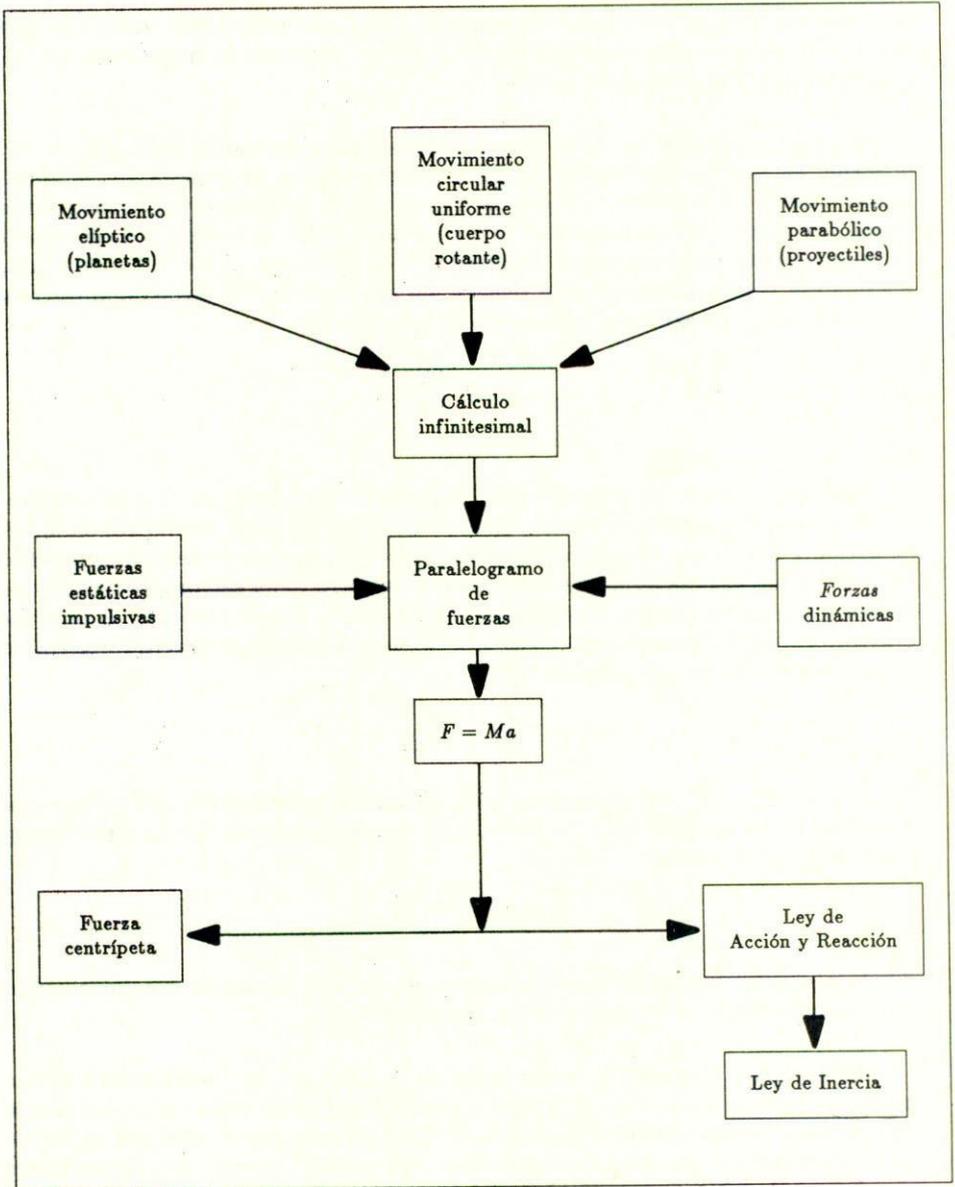
$$F'_G \propto M'_G.$$

Pero ya que  $F_G$  y  $F'_G$  deben tener en todo instante el mismo valor, se concluye que  $F_G$  también depende de  $M'_G$ . Por lo tanto, la expresión para la Ley de Gravitación toma la forma acabada:

$$F_G \propto \frac{M_G M'_G}{r^2},$$

donde aparecen las masas gravitacionales de los dos planetas que interactúan gravitacionalmente, y la distancia que los separa [11].

