

La física de partículas elementales o el alcance de la superconductividad

Augusto García

*Departamento de Física, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados,
Instituto Politécnico Nacional, apartado postal 14-740, 07000 México, D.F.*

(recibido el 16 de diciembre de 1987; aceptado el 20 de junio de 1988)

Resumen. En esta revisión se discute la íntima conexión que tienen la superconductividad en la física del estado sólido y las teorías de norma modernas en la física de partículas elementales. Se muestra y se resalta el hecho de que las características más distintivas de la superconductividad se pueden derivar cualitativamente de modo independiente de modelos particulares a partir de primeros principios, conocidos como simetrías de norma y su rotura espontánea en las partículas elementales.

PACS: 12.15.-y; 70.20.-z

1. Introducción

Esta presentación también podría intitularse: ¿Qué tienen en común la física del estado sólido y la física de partículas elementales, también llamadas de altas energías?.

La pregunta es que comparten mucho, ante la sorpresa de muchos de los físicos en cada una de estas especialidades, y la influencia de un campo sobre el otro es muy profunda. Lo es a tal punto que puede decirse que actualmente los físicos de altas energías lo que hacen es superconductividad. En realidad esta situación es bien conocida por algunos expertos en ambos campos, pero sigue siendo desconocida por la mayoría de los especialistas. Incluso, si uno pregunta a un físico de altas energías de qué parte de la física provienen las ideas fundamentales que se usan en su especialidad hoy en día, rara vez contesta y aun menos acepta que provienen de la física del estado sólido. Y viceversa, el físico de estado sólido normalmente desconoce efectos de altas energías que fueron descubiertos primeramente en su propio campo de especialidad.

Inicialmente, esta situación se debió a la dificultad de entender las ideas fundamentales. Pero, actualmente se debe a un error pedagógico, principalmente en los libros sobre el estado sólido, o sea a un simple error de enfoque. En los libros de partículas elementales sí se hace un pequeño esfuerzo por corregir esta deficiencia, y esto por una razón muy simple: de no hacerlo, la física de altas energías resulta demasiado abstracta y por lo tanto de difícil comprensión para los que se inician en ella. Así que es natural que frecuentemente en estos últimos libros se den ejemplos concretos de sistemas de física de sólidos (palpables, por así decirlo) donde se ilustran

las ideas centrales de la física moderna de altas energías. Por otra parte, el precio que pagan los especialistas en estado sólido es que no alcanzan a apreciar la generalidad y profundidad de las características distintivas de la superconductividad. Por todas estas razones, esta presentación es principalmente pedagógica y espero que ayude a cerrar la brecha conceptual entre ambos campos.

Primero hablaré sobre física de altas energías, sobre lo que actualmente se cree que es el punto de partida, después hablaré sobre superconductividad y su conexión con aquellas ideas centrales en altas energías y, finalmente, marcaré los puntos en común —que indican lo general que es el efecto de superconductividad— y los puntos en que difieren para poder apuntar dificultades en la física de altas energías. El orden de esta presentación es:

1. ¿Cómo se introducen las interacciones fundamentales?
2. Rotura espontánea de una simetría.
3. Teorema de Goldstone y el mecanismo de Higgs.
4. La independencia de modelo de las características distintivas de la superconductividad y su conexión con la rotura espontánea.
5. Similitudes y diferencias entre la superconductividad y la física de altas energías.

Deseo enfatizar que el carácter de esta presentación es conceptual y por lo tanto trataré de mantener la discusión a nivel cualitativo y evitar en lo posible fórmulas y detalles técnicos.

2. ¿Cómo se introducen las interacciones fundamentales?

Las ideas importantes en esta parte de la plática son la invariancia ante transformaciones de norma y el principio de acoplamiento mínimo.

El ejemplo por excelencia es el electromagnetismo y la interacción entre la radiación y la materia.

No hace falta escribir las cuatro ecuaciones de Maxwell, basta recordar que los campos eléctrico y magnético (\mathbf{E} y \mathbf{B}) se pueden reescribir [1] en términos de un potencial eléctrico (A_0) y uno magnético (\mathbf{A}),

$$\mathbf{E} = -\nabla A_0 + \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (2)$$

Estas definiciones son invariantes (\mathbf{E} y \mathbf{B} no cambian) ante transformaciones de "norma" de A_0 y \mathbf{A} ,

$$A'_0 = A_0 - \frac{\partial}{\partial t} \Lambda, \quad (3)$$

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} - \nabla \Lambda \quad (4)$$

con $\Lambda = \Lambda(\mathbf{x}, t)$ arbitraria. Esta propiedad descubierta por Weyl [1] (o cuando menos recalcada por él) condujo a la concepción de que los campos A_0 y \mathbf{A} no son directamente observables, porque están definidos sólo hasta una función arbitraria. En realidad, esto es cierto en electromagnetismo clásico, pero en el cuántico ocurre que sí son observables a través de efectos de interferencia cuántica. Esto está relacionado con lo que normalmente se asevera de que la fase de una función de onda cuántica no es observable. Para estados de una sola partícula esto es cierto, pero para estados colectivos ya no, y su fase sí es observable. Precisamente la superconductividad es un ejemplo de lo anterior. En esta plática veremos lo sutil y a la vez lo hermoso que resulta la invariancia de norma que, por así decirlo, vale y no vale simultáneamente. Pero antes hablaremos de interacciones y deseo aprovechar esta ocasión para hacer una pequeña nota de carácter pedagógico.

