

Amplitud con efectos de estructura hadrónica en decaimientos radiativos semileptónicos de bariones

S. Rebeca Juárez W.* y Alfonso Martínez V.*

Escuela Superior de Física y Matemáticas del Instituto Politécnico Nacional,

Apartado postal 75-702, 07738 México, D.F.

(recibido el 19 de mayo de 1988; aceptado el 14 de octubre de 1988)

Resumen. Se deduce el elemento de matriz dependiente de las características electromagnéticas de las partículas involucradas en un decaimiento semileptónico radiativo, de acuerdo con las condiciones establecidas por la teoría efectiva V-A. Para ello se considera el teorema de Low desde el punto de vista de H. Chew. El resultado final es de primordial importancia para la evaluación con un alto grado de precisión, de la gráfica de Dalitz del proceso y el espectro de energía de las partículas residuales.

PACS: 13.40.Ks; 13.30 Ce; 13.30.-a

1. Introducción

El análisis de los datos experimentales más recientes relativos a decaimientos semileptónicos de hiperones (DSH) requiere del conocimiento de las correcciones radiativas correspondientes con un alto nivel de precisión. Para obtener estas correcciones, además de enfrentar cálculos sumamente laboriosos, hay que superar el serio problema de la inexistencia de una teoría para la descripción adecuada de las interacciones fuertes inherentes a la estructura de los hadrones.

Algunos autores han resuelto parcialmente estas dificultades imponiendo consideraciones especiales que conducen a resultados válidos sólo en circunstancias particulares. Entre ellos, unos se limitan a tomar en cuenta sólo fotones de baja energía [1] y otros [2], ignoran en el bremsstrahlung la estructura de los hadrones, procediendo además mediante una evaluación numérica.

Recientemente se han reportado correcciones radiativas de gran precisión formuladas analíticamente [3], que mejoran los cálculos anteriores, ya que toman en cuenta la estructura de los bariones. Esta estructura se manifiesta en términos que dependen linealmente del cuadrivector de transferencia de momento-energía. Lo anterior ha sido logrado mediante la consideración del teorema de F.E. Low [4] de la manera de H. Chew (aun cuando hay otro método como el de G. Grammer y D.R. Yennie [5] que no está limitado a sólo el primer orden en α). El resultado de Chew es muy general, pero desafortunadamente inapropiado para usarse directamente, ya que al ser particularizado al caso DSH, conduce fácilmente a un resultado incorrecto.

*Becarios de la COFAA del IPN.

Por consiguiente, es necesario rehacer todo el razonamiento de Chew y adaptarlo así rigurosamente a este problema de actualidad, y al de gran utilidad en un futuro muy próximo, como lo es el de decaimiento semileptónico de hiperones con quarks que contienen encanto.

El procedimiento a seguir no es trivial y presenta dificultades, por lo que en este trabajo se dan a conocer todas las consideraciones necesarias y se efectúan todos los cálculos con gran detalle para poder utilizar el resultado de Chew en los decaimientos antes mencionados, descritos de modo efectivo con la teoría V-A. La precisión de los resultados de este trabajo es la correspondiente a la emisión de un solo fotón real y el orden preservado en la amplitud para el cuadrimento k del fotón emitido, es -1 y 0 , dando lugar éste a un orden lineal en k en el espectro de energía. Se ha considerado como ilustrativo el caso particular del decaimiento $\Sigma^- \rightarrow n e \bar{\nu}$; sin embargo, los resultados son aplicables a los procesos siguientes:

$$\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0 e \bar{\nu}, \quad \Sigma^+ \rightarrow \Lambda^0 e^+ \nu, \quad \Xi^- \rightarrow \Lambda^0 e \bar{\nu}, \quad \Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e \bar{\nu} \quad \text{y} \quad \Lambda^+ e \rightarrow \Lambda^0 e^+ \nu$$

En la presentación de este trabajo, se procede de la siguiente manera: En la sección 2 se plantea la amplitud no radiativa en el formalismo V-A para identificación de parámetros, variables y demás términos de la fórmula de Chew. En la sección 3 se analizan los tipos de emisión interna y directa, y se procede a la identificación tanto de corrientes como del vértice débil general para describir la situación en la que las partículas se encuentran fuera de la capa de masas. Se considera la estructura de éstas y se trabaja la parte principal del problema, en la notación de Chew por lo compacto de ella. En la sección 4, se calcula con detalle el término de emisión directa, fundamentándose en la invariancia de norma del campo electromagnético. Finalmente, en la sección 5, se considera la amplitud de bremsstrahlung completa y se retorna a la notación de la formulación V-A para llegar a la Ec. 1 de la referencia [3], donde se le utiliza sin justificación alguna y sin hacer mención de las dificultades que se presentan a lo largo de su obtención.

2. Identificación de parámetros y variables

Para tratar un caso específico, se considera el decaimiento semileptónico débil del hiperón Σ^- , de masa m_1 , y cuadrimento p_1 en un neutrón n de masa m_2 y cuadrimento p_2 , radiando un fotón γ de polarización ϵ_μ y una pareja de leptones antineutrino y electrón

$$\Sigma^-(p) \rightarrow n(p_2) + \gamma(k) + \bar{\nu}(p_\nu) + e^-(l).$$

El cuadrimento asociado a cada partícula se denota por la letra que aparece dentro de los paréntesis de la relación anterior. Los hadrones involucrados, el que decae y el residual, están caracterizados además por sus momentos magnéticos anómalos μ_1 y μ_2 y sus cargas negativa y neutra, respectivamente.

