

# Efecto de difusión en la propagación resonante de pulsos

R. RAMOS-GARCÍA, J.J. SÁNCHEZ-MONDRAGÓN, M. TORRES-CISNEROS

*Laboratorio de Fotónica y Física Óptica  
Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica  
Apartado postal 51; Puebla, Puebla; 72000 México*

Y

G.E. TORRES-CISNEROS\*

*Grupo Educativo IMA, S.C.  
Apartado postal 172; 38301 Cortazar, Guanajuato, México*

Recibido el 10 de agosto de 1992; aceptado el 11 de mayo de 1993

**RESUMEN.** Se estudia el efecto de la difusión en la inversión de población durante la propagación coherente de pulsos. La solución de las ecuaciones acopladas de Maxwell-Bloch con difusión se realiza a través de una técnica perturbativa basada en el teorema del área de McCall y Hahn. Se encuentra que los puntos de estabilidad son modificados, dependiendo del coeficiente de difusión y de la posición en el perfil radial. En el centro de un perfil gaussiano propagándose en un medio resonante sujeto a difusión, se reproducen los resultados de McCall y Hahn para el área promediada transversalmente del mismo pulso si se propagara en presencia de absorción. Además, el perfil radial asintótico muestra la presencia de máximos en los bordes del pulso; estructura que coincide con los resultados experimentales observados previamente en propagación incoherente.

**ABSTRACT.** We present a study on the effects of the diffusion of the atomic inversion in the coherent resonant pulse propagation. We present the solution of the corresponding Maxwell-Bloch equations obtained by a perturbative technique based in the McCall and Hahn area theorem. The solutions correspond to a modification of the  $n\pi$  stationary trajectories of such a theorem. The new stability points depend on the radius of the field wavefront and also on the diffusion coefficient. The McCall y Hahn's results for the transversal averaged area of the same pulse in the presence of absorption are reproduced at the center of a gaussian wavefront propagating in the presence of diffusion. The asymptotic perfil accounts for the experimental results already explained using rate equations.

PACS: 42.50.Md; 42.50.Rh

## 1. INTRODUCCIÓN

Entre los principales problemas en comunicaciones ópticas están las pérdidas de energía del pulso, ya que limitan la distancia de propagación. Los mecanismos de pérdidas de mayor relevancia que afectan la propagación electromagnética pulsada son: dispersión, absorción, difracción y difusión, los cuales muestran comportamientos diferentes dependiendo de la intensidad del pulso. A bajas intensidades todos estos mecanismos son bien conocidos;

---

\*Investigador Asociado, Laboratorio de Fotónica y Física Óptica, INAOE.

sin embargo, para pulsos intensos la dinámica atómica no lineal presenta sorprendentes comportamientos que han llevado al auge, entre otras áreas, de las comunicaciones ópticas. Las pérdidas por dispersión y absorción, así como la manera de reducirlas o compensarlas por medio de procesos no lineales, ya han sido ampliamente estudiadas, sobre todo en fibras ópticas [1]. A diferencia de las anteriores, difracción y difusión son efectos con características intrínsecamente transversales y, por ende, dependerán de la forma específica del frente de onda. En particular, los efectos de difracción en medios no lineales explican satisfactoriamente los fenómenos de autoenfocamiento, desenfocamiento y filamentación de un haz.

Por otro lado, los efectos de la difusión en propagación óptica han sido poco estudiados, dada la poca movilidad de los átomos en las fibras de óxido de silicio, lo que ha dejado a la difusión en un punto marginal; sin embargo, recientemente la propagación de pulsos en fibras ópticas con núcleo líquido ha cobrado auge debido a su posible aplicación como interruptores ópticos [2]. De aquí la importancia actual de estudiar el proceso de difusión en propagación resonante y sus efectos a largas distancias.

