

Simetrías y estructura nuclear*

Octavio Castaños**

*Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México
Apartado postal 70-543, 04510 México, D.F., México*

Enrique López Moreno

*Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México
04510 México, D.F., México*

(Recibido el 18 de octubre de 1990; aceptado el 2 de abril de 1991)

Resumen. En esta revisión se discuten teorías de sistemas de muchos nucleones basadas en estructuras algebraicas, principalmente aquéllas relacionadas con la descripción y fundamentos del movimiento rotacional colectivo. Entre éstas, destacan los modelos SU(3), pseudo-SU(3) y sus extensiones. Estas extensiones incluyen excitaciones múltiples entre capas (o pseudocapas) de tipo monopolar y cuadrupolar que se demuestra son necesarias para reproducir las transiciones cuadrupolares eléctricas sin utilizar cargas efectivas. También se presentan aplicaciones de la teoría al ^{24}Mg y ^{238}U .

PACS: 21.60.Fw; 21.10.Re

1. Introducción

La investigación de frontera en la física nuclear tiene dos aspectos diferentes: i) Aquél cuando se piensa que las leyes fundamentales y fuerzas que gobiernan los fenómenos relevantes son conocidos o se cree que son conocidos, y entonces la investigación consiste en interpretar fenómenos y procesos como consecuencia de tales principios; ii) cuando las leyes conocidas no son aplicables, y por lo tanto se busca encontrar nuevos principios y/o generalizaciones de leyes conocidas. En el presente trabajo estamos interesados en revisar la importancia del concepto de simetrías en la formulación de leyes físicas y/o como el paso fundamental en el desarrollo de nuevas teorías en la estructura nuclear.

Al estudiar las simetrías de un sistema físico, nos preguntamos sobre su comportamiento ante diversas transformaciones. Por ejemplo, si una partícula se mueve en una dimensión bajo la influencia de un potencial $V(x)$, ¿qué potencial puede tener simetría ante reflexiones en el origen, esto es, $V(-x) = V(x)$? En este caso se dice que el potencial es invariante ante la transformación que reemplaza $x \rightarrow -x$. Otro ejemplo simple es el de una partícula moviéndose en tres dimensiones bajo la

*Parte de este trabajo fue presentada por uno de los autores (O.C.) en Sesión Plenaria durante el XXXII Congreso Nacional de Física, León, Guanajuato, Octubre 1989.

**Apoyado parcialmente por CONACYT, México.

influencia de un potencial central; éste es invariante ante rotaciones y así el potencial tiene simetría esférica. Entonces, para investigar las simetrías de un sistema físico, se debe aprender sobre transformaciones y/o conjuntos de transformaciones que dejan alguna función invariante, como puede serlo el potencial. A la teoría que estudia tales conjuntos de transformaciones se le llama teoría de grupos.

En el campo de la estructura nuclear se presentan simetrías que pueden ser clasificadas en tres clases [1]: *i) Simetrías geométricas*. Son las simetrías relacionadas con suposiciones sobre la forma de los núcleos deformados y que introducen simplificaciones en sus descripciones. *ii) Simetrías cinemáticas*. Estas son las llamadas simetrías fundamentales, como por ejemplo: la conservación de la paridad, la conjugación de la carga, y la inversión temporal. Los núcleos constituyen un sistema ideal para examinar este tipo de simetrías; por ejemplo en estudios de secciones de dispersión total de sistemas nucleón-nucleón y nucleón-núcleo se han medido términos de asimetría que indican la no conservación de la paridad y que contribuyen al entendimiento de las interacciones electro-débiles [2]. *iii) Simetrías dinámicas*. Son las relacionadas con la simetría de las interacciones nucleares.

En espectroscopía nuclear se han distinguido principalmente dos tipos de fenómenos llamados de partícula independiente y colectivos. Los primeros son aquellos determinados por el comportamiento de un solo nucleón, mientras que los segundos se producen por un movimiento coherente de los nucleones.

El movimiento rotacional colectivo de los núcleos ha sido estudiado a través de modelos fenomenológicos con parámetros ajustables [3], de teorías basadas en el Modelo Unificado [4] y formalismos que utilizan las simetrías de la interacción nuclear [5-15]. En el presente trabajo se revisarán algunas de las teorías del núcleo atómico que se basan en estructuras algebraicas. Así, en la segunda sección se efectúa una breve discusión del isoespín [5], de la teoría del supermultiplete [6] y de esquemas del modelo de capas asociados a las simetrías de un grupo unitario tridimensional $SU(3)$ [9]. El conocimiento del movimiento nuclear rotacional desde un punto de vista microscópico ha mejorado en la última década, ya que se estableció una teoría de muchos cuerpos que permite identificar las configuraciones de capas que son necesarias para describir las vibraciones monopulares y cuadrupolares, así como las rotaciones de los núcleos [13-15]. Esta teoría es una generalización del modelo $SU(3)$ que incluye excitaciones múltiples de tipo monopolar y cuadrupolar entre las capas nucleares, la cual será presentada en la tercera sección. En este formalismo el álgebra simpléctica en seis dimensiones, $sp(6, \mathbb{R})$, emerge como el álgebra dinámica básica de los movimientos colectivos.

En la cuarta sección se revisa una versión contraída del modelo simpléctico [16,17], en la cual los generadores de ascenso y descenso son reemplazados por operadores bosónicos de creación y aniquilación. Este modelo ha sido utilizado para describir la estructura de los estados de menor energía y el carácter microscópico de las resonancias gigantes de núcleos deformados de la capa $2s-1d$ y como ejemplo, se presentan aplicaciones del formalismo al ^{24}Mg [17,18]. En la sección cinco, se introduce una extensión del modelo pseudo- $SU(3)$ con acoplamiento fuerte. Este esquema también incluye excitaciones entre pseudo capas de tipo monopolar y cuadrupolar, y por lo tanto la teoría tiene una estructura de grupos $sp(6, \mathbb{R}) \supset SU(3)$, por lo cual es

llamada el modelo pseudo simpléctico. También se presentan aplicaciones del modelo al ^{238}U [19]. Finalmente en las conclusiones se mencionan posibles investigaciones futuras.

2. Simetrías dinámicas y modelos nucleares

La más simple de las simetrías dinámicas, el isoespín, fue reconocida en 1932 y el grupo unitario especial en dos dimensiones, $\text{SU}(2)$, describe completamente su comportamiento [5]. Esta simetría refleja la invariancia de la interacción nuclear ante transformaciones de las variables de carga, esto es, se considera que las interacciones protón-protón (p-p), neutrón-neutrón (n-n) y neutrón-protón (n-p) son idénticas. Este hecho se conoce en física nuclear con el nombre de independencia de carga, sin embargo, las interacciones (p-p) y (n-n) sólo son aproximadamente iguales y únicamente si el par (n-p) está en el mismo estado espín-espacial, su interacción será la misma que la del par (n-n) o (p-p).

En 1937 apareció la teoría del supermultiplete de Wigner [6], en la cual los estados de espín y carga de un nucleón son completamente equivalentes. La teoría del supermultiplete supone que las interacciones entre los nucleones son independientes de su estado de espín e isoespín, de tal manera que el espín total S y el isoespín T son buenos números cuánticos.

Como los nucleones son fermiones, deben obedecer el principio de Pauli y las funciones de onda del hamiltoniano nuclear se expresan en términos de un conjunto completo de eigenfunciones completamente antisimétricas. Estas funciones pertenecen a la representación totalmente antisimétrica del grupo de permutaciones S_A de A nucleones [7]. En la teoría del supermultiplete, el hamiltoniano permanece invariante ante rotaciones en los espacios de espín e isoespín y por lo tanto, son transformaciones de simetría. Sin embargo, éstas no son las únicas transformaciones de simetría, podemos intercambiar las coordenadas de espín con las de espín isotópico sin afectar el hamiltoniano nuclear.

Este resultado significa que los estados con espín isotópico T y espín S tienen la misma energía que los estados con espín isotópico S y espín T . Por esta razón el formalismo recibe el nombre de teoría del supermultiplete y la función de onda se puede caracterizar por tres números (P, P', P'') , que denotan las representaciones irreducibles (por una representación irreducible de un grupo entendemos a un conjunto de matrices isomórfico al grupo original que no puede expresarse en términos de matrices de una dimensión menor) de un grupo especial unitario en 4 dimensiones $\text{SU}(4)$. Las representaciones irreducibles de $\text{U}(4)$ pueden especificarse por las simetrías de la función de espín e isoespín ante permutaciones de A nucleones. Estas simetrías se caracterizan por particiones $[f_1, f_2, f_3, f_4]$ de A objetos, donde los f_i son números enteros tales que $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = A$ y $f_1 \geq f_2 \geq f_3 \geq f_4 \geq 0$. Este conjunto $[f]$ también denota un diagrama de Young que consiste de A cajas arregladas como sigue: f_1 cajas en el primer renglón, f_2 cajas en el segundo renglón y así sucesivamente. Las representaciones irreducibles de $\text{SU}(4)$ se obtienen de aquéllas de $\text{U}(4)$ a través de las expresiones: $k_1 = f_1 - f_4$, $k_2 = f_2 - f_4$ y $k_3 = f_3 - f_4$. La

relación entre éstos y los índices utilizados por Wigner es: $k_1 = P + P'$, $k_2 = P - P''$, y $k_3 = P' - P''$ [7]. El significado de los índices P , P' , y P'' de una función del espín e isoespín de A nucleones es el siguiente: P es el valor máximo posible de la tercera componente del isoespín, T_3 , P' es el valor máximo de la tercera componente del espín, S_3 , que esté de acuerdo con el valor de $T_3 = P$. La P'' tiene un papel subordinado, es el valor máximo de $(\sum \sigma_{3z} \tau_{3z})$ compatible con $T_3 = P$ y $S_3 = P'$. Por lo tanto, se concluye que P , P' , y P'' son enteros para núcleos con A par y semi-enteros cuando A es impar. La función de onda total del hamiltoniano nuclear puede escribirse como un producto de una parte orbital por una función dependiente del espín e isoespín. La función de onda total debe ser totalmente antisimétrica ante las permutaciones de los A nucleones y así puede demostrarse [7] que la simetría $[f]$ de la función de espín e isoespín determina la simetría de la parte orbital $[\bar{f}]$ (partición conjugada), con 4 columnas de longitud f_1, f_2, f_3 y f_4 . El operador de Casimir de $U(4)$, aquél que conmuta con todos los generadores del grupo, es útil para ordenar los estados de acuerdo a su simetría $[f]$.