De acuerdo con la teoría V-A, el elemento de matriz M_0 para el decaimiento no

radiativo [1], es el siguiente producto

$$M_0 = \frac{G_v}{\sqrt{2}} \langle n | J_\mu | \Sigma^- \rangle L_\mu, \quad (1)$$

donde la parte leptónica está definida por

$$L_\mu = \bar{u}_e(l) O_\mu v_\nu(p_\nu) \quad (2)$$

y

$$O_\mu = \gamma_\mu (1 + \gamma_5). \quad (3)$$

La parte hadrónica de M_0 está dada por

$$\begin{aligned} \langle n | J_\mu | \Sigma^- \rangle &= \bar{u}_2(p_2) W_\mu(p_1, p_2) u_1(p_1) \\ &= \bar{u}_2(p_2) \left\{ f_1(q^2) \gamma_\mu + \frac{f_2(q^2)}{m_1} \sigma_{\mu\nu} q_\nu + \frac{f_3(q^2)}{m_1} q_\mu \right. \\ &\quad \left. + \left[g_1(q^2) \gamma_\mu + \frac{g_2(q^2)}{m_1} \sigma_{\mu\nu} q_\nu + g_3 \frac{(q^2)}{m_1} q_\mu \right] \gamma_5 \right\} u_1(p_1). \end{aligned} \quad (4)$$

Las f_i y las g_i son los factores de Dirac y $q = p_1 - p_2$, $q = 1 + p_\nu$, corresponde al cuadvectores de transferencia de momento del proceso. La representación de la parte hadrónica en términos covariantes independientes no es única. Para efectos de los cálculos del bremsstrahlung es importante recordar la representación que se elija inicialmente, porque el resultado final sí depende de esta elección, a pesar de que la Ec. (4) es independiente de ella.

La amplitud M_0 puede denotarse también en forma más compacta, de acuerdo con el artículo de Chew [5], como

$$\begin{aligned} M_0 &= \langle p_2, l, p_\nu | T | p_1 \rangle \\ &= \sum_i G_i(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x, y) \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu), \end{aligned} \quad (5)$$

donde Γ_i y Γ'_i son un conjunto básico de matrices γ contraídas con los covariantes p_1, p_2, l y p_ν . Para este caso,

$$\Gamma'_i = O_\mu = \gamma_\mu (1 + \gamma_5)$$

y

$$\Gamma_i = \gamma_\mu, \quad \sigma_{\mu\nu} q_\nu, \quad q_\mu, \quad \gamma_\mu \gamma_5, \quad \sigma_{\mu\nu} q_\nu \gamma_5, \quad q_\mu \gamma_5.$$

Los parámetros y variables escalares de Lorentz $(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x, y)$ de los que depende el coeficiente G_i ; no son todos independientes entre sí; ellos surgen de los 16 invariantes, productos de las combinaciones de los cuatro cuadvectores asociados al cuadrimento de cada partícula y están sujetos a restricciones, seis de ellas asociadas a las siguientes simetrías:

$$p_1 \cdot p_2 = p_2 \cdot p_1, \quad p_2 \cdot p_\nu = p_\nu \cdot p_2, \quad p_2 \cdot l = l \cdot p_2,$$

$$p_1 \cdot p_\nu = p_\nu \cdot p_1, \quad p_1 \cdot l = l \cdot p_1 \quad \text{y} \quad l \cdot p_\nu = p_\nu \cdot l;$$

otras cuatro a la conservación de energía-momento:

$$p_1^2 = (p_2 + l + p_\nu)^2, \quad p_2^2 = (p_1 - l - p_\nu)^2,$$

$$p_\nu^2 = (p_1 - l - p_2)^2 \quad \text{y} \quad l^2 = (p_1 - p_2 - p_\nu)^2$$

cuatro más a las relaciones de capa de masas:

$$p_1^2 = m_1^2 = \alpha, \quad p_2^2 = m_2^2 = \beta,$$

$$l^2 = m_e^2 = \gamma, \quad p_\nu^2 = 0 = \delta$$

restando sólo dos en el caso general. Dada la factorización de corrientes en la teoría efectiva V-A, los factores hadrónicos dependen únicamente de la variable $x = q^2 = (l + p_\nu)^2 = (p_1 - p_2)^2$ que corresponde al cuadrado del cuadvector transferencia de momento.

Las funciones invariantes $G_i(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x)$ se conocen del decaimiento no radiativo, Ec. (1), y pueden expresarse en este caso en términos de los factores de Dirac $f_i(q^2)$ y $g_i(q^2)$, según la ecuación (4). Es a través de la parametrización en $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ y x como se puede, usando las funciones G , extender la descripción del problema no radiativo al caso en el que se presenta la emisión de radiación real conocida como bremsstrahlung.

3. Corrientes y vértice débil fuera de capa de masas

En general, se presentan dos tipos de términos bremsstrahlung; uno es el llamado bremsstrahlung interno, que corresponde a la radiación fotónica emitida por una partícula entrante o saliente cargada o no, pero con estructura como el neutrón, según se ilustra en la Fig. 1 [a), b) y c)].