A este respecto, existe a menudo una cierta confusión entre los estudiantes que se origina, a mi modo de ver, por un lado, en un problema de nomenclatura y, por otro, en no enfatizar debidamente el paralelismo entre energía e impulso lineal. Si se dice que ante la presencia de una interacción una partícula tiene no sólo energía cinética, sino además energía potencial, todo estudiante lo entiende y no objeta nada. Por lo tanto, aceptan rápidamente los conceptos de energía mecánica o total (E_m o E_t), energía cinética (E_c) y energía potencial (E_p) y la relación entre ellas

$$E_m = E_c + E_p, \tag{5}$$

y saben que E_p depende de los detalles de la interacción —es mgh para un campo gravitatorio constante o eA_0 para un campo eléctrico con potencial A_0 . Sin embargo, hasta donde yo sé, nunca se mencionan los conceptos equivalentes para el impulso lineal; no existe en la literatura la nomenclatura equivalente para impulso cinético (p_c), impulso potencial (p_p) e impulso mecánico o total p_m , sujetos a la relación (ésta sí existe en la literatura, con otra nomenclatura).

$$p_m = p_c + p_p \tag{6}$$

(Lo más cercano a esto se encuentra en la referencia 2, pero ahí Feynman llama p -momentum al impulso mecánico o total y no menciona al potencial con este nombre. Salvo por este detalle de nomenclatura, su discusión es excelente).

Desafortunadamente, es frecuente que cuando se pregunta a un estudiante avanzado de licenciatura y aun de maestría cuál es la expresión para el impulso lineal, contesta que es $p = mv$, aun cuando haya interacción. Sería deseable que al igual que se explica la ecuación [5] en secundaria, también se explicara la ecuación (6) ahí.

Esta pequeña nota pedagógica nos permite recalcar mejor el principio de acoplamiento mínimo o de sustitución mínima [1]. Para introducir los efectos de una

interacción sobre una partícula libre basta sustituir E_c y p_c por

$$E_c \rightarrow E_m - E_p, \quad (7)$$

$$p_c \rightarrow p_m - p_p \quad (8)$$

y así la ecuación de la energía

$$E_c = \frac{p_c^2}{2m}, \quad (9)$$

se convierte en

$$E_m - E_p = \frac{(p_m - p_p)^2}{2m}. \quad (10)$$

O sea,

$$E_m = \frac{1}{2m}(p_m^2 - 2p_m \cdot p_p + p_p^2) + E_p. \quad (11)$$

Para obtener la ecuación de Schrödinger basta hacer la cuantización a la Schrödinger o la cuantización canónica a la Dirac (E_m y p_m son variables canónicas). Según la primera receta, se debe reemplazar en (11)

$$E_m = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad (12)$$

$$p_m = -i\hbar \nabla \quad (13)$$

y aplicar todo a una función de onda ψ . En el caso concreto de la interacción electromagnética, E_p y p_p están dados por

$$E_p = eA_0, \quad (14)$$

$$p_p = e\mathbf{A} \quad (15)$$

donde e es la carga de la partícula en cuestión. Así, la ecuación de Schrödinger resulta ser

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla - e\mathbf{A} \right) \cdot \left(\frac{\hbar}{i} \nabla - e\mathbf{A} \right) \psi + eA_0 \psi \quad (16)$$

A esta ecuación corresponde una ecuación de continuidad [2],

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \tag{17}$$

donde

$$P = \psi^* \psi \tag{18}$$

y

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2m} \left\{ [(\nabla - e\mathbf{A})\psi^*]\psi + \psi^*(\nabla - e\mathbf{A})\psi \right\}. \tag{19}$$

Nótese que la corriente \mathbf{J} tiene una parte total y una parte que podríamos llamar potencial debida a la presencia de \mathbf{A} .

Las transformaciones de norma (3) y (4) valen para la ecuación de Schrödinger (16) si se extienden a ψ ,

$$\psi = e^{i\Lambda} \psi \tag{20}$$

con $\Lambda = \Lambda(x, t)$ arbitraria e igual a la que aparece en (3) y (4). O sea que la ecuación (16) es invariante ante la aplicación simultánea de (3), (4) y (20).

Para muestra basta un botón y lo anterior ayuda a aceptar el principio de acoplamiento mínimo en general. Pero antes debemos recalcar que las ecuaciones y expresiones (5)–(8), (12)–(15) y (17) son relativistas y si se introduce un índice μ con valores 0, 1, 2, 3, se pueden compactar en (con $c = \hbar = 1$ por simplicidad)

$$P_\mu = (E, \mathbf{p}) \tag{21}$$

$$A_\mu = (A_0, \mathbf{A}) \tag{22}$$

$$J_\mu = (P, \mathbf{J}) \tag{23}$$

Así, la ecuación de continuidad se escribe como

$$\partial_\mu J_\mu = 0 \tag{24}$$

con $\partial_\mu = \partial/\partial x_\mu$, $x_\mu = (x_0, \mathbf{x})$ y $x_0 = t$. La sustitución mínima es

$$p_\mu \rightarrow p_\mu - eA_\mu \tag{25}$$

o bien, cuánticamente

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu, \quad (26)$$

que viene de identificar el cuadiroperador p_μ con $(i\partial_0, -i\nabla)$. Por lo tanto, todo este formalismo se aplica tanto a la ecuación no-relativista de Schrödinger, ecuación (16), y a la expresión no-relativista de \mathbf{J} , ecuación (19), como a las ecuaciones relativistas de Klein-Gordon, de Dirac, de Maxwell para A_μ , y de una partícula de espín 1 y masa m (fotones masivos por así decirlo). Nos conviene escribir esta última ahora, para el caso de no-interacción (las otras no las necesitaremos explícitamente):

$$\square W_\mu^b + m_a^2 W_\mu^b = 0, \quad (27)$$

se usa un índice $\mu = 0, \dots, 3$ para incluir los grados de libertad debidos al espín —se debería dar además una ecuación de restricción suplementaria pero no la necesitamos— y permitimos un índice b para distinguir diferentes partículas de espín 1. Si comparamos (27) con las ecuaciones de Maxwell para A_μ libre,

