

Ondas de densidad de carga con momento distinto de cero

M.A. Ortíz y R.M. Méndez-Moreno

Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, apartado postal 70-542, 04510 México, D.F.

(recibido el 25 de junio de 1987; aceptado el 19 de abril de 1988)

Resumen. Se estudian diferentes sistemas de fermiones, caracterizados por su simetría y por el alcance de la interacción involucrada. Para el estado base de todos estos sistemas se calcula la energía por partícula y el momento total del sistema. Se utiliza el modelo de jalea deformable en la aproximación de partícula independiente. Se analiza para diferentes valores de la densidad la relación entre el momento total, el alcance de la interacción y la energía.

PACS: 05.30.Fk

1. Introducción

El modelo de jalea deformable ha resultado muy útil en la descripción de una gran variedad de sistemas de fermiones que se presentan en diferentes ramas de la física. En la física del estado sólido, por ejemplo, la aplicación de este modelo al gas de electrones ha proporcionado una descripción adecuada de los metales [1]; en este caso, la interacción es coulombiana, (alcance infinito). En otras ramas de la física, como la astrofísica y la física de plasmas [2], se presentan sistemas para los que este modelo ha sido también muy útil. Para algunos de estos sistemas es conveniente considerar también otros valores para el alcance de la interacción.

Muchos de los sistemas físicos que se estudian en la literatura, dentro del modelo de jalea deformable, son sistemas infinitos con algún tipo de simetría traslacional [3]. En la descripción de estos sistemas ha resultado conveniente emplear inicialmente un modelo de partícula independiente; por este motivo, la búsqueda de la mejor solución de partícula independiente para gases de fermiones ha sido constante. En esta dirección, destacan entre las proposiciones más afortunadas las de Overhauser, conocidas como ondas de densidad de carga (CDW, del inglés charge-density waves)[4] y ondas de densidad de espín (SDW, spin-density waves) [5], cuya principal utilidad se ha manifestado en sistemas de la física del estado sólido. En estos casos se obtiene, a densidades bajas, una importante ganancia en energía con respecto a las soluciones homogéneas de onda plana (OP). En vista de las ventajas que presentan estas proposiciones, se ha extendido el uso de CDW y SDW a otras ramas de la física [6]. Es importante mencionar que a partir del punto de transición, donde estas ondas de densidad de carga son más favorables energéticamente, se obtiene un valor del momento total del sistema distinto de cero [4].

Con respecto a la simetría es bien conocido que las CDW producen, para densidades bajas, una distribución de partículas conocida como lámina corrugada [7]. En esta situación, existe una dirección característica a lo largo de la cual las partículas se encuentran localizadas, y es a lo largo de esta misma dirección donde se obtiene el momento lineal total P distinto de cero. Los sistemas físicos con esta simetría específica se pueden describir con las ondas de densidad de carga propuestas por Overhauser.

Existen muchos otros sistemas con diferente simetría, que corresponden a sistemas físicos de interés. Como ejemplo, podemos mencionar los sistemas que tienen simetría traslacional en dos o tres direcciones perpendiculares [8]. Cuando se proponen soluciones para estos sistemas que son generalizaciones de las anteriores CDW, se espera que también P sea diferente de cero a lo largo de cada eje de simetría.

Por otra parte, debemos mencionar que en las diferentes descripciones que se presentan en la literatura para gases de fermiones, los términos de los correspondientes hamiltonianos varían drásticamente al cambiar la densidad de partículas, y por lo tanto, puede esperarse que el comportamiento de los sistemas también cambie. Por este motivo, se han empleado diferentes métodos de trabajo para densidades altas [9], para densidades bajas [10] y ha resultado especialmente complicado describir la zona de mayor interés, que corresponde a densidades intermedias, donde se suele interpolar los resultados de las zonas de densidades altas y bajas [11]. Se han desarrollado diversos métodos para abordar la descripción de estos sistemas [12], en particular, se ha elaborado un método [13] con el que es posible obtener resultados que describen en forma sistemática y continua sistemas infinitos de fermiones, incluyendo desde densidades muy altas hasta densidades extremadamente bajas. Dicho método será el que emplearemos en este trabajo.