Los efectos transversales en la propagación incoherente de pulsos debido a la difusión de centros activos en medios láser ya han sido estudiados [3,4], donde se ha mostrado que mientras el centro del perfil radial se propaga normalmente, sus extremos desarrollan máximos locales. Esto pone en evidencia que el efecto de difusión se refleja en modificaciones transversales del frente de ondas y no tan sólo a lo largo del eje de propagación del pulso. Por su parte, los efectos de difusión en la propagación coherente no han sido estudiados en el caso óptico, a pesar de ser ya conocidos en el caso magnético [5,6]. Sin embargo, conviene enfatizar que la extensión de tales tratamientos magnéticos al problema análogo en la óptica posee limitantes fundamentales.

El tipo de difusión magnética considerado previamente (auto-difusión del momento nuclear), da poca importancia a la interrelación entre la difusión y la intensidad del campo al suponer que las variaciones transversales de intensidad son pequeñas y, por lo tanto, predomina la difusión en el eje de propagación. Esta descripción corresponde al orden más básico de las ecuaciones de onda; es decir, al de una onda plana, lo que implica una jerarquización en la solución de las ecuaciones acopladas Maxwell-Bloch. De hecho, la base de la solución presentada por Slichter [6] radica en la suposición de que, en presencia de difusión, el dipolo magnético,  $\sigma_M$ , está dado por  $\sigma_M = A(t) \exp(i\omega t)$ , donde  $A(t)$  es la solución perturbativa de las ecuaciones de Bloch con difusión y  $\exp(i\omega t)$  es el dipolo atómico. Este tratamiento enfatiza el estudio de la atenuación de la señal por difusión; pero no en la dinámica del pulso mismo, pues no considera la estrecha simbiosis existente entre la duración del pulso y su intensidad. En el régimen óptico resonante, donde las distancias de propagación son extremadamente largas y las intensidades altas, tal simbiosis está plasmada en el teorema del área (TA), y el efecto de la difusión sobre él es significativo. En consecuencia, la metodología expuesta para el caso magnético debe ser modificada sustancialmente para analizar los cambios en el frente de onda óptico inducidos por una dinámica atómica coherente con difusión.

En este artículo presentamos un estudio analítico del problema de la propagación de pulsos intensos en un sistema de átomos de dos niveles (TLA, por sus siglas en inglés), considerando difusión espacial en la inversión atómica. A diferencia del caso magnético descrito arriba, nosotros realizamos el análisis partiendo del TA y, desde el punto de

vista metodológico, tal procedimiento se puede generalizar a problemas de difusión en cualquiera de las otras variables atómicas o, incluso, a formas más complejas de difusión. Hasta donde sabemos, este es el primer método capaz de resolver en forma analítica la propagación coherente resonante en presencia de difusión, por lo que nuestro principal resultado, el TA con difusión, proporciona una nueva visión de la propagación de pulsos en guías de ondas activas [7]. Cabe remarcar que el presente trabajo difiere considerablemente del reportado en la Ref. [8], pues, a pesar de que se consideró el efecto de difusión de la inversión de población, sus resultados son válidos únicamente en medios muy delgados debido a que no se tomaron en cuenta las contribuciones por propagación en el medio.

## 2. ECUACIONES BÁSICAS

La propagación de un pulso electromagnético en un medio resonante de dos niveles se describe mediante el acoplamiento de las ecuaciones de Bloch con las ecuaciones de Maxwell [9]. Si se considera el efecto de la difusión en la inversión de población, las ecuaciones de Bloch pueden generalizarse a la forma [8]