$$\square A_\mu = 0, \quad (28)$$

ambas coinciden, excepto que en (28) la masa de A_μ es cero. El D'Alambertiano se define como

$$\square = \partial_0^2 - \nabla^2. \quad (29)$$

Con las ecuaciones (25) y (26) como botón de muestra, podemos ya enunciar lo que hoy creemos que es el principio general (salvo por una crítica que haremos en la parte de conclusiones) para introducir las interacciones fundamentales, o sea las interacciones entre partículas elementales. Todo lo que hemos mencionado hasta ahora se puede escribir dentro de un formalismo lagrangiano relativista, cuya expresión general antes de introducir interacciones sería (de nuevo no necesitamos detalles):

$$L_0 = L_m(\psi^a, \partial_\mu \psi^a) + L_v(W_\mu^b, \partial_\nu W_\mu^b), \quad (30)$$

donde ψ representa a toda la colección de partículas elementales —a saber quarks u, d, s, c, b, t y leptones $e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau, \nu_\tau$ y W_μ^b representa a bosones vectoriales— esto es, de espín 1 —que serán responsables de las interacciones que conocemos. En (30) aparecen sólo las partes y cinéticas; las partes potenciales o de interacción pueden incluirse generalizando (26) a

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ig\mathbf{W}_\mu \cdot \mathbf{T}, \quad (31)$$

la flecha sobre W reemplaza al índice b y g es una constante de acoplamiento. Al

aplicarse a L_0 se obtiene

$$L_0 + L_{\text{int}} = L_m(\psi^a, (\partial_\mu - ig\mathbf{W}_\mu \cdot \mathbf{T})\psi^a) + L_\nu(W_\mu^b \partial_\nu W_\mu^b).$$

La generalización en (31) reside en extender las transformaciones de norma del electromagnetismo, ecuaciones (3), (4) y (20) que valen para un grupo local (porque Λ depende de x_μ) y abeliano $U(1)$, a un grupo de Lie G no-abeliano en general, cuya representación vectorial —o sea aquella que tiene dimensión d igual al número de generadores infinitesimales— está dada por los bosones vectoriales $\mathbf{W}_\mu \cdot \mathbf{T}$ con d matrices de dimensión igual a la de la representación a que pertenecen las diferentes ψ .

Creemos que de este modo se pueden describir las interacciones débiles, responsables de las desintegraciones beta, las fuertes —responsables de la estructura nuclear— y que este modo se puede extender para estudiar la gravedad. Así pues, podemos resumir esta parte de la plática diciendo que el modo de construir las interacciones fundamentales consiste en:

1. Encontrar un grupo de Lie G e identificar los bosones vectoriales responsables de la interacción.
2. Escribir los lagrangianos libres de las partículas elementales y de dichos bosones.
3. Imponer invariancia ante transformaciones de norma generalizadas (estricta invariancia y no sólo aproximada)
4. Hacer la sustitución mínima (31) en la parte material del lagrangiano.

3. Rotura espontánea de una simetría de norma

Lo que hemos dicho hasta ahora no basta para hacer mecánica cuántica. Existen situaciones especiales que hacen al concepto de simetría de norma muy sutil. Se reducen esencialmente a entender cómo se comporta el estado base (lo que en partículas elementales se llama el vacío). El ferromagnetismo es un buen ejemplo [3]. En la teoría de Ginzburg-Landau, se sabe que cerca de la temperatura de Curie, la energía libre se puede escribir hasta cuarto orden en la magnetización \mathbf{M} como

$$M(\mathbf{M}) = (\partial_i \mathbf{M})^2 + V(\mathbf{M}) \tag{32}$$

donde

$$V(\mathbf{M}) = \alpha_1(T)\mathbf{M}^2 + \alpha_2(\mathbf{M} \cdot \mathbf{M})^2 \tag{33}$$

y

$$\alpha_1 = \alpha(T - T_c),$$

con $\alpha > 0$ y $\alpha_2 > 0$. Como el término “cinético” es positivo siempre, basta minimizar los dos últimos términos de (32). Para encontrar la solución estable o de equilibrio, se debe cumplir $V(\mathbf{M}) = 0$, esto es

$$\mathbf{M}(\alpha_1 + 2\alpha_2\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}) = 0 \quad (34)$$

Si $T > T_c$ entonces $\alpha_1 > 0$ y necesariamente $\mathbf{M} = 0$. Pero si $T < T_c$ entonces se obtiene la magnetización espontánea

$$|\mathbf{M}| = \sqrt{-\frac{\alpha_1}{2\alpha_2}} \quad (35)$$

sin que la dirección de \mathbf{M} quede especificada. Es decir, el estado base ψ está degenerado ante rotaciones de la magnetización \mathbf{M} , y por lo tanto el estado

$$\psi'_0(\mathbf{M}) = e^{i\epsilon a Q_a} \psi_0(\mathbf{M}) \quad (36)$$

donde Q_a son matrices de rotación con dimensión apropiada a la representación a que pertenece ψ_0 , es otro estado base igualmente aceptable. Para poder hacer cálculos perturbativos es necesario fijar una dirección de \mathbf{M} —o sea, romper la simetría ante rotación— y entonces ya es posible encontrar efectos pequeños alrededor de esta dirección. Nótese que no importa qué dirección se elija, lo que importa es que se fije alguna y se tome en cuenta en los cálculos. En realidad la simetría sigue siendo exacta por no importar qué dirección se elija, pero está rota porque hay que elegir alguna. A este fenómeno se le llama rotura espontánea (aquí tenemos un ejemplo de lo que Einstein en alguna ocasión describió diciendo: “la naturaleza no es maliciosa, es sencilla ... pero sutil”).

