Potenciales para el campo de Liénard-Wiechert

Gonzalo Ares de Parga
Departamento de Física, Escuela Superior de Física y Matemáticas, Instituto Politécnico Nacional, Edificio 9, Unidad Profesional "Zacatenco", 07738 México, D.F.

O. Chavoya, José Luis López Bonilla, Esteban Luna Aguilar, Jesús Morales R.*
Area de Física, DCBI, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco, Av. San Pablo No. 180, 02200 México, D.F.
(Recibido el 24 de noviembre de 1988; aceptado el 14 de febrero de 1990)

Resumen. Se determinan superpotenciales para el 4–potencial y el tensor de Faraday del campo electromagnético producido por una carga puntual en movimiento arbitrario. Nuestro método también proporciona una construcción alternativa del potencial de Weert [13].

PACS: 03.30+p; 03.50.-z; 03.50.De

1. Introducción

El problema del movimiento de una partícula cargada en el espacio de Minkowski es un tema de activa investigación porque aún no se ha contestado sin ambigüedades a la pregunta: ¿qué ecuación de movimiento toma en cuenta la interacción de la carga puntual con el campo electromagnético que ella misma genera? Muchos investigadores aceptan que dicha ecuación es la encontrada por Dirac [8] (véase también la Ref. [19]), sin embargo, éste obtiene su ecuación eliminando los términos divergentes mediante la renormalización de la masa; otros deducen esta ecuación modificando el tensor de Maxwell T^{ab} de Liénard-Wiechert para evitar así los infinitos en la posición de la carga. Todos los métodos publicados para deducir la ecuación de Lorentz-Dirac poseen alguna deficiencia: suposiciones *ad hoc* [2,3,4,5], renormalización de masa [8,19], modificaciones arbitrarias de T^{ab} [7], etc. En nuestra opinión, antes de intentar deducir la ecuación de movimiento de una carga, debemos conocer más sobre la estructura de la solución de Liénard-Wiechert y pensamos que el concepto de superpotencial puede [veánse los comentarios que siguen a (3.*b*)] aportar nueva información sobre el campo electromagnético radiado por la partícula. Aquí radica nuestro interés en superpotenciales (que se discuten en la Sec. 3) para el 4–potencial y los tensores de Faraday y Maxwell. El concepto de superpotencial fue creado por Freud [11,20]: él obtuvo un superpotencial para el pseudotensor canónico de energía y momento gravitacional de Einstein, introduciendo así la idea de que,

*Instituto Mexicano del Petróleo-IBP.

cuando la divergencia de "algo" es cero, entonces debe existir un potencial que genere ese "algo" (al respecto, consúltese el reciente trabajo de Illge [12]). En la Sec. 3 construimos superpotenciales para A^c y F^{ab} de Liénard-Wiechert.

Así, (2.c, d) serán inmediatas a partir de la existencia de esos potenciales. Por otro lado, la inquietud por entender la dinámica de la carga conduce en forma natural a considerar el empleo de las coordenadas de Newman-Unti [1,22] (NU) que toman en cuenta el movimiento de la carga.

En este trabajo, usando las coordenadas de NU obtendremos superpotenciales para el cuadripotencial del campo electromagnético y para los tensores de Faraday y Maxwell (parte acotada) de Liénard-Wiechert.

2. Coordenadas de Newman-Unti

Newman-Unti [1] construyeron un sistema de coordenadas que se adapta notablemente al estudio de situaciones físicas donde los campos correspondientes (por ejemplo, el campo electromagnético), dependen de efectos retardados y de la trayectoria $q^b(u)$ de una partícula, es decir, el estado de movimiento de una masa puntual participa explícitamente en la construcción de este sistema de coordenadas. Estas coordenadas de NU pueden adaptarse a espacio-tiempos curvos asintóticamente planos a partir de lo cual Newman *et al.* [2,3,4,5] han propuesto un nuevo método de análisis del problema del movimiento en relatividad general.

En el espacio de Minkowski, lo más común es usar el sistema coordenado (x, y, z, t) (velocidad de la luz = 1), lo que conduce al elemento de línea

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - dt^2. \tag{1.a}$$

La métrica en estas coordenadas adquiere gran simplicidad, sin embargo, esto no implica que otros objetos (por ejemplo el tensor de Faraday) tengan también expresiones simples en dichas coordenadas. La idea básica de NU [1] consiste en construir un nuevo sistema coordenado, que denotaremos por $(x^1, x^2, x^3 = r, x^4 = u)$, de manera que se simplifique la expresión para el campo de Liénard-Wiechert aunque se sacrifique la simplicidad de la métrica (1.a).