Abordaremos la descripción de estos sistemas de fermiones con el modelo de jalea deformable. Caracterizaremos cada uno de los sistemas por su simetría traslacional y por el alcance de la interacción. Trabajaremos con interacciones tipo coulombiano apantallado. Variaremos el alcance de la interacción empezando con interacciones de alcance infinito, correspondientes a las interacciones coulombianas puras y por medio de un parámetro de apantallamiento, reduciremos dicho alcance hasta que llegue a ser menor que la distancia entre partículas, situación que podría representarse también por medio de una interacción delta. En esta forma se obtienen resultados para sistemas cualitativamente diferentes.

Con respecto a la simetría traslacional, analizaremos fundamentalmente tres conjuntos diferentes de sistemas. Describiremos, en primer lugar, sistemas cuya densidad de partículas es homogénea en general y únicamente a lo largo de una dirección específica pueden presentar una distribución o localización periódica de las partículas y un momento total diferente de cero. Estos sistemas son los que aparecen más frecuentemente en la literatura [4] cuando se trabaja con ondas de densidad de carga; en particular, son los analizados inicialmente por Overhauser cuando introduce las CDW. En segundo lugar, abordaremos la descripción de sistemas en los que la distribución periódica y el momento $P \neq 0$ se pueden presentar a lo largo de dos direcciones perpendiculares. Finalmente, analizaremos sistemas en los que la localización es posible a lo largo de tres ejes perpendiculares. Todas

estas opciones son importantes por ser, como ya mencionamos, representaciones de diferentes sistemas físicos de interés.

2. Teoría

En forma general, podemos caracterizar un sistema infinito de fermiones, sumergido en un fondo que lo neutraliza, por el siguiente hamiltoniano

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V}_{pp} + \hat{V}_{fp} + \hat{V}_{ff}$$

donde \hat{T} corresponde a la energía cinética de las partículas, \hat{V}_{pp} a la interacción entre partículas, \hat{V}_{fp} a la interacción entre el fondo y las partículas y \hat{V}_{ff} a la interacción del fondo consigo mismo. La forma de la interacción es igual en todos los términos del potencial y aquí se ha empleado una interacción de la forma

$$V(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) = \frac{e^2 \exp^{-\mu|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|},$$

donde μ es el factor de pantalla.

Al introducir el modelo de jalea deformable, podemos hacer uso de un teorema [14] que optimiza la energía del estado base con respecto a la densidad del fondo. Cuando se trabaja con un modelo de partícula independiente, este teorema implica que la energía del estado base se reduce exclusivamente a los términos correspondientes a la energía cinética de las partículas y al término de intercambio. Esto físicamente corresponde a que la densidad del fondo es igual a la densidad de partículas, obteniéndose en esta forma neutralidad local, situación que es más adecuada energéticamente. Por lo tanto la energía estará dada por

$$E = \sum_{i=1}^N \langle \phi_i | \hat{T} | \phi_i \rangle - \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^N \langle \phi_i \phi_j | \hat{V}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) | \phi_j \phi_i \rangle.$$

Para efectuar los cálculos específicos proponemos como funciones de estado desarrollos en términos de bases de funciones periódicas. Nos interesan funciones para las que P es diferente de cero, a fin de poder analizar la relación entre los valores de P y los correspondientes valores de μ y de la energía; por otra parte, será posible comparar con otros resultados que se presentan en la literatura.

Proponemos orbitales de la forma

$$\phi_{\mathbf{k},\lambda}(\mathbf{r}) = \chi_{\lambda} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \sum_{\mathbf{n}}^{\mathbf{N}} C_{\mathbf{n}} e^{iq_0(\mathbf{n}\cdot\mathbf{r})}.$$

Las ecuaciones de Hartree-Fock correspondientes, con la condición de ortonormalización de los espín-orbitales, nos sirven para determinar en forma autoconsistente los coeficientes $C_{\mathbf{n}}$ y el parámetro q_0 ; como puede observarse, estas funciones corresponden a desarrollos en una base de ondas planas, \mathbf{N} nos indica dónde se corta el desarrollo y $\mathbf{n} = \hat{\mathbf{e}}_i n_i + \hat{\mathbf{e}}_j n_j + \hat{\mathbf{e}}_k n_k$.