Para saber cuándo se presenta, conviene visualizar el término V como función de la variable en cuestión, \mathbf{M} en este caso. En la figura 1 se da un esbozo cualitativo de $V(\mathbf{M})$.

El sistema minimiza su energía magnetizándose por debajo de V , esto es, cuando $T < T_c$. En pocas palabras, la rotura espontánea se presenta cuando existe un estado base degenerado de menor energía que el que inicialmente se tomó por el vacío.

La propiedad de degeneración corresponde al hecho de que el valor de expectación de la variable magnetización no es cero en el vacío (estado base),

$$\langle \psi_0 | \mathbf{M} | \psi_0 \rangle \neq 0 \quad (37)$$

y esto vale para cualquier dirección de \mathbf{M} .

En física de altas energías, una variable es un campo que representa una partícula elemental y si hay rotura espontánea, entonces el equivalente a (37) es

$$\langle 0 | \phi | 0 \rangle \neq 0, \quad (38)$$

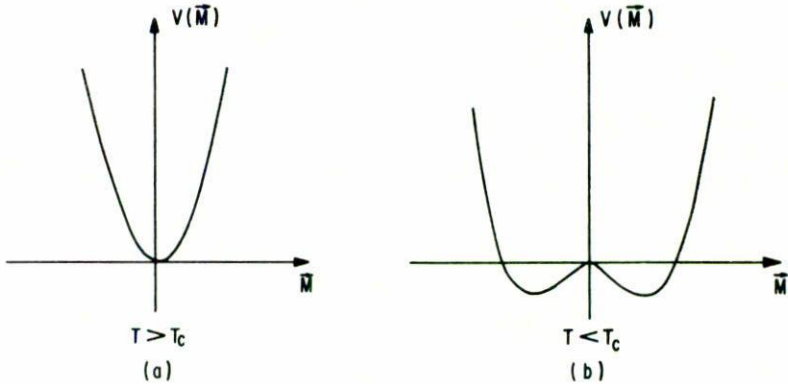


FIGURA 1.

si ϕ es la variable o el campo o la partícula elemental correspondiente a M . Es decir, ϕ no destruye al vacío; la relación $\phi|0\rangle = 0$, como se suele postular, no sería válida.

Existe otro ejemplo en estado sólido aún más interesante que el ferromagnetismo y es la superconductividad, que ahora pasamos a discutir [2, 3, 4].

Como precisamente no queremos entrar en detalles, partiremos de un postulado. En el superconductor existe un estado base ψ de espín cero y que si se escribe como [2]

$$\psi = \sqrt{\rho} e^{i\phi} \tag{39}$$

entonces $\rho(\mathbf{r}, t)$ se interpreta como la densidad de electrones superconductores dentro del superconductor. En general $\phi = \phi(\mathbf{r}, t)$. Esta función de onda obedece a la ecuación de Schrödinger y, en particular, en la presencia de un campo electromagnético, a la ecuación (16). La densidad de $\mathbf{J} = \rho\mathbf{v}$ está dada por la ecuación (19) y queda reescrita en esta notación como

$$\mathbf{J} = \frac{\hbar}{m} \left(\nabla\phi - \frac{e}{\hbar} \mathbf{A} \right) \rho \tag{40}$$

(aquí el impulso cinético es $m\mathbf{v}$, el potencial $e\mathbf{A}$ y el mecánico o total es $\hbar\nabla\phi$).

En la teoría de Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS), este estado escalar (espín cero) ψ corresponde a los pares de Cooper y todos los pares se mueven en exac-

tamente el mismo estado ψ . Los electrones se aparean debido a una interacción atractiva que se da entre ellos a través de la interacción con fonones virtuales y les resulta energéticamente favorable dicho apareamiento, de modo que el verdadero estado base no es el de electrones individuales, sino uno de menor energía dado por ψ . La existencia de esta ψ es todo lo que necesitamos saber y lo demás son detalles que no se necesitan conocer para entender la superconductividad.

La ecuación (16) que obedece ψ es invariante ante las transformaciones de norma dadas por (3), (4) y (20), pero el estado base ψ mismo no lo es. Es decir, el estado base se puede reescribir de infinitos modos diferentes empleando la transformación (20), o sea es un estado degenerado ante una simetría continua, que está dada en este caso por las transformaciones de norma (20). La única invariancia que permanece es [5]

$$\phi(x_\mu) \rightarrow \phi(x_\mu) + \pi\hbar/e_e \quad (41)$$

que corresponde a $\Lambda \rightarrow \Lambda + 2\pi\hbar/e_e$, con e_e la carga del electrón. Esto se puede resumir diciendo que la simetría continua $U(1)$ se rompe espontáneamente en el superconductor hasta Z_2 , el subgrupo discreto de $U(1)$ que contiene a las transformaciones con $\Lambda = 0, \pi\hbar/e_e$ y que corresponde al signo inobservable de ψ .

Este es otro ejemplo en el que una simetría por un lado es exacta y por otro está rota. No importa que fase ϕ elijamos, así que la simetría es exacta, conservando (16) invariante ante las transformaciones (3), (4) y (20); pero tanto en el laboratorio como al momento de calcular la fase, ϕ debe tener un valor fijo, así que la simetría está rota. Se puede resumir esta situación diciendo que la simetría de las ecuaciones se conserva, pero que sus soluciones son no-simétricas. Aquí radica la diferencia esencial entre las representaciones de una simetría a la Weyl-Wigner o a la Nambu-Goldstone. En el primer caso, tanto las ecuaciones como sus soluciones son simétricas. En el segundo, las ecuaciones son simétricas pero las soluciones no; sin embargo, se deben conservar todas y a cada una de las soluciones no-simétricas, de modo que la simetría siga siendo válida. De nuevo, tenemos la relación (37), o en la notación de partículas elementales:

$$\langle 0|\phi|0\rangle \neq 0. \quad (38)$$

Existe una diferencia muy importante entre estos dos ejemplos. En el ferromagnetismo la transformación (36) es global, en el sentido que las ϵ_a son constantes, o sea que no dependen de x_μ , $\epsilon_a \neq \epsilon_a(x_\mu)$, y en la superconductividad la transformación (20) es local, en el sentido que las Λ no son constantes y sí dependen de x_μ , $\Lambda = \Lambda(x_\mu)$.