Tomemos una curva arbitraria tipo-tiempo $q^b(u)$ en el espacio de Minkowski (que después haremos coincidir con la trayectoria de una carga puntual), donde u es el tiempo propio correspondiente a esa línea de universo; las coordenadas (x, y, z, t) y (x^1, x^2, r, u) se relacionan entre sí por las expresiones [1,6] ($i = \sqrt{-1}$)

$$x = q^1(u) + \frac{r(\eta + \bar{\eta})}{2^{3/2}p}, \qquad y = q^2(u) + \frac{ir(\bar{\eta} - \eta)}{2^{3/2}p}$$

$$z = q^3(u) + \frac{r(\eta\bar{\eta} - 1)}{2^{3/2}p}, \qquad t = q^4(u) + \frac{r(\eta\bar{\eta} + 1)}{2^{3/2}p} \tag{1.b}$$

$$p = \frac{1}{2^{3/2}}\left[(\dot{q}^4 + \dot{q}^3) + (\dot{q}^4 - \dot{q}^3)\bar{\eta}\eta - (\dot{q}^1 - i\dot{q}^2)\eta - (\dot{q}^1 + i\dot{q}^2)\bar{\eta}\right],$$

donde $\eta = x^1 + ix^2$, un punto sobre una cantidad denota su derivada respecto a u y una barra su conjugada compleja y r es la distancia retardada [7,15] del evento (x, y, z, t) a la trayectoria $q^b(u)$. Nótese que en la función p está involucrada la 4–velocidad $\dot{q}^a$, es decir, las coordenadas de NU ya poseen intrínsecamente información sobre el movimiento de la partícula.

Al sustituir (1.*b*) en (1.*a*), la métrica obtiene la forma

$$ds^2 = g_{ab}dx^a dx^b = \frac{r^2}{2p^2}d\eta d\bar{\eta} - 2drdu - \left(1 - \frac{2\dot{p}}{p}r\right)du^2 \tag{1.c}$$

o sea,

$$(g_{ab}) = \begin{pmatrix} \frac{r^2}{2p^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r^2}{2p^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -\left(1 - 2\frac{\dot{p}}{p}r\right) \end{pmatrix}. \tag{1.d}$$

Evidentemente, (1.*c*) es más complicada que (1.*a*), sin embargo, más adelante veremos que esto introduce una simplificación en las expresiones del campo electromagnético radiado por una carga puntual. Obsérvese que en (1.*c*, *d*) aparece $\dot{p}$, lo que significa que la aceleración $\ddot{q}^b$ de la partícula interviene en la construcción de la métrica del espacio-tiempo.

A continuación mostramos algunos resultados que son de gran utilidad al construir superpotenciales.

Como en las ecuaciones que gobiernan a los superpotenciales aparecen derivadas covariantes, entonces es necesario conocer los símbolos de Christoffel diferentes de cero, estos resultan ser

$$\begin{aligned}
&\Gamma_{11}^{\ 1} = -\Gamma_{22}^{\ 1} = \Gamma_{12}^{\ 2} = -\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial x^1}, && \Gamma_{13}^{\ 1} = \Gamma_{23}^{\ 2} = \frac{1}{r} \\
&\Gamma_{12}^{\ 1} = -\Gamma_{11}^{\ 2} = \Gamma_{22}^{\ 2} = -\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial x^2}, && \Gamma_{11}^{\ 4} = \Gamma_{22}^{\ 4} = \frac{r}{2p^2} \\
&\Gamma_{24}^{\ 2} = \Gamma_{14}^{\ 1} = -\Gamma_{44}^{\ 4} = \Gamma_{34}^{\ 3} = -\frac{\dot{p}}{p} && \\
&\Gamma_{44}^{\ 1} = -\frac{2p^2}{r}\frac{\partial}{\partial x^1}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right), && \Gamma_{44}^{\ 2} = -\frac{2p^2}{r}\frac{\partial}{\partial x^2}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right) \\
&\Gamma_{14}^{\ 3} = -r\frac{\partial}{\partial x^1}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right), && \Gamma_{24}^{\ 3} = -r\frac{\partial}{\partial x^2}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right)
\end{aligned} \tag{1.e}$$

$$\Gamma_{11}^{\ 3} = \Gamma_{22}^{\ 3} = -\frac{r}{2p^2}\left(1 - r\frac{\dot{p}}{p}\right) \qquad \Gamma_{44}^{\ 3} = 3r\left(\frac{\dot{p}}{p}\right)^2 - r\frac{\ddot{p}}{p} - \frac{\dot{p}}{p}.$$