$$\begin{aligned} \dot{p} &= i\Delta p - \frac{p}{T_2} + i\Omega w, \\ \dot{w} &= -\frac{w}{T_1} - \Omega v + D\nabla^2 w, \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $p = u + iv$  es la envolvente compleja de la polarización atómica y  $w$  es la inversión de población. Además,  $\Delta = \omega - \omega_L$ , siendo  $\omega$  la frecuencia de transición del átomo y  $\omega_L$  la frecuencia portadora del pulso;  $T_2$  y  $T_1$  son los tiempos de decaimiento del dipolo y de la inversión atómica, respectivamente, mientras que  $\Omega = (2d/\hbar)E$  es la llamada frecuencia (compleja) de Rabi, con  $d$  representando el momento dipolar de la transición atómica y  $E$  la envolvente compleja del campo eléctrico del pulso. El último término del lado derecho de la Ec. (1) representa el efecto de difusión, siendo  $\nabla^2$  el laplaciano en coordenadas cilíndricas y  $D$  el coeficiente de difusión, que puede verse como un parámetro de pequeñez que controla la influencia del término perturbativo.

Dentro del marco de validez de la aproximación de envolventes lentas y despreciando efectos de difracción, la ecuación reducida de Maxwell toma la forma [9]

$$\frac{\partial \Omega}{z} + \frac{1}{c} \frac{\partial \Omega}{\partial t} = \frac{1}{2} \alpha p, \quad (2)$$

donde  $\alpha = 4\pi N d^2 \omega_L T_2 / \hbar c$  es el coeficiente de absorción en resonancia (a baja intensidad), siendo  $N$  la densidad de TLA y  $c$  la velocidad de la luz en el vacío. Es importante hacer notar que la Ec. (2) es válida para el caso en que el tiempo de decaimiento inhomogéneo de los TLA,  $T_2^*$ , sea muy grande, lo que físicamente corresponde al caso en que todos los TLA posean la misma frecuencia de transición  $\omega$ . Cuando  $T_2^*$  es finito, el lado derecho de la Ec. (2) debe incluir el promedio de la envolvente de la polarización atómica sobre la distribución de frecuencias de transición, al tiempo que la definición del coeficiente de

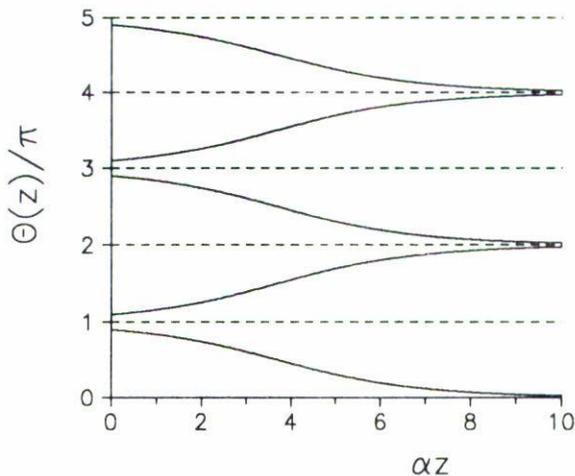


FIGURA 1. Las cinco primeras ramas del teorema del área sin difusión, obtenidas resolviendo numéricamente la Ec. (4) partiendo de unas áreas iniciales de  $= 0.9\pi, 1.1\pi, 2.9\pi, 3.1\pi$  y  $4.9\pi$ , respectivamente. Note la existencia de valores de área asintóticamente estables en  $\theta = 2n\pi$ , así como valores inestables que ocurren para  $\theta = (2n + 1)\pi$ .

absorción  $\alpha$  se modifica [9]. A lo largo del presente trabajo supondremos que  $T_2^* \rightarrow \infty$ , de manera que la Ec. (2) describe adecuadamente la propagación resonante del pulso electromagnético.

Por otro lado, es bien conocido que en ausencia de difusión, el área del pulso, definida a través de

$$\theta(z) = \int \Omega(t', z) dt', \tag{3}$$

determina la dinámica atómica y juega un papel determinante en el proceso de propagación resonante, puesto que resume el acoplamiento de las ecuaciones de Bloch y de Maxwell. De hecho, partiendo de las Ecs. (1) y (2), suponiendo tiempos de decaimiento muy grandes y que se está en resonancia ( $\Delta = 0$ ), es posible demostrar que  $\theta(z)$  evoluciona de acuerdo con la ecuación