Considerando fuerzas independientes del espín e isoespín y fuerzas de intercambio de Majorana, se obtiene que las funciones de onda con la parte orbital caracterizada por una partición lo más simétrica posible, tienen una energía cinética menor y una energía potencial más negativa que funciones de onda orbitales con particiones menos simétricas. Por lo mencionado anteriormente, a las funciones de espín e isoespín $\sigma_1, \tau_1, \sigma_2, \tau_2, \dots, \sigma_A, \tau_A$, de los A nucleones, con una partición lo más antisimétrica posible le corresponden los valores más pequeños de los números cuánticos P, P' , y P'' . Así P, P' , y P'' toman los valores más pequeños posibles que son consistentes con el valor T_3 del núcleo considerado y cumplen con las reglas $P \geq P' \geq |P''|$ y $P + P' + P'' + A/2 = 2n$; con n denotando un número entero positivo y $|P''|$ el valor absoluto de P'' . Entonces es directo mostrar que los estados base de los núcleos se caracterizan por los multipletes

$$\begin{aligned}
 (P, P', P'') &= (|T_3|, 0, 0), & Z \text{ par}, & & N \text{ par}, \\
 &= (|T_3|, 1/2, \pm 1/2), & Z \text{ par (impar)}, & & N \text{ impar (par)}, \\
 &= (|T_3|, 1, 0), & Z \text{ impar}, & & N \text{ impar}, \quad T_3 > 0, \\
 &= (1, 0, 0), & Z \text{ impar}, & & N \text{ impar}, \quad T_3 = 0, \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

donde N y Z definen el número de neutrones y protones respectivamente. De (2.1), se infiere que los estados base de los núcleos con: ($Z = \text{impar}$, $N = \text{par}$) tienen $S = 1/2$ y ($Z = \text{impar}$, $N = \text{impar}$) tienen $S = 1$.

En 1963, Franzini y Radicati [20], suponiendo la validez de la teoría del supermultiplete, desarrollaron la fórmula de masas

$$M(Z, A) = a(A) + b(A)C_2(\text{SU}(4)), \quad (2.2)$$

donde $a(A)$ y $b(A)$ son funciones polinomiales del número total de nucleones y $C_2(\text{SU}(4))$ denota al operador de Casimir de $\text{SU}(4)$ al que, para la representación

irreducible (P, P', P''), le corresponde el eigenvalor

$$P(P + 4) + P'(P' + 2) + P''^2. \quad (2.3)$$

En este estudio se analizaron conjuntos de tres núcleos con el mismo número de masa y diferente T_3 , definiendo así una función puramente de T_3 , esto es

$$R_A(T_3) = (M_A(T_3) - M_A(T_3 - 2))/(M_A(T_3 - 1) - M_A(T_3 - 2)). \quad (2.4)$$

Utilizando las expresiones (2.1), (2.2) y (2.3) se predijo el comportamiento siguiente para el coeficiente R_A definido en (2.4)

$$R_A = (2T_3 + 2)/(T_3 + 1/2), \quad \text{si } A \text{ es impar} \quad (2.5a)$$

$$R_A = (2T_3 + 2)/(T_3 + 2), \quad \text{si } T_3 - A/2 \text{ es par} \quad (2.5b)$$

$$R_A = (2T_3 + 2)/(T_3 - 1), \quad \text{si } T_3 - A/2 \text{ es impar.} \quad (2.5c)$$

Comparando estos resultados con los valores experimentales obtenidos para R_A , para núcleos con $10 \leq A \leq 110$ [20], se obtienen discrepancias típicamente del orden del 5%, restando la energía coulombiana antes de efectuar la comparación. De aquí se concluye que la teoría del supermultiplete da una buena interpretación de la energía del estado base de los núcleos.

La teoría del supermultiplete no suministra un procedimiento para calcular las funciones de onda de los núcleos, únicamente especifica algunas propiedades que deben satisfacer estas funciones. El modelo de capas, en cambio, sí proporciona formas explícitas para la función de onda total y con éstas, por supuesto, pueden derivarse expresiones para todas las observables de un núcleo. El principio básico del Modelo de Capas consiste en aproximar la interacción de un nucleón con el resto, por un potencial promedio de partícula independiente. Este campo puede derivarse utilizando argumentos de autoconsistencia (teoría de Hartree-Fock [21]), sin embargo, en muchas ocasiones es más conveniente disponer de funciones de onda analíticas y usar como punto de partida un potencial de oscilador armónico.

El espectro de partícula independiente del oscilador armónico está caracterizado por el número de cuantos, y el espaciamiento entre los niveles está determinado por el tamaño de la capa, el cual denotamos por $\hbar\omega$. Al estudiar los valores experimentales de las energías de separación de un protón y/o un neutrón en función del número de partículas, se observan discontinuidades en los números de protones y neutrones 2, 8, 20, 28, 50, 82, y 126 [21], éstos representan configuraciones nucleares especialmente estables y se les llama, por tanto, números mágicos. Estas discontinuidades en el comportamiento de las energías de separación de protón y neutrón se presentan también en otras propiedades nucleares, lo cual sugirió su interpretación en términos de la cerradura de las capas nucleares.

Para lograr reproducir los números mágicos con un oscilador armónico, se tiene que incluir como parte del potencial promedio una interacción espín-órbita. El mo-

delo de partícula independiente nos provee de una descripción microscópica del núcleo. Sin embargo, el modelo es únicamente una aproximación del problema de muchos cuerpos. En el modelo de capas, el hamiltoniano de un sistema de muchos cuerpos se descompone en dos partes: un hamiltoniano de partícula independiente más una interacción residual entre los nucleones que toma en cuenta efectos que no fueron incorporados en el campo promedio. Una vez elegida la interacción residual, el problema se reduce a construir y diagonalizar la matriz de energía con funciones de onda de muchos cuerpos. Esto puede hacerse en el espacio de Hilbert normal [21], o alternativamente en el espacio de Fock utilizando la teoría de grupos asociada a la formulación de segunda cuantización de sistemas de muchos cuerpos [7]. En ambas situaciones el procedimiento puede simplificarse considerablemente si el potencial común es el de un oscilador armónico, ya que en este caso la dinámica reside en las integrales de Talmi [22]. El resto, la parte geométrica, involucra coeficientes de Wigner y Racah para la parte angular que están relacionados con el grupo de rotaciones $SO(3)$ [23] y coeficientes de transformación para la parte radial [24] relacionados con grupos unitarios.

En 1958, las simetrías asociadas al oscilador armónico fueron explotadas por Elliott [9] y condujeron al esquema $SU(3)$ para clasificar los estados. Este esquema de acoplamiento ha sido importante por varias razones:

- i) Los estados así contruidos poseen muchas de las propiedades observadas en estados de núcleos ligeros.
- ii) Exhibe simultáneamente aspectos colectivos y de partícula independiente de un estado de muchos cuerpos.
- iii) Es un formalismo elegante en el que se muestra el poder de la teoría de grupos para simplificar los cálculos y al mismo tiempo interpretar los resultados de los mismos.

En una capa de oscilador armónico, las funciones de onda de un sistema de n nucleones de valencia pueden clasificarse por sus propiedades de simetría ante permutaciones de n objetos y así las partes orbital (con r grados de libertad) y de espín e isoespín deben especificarse por particiones conjugadas. Estas particiones que denotamos por $[f]$ y $[\tilde{f}]$ también etiquetan las representaciones irreducibles de los grupos unitarios $U(r)$ y $U(4)$, respectivamente. En la capa nuclear $1p$, $r = 3$; cada nucleón tiene asociado un cuanto de oscilador armónico y por lo tanto, la simetría orbital es equivalente a la simetría de los cuanta de oscilador armónico. En la capa $2s - 1d$ cada nucleón tiene 2 cuantos de energía, entonces las simetrías orbital y del oscilador armónico ($U(3)$) no son equivalentes y se pueden clasificar los estados de acuerdo a su simetría orbital $[\tilde{f}]$ y a su simetría $U(3)$. De tal manera que para clasificar los estados se debe determinar qué representaciones irreducibles $N(\lambda, \mu)$ de $U(3)$ están contenidas en una representación $[\tilde{f}]$ de $U(r)$. Este tipo de reducción de representaciones ha sido resuelto utilizando el método de Littlewood [25]. Sin embargo, recientemente se ha propuesto un procedimiento que es adecuado para realizar cálculos numéricos y así se ha implementado un código Fortran interactivo que permite determinar las representaciones de $U(3)$ que ocurren en una repre-

sentación de $U(r)$ [26]. El esquema $SU(3)$ será válido si la interacción central es la parte dominante de la interacción residual y da lugar a un potencial efectivo de largo alcance. Esto sugiere considerar como interacción efectiva el potencial cuadrupolo-cuadrupolo, el cual realmente acopla funciones de onda de muchos nucleones de oscilador armónico con diferente número de cuantos o sea pertenecientes a distintas capas nucleares. Ignorando estos acoplamientos el potencial cuadrupolo-cuadrupolo puede escribirse [9]

$$Q^a \cdot Q^a = 4C_2 - 3L^2, \quad (2.6)$$

donde Q^a es un generador del grupo $SU(3)$ y C_2 y L^2 denotan a los operadores de Casimir de $SU(3)$ y $SO(3)$ (el grupo de rotaciones en el espacio), respectivamente.

Por lo tanto, del conjunto de representaciones irreducibles $\{(\lambda, \mu)\}$ contenidas en la simetría orbital $[\tilde{f}]$, aquélla con máximo eigenvalor de C_2 será la dominante.