Es importante notar que $\Gamma_{44}^{\ 3}$ depende de $\ddot{p}$, es decir, aparece la superaceleración [7] $\dddot{q}^b(u)$ de gran relevancia en la ecuación de Lorentz-Dirac [8] que describe el movimiento de partículas clásicas cargadas que toma en cuenta la reacción de radiación.

Por otra parte, como el tensor de curvatura correspondiente a (1.e) debe anularse puesto que el espacio de Minkowski es plano (no consideramos la presencia de gravitación), entonces obtenemos las siguientes identidades para p

$$\frac{\partial}{\partial\eta}\left[p^2\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right)\right] = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial\eta}\left[\frac{1}{p}\frac{\partial p}{\partial\bar{\eta}}\right] = \frac{1}{8p^2} \tag{1.f}$$

$$4p^2\frac{\partial^2}{\partial\eta\partial\bar{\eta}}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right) + \frac{\dot{p}}{p} = 0$$

que nos serán de gran utilidad cuando construyamos el superpotencial para el tensor de Faraday.

El campo de Liénard-Wiechert es el campo electromagnético producido por una carga puntual e en la relatividad especial. Es complicado escribir dicho campo en forma explícita [9] componente a componente en coordenadas (x, y, z, t), sin embargo, si se usan las coordenadas de NU (x^1, x^2, r, u) se obtienen expresiones simples para los correspondientes 4–potencial A^c y tensor de Faraday $F^{ab} = -F^{ba}$ [1,10]

$$(A^c) = e\left(0, 0, \frac{\dot{p}}{p}, \frac{1}{r}\right) \tag{2.a}$$

y $F^{ab} = 0$ excepto por

$$F^{13} = -\frac{2ep^2}{r^2}\frac{\partial}{\partial x^1}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right),$$

$$F^{23} = -\frac{2ep^2}{r^2}\frac{\partial}{\partial x^2}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right), \tag{2.b}$$

$$F^{34} = -\frac{e}{r^2}$$

que satisfacen la condición de Lorentz (; denota derivada covariante)

$$A^c{}_{;c} = 0, \tag{2.c}$$

y las ecuaciones de Maxwell en el vacío,

$$F^{ab}{}_{;b} = 0. \tag{2.d}$$

De la ecuación (2.b) es claro que, en ausencia de aceleración ($\ddot{q}^b = 0 \Rightarrow \dot{p} = 0$) sólo subsiste el término tipo Coulomb $-e/r^2$. Enfatizamos que (2.a, b) son válidas no importa qué tan complicado sea el movimiento de la carga.

3. Superpotenciales para A^c y F^{ab}

Cuando hablamos de superpotencial (o potencial para ser más breves) pensamos en un objeto tensorial que al diferenciarse da origen a otro tensor que cumple con una ley de conservación (ecuación de continuidad); pensamos entonces que el superpotencial construido es en este sentido más básico, más primitivo, revelando parte de la estructura oculta del campo a que da origen, en nuestro caso el de Liénard-Wiechert. Como antecedente recordemos que en electrodinámica, Weert [13] utilizó coordenadas minkowskianas para obtener el superpotencial

$$\underset{\mathrm{B}}{K}_{ijr} = -\underset{\mathrm{B}}{K}_{jir}$$

de la parte acotada [14,15,22] (es decir, aquella que predomina cerca de la carga) $\underset{\mathrm{B}}{T}_{ir}$ del tensor de Maxwell asociado al campo de Liénard-Wiechert

$$\underset{\mathrm{B}}{T}^{ab} = \underset{\mathrm{B}}{K}^{ajb}{}_{;j} \tag{3.a}$$

lo que hace evidente la ley de conservación fuera de la línea de universo

$$\underset{\mathrm{B}}{T}^{ab}{}_{;a} = 0. \tag{3.b}$$

La relación (3.a) es muy útil porque ahorra muchos cálculos al determinar los flujos de energía y momento a través de hipersuperficies (por ejemplo tubos de Dirac [8] o de Bhabha [16]-Synge [7]) lo que es básico para la deducción de la ecuación de movimiento de la carga. Además, $\underset{\mathrm{B}}{K}_{ijr}$ puede interpretarse físicamente como la densidad de momento angular intrínseco del campo electromagnético radiado [15,17].