$$\frac{\partial\theta(z)}{\partial z} = -\frac{1}{2}\alpha \text{sen}[\theta(z)], \tag{4}$$

conocida como teorema del área (TA) [10]. La Ec. (4), además de contener la información implícita de la envolvente del pulso, expresa su evolución conforme se propaga en el medio resonante a través de la existencia de valores estacionarios en los que  $\partial\theta/\partial z = 0$ . La Fig (1) muestra algunas ramas de la solución a la Ec. (4), en donde se aprecia la existencia de valores estables ( $2n\pi$ ) e inestables ( $(2n + 1)\pi$ ) del área.

Cuando se toma en cuenta la forma del perfil radial del pulso, aparecen varios fenómenos que dependen de la naturaleza transversal del campo, como autoenfocamiento, desenfocamiento, filamentación y autoatrapamiento en medios resonantes [10–13], los cuales son debidos básicamente a los cambios en el índice de refracción inducidos por las variaciones

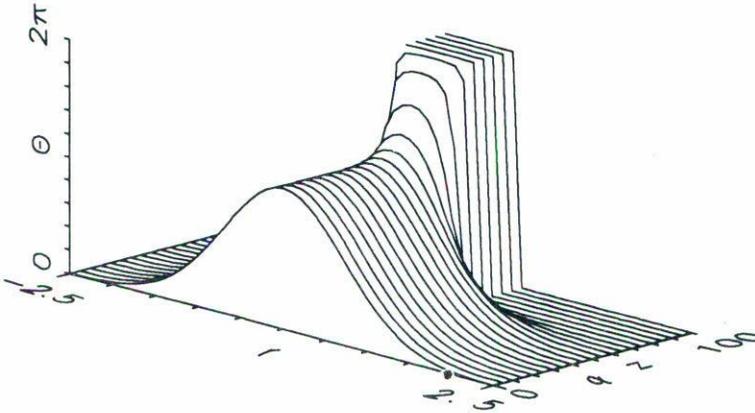


FIGURA 2. Evolución del perfil transversal gaussiano de un pulso cuyo valor máximo de área (en  $r = 0$ ) es  $1.2\pi$  al propagarse en un medio resonante en ausencia de difusión. De acuerdo a la Ec. (6) cada sección del perfil sigue el teorema del área de la Fig. 1. La porción del perfil inicial que posea una área arriba de  $\pi$  alcanza el mismo valor estable  $2\pi$ , mientras que la porción que inicialmente está por debajo de  $\pi$  decae a cero. En esta figura se sigue una escala logarítmica con  $(\alpha z) = x^8$ , en donde  $x \in [0, 1.78]$ , para mostrar con más detalle el efecto transitorio.

de intensidad en el perfil transversal. Aun sin considerar difusión, la Ec. (4) del TA posee implicaciones interesantes sobre la evolución del perfil transversal de un pulso. Para observarlas, supóngase que un haz gaussiano posee simetría azimutal en su sección transversal y que la dependencia radial del campo está dada por una función  $R(r)$  (que no presenta cambios bruscos) que modula espacialmente a la envolvente del pulso. Así, podemos escribir,

$$\frac{2d}{\hbar} E_r(r, z, t) = \Omega_r = \frac{2d}{\hbar} R(r) E(z, t) = R(r) \Omega(z, t). \tag{5}$$

De acuerdo con la definición del área del pulso [Ec. (3)], y a la forma del campo  $\Omega_r$  establecida en la Ec. (5), el área  $\theta_r(r, z)$  también mostrará una dependencia radial y sólo estará escalada por el perfil transversal del campo:

$$\theta_r(r, z) = R(r) \theta(z), \tag{6}$$

en donde  $\theta(z)$  sigue el TA de la Ec. (4). Este resultado sugiere que, en ausencia de difusión, el TA es válido en cada punto del perfil radial. La Fig. 2 muestra el cambio que sufre el perfil radial de un pulso al propagarse en el medio resonante sin difusión y sin tomar en cuenta los efectos de difracción. Obsérvese que el perfil radial, inicialmente gaussiano, adquiere una forma rectangular conforme se propaga en el medio resonante. Este efecto es debido a la existencia de un cierto valor radial de transición,  $r_t$ , tal que para  $r < r_t$  el área inicial es mayor que  $\pi$  y, por ende, tienden, aunque a diferentes razones, al mismo valor estable  $2\pi$ . Por su parte, para  $r > r_t$ , el área inicial es menor a  $\pi$  y se absorberá.