El otro tipo, llamado bremsstrahlung directo, refleja la estructura interna de las interacciones responsables del decaimiento no radiativo, Fig. 1d. La amplitud completa M_B es la suma de todas las contribuciones parciales

$$M_B = \epsilon_\mu [M_\mu(B1) + M_\mu(B2) + M_\mu(B3) + M_\mu(DC)]. \quad (6)$$

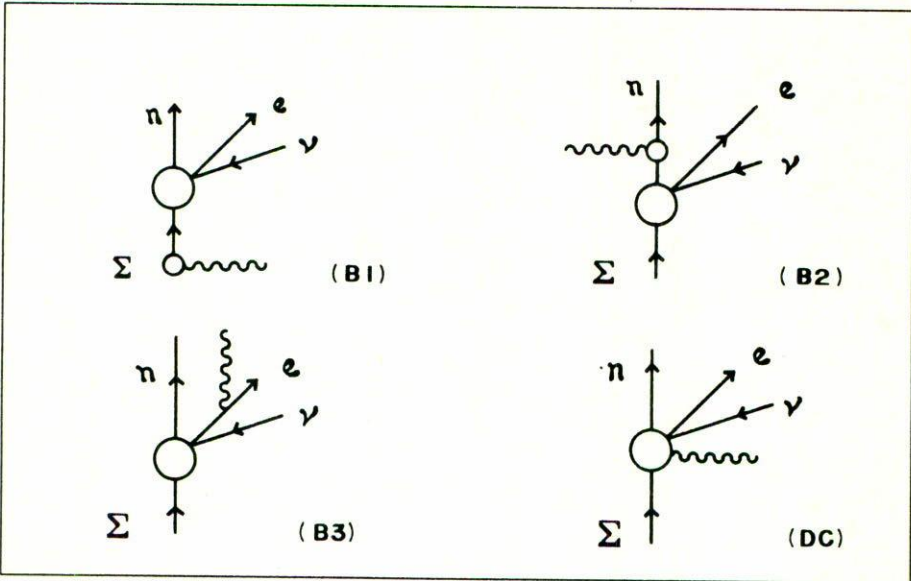


FIGURA 1. a) Emisión procedente de la partícula Σ ; b) Emisión procedente del neutrón; c) Emisión procedente del electrón y d) Emisión procedente del vértice débil.

El término explícito de bremsstrahlung interno para cuando la partícula sigma emite un fotón, puede ser formulado de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 M_\mu(B1) &= \langle p_2, l, p_\nu | T | p_1 - k \rangle J'_\mu(p_1) \\
 &= \frac{G_v}{\sqrt{2}} \bar{u}_2(p_2) W_\lambda(p_2, p_1 - k) \frac{1}{\not{p}_1 - \not{k} - m_1} F_\mu^\Sigma(p_1, p_1 - k) u_1(p_1) L_\lambda,
 \end{aligned} \tag{7}$$

aquí, $J_\mu(p_1)$ corresponde a la corriente renormalizada de la partícula que radía

$$J_\mu(p_1) u_1(p_1) = \frac{1}{\not{p}_1 - \not{k} - m_1} F_\mu^\Sigma(p_1, p_1 - k) u_1(p_1). \tag{8}$$

Nuevamente, para describir $F_\mu^\Sigma(p_1, p_1 - k)$ se consideran todos los covariantes involucrados. En términos de la base más general formada por ellos, tomando en cuenta la identidad generalizada de Ward [6] y la invariancia de norma para el campo electromagnético, resulta

$$F_\mu^\Sigma(p_1, p_1 - k) = g_{\Sigma\Sigma\gamma}^1(s, m_1^2, k) e\gamma_\mu + X_\mu^\Sigma(p_1, p_1 - k) \tag{9}$$

y

$$k_\mu F_\mu^{\Sigma^-}(p_1, p_1 - k) = \not{k}, \quad (10)$$

donde $s = (p_1 - p'_1)^2$, $t = (k - p_1)^2$, $p'_1 = p_1 - k$ y $s = k^2 = 0$, así que

$$k_\mu X_\mu^\Sigma(p_1, p_1 - k) = 0, \quad (11)$$

$$X_\mu^\Sigma(p_1, p_1) = 0 \quad (12)$$

y

$$g'_{\Sigma\Sigma\gamma}(0, m_1^2, m_1^2 - 2p_1 \cdot k)|_{k=0} = 1 \quad (13)$$

Por lo tanto, a orden lineal en k , la forma más general que describe a X_μ^Σ es

$$X_\mu^\Sigma = \mu_1 \sigma_{\nu\mu} \frac{k_\nu}{m_1} + \frac{\lambda_1}{m_1^2} (p_{1\mu} \not{k} - p_1 \cdot k \gamma_\mu). \quad (14)$$

Los coeficientes e , μ y λ se interpretan [7] en términos de las propiedades electromagnéticas de las partículas, el coeficiente de γ_μ en la Ec. (9) corresponde a la carga eléctrica de la partícula involucrada y el coeficiente μ de $\sigma_{\nu\mu} k_\nu$ está asociado a su momento magnético anómalo.

Como se verá a continuación, las λ no contribuyen al orden de aproximación requerido, ya que

$$\frac{\lambda_1}{m_1^2} \frac{1}{\not{p}_1 - \not{k} - m_1} (p_{1\mu} \not{k} - p_1 \cdot k \gamma_\mu) u_1 = \frac{\lambda_1 (\not{p}_1 - \not{k} + m_1)}{m_1^2 (k^2 - 2p_1 \cdot k)} (p_{1\mu} \not{k} - p_1 \cdot k \gamma_\mu) u_1 \quad (15)$$

y

$$(\not{p}_1 - \not{k} + m_1) (p_{1\mu} \not{k} - p_1 \cdot k \gamma_\mu) u_1 = p_1 \cdot k \not{k} \gamma_\mu u_1, \quad (16)$$

lo que corresponde a un orden en k superior al deseado. Así que

$$\frac{1}{\not{p}_1 - \not{k} - m_1} F_\mu^\Sigma(p_1, p_1 - k) u_1 = \frac{\not{p}_1 - \not{k} + m_1}{k^2 - 2p_1 \cdot k} (e \gamma_\mu + \frac{\mu_1}{m_1} \sigma_{\nu\mu}) u_1 \quad (17)$$

y dado que

$$(\not{p}_1 - \not{k} + m_1) \gamma_\mu u_1(p_1) = (2p_{1\mu} - \not{k} \gamma_\mu) u_1(p_1), \quad (18)$$

$$\mu_1 (\not{p}_1 - \not{k} + m_1) \sigma_{\nu\mu} k_\nu u_1(p_1) = \mu_1 (\not{p}_1 + m_1) \sigma_{\nu\mu} k_\nu u_1 + \dots \quad (19)$$

entonces

$$J_\mu(p_1) = -\frac{1}{2p_1 \cdot k} [e(2p_{1\mu} - \not{k}\gamma_\mu) + \frac{\mu_1}{m_1}(\not{p}_1 + m_1)\sigma_{\nu\mu}k_\nu] + O(k) \quad (20)$$