Nuestro objetivo es construir superpotenciales para el 4-potencial y el tensor de Faraday, para elio procedemos como sigue:

1. Superpotencial para A^b

Buscamos un tensor antisimétrico W^{bc} tal que

$$A^b = W^{bc}{}_{;c}\,, \tag{4.a}$$

de esta manera la ecuación (2.*c*) se transforma en una identidad. Si en (4.*a*) damos valores al índice *b* y empleamos las Ecs. (1.*e*, 2*a*) resulta un sistema de ecuaciones que admite la solución (no única)

$$W^{bc} = 0 \qquad \text{excepto} \quad W^{34} = -W^{43} = -\frac{e}{2}. \tag{4.b}$$

Si sustituimos este resultado en (4.*a*), obtenemos el cuadripotencial A^c dado en la ecuación (2.*a*), es decir W^{ab} genera el 4–potencial; entonces podemos escribir en forma tensorial

$$W^{bc} = \frac{e}{2r}(v^b k^c - v^c k^b), \tag{4.c}$$

donde v^c es la 4–velocidad de la partícula y k^c es el vector nulo que une al punto de observación fuera de la trayectoria con el respectivo evento retardado. La expresión (4.*c*) es válida en cualquier sistema coordenado, por ejemplo, en coordenadas de NU

$$(v^c) = \left(0, 0, r\frac{\dot{p}}{p}, 1\right), \qquad (k^c) = (0, 0, r, 0) \tag{4.d}$$

que al sustituir en la ecuación (4.*c*) implica directamente (4.*b*).

2. Superpotencial para F^{ab}

Debemos encontrar un superpotencial $\underset{F}{K}{}_{ijr} = -\underset{F}{K}{}_{jir}$ tal que

$$F^{ab} = \underset{F}{K}{}^{acb}{}_{;c} \tag{5.a}$$

y se satisfagan así de manera inmediata las ecuaciones de Maxwell. Si en (5.*a*) damos valores a la pareja de índices [*ab*] y utilizamos las Ecs. (1.*e*, 2.*b*) obtenemos que $\underset{F}{K}{}^{abc} = 0$ excepto

$$\begin{aligned} \underset{F}{K}{}^{341} &= \underset{F}{K}{}^{134} = -\underset{F}{K}{}^{143} = 2\frac{ep}{r^2}\frac{\partial p}{\partial x^1} \\ \underset{F}{K}{}^{342} &= \underset{F}{K}{}^{234} = -\underset{F}{K}{}^{243} = 2\frac{ep}{r^2}\frac{\partial p}{\partial x^2}. \end{aligned} \tag{5.b}$$

Haciendo uso de las propiedades $(1.f)$ puede verificarse de inmediato que se satisface la relación $(5.a)$. En forma tensorial podemos escribir las expresiones $(5.b)$ como

$$\underset{F}{K}^{abc} = -e\Big[(M^{ab} + \bar{M}^{ab})(\alpha m^c + \bar{\alpha}\bar{m}^c) + 2(\bar{\alpha} v^{ab} + \alpha\bar{v}^{ab})n^c + 2(\alpha v^{ab} + \bar{\alpha}\bar{v}^{ab})l^c\Big] \tag{5.c}$$

donde hemos empleado la tétrada nula de Newman-Penrose [18]

$$\begin{aligned} (m^c) &= \frac{p}{r}(i,-1,0,0), \qquad (1^c) = \left(0,0,-\tfrac{1}{2}+\frac{\dot{p}}{p}r,1\right) \\ (n^c) &= (0,0,1,0), \qquad \alpha = -\frac{i}{r}\frac{\partial p}{\partial \eta} \\ v^{ab} &= n^a m^b - n^b m^a, \qquad U^{ab} = \bar{m}^a l^b - \bar{m}^b l^a \\ M^{ab} &= m^a\bar{m}^b - m^b\bar{m}^a + l^a n^b - l^b n^a. \end{aligned} \tag{5.d}$$