Al introducir difusión en las ecuaciones de Bloch se deben considerar los efectos transversales del perfil del haz y sus efectos en la propagación resonante de pulsos. Por lo tanto, como primera aproximación consistente proponemos que el TA sea válido, introduciendo el término de difusión en las ecuaciones de Bloch como un término perturbativo. Con esto obtendremos una modificación del TA con difusión y, en consecuencia, una descripción más adecuada de la dinámica misma del pulso en el medio. Nuestro objetivo es demostrar que tales modificaciones dinámicas pueden ser el origen de los cambios observados experimentalmente en el perfil radial del pulso conforme se realiza la propagación.

Los primeros en estudiar los efectos transversales del perfil radial sobre el TA en la propagación resonante fueron MaCall y Hahn. Ellos consideraron la propagación resonante en un sistema láser (amplificador) en presencia de pérdidas, pero sin difusión, y mostraron que el TA se modifica de acuerdo al perfil radial del pulso de entrada. Para el caso particular en que éste sea gaussiano, el TA modificado que ellos encontraron se puede adecuar a un sistema resonante no activo (absorbedor) en la forma [10]

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = -\alpha \frac{1 - \cos(\bar{\theta})}{\bar{\theta}} - \frac{1}{2} \sigma \bar{\theta}, \quad (7)$$

en donde  $\sigma$  es el factor de pérdidas y  $\bar{\theta}$  es el área del pulso promediada en su sección transversal. La difusión no es, desde luego, un fenómeno de absorción; sin embargo, en un punto fijo del pulso puede verse como tal, por lo que la Ec. (7) puede tomarse como un indicativo de cómo los efectos transversales afectan el TA. Para áreas pequeñas,  $(1 - \cos(\bar{\theta}))/\bar{\theta} \approx \bar{\theta}/2$ , y la Ec. (7) predice un decaimiento exponencial en el área del pulso a una razón mayor que la esperada  $\alpha/2$ , que aún aguarda su corroboración experimental. Para áreas mayores, la Ec. (7) predice una modificación en los puntos de estabilidad del área del pulso dependiendo de la razón de pérdidas  $\sigma/\alpha$ , decreciendo conforme éste crece. La Fig. 3, muestra la variación del primer punto de estabilidad  $2\pi$  en función del cociente  $\sigma/\alpha$ .

### 3. EL TEOREMA DEL ÁREA EN PRESENCIA DE DIFUSIÓN

Resolver consistentemente las ecuaciones de Bloch sin difusión acopladas a las ecuaciones de Maxwell para describir la propagación del pulso en su régimen no lineal corresponde a proponer que el dipolo tenga la forma

$$P(t) = p(t) \exp(i\omega t), \quad (8)$$

en donde  $p(t)$  es la envolvente lenta del dipolo. La presencia de difusión como una perturbación afecta precisamente a  $p(t)$ ; sin embargo, como mencionamos en la introducción, suponer que cuando se considere difusión la perturbación causada sobre  $p(t)$  guarda la forma