Con el propósito de tomar en cuenta las diferentes simetrías traslacionales de interés, consideramos las siguientes posibilidades para el vector \mathbf{n} :

a) $\mathbf{n} = \hat{\mathbf{e}}_i n_i$ permitirá la corrugación en una sola dirección. Incluye como caso particular para $n = 1$ las CDW de Overhauser.

b) $\mathbf{n} = \hat{\mathbf{e}}_i n_i + \hat{\mathbf{e}}_j n_j$ permitirá corrugación o localización de partículas a lo largo de dos direcciones perpendiculares.

c) $\mathbf{n} = \hat{\mathbf{e}}_i n_i + \hat{\mathbf{e}}_j n_j + \hat{\mathbf{e}}_k n_k$ puede producir localización a lo largo de tres ejes perpendiculares, situación que asemeja la estructura de algunos cristales.

Las ecuaciones de Hartree-Fock que se resolvieron son

$$\sum_{\mathbf{n}_3} \left[\langle \mathbf{n}_1 \mathbf{k}_1 | \hat{T} | \mathbf{n}_3 \mathbf{k}_1 \rangle - \sum_{\mathbf{n}_2} \sum_{\mathbf{n}_4} \langle \mathbf{n}_1 \mathbf{k}_1, \mathbf{n}_2 \mathbf{k}_2 | \hat{V} | \mathbf{n}_4 \mathbf{k}_2, \mathbf{n}_3 \mathbf{k}_1 \rangle C_{\mathbf{n}_2}^* C_{\mathbf{n}_4}^* \right] C_{\mathbf{n}_3} = \epsilon_{\mathbf{n}_1} C_{\mathbf{n}_1}.$$

3. Resultados y Conclusiones

Las funciones de estado y la energía del estado base por partícula se determinaron en forma autoconsistente. Se calculó el momento total del sistema para sistemas con diferente simetría traslacional, en términos de la distancia entre partículas, considerando también diferentes valores del parámetro de apantallamiento μ .

En todos los casos, las bases en términos de ondas planas resultaron apropiadas, ya que los desarrollos son altamente convergentes. Por este motivo, es posible cortar dichos desarrollos y quedarse con un número relativamente reducido de términos. Este número cambia dependiendo de la simetría del sistema, pero es independiente del alcance. Consideramos que se obtiene buena convergencia cuando la diferencia en energía con el siguiente término del desarrollo es menor de 10^{-6} .

Para todas las simetrías analizadas y para todos los alcances considerados, se obtiene que a densidades bajas estos sistemas cristalizan, mientras que para valores pequeños de la distancia entre partículas, r_s , se obtiene siempre densidad homogénea.

Es muy importante recalcar que el comportamiento cualitativo de todos estos sistemas es semejante y está de acuerdo con la proposición de cristalización de

Wigner. Aún en los casos en que el parámetro de apantallamiento es muy grande, es decir, aún para interacciones de corto alcance, se presenta localización o cristalización de partículas a densidades suficientemente bajas. En todos los casos el sistema es energéticamente más estable cuando el parámetro de apantallamiento se hace cero, es decir para interacciones coulombianas puras.

Obtenemos otro resultado general para el momento lineal total P . En la zona en que se obtienen densidades homogéneas, cuando las soluciones autoconsistentes son ondas planas, el momento lineal total es igual a cero; sin embargo, en la zona donde se obtiene localización de partículas, el momento es diferente de cero a lo largo de las direcciones de localización. Este resultado coincide con lo obtenido con las ondas de densidad de carga de Overhauser [4]. El valor del momento varía con la distancia entre partículas, alcanzando su máximo en la zona de densidades muy bajas, pero para valores de la distancia entre partículas diferente de las energéticamente más adecuadas. La simetría del sistema también influye en el valor de P , obteniéndose los valores mayores para sistemas localizados a lo largo de tres direcciones perpendiculares.

Los resultados específicos se presentan en las siguientes gráficas y tablas. Uno de nuestros objetivos es determinar la zona donde las funciones aquí propuestas son energéticamente más adecuadas que las soluciones de onda plana, y cuál es la relación entre la ganancia en energía y el momento total del sistema. En todos los casos calculamos la diferencia en energía por partícula entre las funciones periódicas obtenidas autoconsistentemente y las soluciones de onda plana. Esta diferencia de energía la graficamos contra el parámetro r_s , que mide la distancia entre partículas en unidades de radios de Bohr. Este parámetro caracterizará la densidad del sistema. En todos los casos el parámetro de apantallamiento μ , que presentamos en unidades de $2k_f$, lo variamos de 0 a 1, cubriendo en esta forma desde interacciones de alcance infinito hasta interacciones de muy corto alcance.