No debemos olvidar que la expresión $(5.c)$ no es única puesto que es posible construir un superpotencial $\underset{F}{\tilde{K}}_{abc}$ que dé un tensor de Faraday idénticamente cero

$$0 = \underset{F}{\tilde{K}}^{abc}{}_{;b}, \tag{6.a}$$

en efecto, las ecuaciones $(1.e,\ 6.a)$ implican $\underset{F}{\tilde{K}}^{abc} = 0$ excepto [usando nuevamente $(5.d)$]

$$\underset{F}{\tilde{K}}^{343} = \frac{p^3}{r^2}, \qquad \text{esdecir}: \ \underset{F}{\tilde{K}}^{abc} = -\frac{p^3}{2r^2}(M^{ab} + \bar{M}^{ab})n^c, \tag{6.b}$$

así que al resultado $(5.c)$ puede agregársele la ecuación $(6.b)$ sin alterar el tensor obtenido en $(5.a)$.

Los resultados expresados en las Ecs. (4,5,6) son nuestra principal aportación, ignoramos si estos generadores tienen algún significado físico como $\underset{B}{K}_{ijr}$, o si son de utilidad práctica en determinados cálculos, sin embargo, creemos que estos resultados arrojan nueva luz sobre la estructura del potencial electromagnético y de las ecuaciones de Maxwell.

Otro de nuestros objetivos es demostrar que las coordenadas de NU y relaciones semejantes a las expresadas en las Ecs. $(4.a,\ 5.a)$ permiten, siguiendo este método, construir el superpotencial $\underset{B}{K}_{abc}$ de Weert [13]; este autor empleó las coordenadas (x,y,z,t) pero no indicó el procedimiento para su obtención. Las componentes, en las coordenadas de NU, de la parte acotada [14,15,22] $\underset{\text{B}}{T}_{ac}$ del tensor de Maxwell están dadas por

$$\begin{aligned}
&\underset{\text{B}}{T}^{11} = \underset{\text{B}}{T}^{22} = \frac{e^2 p^2}{r^6}, && \underset{\text{B}}{T}^{13} = -\frac{2e^2p^2}{r^4}\frac{\partial}{\partial x^1}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right) \\
&\underset{\text{B}}{T}^{23} = -\frac{2e^2p^2}{r^4}\frac{\partial}{\partial x^2}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right), && \underset{\text{B}}{T}^{34} = \frac{e^2}{2r^4} \\
&\underset{\text{B}}{T}^{33} = -\frac{e^2}{2r^4}\left(1 - 2r\frac{\dot{p}}{p}\right)
\end{aligned} \tag{7.a}$$

que en base a las Ecs. (1.e, 3.a) implican que

$$\begin{aligned}
&\underset{\text{B}}{K}^{131} = \underset{\text{B}}{K}^{232} = \frac{e^2}{2r^5}p^2, && \underset{\text{B}}{K}^{343} = \frac{e^2}{2r^3} \\
&\underset{\text{B}}{K}^{133} = -\frac{2e^2p^2}{r^3}\frac{\partial}{\partial x^1}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right), && \underset{\text{B}}{K}^{233} = \frac{2e^2p^2}{r^3}\frac{\partial}{\partial x^2}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right)
\end{aligned} \tag{7.b}$$

o, en forma tensorial

$$\underset{\text{B}}{K}^{abc} = \frac{e^2}{4r^3}\left(v^{ab}\bar{m}^c + \bar{v}^{ab}m^c\right) + \frac{e^2}{r^2}\left[\nu v^{ab} + \bar{\nu}\bar{v}^{ab} - \frac{1}{4r}(\bar{M}^{ab} + M^{ab})\right]n^c, \tag{7.c}$$

donde

$$\nu = 2ip\frac{\partial}{\partial\eta}\left(\frac{\dot{p}}{p}\right) \tag{7.d}$$

lo que coincide con el resultado de Weert [13].