En núcleos fuertemente deformados, el modelo $SU(3)$ es aplicable cuando se satisface que los estados de partícula independiente en un campo deformado pueden ser caracterizados por los números cuánticos asintóticos de Nilsson $[N, n_z, \Lambda]\Omega$ y los dobletes espín-órbita con $\Omega = \Lambda \pm 1/2$ están próximos en energía [27]. Los números cuánticos asintóticos de Nilsson representan los índices que caracterizan a un oscilador armónico axialmente simétrico, esto es N denota el número total de cuantos, n_z el número de cuantos en la dirección z , Λ la proyección del momento angular orbital y Ω la proyección del momento angular total. Este hamiltoniano resulta de hacer una aproximación en el modelo de Nilsson, que consiste en considerar al término anisotrópico del oscilador armónico y la parte diagonal de los términos $l \cdot s$ y l^2 . Para núcleos ligeros $A \leq 28$, estas condiciones son aproximadamente satisfechas y se encuentra que las representaciones irreducibles de $SU(3)$ con máximo eigenvalor del operador de Casimir, C_2 , forman de 60–80% de los eigenestados de la banda base. Sin embargo, para núcleos más pesados la magnitud de la separación de energía causada por la interacción espín-órbita es tan grande, que los niveles de Nilsson $\Omega = \Lambda \pm 1/2$ están ampliamente separados y rompen la simetría $SU(3)$. En particular, el miembro con espín más alto de cada una de las capas $\{j_{\max}, j_{\max} - 1, \dots, 1/2\} \equiv \{j\}$ es “empujado” a la capa inferior de oscilador armónico.

A pesar de lo anterior, una teoría del Modelo de Capas para núcleos fuertemente deformados ha sido establecida a través del modelo llamado pseudo $SU(3)$. Específicamente, este esquema usa el resultado experimental, según el cual, de los orbitales restantes, $\{j_{\max} - 1, j_{\max} - 2, \dots, 1/2\} \equiv \{\tilde{j}\}$, aquéllos con $j = l - 1/2$ y $j' = (l - 2) + 1/2$ están próximos en energía formando pseudo dobletes espín-órbita $j = \tilde{l} \pm \tilde{s}$ con $\tilde{l} = l - 1$ y $\tilde{s} = 1/2$ [10,11], donde la tilde es utilizada para denotar cantidades en el espacio pseudo. Además el conjunto $\{\tilde{j}\}$, cuando se interpreta en términos de \tilde{l} y \tilde{s} , puede identificarse con los miembros de una capa de oscilador armónico con un cuanto menos $\tilde{N} = N - 1$. La correspondiente simetría de este pseudo-oscilador ha sido usada con éxito para describir propiedades de núcleos lantánidos y actínidos [28] y recientemente se ha utilizado para estudiar la estructura de bandas superdeformadas [29]. Para estos núcleos hay dos capas abiertas: una para protones y otra para neutrones, cada una de las cuales está constituida

por un conjunto $\{\tilde{j}\}$ de orbitales de paridad normal y el nivel de la capa superior $j = j_{\max}$ de paridad anormal. El espacio de paridad normal es dividido en representaciones irreducibles de pseudo SU(3), mientras que el esquema de acoplamiento de antigüedad (seniority), introducido por Racah [30], es utilizado para describir las configuraciones de paridad anormal. En este esquema se considera a los núcleos acoplados por parejas a momento angular cero y el número cuántico de antigüedad denota al número de fermiones no acoplados a momento angular cero. Entonces, sistemas con un número par de partículas tendrán número de antigüedad cero. Así, los estados base del esquema pseudo SU(3) son dados como productos acoplados de momento angular de cuatro subespacios separados de protones y neutrones:

$$|\psi_{JM}\rangle = |[J_{n\pi} \times J_{nv}]^{J_n} \times [J_{A\pi} \times J_{Av}]^{J_A}]_M^J. \tag{2.7}$$

Si la interacción residual neutrón-protón es del tipo cuadrupolo-cuadrupolo, se ha mostrado, sin importar la naturaleza particular de la interacción de los estados separados, que los estados de momento angular definido de menor energía (estados “yrast”) de núcleos deformados, debajo de la región del “backbending” (anomalía que se observa experimentalmente en la banda yrast de muchos núcleos y que consiste en el alejamiento de la regla $I(I + 1)$ [21]), están bien representados por el acoplamiento de pseudo SU(3) de las representaciones asociadas a los protones y neutrones y configuraciones de paridad anormal con antigüedad cero y momento angular total $J_A = 0$ [31].

3. El modelo simpléctico

El modelo de Bohr-Mottelson de rotaciones y vibraciones cuadrupolares nucleares [3,4] está firmemente establecido como un modelo colectivo muy exitoso. Este modelo explica las propiedades observadas de los estados colectivos de una amplia clase de núcleos. Sin embargo, es un modelo fenomenológico y no está relacionado a la teoría microscópica del núcleo. En particular, los estados del modelo colectivo no pueden identificarse con funciones de onda de A nucleones. Esto motivó el desarrollo de formalismos y teorías tratando de justificarlo microscópicamente. Entre éstos, los basados en modelos algebraicos son los que ocuparán nuestra atención [13,14,15]. La suposición básica de estos modelos es que una sola representación irreducible de un álgebra de Lie de observables es adecuada para describir los efectos colectivos. Esto será más cercano a la realidad, si el álgebra contiene a las observables colectivas más relevantes.

En la sección anterior mencionamos que al considerar el desarrollo de una interacción central de largo alcance los términos principales están constituidos por el hamiltoniano de un oscilador armónico e invariantes del tensor cuadrupolar de masa q_{ij} [ver (3.1a)]. Evaluando los conmutadores entre estos operadores y con el operador de momento angular orbital encontramos el álgebra mínima que cierra. Esta satisface las relaciones de conmutación de un álgebra simpléctica en seis dimensiones. El modelo simpléctico es una teoría microscópica [13–15] que proporciona

una técnica práctica para identificar las configuraciones del modelo de capas que son necesarias para describir tanto las vibraciones monopulares y cuadrupolares como las rotaciones colectivas de los núcleos. Este modelo, basado en el álgebra simpléctica $sp(6, \mathbb{R})$, es una generalización natural del modelo $su(3)$ de Elliott que incluye excitaciones colectivas de tipo monopolar y cuadrupolar entre las capas nucleares de $2\hbar\omega$ cuantos de energía.

Para un sistema de A nucleones, el álgebra $sp(6, \mathbb{R})$ es generada por productos bilineales simétricos en las coordenadas de posición y momentos de las partículas. Para eliminar excitaciones del centro de masa, estos productos son construidos usando las coordenadas de posición y momentos de Jacobi [14],

$$q_{ij} = \sum_s x_{is}x_{js}, \tag{3.1a}$$

$$T_{ij} = \sum_s p_{is}p_{js}, \tag{3.1b}$$

$$L_{ij} = \sum_s (x_{is}p_{js} - x_{js}p_{is}), \tag{3.1c}$$

$$S_{ij} = \sum_s (x_{is}p_{js} + x_{js}p_{is} - i\delta_{ij}), \tag{3.1d}$$

donde s toma los valores $1, 2, 3 \dots A - 1$.

Otra realización importante del álgebra $sp(6, \mathbb{R})$ es construida en términos de bosones de creación, $\eta = 1/\sqrt{2}(x_{is} - ip_{is})$, y aniquilación, $\xi_{is} = 1/\sqrt{2}(x_{is} + ip_{is})$, translacionalmente invariantes

$$B_{ij}^+ = \sum_s \eta_{is}\eta_{js}, \tag{3.2a}$$

$$B_{ij} = \sum_s \xi_{is}\xi_{js}, \tag{3.2b}$$

$$C_{ij} = \frac{1}{2} \sum_s (\eta_{is}\xi_{js} + \xi_{js}\eta_{is}), \tag{3.2c}$$

los cuales satisfacen las relaciones de conmutación

$$[C_{ij}, C_{i'j'}] = C_{ij'}\delta_{ji'} - C_{i'j}\delta_{ij'}, \tag{3.3a}$$

$$[C_{ij}, B_{i'j'}^+] = B_{ij'}^+\delta_{ji'} + B_{i'i}^+\delta_{jj'}, \tag{3.3b}$$

$$[C_{ij}, B_{i'j'}] = -B_{jj'}\delta_{ii'} - B_{j'i}\delta_{ij'}, \tag{3.3c}$$

$$[B_{ij}^+, B_{i'j'}^+] = [B_{ij}, B_{i'j'}] = 0, \tag{3.3d}$$

$$[B_{ij}, B_{i'j'}^+] = C_{jj'}\delta_{ii'} + C_{j'i}\delta_{ij'} + C_{i'j}\delta_{ij'} + C_{i'i}\delta_{jj'}. \tag{3.3e}$$

Es directo mostrar que los productos bilineales (3.1) pueden escribirse en términos de B^+ , B y C como sigue:

$$q_{ij} = \frac{1}{2}(B_{ij}^+ + B_{ij} + C_{ij} + C_{ji}), \tag{3.4a}$$

$$T_{ij} = \frac{1}{2}(C_{ij} + C_{ji} - B_{ij}^+ - B_{ij}), \tag{3.4b}$$

$$L_{ij} = -i(C_{ij} - C_{ji}), \tag{3.4c}$$

$$S_{ij} = i(B_{ij}^+ - B_{ij}). \tag{3.4d}$$

Las representaciones irreducibles unitarias del álgebra $sp(6, R)$ que son físicamente relevantes están contenidas en las llamadas series discretas [32], las cuales como veremos pueden describirse en términos de una base bosónica. El estado de mínimo peso, denotado por $|w\rangle$, está definido por el conjunto de ecuaciones

$$B_{ij}|w\rangle = 0, \tag{3.5a}$$

$$C_{ij}|w\rangle = 0, \quad \text{con } i > j, \tag{3.5b}$$

$$C_{ii}|w\rangle = \omega_i|w\rangle. \tag{3.5c}$$

Las ω_i , con $i = 1, 2, 3$ definen una representación irreducible (R.I.) de $sp(6, R)$ y al mismo tiempo caracterizan una representación de Elliott de $SU(3)$ en el espacio del modelo de capas que denotamos

$$\lambda_s = \omega_1 - \omega_2, \quad \mu_s = \omega_2 - \omega_3. \tag{3.6}$$

Entonces el espacio de Hilbert nuclear puede descomponerse en subespacios colectivos $sp(6, R)$ definidos por los números cuánticos $[\omega] = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ o equivalentemente por $N_s = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$ y (λ_s, μ_s) .