En forma análoga, se desarrollan los términos denotados por $M_\mu(B1)$ y $M_\mu(B2)$ correspondientes a la emisión procedente del neutrón y del electrón, respectivamente

$$\begin{aligned} M_\mu(B2) &= J'_\mu(p_2)\langle p_2 + k, l, p_\nu | T | p_1 \rangle \\ &= \frac{G_v}{\sqrt{2}} \bar{u}_2(p_2) F'_\mu(p_2 + k, p_2) \frac{1}{\not{p}_2 + \not{k} - m_2} W_\lambda(p_2 + k, p_1) u_1(p_1) L_\lambda, \end{aligned} \quad (21)$$

resultando

$$J_\mu(p_2) = \frac{\mu_2}{m_1} \sigma_{\nu\mu} k_\nu (\not{p}_2 + m_2) \frac{1}{2p_2 \cdot k} + \dots \quad (22)$$

y

$$\begin{aligned} M_\mu(B3) &= J'_\mu(l)\langle p_2, l + k, p_\nu | T | p_1 \rangle \\ &= \frac{G_v}{\sqrt{2}} \frac{e}{2l \cdot k} \bar{u}_2(p_2) W_\lambda(p_2, p_1) u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \gamma_\mu \frac{1}{\not{l} + \not{k} - m_e} O_\lambda v_\nu(p_\nu), \end{aligned} \quad (23)$$

con

$$J_\mu(l) = (2el_\mu + e\gamma_\mu \not{k}) \frac{1}{2l \cdot k} + \dots \quad (24)$$

Al no considerar ninguna estructura para el electrón, sólo hay efectos debidos a su carga eléctrica, los puntos suspensivos indican la existencia de términos de orden superior en k .

Si una de las partículas, por ejemplo la Σ^- de cuadrimento p_1 , se encuentra fuera de la capa de masas, es decir, $p_1 \rightarrow p'_1 = p_1 - k$ y $p_1'^2 \neq m_1^2$, su espinor asociado se torna en propagador $S_F(p_1)$ y aparecen en el elemento de matriz otros términos, los cuales quedan descritos por un nuevo coeficiente $H_i^{(j)}$, $j = 1, 2, 3$ y covariantes adicionales contenidos en $R_i^{(j)}$, como se representa a continuación:

$$\Sigma_i \bar{u}_2(p_2) R_i^{(1)} (\not{p}'_1 - m_1) S_F(p_1) B_i H_i^{(1)}(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x), \quad (25)$$

cuando $p'_1 = p_1 - k$, donde

$$B_i = \bar{u}_e(l) 0_\lambda v_\nu(p_\nu); \sum_i S_F(p_2) (\not{p}'_2 - m_2) R_i^{(2)} u_1(p_1) B_i H_i^{(2)}(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x), \quad (26)$$

para $p'_2 = p_2 + k$, y

$$\sum_i S_F(l)(l - m_e)R_i^{(3)}v_\nu(p_\nu)A_iH_i^{(3)}(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x), \quad (27)$$

donde

$$A_i = \bar{u}_2(p_2)\Gamma_i u_1(p_1). \quad (27.a)$$

Por otro lado, es posible demostrar que la forma más general para describir el vértice débil en términos de covariantes independientes, en el formalismo V-A, es

$$W_\lambda(p_2, p_1 - k) = W_\lambda^0(p_2, p_1 - k) + \frac{W_\lambda^k(p_2, p_1 - k)(\not{p}_1 - \not{k} - m_1)}{m_1}, \quad (28)$$

$W_\lambda^0(p_2, p_1)$ es el vértice sin corrección radiativa, ahora descrito de la siguiente manera

$$W_\lambda^0(p_1, p_2) = \hat{J}_1\gamma_\lambda + \hat{J}_2\sigma_{\lambda\mu}\frac{q_\mu}{m_1} + \hat{J}_3\frac{q_\lambda}{m_1} \quad (29)$$

y

$$\begin{aligned} W_\lambda^k(p_2, p_1)\frac{(\not{p}_1 - m_1)}{m_1} = & \hat{J}_4 p_\lambda + \hat{J}_5 p_\lambda \not{p} + \hat{J}_6 q_\lambda \not{p} + \hat{J}_7 \gamma_\lambda \not{p} + \hat{J}_8 p_\lambda \not{q} + \hat{J}_9 q_\lambda \not{p} \\ & + \hat{J}_{10} p_\lambda \not{p} \not{q} + \hat{J}_{11} q_\lambda \not{p} \not{q} + \hat{J}_{12} \gamma_\lambda \not{p} \not{q}, \end{aligned} \quad (30)$$

con $p_\lambda = (p_1 + p_2)_\lambda$. En la última expresión se manifiestan explícitamente los términos adicionales [8] independientes entre sí, señalados anteriormente y considerados en las ecuaciones (25-27).