En la Fig. 1 se presenta el comportamiento de la energía por partícula del estado base, para funciones que presentan corrugación a lo largo de una dirección. El valor de r_s , a partir del cual se inicia la localización varía con el parámetro de apantallamiento, corriendo la zona de cristalización hacia valores menores de la densidad conforme μ crece. Para $\mu = 0$ se inicia la localización en $r_s = 64$ y el valor correspondiente de r_s se incrementa hasta llegar a $r_s = 156$ para $\mu = 1$. Se alcanzó convergencia en la energía para $N = 7$, es decir el desarrollo consta de 8 términos.

En la Fig. 2 se muestra la energía por partícula del estado base, para funciones que presentan corrugación a lo largo de 2 direcciones perpendiculares. Estas funciones son energéticamente mejores que las mostradas en la Fig. 1, sin embargo a pesar de la diferencia en simetría de estos sistemas, el comportamiento cualitativo es análogo, en este caso el número de términos empleado es 16, ya que el desarrollo se cortó en $N = 3$.

En la Fig. 3 se presentan los resultados correspondientes a funciones de estado que permiten la localización a lo largo de tres ejes perpendiculares. Estos sistemas presentan una configuración semejante a los de algunos cristales con estructura cúbica simple. El comportamiento cualitativo sigue siendo el mismo de las figuras 1 y 2, sin embargo, la ganancia en energía es muy importante. El número de términos

r_s	$P(Ov)$	$P(\mu = 0)$	$P(\mu = .5)$	$P(\mu = 1)$
65	0.0001	0.00027	0.0	0.0
100	0.0018	0.0021	0.00052	0.0
150	0.0019	0.00296	0.00155	0.0
200	0.0016	0.00287	0.00170	0.0
250	0.0014	0.00276	0.00168	0.00092
300	0.0013	0.00256	0.00202	0.00123
400	0.0010	0.00227	0.00188	0.00127
500	0.0008	0.00210	0.00175	0.00125

TABLA I. Valores del momento P , como función de la densidad r_s , correspondientes a las CDW de Overhauser y a las funciones periódicas de este trabajo, que localizan a las partículas en una sola dirección.

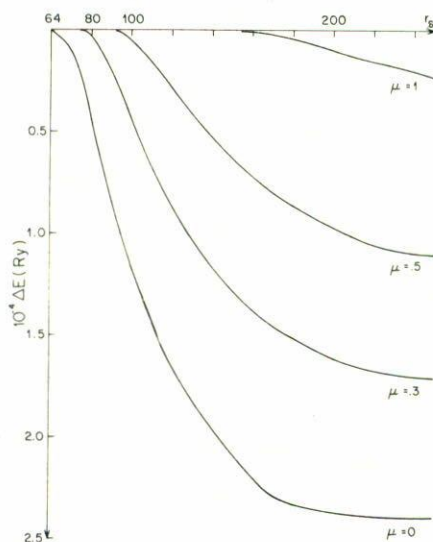


FIGURA 1. Energía por partícula en Rydbergs para funciones que presentan corrugación a lo largo de una dirección, en términos del parámetro r_s , en radios de Bohr.

empleados en el desarrollo fue de 27, ya que se alcanzó buena convergencia con $N = 2$.

En la Fig. 4 se presenta un resumen de los resultados anteriores. Empleamos una sola escala a fin de hacer un análisis cuantitativo. Observamos que los mejores resultados para la energía se obtienen para las funciones de la Fig. 3, siendo la diferencia con las de las Figs. 1 y 2 de un orden de magnitud. Por otra parte, es importante observar que el valor de r_s que indica el inicio de la localización coincide para los tres tipos de funciones en el caso $\mu = 0$, mientras que el valor correspondiente de r_s es diferente para otros valores de μ . Para estos otros casos

r_s	$P_i(\mu = 0)$	$P_i(\mu = .5)$	$P_i(\mu = 1)$
100	0.00380	0.00153	0.0
120	0.00405	0.00153	0.0
160	0.00403	0.0031	0.0008
200	0.00382	0.00311	0.0017
250	0.00349	0.0030	0.0020
300	0.0035	0.0028	0.0021
400	0.0031	0.0021	0.0012
500	0.0027	0.0021	0.0018

TABLA II. Valores de una componente del momento P_i , como función de la distancia entre partículas, para las funciones que cristalizan en dos direcciones perpendiculares.