Un conjunto completo de estados base que portan la R.I. $[\omega]$ de $sp(6, R)$ se obtiene aplicando polinomios en los generadores de ascenso B_{ij}^+ y C_{ij} con $i < j$ sobre el estado de mínimo peso, $|w\rangle$. Utilizando las relaciones de conmutación (3.3b), las C_{ij} se pueden mover a la derecha de las B_{ij}^+ 's; esto significa que los estados base pueden escribirse en la forma

$$P(B_{ij}^+)|[\omega]\alpha_\omega\rangle, \tag{3.7}$$

donde α_ω es utilizada para distinguir las componentes de $[\omega]$. Los generadores B_{ij}^+ son componentes de un tensor irreducible $(2, 0, 0)$ de $U(3)$, por lo tanto el polinomio $P(B_{ij}^+)$ puede ser caracterizado por una R.I. definida, $[n] = (n_1, n_2, n_3)$ de $U(3)$. Si

α_n denota los índices cuánticos faltantes se tiene

$$P(B_{ij}^+) \rightarrow P_{[n]\alpha_n}(B_{ij}^+). \tag{3.8}$$

De tal manera que una base acoplada puede entonces definirse

$$|[n], [\omega], \rho, [\lambda], \alpha\rangle = \{P_{[n]}(B_{ij}^+) \times |[\omega]\rangle\}_\alpha^{\rho[\lambda]}, \tag{3.9}$$

donde los paréntesis de llave denotan acoplamiento de tensores irreducibles de $U(3)$ y el índice ρ distingue ocurrencias múltiples de la representación $[\lambda]$ en el producto de Kronecker $[n] \times [\omega]$. Los estados (3.9) son no-ortogonales, esto es

$$\langle [n'], [\omega], \rho', [\lambda], \alpha | [n], [\omega], \rho, [\lambda], \alpha \rangle = N_{[n']\rho'; [n]\rho}^2([\omega], [\lambda]). \tag{3.10}$$

Diagonalizando la matriz N^2 , usando sus valores y funciones propias, se puede construir un conjunto ortonormal de estados. La diagonalización se hace para un número fijo de excitaciones colectivas, $N_c \equiv \frac{1}{2}(n_1 + n_2 + n_3)$. Los estados (3.7) y/o (3.9) generan un subespacio del modelo de capas asociado a la representación N_s , (λ_s, μ_s) que llamaremos banda simpléctica.

Por conveniencia posterior es útil escribir los generadores de $sp(6, R)$ en forma de tensores esféricos,

$$T_{lm} = \sum_{ij} (11ij|lm) T_{ij}. \tag{3.11}$$

En (3.11) el coeficiente mixto $(11ij|lm)$ se define

$$(11ij|lm) = \sum_{\mu\nu} \langle 1\mu, 1\nu | lm \rangle \Delta_{\mu i} \Delta_{\nu j}, \tag{3.12}$$

donde $\langle 1\mu, 1\nu | lm \rangle$ es un coeficiente estándar de Clebsch-Gordan y Δ es la matriz unitaria que conecta las bases esférica y cartesiana [23]. Entonces el álgebra $sp(6, R)$ puede realizarse en términos de generadores de ascenso (B_{lm}^+) y descenso (B_{lm}^-) con momentos angulares 0 y 2 que cambian la energía por $2\hbar\omega$ unidades, más los generadores de esencialmente el álgebra $U(3)$ de Elliott del modelo de capas:

$$N = \sum_i C_{ii}, \tag{3.13a}$$

$$Q_m^a = \sqrt{6} C_{2m}, \tag{3.13b}$$

$$L_m = -\sqrt{2} C_{1m}. \tag{3.13c}$$

A continuación consideramos un hamiltoniano que es útil para describir los fenó-

menos colectivos en núcleos deformados. El hamiltoniano de oscilador armónico es usado para generar la estructura de capas. Excitaciones del carozo se incluyen considerando una interacción cuadrupolo-cuadrupolo entre los nucleones, $Q^c \cdot Q^c$, cuya intensidad es ajustada para producir la cantidad correcta de coherencia cuadrupolar. Esto significa que las transiciones electromagnéticas $E2$ pueden describirse sin introducir cargas efectivas. A estos términos se agrega una interacción residual, H_r , que es capaz de reproducir características espectrales de los niveles de menor energía como son, la división de bandas K y momentos de inercia efectivos [17]. Para mantener la estructura de capas al agregar la interacción cuadrupolo-cuadrupolo, es necesario requerir que el promedio del valor esperado del hamiltoniano en la capa $N\hbar\omega$ sea $N\hbar\omega$. Esto se logra substrayendo el operador $(Q^c \cdot Q^c)^{TE}$, el cual reproduce trazas de $Q^c \cdot Q^c$ en las capas principales del oscilador armónico [31]. Entonces el hamiltoniano está dado por

$$H = \hbar\omega N - \frac{1}{2}\chi \left[(Q^c \cdot Q^c) - (Q^c \cdot Q^c)^{TE} \right] + H_r, \quad (3.14)$$

donde $H_r = aL^2 + bX_3 + cX_4$. En esta expresión, L , definido en (3.13c), denota el momento angular orbital total del sistema mientras X_3 y X_4 son operadores de orden mayor, escalares ante rotaciones: $X_3 = [\mathbf{L} \times \mathbf{Q}^a \times \mathbf{L}]^0$ y $X_4 = [(\mathbf{L} \times \mathbf{Q}^a)^1 \times (\mathbf{Q}^a \times \mathbf{L})^1]^0$. Este hamiltoniano está construido en términos de los generadores del álgebra $\text{sp}(6, \mathbb{R})$ ya que

$$Q_m^c = Q_m^a + \frac{1}{2}\sqrt{6}(B_{2m}^+ + B_{2m}). \quad (3.15)$$

Por lo tanto, el hamiltoniano (3.15) puede ser diagonalizado dentro del espacio de Hilbert de una sola R.I. de $\text{sp}(6, \mathbb{R})$. Este espacio es de dimensión infinita por lo que es necesario efectuar truncamientos para tener una teoría tratable. Afortunadamente, por la estructura de capas, este espacio puede restringirse a unas cuantas capas principales del oscilador armónico.

4. Aproximación bosónica

En el límite de muchos nucleones, el modelo simpléctico se reduce a un modelo más simple que ha sido llamado en la literatura modelo $U(3)$ bosónico [16] o modelo simpléctico contraído [17]. En este modelo se reemplazan los operadores de ascenso B_{lm}^+ y descenso B_{lm} por operadores bosónicos de creación b_{lm}^+ y aniquilación b_{lm} , esto es

$$B_{lm}^+ = \epsilon b_{lm}^+ + \theta(1/\epsilon), \quad l = 0, 2 \quad (4.1a)$$

$$B_{lm} = \epsilon b_{lm} + \theta(1/\epsilon), \quad l = 0, 2 \quad (4.1b)$$

donde $\theta(1/\epsilon)$ denota términos de orden $1/\epsilon$ o menores. El parámetro ϵ es el eigenvalor

del operador hermiteano $[4/3N_s]^{1/2}$ el cual está relacionado con la energía del estado base del sistema, y de su construcción, se puede probar que a orden más alto en A , $\epsilon \simeq A^{2/3}$ así $A \gg 1$ implica $\epsilon \gg 1$.

Además, los generadores de la subálgebra $U(3)$ de $sp(6, R)$ se escriben como sigue:

$$N = N_s + 2N_b, \quad L_q = L_q^s + L_q^b, \quad Q_m^a = Q_m^s + Q_m^b, \quad (4.1c)$$

donde los conjuntos de operadores $\{N_s, \mathbf{L}^s, \mathbf{Q}^s\}$ y $\{N_b, \mathbf{L}^b, \mathbf{Q}^b\}$ son independientes uno de otro y satisfacen relaciones de conmutación de álgebras unitarias en tres dimensiones, denotadas por $U_s(3)$ y $U_b(3)$, respectivamente. El índice b se utiliza para denotar que los operadores N_b, \mathbf{L}^b y \mathbf{Q}^b son construidos de productos bilineales de operadores bosónicos de creación y aniquilación monopoles y cuadrupolares. El índice s denota operadores de la capa de valencia ($0\hbar\omega$).

La justificación matemática de las expresiones (4.1), que simplifican el modelo simpléctico, se apoya en el mecanismo de contracción y deformación de álgebras [16]. En el límite cuando N_s tiende a infinito es directo mostrar que los operadores (4.1) satisfacen las relaciones de conmutación de la suma semidirecta $w(6) \wedge SU(3)$, donde $w(6)$ es una álgebra de Weyl de seis dimensiones y $SU(3)$ es una subálgebra de $sp(6, R)$.

A continuación consideramos el hamiltoniano (3.14) en el límite cuando el número de partículas es grande ($A \gg 1$). El procedimiento que usaremos es el siguiente:

Expresamos el operador correspondiente en términos de los generadores de $sp(6, R)$. Este resultado debe darse en forma normal ordenada, esto es, los operadores B_{lm} deben aparecer hasta la posición extrema derecha. En el paso final se reemplazan los generadores por su forma contraída (4.1a,b), obteniéndose así la expresión

$$\begin{aligned} H = & \left[2\hbar\omega + \chi \left(\frac{75}{7} + \frac{5}{3}N_s \right) \right] N_b + \frac{25}{14}\chi N_b^2 - \frac{1}{2}\chi \mathbf{Q}^a \cdot \mathbf{Q}^a \\ & + 10\chi\sqrt{N_s}(b_{00}^+ + b_{00}) - \chi\sqrt{2N_s}(\mathbf{b}^+ \cdot \mathbf{Q}^a + \mathbf{Q}^a \cdot \mathbf{b}) + \frac{5}{4}\chi C_2(\lambda_s, \mu_s) \\ & - \chi N_s(\mathbf{b}^+ \cdot \mathbf{b}^+ + \mathbf{b} \cdot \mathbf{b}) - 2\chi N_s N_d + aL^2 + bX_3 + cX_4, \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde N_d cuenta el número de bosones con momento angular dos. Como antes, para preservar la estructura de capas fue necesario restar de la forma contraída de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo aquellas partes que generan un corrimiento en los centroides de las capas principales, esto es [17]

$$(\mathbf{Q}^c \cdot \mathbf{Q}^c)_c^{TE} = \frac{25}{7}N_b^2 + \frac{290}{7}N_b + \frac{10}{3}N_s N_b + \frac{5}{2}C_2(\lambda_s, \mu_s) + 10N_s, \quad (4.3)$$

donde $C_2(\lambda_s, \mu_s)$ denota al operador de Casimir de segundo orden de $SU_s(3)$ asociado con la representación (λ_s, μ_s) , con eigenvalor $\lambda_s^2 + \mu_s^2 + \lambda_s\mu_s + 3(\lambda_s + \mu_s)$.