En el caso de la emisión procedente del neutrón se procede análogamente y

$$W_\lambda(p_2 + k, p_1) = W_\lambda^0(p_2 + k, p_1) + \frac{(\not{p}_2 + \not{k} - m_2)}{m_1} W_\lambda^k(p_2 + k, p_1). \quad (31)$$

Los coeficientes \hat{J}_i que están definidos por

$$\hat{J}_i = J_i(1 + \rho_i\gamma_5) \quad (32)$$

son doce y dependen en general de los parámetros $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ y x . En el caso particular de $i = 1, 2, 3$ y cuando las partículas se encuentran en la capa de masas, $k = 0$,

Los coeficientes \widehat{J}_i que están definidos por

$$\widehat{J}_i = J_i(1 + \rho_i \gamma_5) \quad (32)$$

son doce y dependen en general de los parámetros $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ y x . En el caso particular de $i = 1, 2, 3$ y cuando las partículas se encuentran en la capa de masas, $k = 0$, éstos están relacionados con los factores de Dirac de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \widehat{J}_1(k=0) &= f_1 - g_1 \gamma_5, \\ \widehat{J}_2(k=0) &= f_2 + g_2 \gamma_5, \\ \widehat{J}_3(k=0) &= f_3 + g_3 \gamma_5. \end{aligned} \quad (33)$$

Son los coeficientes \widehat{J} de la Ec. (30) los que ahora se relacionan con las H_i de las Ecs. (25-27), y a su vez los operadores R_i de estas últimas ecuaciones se relacionan con los nuevos covariantes de W_λ^k que aparecen en la Ec. (30).

Una vez identificado todo, se procede como lo hace Chew en su artículo [5], sólo que simplificando apropiadamente para este caso, en el que el antineutrino no emite radiación ya que no posee carga ni estructura.

Cuando se considera el primer término de emisión interna

$$\begin{aligned} M_\mu(B1) &= \langle p_2, l, p_\nu | T | p_1 - k \rangle J'_\mu(p_1) \\ &= \langle p_2, l, p_\nu | T | p_1 - k \rangle \frac{e}{-2p_1 \cdot k} \left[2p_{1\mu} - \not{k} \gamma_\mu + \mu_1 \frac{1}{m_1 e} (\not{p}_1 + m_1) \sigma_{\nu\mu} \right] u_1(p_1). \\ &= \sum_i \left\{ \bar{u}_2(p_2) \left[G(\alpha - 2p_1 \cdot k, \beta, \gamma, \delta; x) \Gamma_i(p_1 - k) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + H_i^{(1)}(\alpha - 2p_1 \cdot k, \beta, \gamma, \delta; x) R_i^{(1)}(p_1 - k) (\not{p}_1 - \not{k} - m_1) \right] \frac{e}{-2p_1 \cdot k} \right. \\ &\quad \left. \times \left[2p_{1\mu} - \not{k} \gamma_\mu + \frac{\mu_1}{m_1 e} (\not{p}_1 + m_1) \sigma_{\nu\mu} k_\nu \right] u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_1 v_\nu(p_\nu) \right\}. \end{aligned} \quad (34)$$

Al tomar en cuenta la carga del neutrón, el segundo término resulta

$$\begin{aligned} M_\mu(B2) &= J'_\mu(p_2) \langle p_2 + k, l, p_\nu | T | p_1 \rangle = \sum_i \bar{u}_2(p_2) \frac{\mu_2}{m_1} \sigma_{\nu\mu} k_\nu (\not{p}_2 + m_2) \frac{1}{p_2 \cdot k} \\ &\times \left\{ G_i(\alpha, \beta + 2p_2 \cdot k, \gamma, \delta; x) \Gamma_i(p_2 + k) + H_i^{(2)}(\alpha, \beta + 2p_2 \cdot k, \gamma, \delta; x) (\not{p}_2 + \not{k} - m_2) \right. \\ &\quad \left. \times R_i^{(2)}(p_2 + k) \right\} u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_1 v_\nu(p_\nu), \end{aligned} \quad (35)$$

y el tercer término, correspondiente a la emisión procedente del electrón queda descrito por

$$\begin{aligned}
 M_\mu(B3) &= J'_\mu(l) \langle p_2, l+k, p_\nu | T | p_1 \rangle \\
 &= \sum_i \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i(l+k) u_1(p_1) \bar{u}_e(l) e(2l_\mu + \gamma_\mu \not{k}) \frac{1}{2l \cdot k} \\
 &\quad \times \left[G_i(\alpha, \beta, \gamma + 2l \cdot k, \delta; x) \Gamma'_i(l+k) \right. \\
 &\quad \left. + H_i^{(3)}(\alpha, \beta, \gamma + 2l \cdot k, \delta; x + 2q \cdot k) (l + \not{k} - m_e) R_i^{(3)}(l+k) \right] v_\nu(p_\nu).
 \end{aligned} \tag{36}$$

Para simplificar estas expresiones hay que considerar las siguientes relaciones

$$\begin{aligned}
 \frac{(\not{p}_1 - \not{k} - m_1)}{-2p_1 \cdot k} e \left[2p_{1\mu} - \not{k} \gamma_\mu + \frac{\mu_1}{m_1} e (\not{p}_1 + m_1) \sigma_{\nu\mu} k_\nu \right] u_1(p_1) \\
 = e \gamma_\mu u_1(p_1) + O(k), \dots
 \end{aligned} \tag{37}$$

donde se ha empleado

$$\begin{aligned}
 (\not{p}_1 - m_1) u_1(p_1) = 0 \quad \text{y} \quad (\not{p}_1 - m_1)(\not{p}_1 + m_1) = \not{p}_1^2 - m_1^2 = 0 \\
 \bar{u}_2(p_2) \frac{\sigma_{\nu\mu} k_\nu}{p_2 \cdot k} (\not{p}_2 + m_2)(\not{p}_2 + \not{k} - m_2) = -2\bar{u}_2(p_2) \gamma_\mu \not{k} + \dots = O(k)
 \end{aligned} \tag{38}$$

y

$$\bar{u}_e(l) \frac{e}{2l \cdot k} (2l_\mu + \gamma_\mu \not{k})(l + \not{k} - m_e) = \bar{u}_e(l) e \gamma_\mu. \tag{39}$$