Se debe notar que el superconductor ofrece un ejemplo en el que las observables son los cuadripotenciales A_μ , en particular la parte trivectorial \mathbf{A} . La corriente \mathbf{J} es una observable y ésta depende directamente de \mathbf{A} y no de \mathbf{E} y \mathbf{B} como se ve en la ecuación (40). Además, se debe notar que la fase ϕ también es una observa-

ble. Todo esto, cuando se traduzca a física de altas energías, implica que deberán existir partículas elementales correspondientes a A_μ y a ϕ , o sea que A_μ y ϕ se tratarán como campos (vectorial de espín 1 y escalar de espín 0, respectivamente) y describirán observables que se llaman partículas elementales.

4. Teorema de Goldstone y mecanismo de Higgs

Lo que expongo a continuación pertenece a la física de altas energías [3,6]. Nambu introdujo el concepto de rotura espontánea de una simetría en este campo y descubrió que en teoría cuántica de campos dicha rotura está necesariamente acompañada por partículas de masa cero. Goldstone, al tratar de entender este resultado, lo enunció como un teorema: "si hay rotura espontánea, hay partículas elementales de masa cero", que se conocen hoy como bosones de Nambu-Goldstone. Weinberg y Salam se unieron a éste último para ayudarlo a demostrar su teorema y salieron con dos o tres demostraciones diferentes.

Esto último llamó la atención de varios físicos: Higgs, Kibble, Guralnik, etc. Cuando se ofrecen varias demostraciones, es obvio que ninguna es absolutamente rigurosa. Por lo tanto, o se encuentra una rigurosa o existen excepciones. Pues bien, estos señores encontraron las excepciones. Lo que ocurre es que se debe distinguir entre simetrías globales y simetrías locales. Con las primeras vale el teorema y aparecen bosones de masa cero, pero con las segundas no. En este último caso, como la simetría es local, además del campo escalar ϕ , están presentes los campos W_μ^b , que introdujimos en (27) y en (31). Al romperse espontáneamente una simetría local con un campo ϕ , a través de (38), ocurre que algunos de los bosones vectoriales W_μ^b adquieren masa y algunos de los ϕ sin masa desaparecen, y los que no, también adquieren masa. Este es lo que se conoce como el mecanismo de Higgs, y los ϕ remanentes se llaman higgses. No tiene caso entrar en detalles aquí, las demostraciones correspondientes se pueden encontrar en un libro estándar de altas energías [6]. El mecanismo de Higgs se puede resumir diciendo que al lagrangiano L_0 en (30) se debe agregar un término "cinético" que corresponde a los higgses.

$$L_0 = L_H(\phi^c, \partial_\mu \phi^c) + L_m + L_v \tag{42}$$

y la simetría de norma se extiende a los higgses, esto es,

$$L_0 + L_{\text{int}} = L_m(\psi^a, (\partial_\mu - ig\mathbf{W}_\mu \cdot \mathbf{T})\psi^a) + L_v(W_\mu^b, \partial_\nu W_\mu^b) + L_H(\phi^c, (\partial_\mu - ig\mathbf{W}_\mu \cdot \mathbf{T})\phi^c) + L_y. \tag{43}$$

En esta expresión, el índice e permite la existencia de varias ϕ y g representa una constante de acoplamiento, que será e si W_μ^b coincide con A_μ . Al introducir L_H , las comillas en cinético se refieren a que en realidad L_H debe contener un término de interacción entre las ϕ^c , del tipo de la ecuación (33), hasta cuarto orden en ϕ_c . Esta

energía potencial de interacción deberá tener la forma de la figura 1b para que exista rotura espontánea, como ilustramos con la discusión del ferromagnetismo. Cuando la simetría no es abeliana, también en L_v aparecen términos de interacción entre las W_μ^b ; sin embargo, éstos están determinados por la simetría misma. Aquí aparece una crítica al principio de acoplamiento mínimo, dado que el término potencial de V de la ecuación (33) que debe estar en L_H , no se obtiene de dicho principio, se debe poner aparte. Y ya por completez, debemos mencionar que falta otro término de interacción en (43). Este corresponde a la interacción entre los campos materiales ψ^a y los ϕ^c , da lugar a L_Y en (43) y se conoce por el nombre de Yukawa. Ante la rotura espontánea L_Y origina las masas de los ψ^a . Tampoco esta interacción de Yukawa se obtiene por acoplamiento mínimo. Sin embargo, tanto el potencial V , que debe estar en L_H , como L_Y deben respetar la simetría local.

Si bien de momento este potencial V y las interacciones de Yukawa están fuera del principio de acoplamiento mínimo, existen esfuerzos encaminados a generar dinámicamente la rotura espontánea de la simetría de norma y que posiblemente, remedien el tener que ponerla a mano hoy [7].

Como punto de referencia, mencionaremos sólo que si el grupo G es el $SU(2) \times U(1)$ —con dos constantes de acoplamiento debido al producto cruz— se tienen cuatro bosones vectoriales W_μ^a . Si se usa un modelo mínimo con un doblete de ϕ ante este $SU(2)$, se puede demostrar entonces que las ecuaciones de movimiento para los W_μ^a adquieren masa para los índices $a = 1, 2$ y cierta combinación de los 3 y 4, y no adquieren masa para otra combinación de 3 y 4 ortogonal a la primera. Los tres bosones vectoriales masivos se identifican con los intermediarios de las interacciones débiles y el cuarto no-masivo con el fotón. Para nuestro propósito, basta mencionar que estos bosones “débiles” fueron recientemente descubiertos, dos cargados W_μ^\pm y uno neutral —la primera combinación mencionada—, que se denota por Z_0 y podría decirse que es luz pesada, esto es, un fotón muy masivo.