El hamiltoniano (4.2) puede diagonalizarse utilizando los estados base clasificados por la cadena de grupos

$$\begin{array}{ccccccccc}
 U_s(3) & \times & U_b(6) & \supset & SU_s(3) & \times & SU_b(3) & \supset & SU(3) & \supset & SO(3) & \supset & SO(2) \\
 N_s & & N_b & & (\lambda_s \mu_s) & & (\lambda_b \mu_b) & & \rho & (\lambda, \mu) & \kappa & L & M
 \end{array} \quad (4.4)$$

Los números cuánticos que caracterizan las representaciones de cada uno de los grupos están dados en la segunda línea de la expresión (4.4). Las etiquetas ρ y κ denotan las multiplicidades de las reducciones indicadas. Los números cuánticos $N_s(\lambda_s, \mu_s)$ determinan las representaciones irreducibles de $sp(6, \mathbb{R})$, por lo tanto son constantes de movimiento y para cada representación irreducible de $U_s(3)$ permitida por el principio de Pauli, uno puede generar una banda colectiva a través de la aplicación de las excitaciones entre capas de tipo monopolar y cuadrupolar.

En la Ref. [17] se indica como construir la matriz hamiltoniana. Para obtener sus eigenvalores y eigenvectores es necesario dar valores iniciales a los parámetros que aparecen en el hamiltoniano (4.2). Una estimación de la intensidad χ de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo se obtiene igualando la diferencia entre los valores esperados del hamiltoniano (4.2) con respecto a los estados base y O_2^+ de la representación $2\hbar\omega(\lambda_s + 2, \mu_s)$ con la energía de excitación de la resonancia gigante monopolar. Aunque estas resonancias no se han observado experimentalmente [34] en núcleos con $A \leq 50$, se sugiere por el comportamiento de la fragmentación de las resonancias gigantes cuadrupolares, observada en núcleos ligeros, que el centroide de ellas tiene una energía de excitación de $65A^{-1/3}$ Mev, entonces

$$\chi = \frac{\hbar\omega - 32.5A^{-1/3}}{4\lambda_s + 2\mu_s + \frac{15}{4} + N_s(\langle N_d \rangle - 5/6)}. \quad (4.5)$$

Este resultado se sigue porque en estados con $L^\pi = 0^+$, $Q^a \cdot Q^a = 4C_2$ y los elementos de matriz de los operadores X_3 y X_4 , como aquéllos de L^2 son cero. Una expresión analítica para $\langle N_d \rangle$, el valor esperado de N_d en el espacio $2\hbar\omega(\lambda_s + 2, \mu_s)$, es

$$\langle N_d \rangle = \frac{2\lambda_s(\lambda_s + 2) + \mu_s(2\lambda_s + 1)}{3(\lambda_s + 1)(\lambda_s + \mu_s + 2)}. \quad (4.6)$$

Los valores iniciales de los parámetros b y c pueden determinarse de la separación en energía de los estados 2_1^+ y 2_2^+ del núcleo considerado. Específicamente, al establecer una transformación entre los hamiltonianos del rotor y $SU(3)$ [35], se encontró un operador del modelo de capas para el cuadrado de la proyección del momento angular sobre un eje fijo en el cuerpo,

$$K^2 = \frac{1}{2\lambda_3^2 + \lambda_1\lambda_2}(\lambda_1\lambda_2L^2 + \lambda_3X_3^a + X_4^a), \quad (4.7a)$$

donde

$$\lambda_1 = (\mu - \lambda)/3, \quad \lambda_2 = -(\lambda + 2\mu + 3)/3, \quad \lambda_3 = (2\lambda + \mu + 3)/3. \quad (4.7b)$$

En esta expresión las λ_α 's denotan momentos principales de inercia y los operadores L^2 , X_3^a y X_4^a fueron definidos en la sección anterior. La relación (4.7b) es determinada requiriendo que exista una transformación lineal entre los eigenvalores de los invariantes del rotor y de SU(3) [35]. Entonces, bajo la condición de que el estado 2_2^+ constituya una configuración de cabeza de banda $K^\pi = 2^+$, se sigue que

$$b = \frac{\alpha\lambda_3}{2\lambda_3^2 + \lambda_1\lambda_2}, \quad c = \frac{\alpha}{2\lambda_3^2 + \lambda_1\lambda_2} \quad \text{donde} \quad \alpha = (E_{2_2^+} - E_{2_1^+})/4. \quad (4.8)$$

La estimación del parámetro a que multiplica L^2 se calcula en términos del valor experimental del parámetro de inercia ($\hbar^2/2I$), el valor de la intensidad de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo (χ) y la contribución del operador K^2 , esto es

$$a = \frac{\hbar^2}{2I} - \frac{3}{2}\chi + \frac{\alpha\lambda_1\lambda_2}{2\lambda_3^2 + \lambda_1\lambda_2}. \quad (4.9)$$

Para el ^{24}Mg , la separación entre capas $\hbar\omega$ se ajusta por medio de la ley empírica $45A^{-1/3} - 25A^{-2/3}$ Mev, esto es $\hbar\omega = 12.61$ Mev [36]. La banda simpléctica líder que caracteriza al ^{24}Mg está definida por la configuración $0\hbar\omega$ de U(3) que tiene mayor deformación, a saber la representación [16,8,4] o $N_s = 62.5$, ($\lambda_s = 8$, $\mu_s = 4$). Con estos resultados, la separación de energía $\alpha = 0.718$ Mev y el parámetro de inercia, $\hbar^2/2I = 0.228$ Mev es inmediato obtener una estimación de los parámetros χ , a , b y c , en Mevs, a través de las expresiones (4.5) a (4.9),

$$\chi = 0.04573, \quad a = 0.2095, \quad b = 0.04369, \quad c = 0.005698. \quad (4.10)$$

Los parámetros (en Mevs) de la interacción cuadrupolo cuadrupolo y de H_r que reproducen mejor los datos experimentales disponibles de las energías de excitación y las probabilidades de transición cuadrupolar eléctrica son los siguientes:

$$\chi = 0.04150, \quad a = 0.1414, \quad b = 0.04242, \quad c = 0.005537. \quad (4.11)$$

Comparando (4.10) con (4.11) notamos una discrepancia del 48% en el valor de a , del 10% para χ y únicamente del 3% en los parámetros b y c . Las razones para la mayor discrepancia en los valores χ y a puede atribuirse en el primer caso al valor asignado a la energía de excitación del centroide de intensidades de los estados que darían lugar a la resonancia gigante monopolar (no corroborada experimentalmente) y en el segundo caso a que su valor estimado depende de χ y además puede ser que $\mathbf{Q}^c \cdot \mathbf{Q}^c$ sea más efectivo en generar rotaciones que lo que sugiere $\mathbf{Q}^a \cdot \mathbf{Q}^a$.

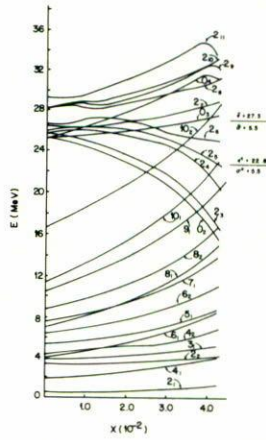


FIGURA 1. Las energías de excitación calculadas para el ^{24}Mg se grafican en función de la intensidad de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo. También se presentan la energía de excitación (ϵ^c) y anchura (σ^c) del centroide de intensidades de la resonancia gigante cuadrupolar y se comparan con la correspondiente energía promedio ($\bar{\epsilon}$) y su dispersión ($\bar{\sigma}$).

Para determinar (4.11) se tomaron en cuenta excitaciones verticales hasta de $16\hbar\omega$ cuantos de energía.

En la Fig. 1 se presenta una gráfica de las energías de excitación calculadas para el ^{24}Mg contra la intensidad de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo (χ), con valores fijos para los parámetros a, b, c de acuerdo a (4.11). En ésta se observa una banda rotacional construida sobre el estado O_2^+ que tiene una estructura similar a la banda del estado base. Los estados 2^+ asociados a esta banda producen aproximadamente una tercera parte de la intensidad total de las transiciones $E2$ desde el estado base. Por esta razón, nos referimos a esta banda como la banda resonante o de resonancias gigantes.

El carácter microscópico de los estados de la banda base y de la banda resonante se puede estudiar a través de la estructura de los estados O_1^+ y O_2^+ , respectivamente. Así, en la Fig. 2 se muestra como cambia la cantidad de mezcla entre las capas de oscilador armónico al cambiar χ . Con $\chi = 0$, los estados O_1^+ y O_2^+ están formados solamente por las representaciones (8,4) y (10,4) de $SU(3)$, respectivamente. Al aumentar χ ocurre una mezcla de estados que es fundamental para lograr reproducir las transiciones cuadrupolares eléctricas experimentales sin utilizar cargas efectivas. Con el valor óptimo de χ se encuentra que el estado O_1^+ está constituido esencialmente por las representaciones irreducibles de $SU(3)$ provenientes de las configuraciones: $0\hbar\omega$ en un 68%, $2\hbar\omega$ en un 20% y $4\hbar\omega$ en un 8%. Análogamente, el estado O_2^+ está formado por las representaciones de $SU(3)$ que resultan de las configuraciones $0\hbar\omega, 2\hbar\omega, 4\hbar\omega$ y $6\hbar\omega$, cada uno de estos conjuntos en un porcentaje aproximado del 20%. Las representaciones de $SU(3)$ asociadas a las configuraciones $8\hbar\omega$ y $10\hbar\omega$ contribuyen a la formación del estado en un 10% y 8%, respectivamente.