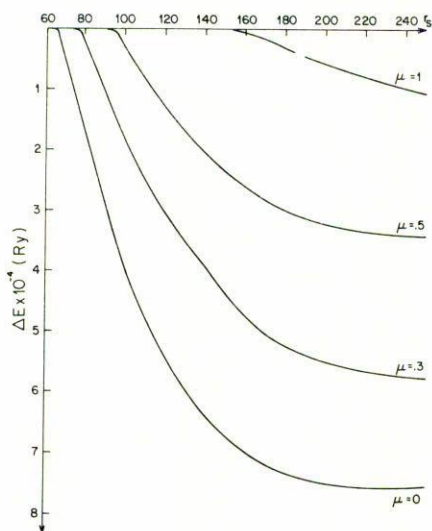


FIGURA 2. Energía por partícula, como función del parámetro r_s . Estos resultados corresponden a la función que presenta corrugación en dos direcciones perpendiculares.

las funciones de estado con un eje característico son las que inician al final su localización, mientras que las funciones que localizan partículas a lo largo de tres ejes cristalizan para densidades más altas.

En la Tabla 1 se muestran los valores del momento P , como función de la densidad de partículas, para la función reportada en la Fig. 1 considerando diferentes valores del parámetro μ y para las ondas de densidad de carga de Overhauser con $\mu = 0$. Con estas funciones es apreciable el valor de P a partir de $r_s = 65$ para $\mu = 0$ tanto para las empleadas en este trabajo como para las tipo Overhauser; a partir de $r_s = 91$ para $\mu = 0.5$ y de $r_s = 160$ para $\mu = 1$. El máximo valor de P se obtiene para las tipo Overhauser en $r_s = 130$ y para las de este trabajo en $r_s = 150$

r_s	$P_i(\mu = 0)$	$P_i(\mu = .5)$	$P_i(\mu = 1)$
65	0.00324	0.0	0.0
70	0.00509	0.0	0.0
100	0.00516	0.00372	0.0
120	0.00492	0.00406	0.0
160	0.00426	0.00383	0.00266
200	0.00368	0.00341	0.00276
250	0.00312	0.00295	0.00256
300	0.00270	0.00258	0.0023
400	0.00211	0.00205	0.0019
500	0.00174	0.00169	0.0016

TABLA III. Valores del momento P_i , a lo largo de una de las direcciones de cristalización correspondientes a las soluciones que presentan localización a lo largo de tres ejes perpendiculares.

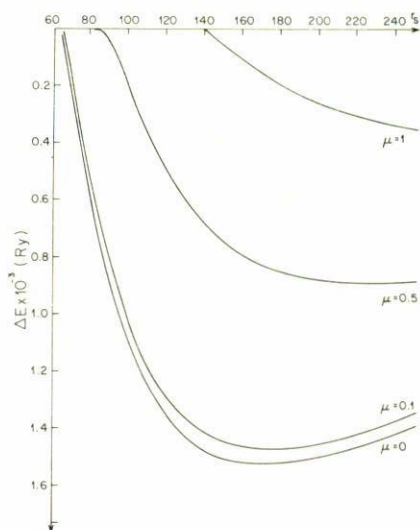


FIGURA 3. Energía por partícula, para funciones que presentan localización a lo largo de 3 direcciones. El parámetro r_s está en radios de Bohr.

(para $\mu = 0$); $r_s = 230$ ($\mu = 0.5$) y $r_s = 390$ ($\mu = 1$). La mejor energía se obtiene para las tipo Overhauser en $r_s = 200$ y es igual a $\Delta E = 1.37 \times 10^{-4}$; en este trabajo se obtuvo en $r_s = 240$ ($\mu = 0$) con $\Delta E = 2.39 \times 10^{-4}$; en $r_s = 350$ ($\mu = 0.5$) con $\Delta E = 1.92 \times 10^{-4}$ y en $r_s = 620$ ($\mu = 1$) con $\Delta E = 4.37 \times 10^{-5}$.