En breve, la rotura espontánea de la simetría de norma calada de la superconductividad, pero usando el grupo $S(2) \times U(1)$, ha conducido en física de altas energías a la unificación entre las interacciones débiles y electromagnética y al descubrimiento de, por así decirlo, “fotones” pesados cuya masa medida coincide con la predicha teóricamente. Un éxito verdaderamente sorprendente.

Toda la discusión anterior la he limitado a un nivel más narrativo que conceptual intencionalmente. Todo lo que necesitamos saber es que existe el acoplamiento mínimo generalizado y que cuando la simetría correspondiente es local y se rompe espontáneamente a través de campos escalares con la ecuación (38), algunos bosones intermediarios W_μ^b adquieren masa, respetando la invariancia ante dicha simetría. Deseo pasar ahora a superconductividad para que veamos que lo esencial de este fenómeno se deriva sólo de la existencia de la rotura espontánea de la invariancia ante transformaciones locales de la norma electromagnética.

5. Independencia de modelo de las características distintivas de la superconductividad y su conexión con la rotura espontánea

Volvamos pues a las ecuaciones (3), (4), (16), (20), (38), (39) y (40). En ellas, todo lo que hemos hecho explícito es la invariancia ante transformaciones de norma electromagnética, y su rotura espontánea en un superconductor. En particular, la transformación de norma (20) para ψ se puede reescribir en términos de ϕ como

$$\phi(x) \rightarrow \phi(x) + \Lambda(x) \tag{44}$$

y acompaña como dijimos a las transformaciones de A_μ dadas en (3) y (4).

Todo esto se puede volcar dentro de un formalismo lagrangiano, cuyo detalle no necesitamos conocer, pero a partir del cual se derivan los resultados característicos que gobiernan a un superconductor [5]. Es decir, para nuestro objetivo nos basta saber que existe un lagrangiano L de forma general

$$L = \frac{1}{2} \int (E^2 - B^2) d^3x + L_m[\nabla\phi - \mathbf{A}, \dot{\phi} + A^0, \rho]. \tag{45}$$

El primer término contiene la parte cinética del campo electromagnético y el segundo contiene al material y a su interacción con dicho campo. Nos bastará conocer sólo la dependencia funcional de L_m , o sea, el hecho de que tiene invariancia de norma en el modo en que aparecen las variables de que depende.

Por otra parte, se debe introducir otra hipótesis de carácter general: existe una configuración estable cuando sólo hay campos electromagnéticos de origen interno, que corresponde al caso en que

$$\nabla\phi - \mathbf{A} = \mathbf{0}, \quad \dot{\phi} + A_0 = 0. \tag{46}$$

La existencia de esta configuración dice que para valores pequeños de $\nabla\phi - \mathbf{A}$ y de $\dot{\phi} + A_0$, L_m empieza a partir del segundo orden en estas cantidades (no puede empezar a primer orden por invariancia ante inversiones en el tiempo). El hecho de que los coeficientes de estos términos de segundo orden tengan un valor de expectación distinto de cero, corresponde a la rotura espontánea de la invariancia de norma y da lugar a la ecuación (38) donde ϕ es una excitación real. Así que en este formalismo, tenemos que

$$L_m = L_{m0} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \int C_{ij}(x, x') (\mathbf{A}_i(x) - \nabla_i\phi(x)) (A_j(x') - \nabla_j\phi(x')) + \dots \tag{47}$$

Si en vez de estar en el estado superconductor, se estuviera en el estado normal,

entonces

$$C_{ij}(x, x) = 0 \quad (48)$$

porque L_m no puede depender de \mathbf{A} directamente en el caso normal y sólo puede depender de \mathbf{B} . O sea, $C_{ij} \neq 0$ nos da un estado superconductor y $C_{ij} = 0$ nos da el estado normal.

Para efectos de esta presentación, se puede suponer que tenemos invariancia ante translaciones y rotaciones, lo que permite escribir a los coeficientes C_{ij} como

$$C_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \delta_{ij}C(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|) + \nabla_i \nabla_j \phi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^2). \quad (49)$$

Por cierto, la corriente eléctrica se obtiene con la derivada funcional de L_m respecto a \mathbf{A} (porque dicha corriente es la fuente de \mathbf{A} y da el término inhomogéneo en la ecuación de movimiento de \mathbf{A}),

$$J_i(x) = \frac{\partial L_m}{\partial A_i} \quad (50)$$

y resulta

$$J_i(\mathbf{x}) = - \sum_j \int C_{ij}(A_j(\mathbf{x}') - \nabla'_j \phi(\mathbf{x}')) d^3 x'. \quad (51)$$

Pasemos ahora a estudiar los efectos característicos de la superconductividad, a saber, el efecto Meissner, la conductividad infinita, la cuantización del flujo y la corriente de Josephson.

a) Efecto Meissner

Se puede ver que después de eliminar a ϕ , la ecuación para el campo magnético es

$$\nabla^2 B(x) = \int d^3 x' cB(\mathbf{x}'). \quad (52)$$

Si se toma el semiespacio $y > 0$ con un campo externo en la dirección x , la solución de (52) es

$$B_x = B_0 e^{-y/\lambda}, \quad B_y = B_z = 0 \quad (53)$$

en donde λ es una constante. La ecuación (53) indica que el campo magnético no penetra en el superconductor más allá de la distancia de penetración. Este es el efecto Meissner.