$$p(t) \approx A(t)p(t) \quad (9)$$

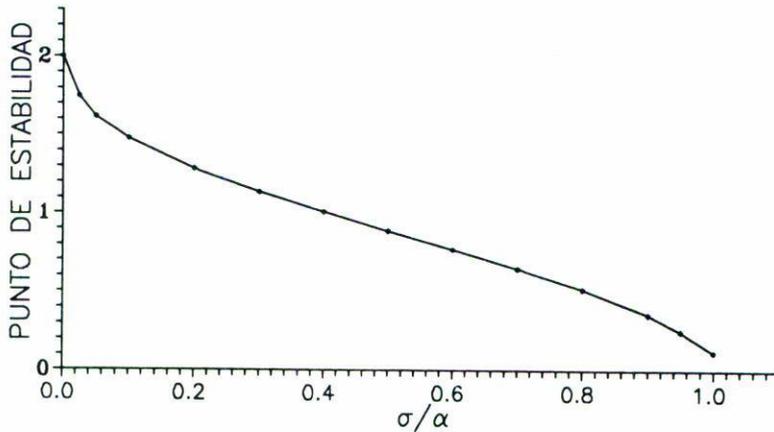


FIGURA 3. Modificación del primer punto de estabilidad del teorema del área promediada transversalmente en función del coeficiente de pérdidas  $\sigma/\alpha$ , según lo predice la Ec. (7). Si  $\sigma = 0$ , se recupera el valor  $2\pi$  de la Fig. 1.

en donde  $p(t)$  es la solución de las ecuaciones de Bloch sin difusión y  $A(t)$  es la corrección a la amplitud del dipolo por difusión, abandona el acoplamiento del TA y los efectos no lineales sobre el perfil transversal del pulso, hechos que nos incapacitan para describir adecuadamente lo hasta ahora observado experimentalmente para el frente de onda. En su lugar, nosotros resolveremos en forma perturbativa, pero integral, las ecuaciones de Maxwell-Bloch, perturbando el TA y obteniendo directamente  $p(t)$ , sin hacer uso de la Ec. (9). Este procedimiento implica suponer válidas, como primera aproximación, las ecuaciones de Maxwell-Bloch con difusión y la existencia de una generalización del teorema del área. Este uso simultáneo de las ecuaciones deja a las ecuaciones de Maxwell a un nivel inferior en la secuencia de solución perturbativa, ya que el TA juega el papel de éstas. Es conveniente enfatizar que tal procedimiento es tan sólo una primera aproximación que requiere de su posterior retroalimentación en el conjunto de ecuaciones Maxwell-Bloch y de sus subsecuentes iteraciones para la descripción total del proceso de propagación. Sin embargo, esta técnica perturbativa permite encontrar soluciones analíticas del problema de difusión.

Partiendo de las Ecs.(1) en resonancia ( $\Delta = 0$ ), y definiendo  $q = w + iv$ , se encuentra

$$\frac{dq}{dt} = \left[ -i\Omega + \frac{D}{q} \nabla^2 w \right] q, \quad (10)$$

en donde  $q = q(r, z, t)$  y  $\Omega$  es la frecuencia de Rabi, cuya dependencia radial se da a través del campo. Esta ecuación constituye el punto clave de este trabajo, ya que contiene la información sobre la variación espacial y temporal de la inversión de población. En el caso específico de difusión dipolar, el punto de partida se daría en la ecuación para el dipolo, y en un caso general, en ambas ecuaciones de Bloch.

Para resolver la Ec. (10), nos colocaremos en el marco de referencia del frente del pulso, donde existe una equivalencia espacio-temporal, es decir, la distancia de propagación es

equivalente al tiempo de propagación a través de  $z = Vt$ , donde  $V$  es la velocidad del frente del pulso en el medio en esa posición radial. Consideraremos que la dispersión del pulso introducida por la dependencia no lineal de la intensidad sea significativamente menor al proceso mismo de cambio en el área del pulso. Así, al integrar la Ec. (10), desde cero hasta un tiempo  $t$ , obtenemos

$$q(r, t) = q(0)A(r, t) \exp[-i\Theta(r, t)], \tag{11}$$

donde  $q(0)$  es el valor de  $q$  en  $t = r = 0$  y  $\Theta = \theta_r - \delta\theta(r, t)$ , siendo  $\theta_r$  el área dada por la Ec. (6) sin difusión y  $\Theta$  representa el TA modificado por la misma. Las correcciones por difusión están dadas por: (i) la amplitud dipolar