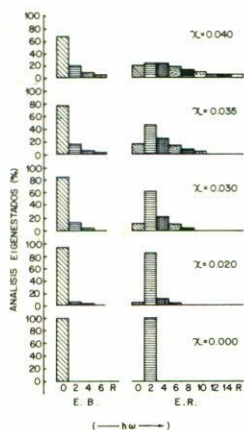


FIGURA 2. Se presentan los histogramas de la composición de los estados base (0_1^+) y resonante (0_2^+) calculados para el ^{24}Mg para diferentes valores de la intensidad de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo.

La energía de excitación experimental de las resonancias gigantes cuadrupolares se encuentra alrededor de $65 A^{-1/3}$ Mev [34], que para el ^{24}Mg da un valor de 22.5 Mev. Sin embargo, en núcleos ligeros ($A < 40$), la energía de excitación es fragmentada en varios estados individuales por lo que es el centroide de las intensidades de estos estados el que se localiza aproximadamente a una energía de excitación de $65 A^{-1/3}$ Mev. Por lo tanto calcularemos algunas de las reglas de suma indicadas en la expresión:

$$\begin{aligned}
 S_n(J_i \rightarrow J_f) &= \sum_f E_f^n B(E2; J_i \rightarrow J_f) \\
 &= \frac{5}{16\pi} \frac{b^4 e^2}{4} \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_f E_f^n |\langle f || Q^c || i \rangle|^2, \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

donde b es el parámetro del oscilador. La cantidad S_0 es una medida de la intensidad total, $\epsilon = S_1/S_0$ determina la intensidad del centroide de los estados f y $\sigma = [S_2/S_0 - (S_1/S_0)^2]^{1/2}$ su anchura [37]. Si el estado inicial es el estado base y la suma sobre los estados finales se restringe a los estados 2^+ que provienen de la configuración $2\hbar\omega$ de SU(3), se encuentra la energía de excitación y anchura del centroide de la resonancia gigante cuadrupolar, esto es

$$\epsilon^c = 22.8 \text{ Mev y } \sigma^c = 5.5 \text{ Mev.} \quad (4.13)$$

Estos resultados aparecen en la Fig. 1, comparados con la energía promedio de estos estados ($\bar{\epsilon} = 27.3$ Mev) y su dispersión ($\bar{\sigma} = 5.5$ Mev).

5. Modelo pseudo simpléctico

En la sección anterior mostramos que la aproximación bosónica del modelo simpléctico puede describir los estados de menor energía y las resonancias gigantes de núcleos deformados. Esto se refleja principalmente en que las transiciones cuadrupolares eléctricas experimentales entre y dentro de una banda pueden reproducirse sin introducir cargas efectivas [17].

Para núcleos pesados, como lantánidos y actínidos, los nucleones de valencia ocupan capas más altas y la interacción espín-órbita rompe la simetría SU(3). Esto indica que no se pueden describir estos núcleos con el modelo SU(3) y en consecuencia con el modelo simpléctico contraído. Sin embargo, la existencia de dobles pseudo espín-órbita, como mencionamos en la Sec. 3, da origen al esquema pseudo SU(3) [10,11]. El modelo pseudo simpléctico extiende el esquema pseudo SU(3) permitiendo excitaciones entre pseudo capas de $2\hbar\omega$ cuantos de energía de tipo monopolar y cuadrupolar en forma análoga a como el modelo simpléctico lo hace para núcleos ligeros. Como estas excitaciones de $2\hbar\omega$ cuantos de energía son consideradas en el espacio de paridad normal, parecería que excitaciones de este tipo deberían incluirse en el espacio de paridad anormal, así como mezcla entre ellos. Sin embargo, esto no es necesario para núcleos con Z par y A par porque los estados debajo de la región de “backbending” están caracterizados con antigüedad igual a cero y por lo tanto los elementos de matriz de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo satisfacen la relación

$$\langle N|Q^c \cdot Q^c|N \rangle \gg \langle N|Q^c \cdot Q^c|A \rangle \gg \langle A|Q^c \cdot Q^c|A \rangle, \tag{5.1}$$

donde denotamos simbólicamente los estados de paridades normal por $|N\rangle$ y anormal por $|A\rangle$.

A continuación consideramos el hamiltoniano (3.14), reemplazando el hamiltoniano de oscilador armónico por la suma de los hamiltonianos de pseudo oscilador armónico para neutrones y protones, esto es

$$H = \hbar\omega\tilde{N} - \frac{1}{2}\chi[Q^c \cdot Q^c - (Q^c \cdot Q^c)^{TE}] + H_r, \tag{5.2a}$$

donde

$$\tilde{N} = \tilde{N}_\pi + \tilde{N}_\nu \quad \text{y} \quad Q^c = Q_\pi^c + Q_\nu^c. \tag{5.2b}$$

La tilde es utilizada para denotar cantidades en el pseudo espacio y la separación entre capas $\hbar\omega$ está determinada por la regla empírica usual, para núcleos pesados, $41A^{1/3}$ Mev.

De acuerdo a la expresión (3.15) los operadores cuadrupolares de masa Q_π^c y

Q_ν^c pueden expresarse en términos de generadores de álgebras simplécticas:

$$Q_\alpha^c = Q_\alpha^a + \frac{\sqrt{6}}{2}(B_{2\alpha}^+ + B_{2\alpha}) \quad \text{con } \alpha = \pi, \nu. \quad (5.3)$$

Los operadores $B_{lm\alpha}^+$ ($B_{lm\alpha}$) con $l = 0, 2$ son los generadores de ascenso (descenso) de las álgebras $sp_\alpha(6, R)$ y las Q_α^a son los generadores cuadrupolares de las respectivas subálgebras $SU_\alpha(3)$. Utilizando el formalismo de segunda cuantización estos operadores pueden desarrollarse en términos de tensores de pseudo $SU(3)$, encontrándose los resultados presentados en las Tablas I y II. De estas tablas se observa, si denotamos por θ a cualquiera de los operadores B^+ , Q^a y B , que

$$\theta = \xi \tilde{\theta} + \dots, \quad (5.4)$$

donde $\tilde{\theta}$ tiene el mismo carácter tensorial que θ . La constante ξ en estos desarrollos es siempre mayor que la unidad, tomando valores entre un máximo de 1.4 para $\theta = Q^a$ ($\tilde{\eta} = 0$) a un mínimo de 1.1 para $\theta = B_2^+$ ($\tilde{\eta} = 6$). Un valor promedio de ξ para los actínidos es de 1.14. Los otros términos de la serie tienen un carácter tensorial diferente y sus coeficientes son usualmente menores que el 10% del término mayor. Estos serán ignorados en este trabajo y así el hamiltoniano (5.2a) puede expresarse como sigue:

$$H = \hbar\omega\tilde{N} - \frac{1}{2}\chi[\tilde{Q}^c \cdot \tilde{Q}^c - (\tilde{Q}^c \cdot \tilde{Q}^c)^{TE}] + a\tilde{L}^2 + b\tilde{\chi}_3^a + c\tilde{\chi}_4^a. \quad (5.5)$$

Este hamiltoniano está construido en términos de los operadores \tilde{B}_{lm}^+ , \tilde{B}_{lm} , \tilde{Q}^a , \tilde{N} y \tilde{L} que satisfacen las relaciones de conmutación de un grupo simpléctico en seis dimensiones, $sp(6, R)$. Por lo tanto, éste constituye su grupo dinámico de simetrías y así puede diagonalizarse en el espacio de Hilbert de una de sus representaciones irreducibles. Debido a que la tilde aparece en todos los operadores, para simplificar la notación, ésta será eliminada de aquí en adelante.

Nuevamente podemos utilizar la aproximación bosónica para simplificar el formalismo y así obtener la expresión (4.2) correspondiente para el hamiltoniano (5.5). De tal manera que los elementos de matriz del hamiltoniano con respecto a los estados (4.4) pueden calcularse y construir la matriz hamiltoniana. Para encontrar sus eigenvalores y eigenvectores damos una estimación inicial de los parámetros χ , a , b y c . La intensidad χ se calcula a través de la relación (4.5) reemplazando $32.5A^{-1/3}$ por $40A^{-1/3}$, porque la información experimental para la resonancia gigante monopolar para núcleos pesados se localiza a una energía de excitación de $80A^{-1/3}$ Mev. Además, es menos ancha que en el caso de núcleos ligeros, o sea esperamos una mejor estimación para χ . Los valores iniciales de a , b y c se determinan utilizando las expresiones (4.8) y (4.9).