Esta solución corresponde a que la ecuación (52) se puede ver de modo efectivo como

$$\nabla^2 B = \lambda^{-2} B. \quad (54)$$

Si comparamos (54) con (27), poniendo $W_0 = 0$ y $W_i = B_i$, entonces podemos identificar

$$m = \frac{1}{\lambda}. \quad (55)$$

En palabras, el campo magnético se comporta como si hubiera adquirido masa. Visto de otro modo, el efecto Meissner se puede identificar con el mecanismo de Higgs y la razón por la que no penetra el campo magnético en el superconductor es porque el fotón adquirió una masa finita. Este fue el hecho que observó Anderson y que motivó al mecanismo de Higgs, es decir, este mecanismo se descubrió en estado sólido y se formuló en altas energías.

b) *Cuantización de flujo*

Si se tiene un anillo superconductor grueso, entonces dentro de él tenemos la configuración estable de la ecuación (46). Entonces se tiene a partir de esta ecuación a lo largo de un contorno cerrado C dentro del superconductor.

$$\Delta\phi = \int_C \nabla\phi \cdot dl = \int_C \mathbf{A} \cdot dl = \phi. \quad (56)$$

Como ϕ sólo puede cambiar en múltiplos de $\pi\hbar/e$, de acuerdo con (41), se llega a que el flujo de ϕ está cuantizado

$$\phi = n \frac{\pi\hbar}{e}, \quad n = 0, \pm 1, \dots \quad (57)$$

c) *Conductividad infinita*

Volvamos a la corriente eléctrica (50). En este formalismo, la densidad de carga eléctrica está dada por la derivada funcional.

$$\rho(x) = -\frac{\delta L_m}{\delta A_0(x)} \quad (58)$$

y es igual a

$$\rho(x) = -\frac{\delta L_m}{\delta \phi} \quad (59)$$

debido a la dependencia funcional impuesta por la invariancia de norma. La ecuación de onda para ϕ resulta ser

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(x) = -\nabla \cdot \mathbf{J}, \quad (60)$$

o sea la ecuación de continuidad.

El voltaje se puede definir como el cambio de la densidad de energía —esto es, el hamiltoniano— respecto a la densidad de carga, así que

$$V(x) \equiv \frac{\delta H_m}{\delta \rho}. \quad (61)$$

Pero, debido a la ecuación (59) $-\rho$ y $\dot{\phi}$ son variables canónicas conjugadas y las ecuaciones de Hamilton requieren que

$$\dot{\phi} = \frac{\delta H_m}{\delta(-\rho)}; \quad (62)$$

(61) y (62) implican que

$$\dot{\phi} = -V. \quad (63)$$

La corriente está dada, usando las ecuaciones (47) y (50), por

$$J_i(x) = - \int C_{ij}(A_j(\mathbf{x}') - \nabla'_j \phi(x')) d^3 x'. \quad (64)$$

Para que exista una corriente continua independiente del tiempo es necesario que $\dot{\phi} = 0$, o sea que

$$V(\mathbf{x}) = 0 \quad (65)$$

En palabras, la corriente J_i se mantiene dentro de un superconductor cuando la diferencia de potencial entre sus extremos es cero. Esto es lo que interpretamos como conductividad infinita o resistividad cero.

Nótese que en este argumento no fue necesario apelar a la existencia de una brecha de energía entre el estado superconductor y el nivel de Fermi, lo que quiere decir que pueden existir estados superconductores con brecha cero. Dichos estados de brecha cero han sido observados en algunas aleaciones.

d) *Corriente de Josephson*

Para la unión de dos superconductores separados por un aislante, se debe mo-

dificar el lagrangiano (45). La unión contribuye un término más L_u . La invariancia de norma requiere que la dependencia de L_u en ϕ sea sólo a través del cambio $\Delta\phi$ a través de la unión, es decir

$$L_u = aF(\Delta\phi) \tag{66}$$

pero como los cambios en $\pi\hbar/e$ no pueden contar, F debe ser periódica en $\Delta\phi$,

$$F(\Delta\phi) = F(\Delta\phi + n\pi\hbar/e). \tag{67}$$

$\Delta\phi$ se debe calcular de modo invariante de norma, así que

$$\Delta\phi = \int_S dl \cdot (\nabla\phi - \mathbf{A}), \tag{68}$$

donde S es una línea que atraviesa la unión. Usando la relación (50) se tiene que

$$\mathbf{J} = -F'(\Delta\phi)\mathbf{n} \tag{69}$$

con \mathbf{n} perpendicular a la unión.

Por otra parte, si existe una diferencia de voltaje constante a través de la unión, la ecuación (63) dice que

$$\Delta\phi = -t\Delta V + \text{constante}. \tag{70}$$

Por lo tanto, la frecuencia de oscilación de la corriente de Josephson está dada, usando (67), (69) y (70), por

$$\nu = \frac{e\Delta V}{\pi\hbar}. \tag{71}$$

De nuevo en palabras, existe una corriente alterna a través de una unión sometida a una diferencia de potencial constante, cuya frecuencia ν está determinada por la invariancia de norma.

Resumiendo la discusión de esta parte 5 sobre superconductores, podemos concluir que sus características principales, los cuatro efectos que hemos discutido arriba, son independientes de modelos y se deben sólo a la existencia de la invariancia de norma y a su rotura espontánea. Desde luego, los modelos son necesarios en las aplicaciones concretas y para conectar en detalle con los experimentos. Con ellos se pueden calcular cantidades como la temperatura crítica, la longitud de coherencia, etc. Las predicciones para éstas son mucho más aproximadas y no están fundamentadas en principios generales como los que hemos discutido.