No hay pues una acción de atracción de la Luna por la Tierra y otra acción independiente de atracción de la Tierra por la Luna, sino una sola acción por la que ambos cuerpos tienden a juntarse, de igual manera que es una sola la acción de las dos fuerzas que permiten tensionar una cuerda; es sólo con la existencia simultánea de ellas que puede lograrse la tensión. Por lo tanto, la Luna no es atraída hacia la Tierra por una doble acción, ni la Tierra hacia la Luna por una doble acción, sino que existe una sola acción intermedia por la que ambos se acercan.



Esquema lógico del trabajo de Newton en la Mecánica.

## 8. Conclusiones

Creo que el éxito de Newton en lograr la síntesis de la cinemática terrestre y la celeste, empleando para ello leyes de la estática y extrapolando algunos conceptos de la teoría del 'impetus', fue debido a la acertada elección de un fenómeno que, como el movimiento circular uniforme, presentaba simultáneamente fuerzas estáticas, *forzas* dinámicas, y una cinemática que podía asimilarse a la de los proyectiles haciendo un empleo diestro del cálculo infinitesimal.

Si éste fue un hecho casual, o provocado por la superioridad intelectual de Newton sobre sus contemporáneos, no quiero discutirlo ahora, pero considero que existe la posibilidad de no dejar estos hechos al azar o como resultado de una genialidad fortuita.

Si la física tiene una estructura lógica, vertebrada alrededor de hechos empíricos, es posible elaborar cadenas lógicas que, con base en los hechos ya explicados, permitan ser alimentadas con nuevos hechos, que exijan la modificación de hipótesis y leyes incompatibles con la nueva realidad que se pretende explicar, sugiriendo la forma de otras que habrán de reemplazarlas.

Si esta propuesta pudiera implementarse, podríamos adaptar la estructura teórica de esta ciencia a una realidad cada vez más amplia y compleja con una mayor celeridad. De esta manera se le facilitaría al investigador teórico la búsqueda de nuevas estructuras cada vez más potentes, y su papel principal sería el de escoger como factibles aquellas alternativas que fueran compatibles con los principios filosóficos que fundamentan el quehacer científico.

## Referencias

1. A. Koyre, *Estudios de historia del pensamiento científico*, p. 164, Editores Siglo XXI, Madrid, España (1977).
2. *Historia de la Ciencia, Vol. I*, p. 137, Editorial Planeta, Barcelona, España (1978).
3. J. Vailati, *Contribución a la Historia de la Mecánica*, p. 105, Editorial Espasa-Caipe S.A., Buenos Aires, Argentina (1947).
4. W.F. Magie, *A Source Book in Physics*, Editorial McGraw Hill, Nueva York, EUA (1935). Véanse teoremas sobre la fuerza centrífuga, de C. Huygens.
5. I. Newton, *Principios Matemáticos de la Filosofía Natural y su Sistema de Mundo*. Editora Nacional, Madrid, España (1982). Para facilitar la lectura en otras ediciones haremos la cita por títulos y no por páginas. Cuando volvamos a referenciar esta obra la citaremos como *Principia*, que es el título de esta obra en edición inglesa, de la Editorial de la Universidad de California (1962). Para esta cita véase la parte inicial del esolio a los axiomas o leyes del movimiento.
6. *Principia, lemas VII, VIII, X, XI y XII, libro I*. Véase también el esolio a la proposición IV, teorema IV.
7. *Principia*. Esto lo hace pensar las palabras de Newton que aparecen en la proposición I, teorema I, sección II, libro I, al referirse a "una partícula singular de tiempo". Este enfoque pudo deberse a las dificultades inherentes al concepto de derivada. Para esta otra forma de mirar el asunto véase el esolio general al libro I.

8. *Principia*, definición V.
9. *Principia*, definición III.
10. *Principia*, libro III, segunda regla.
11. I. Newton *El Sistema del Mundo*, numeral 20.

**Abstract.** In this paper we show the logical need of the existence of the centripetal force as the fundamental element in the newtonian synthesis progress, which gives us the unification among the two cinematics and the dynamics law. We point out the importance of the role that in this process the static force or torsion and the dynamical force play.