4. Conclusiones

En coordenadas minkowskianas se conoce [15,21] una expresión para el superpotencial $\underset{\text{R}}{K}^{abc}$ pero queda en términos de integrales sobre la línea de universo de la carga, esto es, es de carácter no local, en otras palabras: el aspecto radiativo de $\underset{\text{R}}{K}_{abc}$ lo hace depender de la historia pasada del electrón. Por otro lado, hemos visto que las coordenadas de NU llevan intrínsecamente información sobre el movimiento de la partícula, es muy posible entonces que en estas coordenadas la expresión para $\underset{\text{R}}{K}_{abc}$ que genera al campo radiado, sea muy simple y no contenga explícitamente integrales sobre la trayectoria, es decir, que las propiedades no locales del superpotencial queden inmersas en el propio sistema de coordenadas.

Proponemos entonces el siguiente problema:

En coordenadas de NU construir un superpotencial $\underset{R}{K}_{abc}$ *para la parte radiativa [14]* $\underset{R}{T}_{ab}$, $\quad$ (8.*a*)

es decir, obtener un superpotencial con la propiedad

$$\underset{R}{T}^{ab} = \underset{R}{K}^{acb}{}_{;c}. \tag{8.b}$$

de donde es inmediata la ley de conservación $\underset{R}{T}^{ab}{}_{;b} = 0$.

Las componentes en coordenadas de NU de $\underset{R}{T}_{ab}$ son [véase (7.*d*)]

$$\underset{R}{T}^{ab} = 0 \quad \text{excepto} \quad \underset{R}{T}^{33} = \frac{2e^2}{r^2}\nu\bar{\nu} \tag{8.c}$$

que junto con las Ecs. (1.*e*, 8.*b*) conducen a un sistema de ecuaciones diferenciales que, por ahora, no hemos tenido éxito en resolver.

Cabe aclarar que la expresión en coordenadas de NU para $\underset{R}{K}_{abc}$ no se puede obtener a partir de la correspondiente expresión minkowskiana debido a la presencia de las integrales ya mencionadas.

Agradecemos al árbitro la cuidadosa lectura de nuestro trabajo y sus múltiples observaciones, que mejoraron la presentación de las ideas y resultados.

Referencias

1. E.T. Newman, T.W.J. Unti, *J. Math. Phys.* **4** (1963) 1467.
2. E.T. Newman, R. Posadas, *Phys. Rev. Lett.* **22** (1969) 1196.
3. E.T. Newman, R. Posadas, *Phys. Rev.* **187** (1969) 1784.
4. E.T. Newman, R. Posadas, *J. Math. Phys.* **12** (1971) 2319.
5. R.W. Lind, J. Messmer, E.T. Newman, *J. Math. Phys.* **13** (1972) 1884.
6. E.T. Newman, *GRG* **1** (1971) 401.
7. J.L. Synge, *Ann. Math. Pura. Appl.* **83** (1970) 33.
8. P.A.M. Dirac, *Proc. Roy. Soc. London* **A167** (1938) 148.
9. J.L. Synge, *Relativity, the special Theory.* North-Holand (1965).
10. E.T. Newman, *J. Math. Phys.* **15** (1974) 44.
11. Ph. von Freud, *Ann. of Math.* **40** (1939) 417.
12. R. Illge, *GRG* **20** (1988) 551.
13. Ch.G. van Weert, *Phys. Rev.* **D9** (1974) 339.
14. C. Teitelboim, *Phys. Rev.* **D1** (1970) 1572.
15. J. López Bonilla, *Rev. Colomb. Fís.* **17** (1985) 1.
16. H.H. Bhabha, *Proc. Roy. Soc. London* **A172** (1939) 381.
17. C.A. López, D. Villarroel, *Phys. Rev.* **D11** (1975) 2724.
18. E.T. Newman, R. Penrose, *J. Math. Phys.* **3** (1962) 566.
19. L. Infeld, J. Plebañski, *Bull. Acad. Polon. Sci. CLIII,* 4 (1956) 347.
20. J. López B., Rep. Invest. No. 72 DCBI, UAM-A, México (1982).

21. J. López B., *Acta Mex. Ciencia y Tec. IPN* **2** No. 6 (1984) 23.
22. G. Ares de Parga, J.L. López B., G. Ovando, T. Matos, *Rev. Mex. Fís.* **35** (1989) 393.

Abstract. Superpotentials for the 4-potential and Faraday's tensor of electromagnetic field due to an arbitrarily moving point charge are found. Our method also gives an alternative construction of the Weert's potential [13].