En la tabla 2 se presentan los valores de una componente del momento P_i correspondientes a la función de la Fig. 2. Podemos considerar que P_i es distinto de cero a partir de $r_s = 64$ para $\mu = 0$, $r_s = 100$ para $\mu = 0.5$ y $r_s = 160$ para

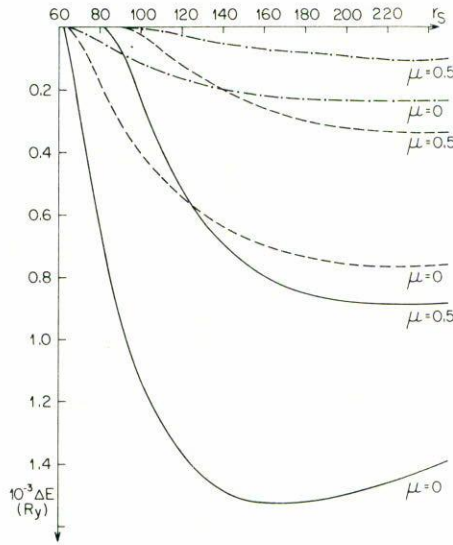


FIGURA 4. Comparación de las energías para las diferentes simetrías consideradas. El parámetro r_s está en radios de Bohr.

$\mu = 1$. El máximo valor de P se obtiene en $r_s = 140$ ($\mu = 0$), $r_s = 200$ ($\mu = 0.5$) y $r_s = 370$ ($\mu = 1$). En este caso, los mejores valores para la energía alcanzados son $\Delta E = 7.32 \times 10^{-4}$ en $r_s = 180$ ($\mu = 0$), $\Delta E = 4.21 \times 10^{-4}$ en $r_s = 320$ ($\mu = 0.5$) y $\Delta E = 1.77 \times 10^{-4}$ en $r_s = 520$ ($\mu = 1$).

En la tabla 3 se presentan los valores del momento P_i , correspondientes a cualquiera de las tres direcciones de cristalización, para las funciones de la Fig. 3. Los valores de P_i son apreciables a partir de $r_s = 64$ para $\mu = 0$, $r_s = 100$ para $\mu = 0.5$ y $r_s = 160$ para $\mu = 1$. Los correspondientes valores máximos de P_i se obtienen para $r_s = 100$ ($\mu = 0$), $r_s = 120$ ($\mu = 0.5$) y $r_s = 180$ ($\mu = 1$). En este caso la máxima ganancia en energía que se obtiene es $\Delta E = 1.52 \times 10^{-3}$ para $r_s = 160$ ($\mu = 0$); $\Delta E = 8.9 \times 10^{-4}$ para $r_s = 220$ ($\mu = 0.5$) y finalmente $\Delta E = 3.89 \times 10^{-4}$ para $r_s = 340$ ($\mu = 1$).

Puede observarse que, a pesar de que el momento es distinto de cero a partir del punto de transición, entre densidad homogénea y localización de las partículas, se obtiene un valor apreciable para densidades menores y éste va aumentando hasta alcanzar un máximo que siempre se presenta para valores de r_s menores que los valores de r_s correspondientes a la máxima ganancia de energía.

También podemos observar que para las tres simetrías estudiadas, el valor de P disminuye cuando se reduce el alcance de la interacción, obteniéndose los valores

menores para $\mu = 1$. Por otra parte, se muestra en las gráficas que la ganancia en energía también disminuye al incrementar el valor de μ .

Finalmente, se obtuvo que los valores correspondientes de P , son mayores conforme aumentamos el número de ejes a lo largo de los cuales se localizan las partículas. Se obtiene $P = 0$ para sistemas homogéneos y el valor de P va creciendo al incorporar la localización en una, dos y tres direcciones. El valor mayor de P se obtiene para las funciones que localizan a las partículas a lo largo de tres ejes perpendiculares, con una densidad que corresponde a $r_s = 100$ y para interacción coulombiana pura, con alcance infinito.