Así que

$$\begin{aligned}
 M_\mu(B1) &= e \sum_i \left\{ \bar{u}_2(p_2) \left[-\frac{1}{2p_1 \cdot k} G_i(\alpha - 2p_1 \cdot k, \beta, \gamma, \delta; x) \Gamma_1(p_1 - k) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times \left(2p_{1\mu} - \not{k} \gamma_\mu + \frac{\mu_1}{m_1} e (\not{p}_1 + m_1) \sigma_{\nu\mu} k_\nu \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + H_i^{(1)}(\alpha - 2p_1 \cdot k, \beta, \gamma, \delta; x) R_i^{(1)}(p_1 - k) \gamma_\mu \right] \times u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) \right\},
 \end{aligned} \tag{40}$$

$$M_\mu(B2) = e \sum_i \bar{u}_2(p_2) \frac{\mu_n}{m_1 e} G_i(\alpha, \beta + 2p_2 \cdot k, \gamma, \delta; x) \sigma_{\nu\mu} k_\nu \frac{(\not{p}_2 + m_2)}{2p_2 \cdot k} \quad (41)$$

$$\times \Gamma_i(p_2 + k) u_1(p_1) \bar{u}_\epsilon(l) \Gamma'_i(p_2 + k) v_\nu(p_\nu),$$

ya que

$$\bar{u}_2(p_2) \frac{\sigma_{\nu\mu} k_\nu}{2p_2 \cdot k} (\not{p}_2 + m_2) \not{k} = -\bar{u}_2(p_2) \gamma_\mu \not{k} = O(k)$$

el término de $H_i^{(2)}$ no contribuye y

$$M_\mu(B3) = e \sum_i \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i(l + k) u_1(p_1) \bar{u}_\epsilon(l)$$

$$\times \left[G_i(\alpha, \beta, \gamma + 2l \cdot k, \delta, x + 2l \cdot k) \frac{(2l_\mu + \gamma_\mu \not{k})}{2l \cdot k} \Gamma'_i(l + k) \quad (42) \right.$$

$$\left. + H_i^{(3)}(\alpha, \beta, \gamma + 2l \cdot k, \delta; x) \gamma_\mu R_3^{(i)}(l + k) \right] v_\nu(p_\nu).$$

4. Emisión directa e invariancia en norma

La amplitud total bremsstrahlung se obtiene mediante la suma de las tres amplitudes de bremsstrahlung interno, Ecs. (40-42) y los términos que surgen al considerar la emisión directa. Estos últimos se encuentran con fundamento en la invariancia de norma del campo electromagnético, sustituyendo primero los cuádrimomentos p_1, p_2, l y p_ν por los correspondientes $p_1 - e\epsilon, p_2, l - e\epsilon$ y p_ν en la amplitud M_0 ,

como se indican

$$\begin{aligned}
 M_0(p_i - e_i \epsilon) &= \langle p_2, l - e\epsilon, p_\nu | T | p_1 - e\epsilon \rangle \\
 &= \sum G_i(\alpha - 2e\epsilon \cdot p_1, \beta, \gamma - 2e\epsilon \cdot l; x - 2e\epsilon \cdot l) \\
 &\quad \times \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i(p_1 - e\epsilon, l - e\epsilon) u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma_i'(p_1 - e\epsilon, l - e\epsilon) v_\nu(p_\nu) \\
 &\quad + \sum_i H_i^{(1)}(\alpha - 2e\epsilon \cdot p_1, \beta, \gamma, \delta; x) \bar{u}_2(p_2) R_i^{(1)}(p_1 - e\epsilon) \\
 &\quad \times (\not{p}_1 - e\not{\ell} - m_1) u_1(p_1) B_i + \sum_i H_i^{(2)}(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x) \\
 &\quad \times \bar{u}_2(p_2) (\not{p}_2 - m_2) R_i^{(2)}(p_2) u_1(p_1) B_i \\
 &\quad + \sum_i H_i^{(3)}(\alpha, \beta, \gamma - 2e\epsilon \cdot l, \delta; x - 2e\epsilon \cdot q) \\
 &\quad \times A_i \bar{u}_e(l) (l - e\not{\ell} - m_e) R_i^{(3)}(l - e\epsilon) v_\nu(p_\nu),
 \end{aligned} \tag{43}$$

desarrollando después la Ec. (43) en serie de potencias y considerando únicamente los términos lineales en el cuadvivector polarización ϵ_μ y, por último, efectuando la siguiente operación

$$M(DC) = M_0(p_1 - e_i \epsilon) - M_0(p_1) = \epsilon_\mu M_\mu(DC). \tag{44}$$