Antes de hacer aplicaciones es importante considerar la dependencia funcional de Q_π^c y por lo tanto de los valores BE_2 en Z y A . Esta dependencia puede extraerse de la expresión para Q_π^c del modelo colectivo [38]. Para una distribución

$(\lambda_0 \bar{\mu}_0)$	\tilde{k}_0	\tilde{L}_0	\tilde{S}_0	$\tilde{\eta} = 5$	$\tilde{\eta} = 4$	$\tilde{\eta} = 3$	$\tilde{\eta} = 2$	$\tilde{\eta} = 1$
Normal								
(1, 1)	1	2	0	28.98275	20.49390	13.41641	7.74591	3.46410
Pseudo								
(1, 1)	1	1	1	-0.95268	-0.76536	-0.58046	-0.39874	-0.22060
(1, 1)	1	2	0	33.94606	24.44570	16.37716	9.74396	4.53776
(1, 1)	1	2	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
(2, 2)	1	2	0	-0.31804	-0.23130	-0.15032	-0.07698	
(2, 2)	1	2	1	2.35558	1.73270	1.14296	0.59726	
(2, 2)	2	2	0	0.65178	0.47402	0.30808	0.15776	
(2, 2)	2	2	1	1.14940	0.84548	0.55770	0.29144	
(2, 2)	1	3	1	1.05264	0.78448	0.52754	0.28418	
(3, 3)	1	1	1	-0.04484	-0.02848	-0.01416		
(3, 3)	1	2	0	1.04658	0.65376	0.31786		
(3, 3)	1	2	1	0.0	0.0	0.0		
(3, 3)	1	3	1	-0.11092	-0.06952	-0.03402		
(3, 3)	2	3	1	0.16238	0.10176	0.04980		
(4, 4)	1	2	0	-0.03012	-0.01392			
(4, 4)	1	2	1	0.34172	0.16024			
(4, 4)	2	2	0	0.05768	0.02666			
(4, 4)	2	2	1	0.17846	0.08368			
(4, 4)	1	3	1	0.18072	0.08522			
(5, 5)	1	1	1	-0.00186				
(5, 5)	1	2	0	0.09372				
(5, 5)	1	2	1	0.0				
(5, 5)	1	3	1	-0.00750				
(5, 5)	2	3	1	0.01052				

TABLA I. Descomposición en tensores de SU(3) del operador cuadrupolar: Q_α^c .

uniforme de carga, Q_π^c tiene la dependencia $ZA^{2/3}$, donde el factor $A^{2/3}$ proviene de la integración sobre la superficie nuclear de la dependencia radial cuadrática de Q^c . Además, si las distribuciones de protones y neutrones son equivalentes, $Q_\pi^c = (Z/A)Q^c$. En el esquema pseudo simpléctico $Z \rightarrow Z_n$ y $A \rightarrow A_n$ donde Z_n representa el número de protones que ocupan estados de paridad normal y A_n es el número de nucleones que se encuentran en tal espacio. Entonces los valores $BE2$ deben multiplicarse por el factor de escala

$$f^2 = \left(\frac{Z}{A_n}\right)^2 \left(\frac{A}{A_n}\right)^{4/3} \tag{5.6}$$

Es importante señalar que para núcleos con isospín cero $A_n = A$, $Z_n = Z = A/2$ y entonces $f^2 = 1/4$, como debe ser [9].

Consideremos el núcleo ^{238}U . Este tiene 10 protones de valencia en la capa $Z = 82-126$ y 20 neutrones en la capa $N = 126-184$. La distribución de estas partículas entre los orbitales de paridad normal y anormal es realizada seleccionando una deformación razonable, por ejemplo $\beta = 0.3$, y llenando cada nivel del diagrama de Nilsson apropiado [39] con un par de partículas. Este procedimiento

(λ_0, μ_0)	k_0	L_0	S_0	$\bar{\eta} = 6$	$\bar{\eta} = 5$	$\bar{\eta} = 4$	$\bar{\eta} = 3$	$\bar{\eta} = 2$	$\bar{\eta} = 1$	$\bar{\eta} = 0$
B_{00}^+										
Normal										
(2, 0)	1	0	0	28.98275	22.44994	16.73320	11.83216	7.74597	4.47214	2.00000
Pseudo										
(2, 0)	1	0	0	33.56986	26.31542	19.89008	14.29761	9.54353	5.63585	2.58199
(3, 1)	1	1	1	3.05964	2.49649	1.95141	1.42951	0.93813	0.48699	
(4, 2)	1	0	0	1.33441	1.00071	0.69593	0.42693	0.20225		
(5, 3)	1	1	1	0.71867	0.49251	0.29740	0.13867			
(6, 4)	1	0	0	0.25244	0.14440	0.06295				
(7, 5)	1	1	1	0.09305	0.03953					
(8, 6)	1	0	0	0.01853						
B_{2m}^+										
Normal										
(20)	1	2	0	28.98275	22.44994	16.73320	11.83216	7.74597	4.47214	2.00000
Pseudo										
(2, 0)	1	2	0	31.44111	24.58469	18.54388	13.31786	8.90487	5.30024	2.48623
(2, 0)	1	2	1	3.23514	2.82707	2.41666	2.00272	1.58296	1.15244	0.69666
(3, 1)	1	1	1	1.01083	0.82969	0.65306	0.48239	0.31981	0.16816	
(3, 1)	1	2	0	1.22623	1.03326	0.84002	0.64637	0.45202	0.25566	
(3, 1)	1	2	1	1.16466	0.99677	0.82559	0.64996	0.46790	0.27505	
(3, 1)	1	3	1	0.52934	0.44028	0.35250	0.26634	0.18221	0.10035	
(4, 2)	1	2	0	0.63164	0.49955	0.37102	0.24751	0.13104		
(4, 2)	1	2	1	0.57431	0.46423	0.35373	0.24332	0.13378		
(4, 2)	2	2	0	-0.18317	-0.12930	-0.08262	-0.04460	-0.01697		
(4, 2)	2	2	1	0.03880	0.03650	0.03246	0.02618	0.01699		
(4, 2)	1	3	1	0.28736	0.22503	0.16523	0.10876	0.05668		
(5, 3)	1	1	1	0.21758	0.15038	0.09171	0.04327			
(5, 3)	1	2	0	0.27111	0.19749	0.12822	0.06527			
(5, 3)	1	2	1	0.25980	0.19283	0.12796	0.06686			
(5, 3)	1	3	1	0.14569	0.10293	0.06454	0.03157			
(5, 3)	2	3	1	-0.04197	-0.02649	-0.01430	-0.00567			
(6, 4)	1	2	0	0.12893	0.07904	0.03749				
(6, 4)	1	2	1	0.11128	0.07018	0.03438				
(6, 4)	2	2	0	-0.02919	-0.01461	-0.00518				
(6, 4)	2	2	1	0.01603	0.01118	0.00607				
(6, 4)	1	3	1	0.05508	0.03359	0.01584				
(7, 5)	1	1	1	0.02725	0.01169					
(7, 5)	1	2	0	0.03865	0.01777					
(7, 5)	1	2	1	0.03780	0.01770					
(7, 5)	1	3	1	0.02138	0.00945					
(7, 5)	2	3	1	-0.00503	-0.00184					
(8, 6)	1	2	0	0.01058						
(8, 6)	1	2	1	0.00913						
(8, 6)	2	2	0	-0.00149						
(8, 6)	2	2	1	0.00192						
(8, 6)	1	3	1	0.00437						

TABLA II. Desarrollo en tensores de SU(3) de los operadores B_{lm}^+ , con $l = 0, 2$.

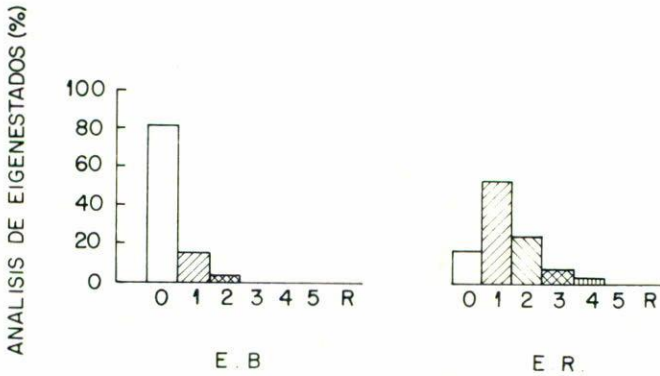


FIGURA 3. Se presenta la composición de los estados base (0_1^+) y resonante (0_2^+) calculados para el ^{238}U . Los parámetros utilizados son: $\chi = 0.00133$ Mev y $a = 0.00541$ Mev.

produce: 6 protones y 12 neutrones como las ocupaciones más probables de las pseudo capas $\eta_\pi = 4$ y $\eta_\nu = 5$, respectivamente. Las ocupaciones correspondientes para la parte anormal son 4 protones y 8 neutrones en las órbitas $i_{13/2}$ y $j_{15/2}$, respectivamente. Las representaciones líderes de pseudo SU(3) en los espacios de protones y neutrones son (18,0) y (36,0), respectivamente. Entonces, las representaciones irreducibles de SU_s(3) son aquellas que provienen del producto de Kronecker $(18,0) \times (36,0) \equiv \{(\lambda_s, \mu_s)\}$. De este conjunto de representaciones irreducibles, aquella que tiene máximo eigenvalor de C_2 y por lo tanto mayor deformación se espera domine la estructura de los estados nucleares de menor energía. Esta representación es $(\lambda_s, \mu_s) = (54, 0)$. Para el ^{238}U , el número de protones (neutrones) que ocupan orbitales de paridad normal son 46 (82) y sus energías de partícula independiente suman 183 (393) unidades. Substrayendo la energía del centro de masa obtenemos $N_s = 574.5$. El valor estimado para χ resulta ser 0.00138 Mev y con éste, el valor $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ calculado es $2.48e^2b^2$, que es un poco mayor que el valor experimental $2.42 \pm 0.04e^2b^2$ [40]. Como la banda simpléctica líder tiene $\mu_s = 0$, se predice que no existe una banda $K^\pi = 2^+$. Esto es consistente con el experimento ya que no se ha encontrado en el ^{238}U un 2_2^+ que esté debajo del primer cero excitado. Para este tipo de bandas tomamos $\alpha = 0$ y por lo tanto los parámetros b y c son cero y a es el parámetro de inercia reducido por la contribución de la interacción cuadrupolo-cuadrupolo, esto es $a = 0.00541$ Mev.

El mejor ajuste a las energías y transiciones E2 experimentales para los estados $L^\pi = 0^+ - 12^+$ se logra con los valores $\chi = 0.00133$ Mev y $a = 0.00465$ Mev. Entonces tenemos que los valores estimados de χ y a presentan una desviación del 4% y 16% de los correspondientes valores ajustados. Es importante señalar que para núcleos pesados, la estimación del valor de χ es mejor que para núcleos ligeros porque la energía de excitación de la resonancia gigante monopolar está mejor determinada y es menos ancha.