6. Similitudes y diferencias entre la superconductividad y la física de altas energías

Espero que a estas alturas quede claro lo que es común a la física de estado sólido y a la de altas energías. Ambas especialidades comparten los principios de invariancia ante transformaciones locales de acoplamiento mínimo y de rotura espontánea de simetría. En este sentido, podemos decir que la unificación de las interacciones electromagnéticas y débiles es una manifestación “superconductora”. Hoy en día se trabaja intensamente en unificar también a las interacciones fuertes, para alcanzar una gran unificación. Se trabaja con las mismas ideas y se espera que exista un grupo de norma local mayor que el del modelo estándar [que incluye un $SU(3)$ y corresponde a los portadores de la interacción fuerte llamados gluones], a saber, el $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ y que se rompería espontáneamente para reducirse a este último. De nuevo se trata de una aplicación de la idea central de la superconductividad.

Sin embargo, hay diferencias notables que se deben mencionar. En el caso de la superconductividad, se rompió el $U(1)$ del electromagnetismo, mientras que en el caso de la unificación electrodébil se rompió el $SU(2) \times U(1)$, respetando precisamente al $U(1)$ del electromagnetismo [que no coincide con el $U(1)$ del $SU(2) \times U(1)$]. En estado sólido, se cuenta con modelos como la teoría BCS, en la que es posible calcular las propiedades del campo de Higgs y sus interacciones que no provienen de acoplamiento mínimo. En partículas elementales, lo equivalente no ha sido posible aún y se desconocen para los higgses los detalles del potencial V , ecuación (33). De igual manera, L_Y de la ecuación (43) permanece como un reto abierto. Para complicar aún más el panorama en física de altas energías, se debería lograr una unificación con la gravedad, el sueño dorado de Einstein. También se cree que la rotura espontánea de alguna simetría local sea uno de los ingredientes centrales.

En ningún momento se pretende que se pueda prescindir de teorías detalladas. La comprensión final de una parte de la física contiene por un lado principios fundamentales y por otro teorías y modelos específicos. El enfoque que hemos seguido en esta presentación ha consistido en resaltar el aspecto de principios fundamentales y cómo a partir de ellos se alcanzan conclusiones de enorme validez.

Vale la pena insistir en esto último. En realidad, al estudiar superconductividad y partículas elementales, descubrimos que estamos no ante una teoría o un modelo limitados —ambos de validez muy aproximada—, sino ante algo de la física que situamos por encima de las teorías y modelos particulares, estamos ante algo que pertenece al “Olimpo de las vacas sagradas de la física”, o sea, ante un principio fundamental; las simetrías locales y su posible rotura espontánea se deben entender como primeros principios, a los cuales se deben someter humildemente cualquier teoría o modelo que concibamos. Quizá el mejor modo de apreciar esta situación sea a través de algunos números. En superconductividad, la masa adquirida por el fotón es del orden de 20 eV, en la unificación electrodébil la masa de Z_0 es del orden de 100 GeV, lo que equivale a un brinco de 10 órdenes de magnitud. Incluso no hace falta ir hasta partículas elementales, dentro de la misma superconductividad

se llega al mismo convencimiento; por ejemplo, en un alambre ordinario en estado normal una corriente de algunos miliamperes sostenida por una batería de bolsillo desaparece, digamos en una diezmilésima de segundo al desconectar ésta. Cuando el estado normal se convierte en superconductor, la misma corriente sobrevive en estado estacionario durante años, según se ha llegado a observar. El brinco es de 12 órdenes de magnitud. Más aún, mediante mediciones muy precisas de campo magnético, se ha llegado a estimar que el tiempo de decaimiento de las corrientes superconductoras no es menor que 100 000 años [8]. Esta estabilidad es extraordinaria y no puede entenderse a partir de la teoría BCS o de cualquier refinamiento de ésta en los últimos 30 años; quizá se explique con ella un brinco en 3 o 4 órdenes de magnitud, pero no de 12 o más. Lo que quiere decir que, ya desde la superconductividad únicamente, descubrimos que nos enfrentamos a algo por encima de las teorías hasta ahora concebidas, es decir, a un principio fundamental.

Por todo lo anterior, podemos concluir que el fenómeno principal que gobierna a la superconductividad tiene un alcance verdaderamente sorprendente y es una de las principales guías para poder avanzar en el entendimiento de la física de altas energías. Con este último comentario creo que finalmente queda justificado el título de esta presentación. El lector interesado en profundizar en este tema podría consultar, además de las referencias (3), (4) y (6), las citas en éstas, sobre todo las de Cheng y Li que cubren trabajos más recientes.

Referencias

1. J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, pp. 179 y 408, John Wiley and Sons, New York, EUA (1962).
2. R.P. Feynman *et al.*, *The Feynman Lectures on Physics, Vol. III*, capítulo 21, Addison Wesley Publishing Co., Reading, Mass., EUA (1965).
3. T.T. Cheng y L.F. Li, *Gauge Theories*, Plenum (1985).
4. I. Aitchison y A. Hey, "Gauge Theories in Particle Physics", *Graduate Student Series in Physics*, capítulo 9, Adamn Hilger Ltd., Bristol, GB (1982).
5. S. Weinberg, *Prog. Theor. Phys. Supp.* **86** (1986) 43.
6. K. Huang, *Quarks, Leptons and Gauge Fields*, capítulos 3 y 4, World Scientific Publishing Co., (1982).
7. R. Jackiw y K. Johnson, *Phys. Rev.* **D8** (1973) 2386.
8. J. File y R.G. Mills, *Phys. Rev. Lett.* **10** (1963) 93.

Abstract. In this review the intimate connection between superconductivity in Solid State Physics and modern gauge theories in Elementary Particle Physics is discussed. It is shown and emphasized that the distinctive characteristics of superconductivity can be derived qualitatively and model-independently starting from first principles, known as gauge symmetries and spontaneous breaking in Particle Physics.