Se ha empleado un método sistemático para analizar gases de fermiones dentro del modelo de jalea deformable, en la aproximación de partícula independiente. Ni la simetría ni el alcance de la interacción, modifican el comportamiento cualitativo de todos estos sistemas, obteniéndose la cristalización de Wigner en forma natural en todos los casos estudiados. Con la base aquí estudiada, existe un compromiso entre el valor de P y la ganancia en energía, de manera que el sistema más estable energéticamente tiene asociado un valor de P distinto de cero. Por otra parte, si se desea que el valor de P sea despreciable, tendremos que considerar funciones de estado cuya ganancia en energía no sea la óptima. Todas las soluciones obtenidas resultan energéticamente más adecuadas que las soluciones que producen densidad homogénea, a partir de un valor determinado de la densidad; dicho valor depende de las características de simetría del sistema y del alcance de la interacción. Las soluciones energéticamente más favorables son las que producen localización a lo largo de tres ejes perpendiculares y cuando el alcance de la interacción es infinito.

Los cálculos numéricos se efectuaron en un sistema Burroughs-7800 de la Dirección General de Servicios de Cómputo Académico de la UNAM.

Referencias

1. J.C. Inkson, *Many Body Theory of Solids*, Plenum Press (1984). Pines and Nozieres, *The Theory of Quantum Liquids*. Benjamin, N.Y., (1966).
2. M.A. Ruderman, *Nature* **218** (1969) 1128. A.W. Overhauser, *Phys. Rev. Lett.* **4** (1960) 415. H.M. Van Horn, *Phys. Rev.* **157** (1967) 342. H.M. Van Horn, *Astrophys. J.* **151** (1968) 227. A.A. Kovetz y G. Shaviv, *Astron. Astrophys.* **14** (1970) 4555.
3. A. L. Fetter y J.D. Walecka, *Quantum Theory of Many Particle Systems*, McGraw-Hill, N.Y., (1971).
4. A.W. Overhauser, *Phys. Rev.* **167** (1968) 691.
5. A.W. Overhauser, *Phys. Rev.* **128** (1962) 1437.
6. S. Ishimaru, *Rev. Mod. Phys.* **54** (1982) 1017. L. Dohnert, M. de Llano and A. Plastino, *Phys. Rev. A* **17** (1978) 767. A. D. Jackson, M. de Llano and A. Plastino, *Lett. Nuovo Cimento* **17** (1976) 524.
7. R.G. Barrera *et al.*, *J. Phys. C* **12** (1979) L249.
8. L.M. Sanders, J.H. Rose and H.B. Shore, *Phys. Rev. B* **21** (1980) 2739. Rosemary A. Coldwell and A. A. Maradudin, *J. Math. Phys.* **1** (1960) 395. R.S. Crandall and R. Williams, *Phys. Lett. A* **34** (1971) 424. R. Williams and R.S. Crandall, *Phys. Lett. A* **48** (1974) 225.
9. W.J. Carr y A.A. Maradudin, *Phys. Rev. A* **133** (1964) 371. M. Gell Mann y K.A. Brueckner, *Phys. Rev.* **106** (1957) 364.

10. E. P. Wigner, *Trans. Faraday Soc.* **34** (1938) 678.
11. W.J. Carr, R.A. Coldwell and E.A. Fein, *Phys. Rev.* **124** (1961) 747. C. M. Care and N. H. March, *Adv. Phys.* **24** (1974) 101.
12. D.M. Ceperley and B.J. Alder, *Phys. Rev. Lett.* **45** (1980) 566. W. Kohn and L.J. Sham, *Phys. Rev. A* **140** (1965) 1133. S.G. Brush, H.L. Sahlin and E. Teller, *J. Chem. Phys.* **45** (1966) 2102. Yasutami Takada, *Phys. Rev. B* **30** (1984) 3882. M. Rovere and M.P. Tosi, *J. Phys. C* **18** (1985) 3445.
13. M. A. Ortíz and R. M. Méndez-Moreno, *Phys. Rev A* **36** (1987) 888.
14. M. A. Ortíz *et al.* *Rev. Mex. Fis.* **29** (1982) 69.

Abstract. We consider different fermion systems in the deformable jellium. All the systems are characterized by its translational symmetry and the range of the particle-particle interaction. The ground state energy per particle is self-consistently evaluated for systems with short, intermediate and long range interactions, in terms of the density parameter r_s . The total momentum is also evaluated. Finally, the relation between the energy, the total momentum, and the range of the interaction is analyzed.