Al tomar en cuenta en esta evaluación que

$$\bar{u}_1(p_1) \frac{\partial}{\partial p_{1\mu}} (\not{p}_1 - m_1) \epsilon_\mu = \bar{u}_1(p_1) \not{\epsilon} \neq 0, \tag{45}$$

y

$$(\not{p}_1 - m_1) u_1(p_1) = 0,$$

resulta

$$\begin{aligned}
 M_\mu(DC) = e \sum_i \left[-2(p_{1\mu} G_{i,\alpha} + l_\mu G_{i,\gamma}) \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) \right. \\
 - H_i^{(1)} \bar{u}_2(p_2) R_i^{(1)} \gamma_\mu u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) \\
 - H_i^{(3)} \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) R_i^{(3)} \gamma_\mu v_\nu(p_\nu) \\
 - 2l_\mu G_{i,x} \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) \\
 \left. - G_i(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x) \left\{ \bar{u}_2(p_2) \left(\frac{\partial \Gamma_i}{\partial p_{1\mu}} + \frac{\partial \Gamma_i}{\partial l_\mu} \right) u_1(p_1) \right. \right. \\
 \left. \left. \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) + \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \left[\frac{\partial \Gamma'_i}{\partial p_{1\mu}} + \frac{\partial \Gamma'_i}{\partial l_\mu} \right] v_\nu(p_\nu) \right\} \right],
 \end{aligned} \tag{46}$$

donde

$$G_{i,\alpha} = \frac{\partial G_i}{\partial \alpha}, \quad G_{i,\gamma} = \frac{\partial G_i}{\partial \gamma}, \dots$$

5. Amplitud bremsstrahlung completa

Una vez obtenida la contribución de bremsstrahlung directa, se procede a desarrollar también en serie de potencias cada una de las contribuciones de bremsstrahlung interno a partir de la Ec. (40) se obtienen

$$\begin{aligned}
 M_\mu(B1) = e \sum_i \left[\bar{u}_2(p_2) \left\{ (G_i(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x) - 2p_1 \cdot k G_{i,\alpha}) \right. \right. \\
 \times \left(\Gamma_i(p_1) - k_\lambda \frac{\partial \Gamma_i}{\partial p_{i\lambda}} \right) \frac{1}{-2p_1 \cdot k} \left(2p_{1\mu} - \not{k} \gamma_\mu + \frac{\mu_1}{m_1 e} (\not{p}_1 + m_1) \sigma_{\nu\mu} k_\nu \right) \\
 \left. \left. + H_i^{(1)} R_i^{(1)} \gamma_\mu \right\} u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \left(\Gamma'_i - k_\lambda \frac{\partial \Gamma'_i}{\partial p_{1\lambda}} \right) v_\nu(p_\nu) \right],
 \end{aligned} \tag{47}$$

y factorizando la carga de la partícula sigma en la Ec. (41) resulta

$$\begin{aligned}
 M_\mu(B_2) = e \sum_i \bar{u}_2(p_2) \frac{\mu_2}{m_1 e} G_i(\alpha, \beta, \gamma, \delta; x) \frac{\sigma_{\nu\mu} k_\nu}{2p_2 \cdot k} (\not{p}_2 + m_2) \\
 \times \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i(p_2) v_\nu(p_\nu),
 \end{aligned} \tag{48}$$

donde el término $2p_2 \cdot k G_{i,\beta}$ al igual que otros generados por un desarrollo en serie, no contribuyen al orden requerido; y por parte de la ecuación (40),

$$\begin{aligned}
 M_\mu(B3) = e \sum_i \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \left[G_i \frac{1}{2l \cdot k} (2l_\mu + \gamma_\mu \not{x}) \Gamma'_i + H_i^{(3)} R_i^{(3)} \gamma_\mu \right] v_\nu(p_\nu) \\
 + \bar{u}_2(p_2) k_\lambda \frac{\partial \Gamma_i}{\partial l_\lambda} u_1(p_1) \bar{u}_e(l) G_i \frac{2l_\mu}{2l \cdot k} \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) + \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \\
 \times \bar{u}_e(l) \frac{2l_\mu}{2l \cdot k} \left\{ 2l \cdot k (G_{i,\gamma} + G_{i,x}) \Gamma'_i + G_i k_\lambda \frac{\partial \Gamma'_i}{\partial l_\lambda} \right\} v_\nu(p_\nu) \quad (49)
 \end{aligned}$$

Finalmente, para obtener la contribución completa se suman las ecuaciones (46), (47), (48) y (49). Después de una sencilla simplificación

$$\begin{aligned}
 M_\mu = e \sum_i \left\{ G_i \left(\frac{p_{1\mu}}{-p_1 \cdot k} + \frac{l_\mu}{l \cdot k} \right) \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) \right. \\
 + G_i \bar{u}_2(p_2) \left[\left(\frac{p_{1\mu} k_\lambda}{p_1 \cdot k} - g_{\mu\lambda} \right) \frac{\partial \Gamma_i}{\partial p_{1\lambda}} + \left(\frac{l_\mu k_\lambda}{l \cdot k} - g_{\mu\lambda} \right) \frac{\partial \Gamma_i}{\partial l_\lambda} \right] u_1(p_1) \\
 \times \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) + G_i \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \left[\left(\frac{p_{1\mu} k_\lambda}{p_1 \cdot k} - g_{\mu\lambda} \right) \frac{\partial \Gamma'_i}{\partial p_{1\lambda}} \right. \\
 + \left. \left(\frac{l_\mu k_\lambda}{l \cdot k} - g_{\mu\lambda} \right) \frac{\partial \Gamma'_i}{\partial l_\lambda} \right] v_\nu(p_\nu) + G_i \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i \frac{\not{x} \gamma_\mu}{2p_1 \cdot k} u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu \\
 + G_i \bar{u}_2(p_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \frac{\gamma_\mu \not{x}}{2l \cdot k} \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) \\
 + G_i \bar{u}_2(p_2) \mu_1 \frac{1}{m_1 e} \Gamma_i \frac{(\not{x}_1 + m_1)}{2p_1 \cdot k} \sigma_{\mu\nu} k_\nu u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) \\
 \left. - G_i \bar{u}_2(p_2) \mu_2 \frac{1}{m_1 e} \frac{\sigma_{\mu\nu} k_\nu}{2p_2 \cdot k} (\not{x}_2 + m_2) \Gamma_i u_1(p_1) \bar{u}_e(l) \Gamma'_i v_\nu(p_\nu) \right\}. \quad (50)
 \end{aligned}$$