Un análisis de la composición de R.I. de SU(3) que constituyen los estados base y resonante 0_2^+ es presentado en la Fig. 3, para los valores de a y χ que dan el

E_i (Mev)				$B(E2)(e^2b^2)$			
Exp	sp(6, \bar{R})	J_i	J_f	Exp	sp(6, \bar{R})	SU(3)	CM
0.0449	0.0435	2	0	2.42	2.45	2.42	2.34
0.1487	0.1451	4	2	3.51	3.48	3.37	3.40
0.3072	0.3048	6	4	3.87	3.81	3.53	3.85
0.5178	0.5225	8	6	3.57	3.96	3.42	4.16
0.7757	0.7982	10	8	4.21	4.02	3.14	4.43
1.0765	1.1320	12	10	4.33	4.03	2.73	4.68

TABLA III. Valores calculados y experimentales de las energías de excitación y probabilidades de transición reducida en ^{238}U . Se incluyen también valores $B(E2)$ obtenidos con los modelos pseudo SU(3) y colectivo. Los resultados obtenidos con el esquema pseudo SU(3) fueron renormalizados para reproducir el dato experimental $B(E2 : 2_1^+ \rightarrow 0_1^+) = 2.42e^2b^2$.

mejor ajuste. El estado base está constituido en un 81% por la R.I. (54,0) por el conjunto de representaciones de SU(3) de la configuración $2\hbar\omega$ en un 15%, por la configuración $4\hbar\omega$ en un 3% y contribuyen menos del 1% las configuraciones $6\hbar\omega$ y $8\hbar\omega$. Similarmente, el estado 0_2^+ está formado principalmente en un 51% por la configuración $2\hbar\omega$, en un 17% por la R.I. (54,0) y en un 24% por la configuración $4\hbar\omega$.

Los valores calculados para las energías de excitación y las probabilidades reducidas de transición cuadrupolar son comparadas con los datos experimentales en la Tabla III. También se incluyen los valores $B(E2)$ obtenidos con el esquema pseudo SU(3) y el modelo colectivo [41]. Se observa en la Tabla III que los valores $B(E2)$ calculados en el modelo pseudo SU(3) se saturan en el momento angular $J_i = 6$ mientras que los resultados de los modelos colectivo y pseudo sp(6, \bar{R}) no muestran tal comportamiento. Resultados preliminares del modelo pseudo sp(6, \bar{R}) muestran tal efecto de saturación alrededor de los momentos angulares, $J_i = 12 - 16$, y en estos valores tal propiedad es observada experimentalmente.

6. Conclusiones

En la presente revisión hemos tratado de dar un panorama general de la utilización de las simetrías de la interacción nuclear en el establecimiento de teorías y/o modelos en la estructura nuclear. Es importante señalar que existen otros modelos algebraicos no mencionados en esta revisión que tienen un gran impacto en la descripción de núcleos a energías pequeñas, entre éstos el más importante es el modelo de bosones interactuantes y sus numerosas extensiones [12,42].

Se introduce un hamiltoniano que es capaz de reproducir los datos experimentales del espectro de excitación y las probabilidades de transición reducidas $B(E2)$ de núcleos deformados ligeros y pesados. Este modelo muestra que existe un acoplamiento fuerte entre los estados colectivos de menor energía y los estados de resonancias gigantes y que este acoplamiento es crucial para producir la cantidad apropiada de coherencia cuadrupolar. El hamiltoniano, en general, consta de 4

parámetros: χ , a , b y c , cuyos valores iniciales pueden estimarse de la información experimental siguiente: la energía de excitación de la resonancia gigante monopolar, el valor experimental del parámetro de inercia y la energía de excitación del estado 2_2^+ (cabeza de banda $K^\pi = 2^+$). Se muestra que los valores iniciales estimados para los parámetros del hamiltoniano, son una aproximación muy buena de aquéllos que producen el mejor ajuste con la información experimental disponible para el ^{24}Mg y el ^{238}U . De acuerdo a este modelo, se predice que no existen bandas $K^\pi = 2^+$ para núcleos cuya banda líder $[(\lambda_s, \mu_s)]$ tenga $\mu_s = 0$ y en este caso $b = c = 0$ y el hamiltoniano tiene únicamente dos parámetros.

En trabajos futuros pensamos investigar más profundamente el comportamiento de las resonancias gigantes monopolares y cuadrupolares en los núcleos pesados, así como estudiar los espectros y valores $B(E2)$ de otros núcleos para determinar el rango de aplicabilidad y bondad del modelo pseudo simpléctico. Por medio de esta teoría, creemos que podrá lograrse un entendimiento más profundo de la naturaleza de las rotaciones como por ejemplo: la fracción del total de nucleones que participen en el movimiento, cuál es el comportamiento de los flujos de corriente nuclear longitudinal y transversal y si los grados de libertad de vórtice tienen un papel relevante. También estamos interesados en determinar la estructura microscópica de las excitaciones entre capas, para lo cual estudiaremos detalladamente la realización fermiónica de estos operadores. Esta investigación puede ser importante para entender la estructura de bandas superdeformadas que recientemente han sido encontradas experimentalmente [29], así como en el establecimiento de un posible mecanismo que explique el origen de la superdeformación en los núcleos.

Referencias

1. D.A. Bromley, "Nuclear Physics — Challenges and Opportunities", *Proceedings of the International Conference on Nuclear Physics*, Florencia (1983), Vol. II, 3–44.
2. E.G. Adelberger, *Comm. on Nucl. and Part. Phys.* **11** (1983) 189.
3. A. Bohr, *Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd.* **26** (1952) 14; G. Gneuss y W. Greiner, *Nucl. Phys.* **171** (1971) 449; P.O. Hess, M. Seiwert, J. Maruhn y W. Greiner, *Z. Phys.* **A269** (1980) 147.
4. A. Bohr y B. Mottelson, *Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd.* **27** (1953) 16; S.G. Nilsson, *Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd.* **29** (1955) 16.
5. W. Heisenberg, *Z. Phys.* **77** (1932) 1.
6. E. Wigner, *Phys. Rev.* **51** (1937) 106.
7. M. Moshinsky, *Group Theory and The Many Body Problem*, Gordon and Breach, New York (1968).
8. B.H. Flowers, *Proc. Roy. Soc.* **A212** (1952) 248.
9. J.P. Elliott, *Proc. Roy. Soc.* **A245** (1958) 128, 562.
10. A. Arima, M. Harvey y K. Shimizu, *Phys. Lett.* **B30** (1969) 517; K.T. Hecht y A. Adler, *Nucl. Phys.* **A137** (1969) 129.
11. R.D. Ratna Raju, J.P. Draayer y K.T. Hecht, *Nucl. Phys.* **A202** (1973) 433.
12. A. Arima y F. Iachello, *Ann. of Phys.* **99** (1976) 253; **111** (1978) 201; **115** (1978) 325.
13. G. Rosensteel y D.J. Rowe, *Ann. of Phys.* **126** (1980) 343.
14. O. Castaños, A. Frank, E. Chacón, P. Hess y M. Moshinsky, *J. Math. Phys.* **23** (1982) 2537.

15. M. Moshinsky, *J. Math. Phys.* **25** (1984) 1555.
16. G. Rosensteel y D.J. Rowe, *Phys. Rev.* **C25** (1982) 3236; O. Castaños y A. Frank, *J. Math. Phys.* **25** (1984) 388.
17. O. Castaños y J.P. Draayer, *Nucl. Phys.* **A491** (1989) 349.
18. C. Bahri, J.P. Draayer, O. Castaños, y G. Rosensteel, *Phys. Lett.* **B234** (1990) 430.
19. O. Castaños, P. Hess y J.P. Draayer, *Notas de Física* **14** (1990) 20.
20. P. Franzini y L. Radicati, *Phys. Lett.* **6** (1963) 322.
21. P. Ring y P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer-Verlag, New York (1980).
22. I. Talmi, *Helv. Phys. Acta* **25** (1959) 104.
23. E.M. Rose, *Elementary Theory of Angular Momentum*, John Wiley, New York (1957).
24. T.A. Brody, G. Jacob y M. Moshinsky, *Nucl. Phys.* **17** (1960) 16.
25. D.E. Littlewood, *The Theory of Group Characters*, Oxford, Clarendon (1950).
26. R. López, P.O. Hess, P. Rochford y J.P. Draayer, *J. Phys. A: Math Gen* **23** (1990) L229; J.P. Draayer, Y. Leschber, S.C. Park y R. López, *Comput. Phys. Commun.* **56** (1989) 279.
27. D. Braunschweig y K.T. Hecht, *Phys. Lett.* **77B** (1978) 33.
28. J.P. Draayer y K.J. Weeks, *Ann. Phys.* **156** (1984) 41; O. Castaños, J.P. Draayer y Y. Leschber, *Ann. Phys.* **180** (1987) 290.
29. W. Nazarewicz, P.J. Twin, P. Fallon y J.D. Garret, *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 654; F.S. Stephens, et al., *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 2623; **65** (1990) 301.
30. G. Racah, *Phys. Rev.* **63** (1943) 347.
31. J.P. Draayer, K.J. Weeks y K.T. Hecht, *Nucl. Phys.* **A381** (1982) 1.
32. G. Rosensteel y D.J. Rowe, *Int. J. of Theoretical Phys.* **16** (1977) 63.
33. J.P. Draayer y G. Rosensteel, *Phys. Lett.* **B125** (1983) 237.
34. F.E. Bertrand, *Nucl. Phys.* **A354** (1981) 129c.
35. O. Castaños, J.P. Draayer y Y. Leschber, *Z. Phys.* **A329** (1988) 33.
36. J. Blomquist y A. Molinari, *Nucl. Phys.* **A106** (1968) 545.
37. J.P. Draayer, J.B. French, y S.S.M. Wong, *Ann. Phys.* **107** (1977) 472, 503.
38. J.M. Eisenberg y W. Greiner, *Nuclear Theory*. Vol. 1 North-Holland, Amsterdam (1970).
39. C.M. Lederer y V.S. Shirley, Appendix VI in: *Table of Isotopes*, J. Wiley, New York (1978).
40. S. Raman, et al., *Atom. Data and Nucl. Data Tables* **42** (1989) 1.
41. P.O. Hess, et al., *Zeit. Phys.* **A296** (1980) 147.
42. R. Casten, y D. Warner, *Rev. Mod. Phys.* **60-2** (1988).

Abstract. A review of many nucleon theories that use the concept of symmetries is made, mainly of those proposed to describe the character of the collective rotational mode and the structure of the bands. Among them, the SU(3) and pseudo SU(3) models together with their extensions have played a prominent role. These SU(3) extensions include multiple inter-shell excitations of monopole and quadrupole type, which have been shown necessary to reproduce the $E2$ transitions without effective charges. Applications of the theory to ^{24}Mg and ^{238}U are presented.