A continuación, se identifican los factores G_i , Γ_i , Γ'_i de acuerdo con las Ecs. (1), (5) y (29), resultando

$$\begin{aligned}
 G_1 = \frac{G_v}{\sqrt{2}} J_1, \quad \Gamma_1 = \gamma_\mu, \quad G_2 = \frac{G_v}{\sqrt{2}} \rho_{J_1} J_1, \quad \Gamma_2 = \gamma_5 \gamma_\mu \\
 G_3 = \frac{G_v}{\sqrt{2}} J_2, \quad \Gamma_3 = \sigma_{\mu\nu} \frac{q_\nu}{m_1}, \quad G_4 = \frac{G_v}{\sqrt{2}} \rho_{J_2} J_2, \quad \Gamma_4 = \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} \frac{q_\nu}{m_1}, \quad \text{etc.} \quad (51)
 \end{aligned}$$

para $\Gamma'_i = \Gamma_\mu(1 + \gamma_5)$ con $i = 1, \dots, 6$.

Con el objeto de obtener el resultado deseado, básico para el desarrollo de la referencia (3) se sustituyen las relaciones de la Ec. (51) en la Ec. (50)

$$\begin{aligned}
 M_\mu = \frac{G_v}{\sqrt{2}} e \left\{ \left(\frac{l_\mu}{l \cdot k} - \frac{p_{1\mu}}{p_1 \cdot k} \right) \bar{u}_2 W_\lambda u_1 \bar{u}_e O_\lambda v_\nu \right. \\
 + \left(\frac{p_{1\mu} k_\rho}{p_1 \cdot k} - g_{\mu\rho} \right) \bar{u}_2 \frac{(\hat{J}_2 \sigma_{\lambda\rho} + \hat{J}_3 g_{\lambda\rho})}{m_1} u_1 \bar{u}_e O_\lambda v_\nu \\
 + \frac{1}{2l \cdot k} \bar{u}_2 W_\lambda u_1 \bar{u}_e \gamma_\mu \not{k} O_\lambda v_\nu + \frac{1}{2p_1 \cdot k} \bar{u}_2 W_\lambda \not{k} \gamma_\mu u_1 \bar{u}_e O_\lambda v_\nu \\
 + \frac{\mu_1}{m_1 e} \frac{1}{2p_1 \cdot k} \bar{u}_2 W_\lambda (\not{p}_1 + m_1) \sigma_{\mu\nu} k_\nu u_1 \bar{u}_e O_\lambda v_\nu \\
 \left. - \frac{\mu_2}{m_1 e} \frac{1}{2p_2 \cdot k} \bar{u}_2 \sigma_{\mu\nu} k_\nu (\not{p}_2 + m_2) W_\lambda u_1 \bar{u}_e O_\lambda v_\nu \right\}. \quad (52)
 \end{aligned}$$

Este resultado [9] es válido a $O(k^0)$ en la amplitud, sin embargo, se traduce a un orden lineal en k en el espectro de energía del fotón por la influencia del espacio fase. Como se puede apreciar, hay cancelación de todos los términos que involucran funciones ajenas a las definidas en el proceso no radiativo, a excepción de los términos que caracterizan las propiedades electromagnéticas medibles de los hadrones y que determinan sus estructura.

Agradecimientos

Agradecemos al Dr. Augusto García G. sus sugerencias y muy valiosos comentarios.

Referencias

1. A. García, S.R. Juárez W., *Phys. Rev. D* **22** (1980) 1131 *D* **22** (1980) 2923 (E).
2. K. Tóth, K. Szegő and A. Margaritis, *Phys. Rev. D* **33** (1986) 3306.
3. S.R. Juárez, A. Martínez V., A. García, *Phys. Rev. D* **35** (1987) 232.
4. F.E. Low, *Phys. Rev.* **110** (1958) 974.
5. H. Chew, *Phys. Rev.* **123** (1961) 377. G. Grammer and D. R. Yennie, *Phys. Rev. D* **8** (1973) 4332.
6. J.C. Ward, *Phys. Rev.* **78** (1950) 1824; Y. Takahashi, *Nuovo Cimento* **6** (1957) 370.
7. P. De Baenst, J. Pestieau, *Nuovo Cimento* **53A** (1968) 647.
8. El vértice débil asociado a partículas fuera de la capa de masa, considerando únicamente la conservación de momento angular, está descrito en su forma más general por 24 factores de forma en lugar de los 6 factores conocidos. En su parte vectorial, dos de ellos provienen de cada uno de los fermiones y tres del bosón mediador generando un total de $2 \times 3 \times 2 = 12$ factores. Igual número surge de la parte

axial. La reducción a tan sólo 6 factores de forma desconocidos independientes entre sí es consecuencia de la aplicación de la ecuación de Dirac.

9. En la notación de la referencia (3) $\lambda_1 = \mu_1/m_1c$ y $\lambda_2 = \mu_2/m_1e$.

Abstract. The radiative hyperon semileptonic decay matrix element which depends on the electromagnetic properties of the involved particles is deduced under the effective V-A theory conditions. The Low's theorem under the H. Chew's point of view is considered. The final result is of prime importance in the evaluation with a high degree of precision of the Dalitz plot and the energy spectrum of the residual particles.