$$A(t, r) = \exp\left(D \int_0^t \frac{w \nabla^2 w}{|q|^2} dt'\right); \tag{12}$$

y (ii) por la corrección al área

$$\delta\theta(t) = D \int_0^t \frac{v \nabla^2 w}{|q|^2} dt'. \tag{13}$$

Las correcciones por difusión al dipolo y a la inversión atómicas se obtienen separando la parte real e imaginaria de la solución dada en la Ec. (11). Aplicando las condiciones iniciales que corresponden a un medio resonante absorbedor (no activo),  $w(0) = -1$  y  $v(0) = 0$ , tales correcciones están dadas por

$$w = -A(r, t) \cos[\Theta(r, t)], \tag{14}$$

$$v = -A(r, t) \text{sen}[\Theta(r, t)], \tag{15}$$

en donde podemos darnos cuenta que el efecto de la difusión se presenta como un efecto modulador y no como un simple producto de soluciones no perturbadas como en la Ec. (9). En particular, si  $D = 0$ , nuestros resultados se reducen a las Ecs. (4.12) y (4.13) de la Ref. [9].

Sustituyendo las Ecs. (14) y (15) en la Ec. (13) y efectuando la integral correspondiente obtenemos el teorema del área en presencia de difusión:

$$\begin{aligned} \Theta = \theta_r - \delta\theta(r, t) = & 2 \left( 1 - \frac{D}{4} h_4 \right) \arctan(y) + Dh_4 R \frac{1}{2} \theta_r \\ & + D \left\{ \frac{h_1}{8} \frac{y}{1+y^2} + h_2 \frac{y}{(1+y^2)^2} - h_3 \frac{y}{(1+y^2)^3} \right\}_0^z \\ & + D \left\{ h_5 \frac{1}{1+y^2} + h_6 \frac{1}{(1+y^2)^2} + h_7 \frac{1}{(1+y^2)^3} \right\}_0^z, \end{aligned} \tag{16}$$

en donde  $y = \tan(R(r)\theta_0/2) \exp(-\alpha z'/2)$ . En la Ec. (16) las  $h_i$  son funciones que dependen exclusivamente del radio y del pulso inicial y están dadas por

$$h_i = K \left[ c_{1i}\theta_r (rR)^2 - c_{2i}\theta_r \left( \frac{rR}{a_0} \right)^2 + (c_{3i}r^2 - c_{4i}r + c_{5i})\frac{R}{a_0} \right],$$

para  $i = 1, 2, \dots, 7$ . Por comodidad, los coeficientes  $c_{ij}$  de los polinomios  $h_i$  se han agrupado en la forma vectorial  $h_i = (c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}, c_{4i}, c_{5i})$ , con

$$\begin{aligned} h_1 &= (2, -2, 4, 0, -4), & h_2 &= (4/3, 28/3, -8, 4, 4), \\ h_3 &= (16/3, -16/3, 32/3, 0, 16/3), & h_4 &= (2, -6, 4, 0, -6), \\ h_5 &= (0, 2K\gamma, 0, 0, 0), & h_6 &= 4h_5, \quad h_7 = 8h_5/3, \end{aligned} \tag{17}$$

y con  $a_0 = \tan(R(r)\theta_0/2)$ ,  $K = (\theta/\gamma) \sec^2(R(r)\theta_0/2)$  y  $\gamma = \alpha V$ . Nótese que la Ec. (16) es bastante compleja; sin embargo, su comportamiento es muy similar al TA sin difusión en el caso de distancias de propagación grandes; es decir, presentan un valor estable, el cual depende ahora del coeficiente de difusión  $D$  y de la forma del perfil radial.

Similarmente, la primera solución perturbativa a la amplitud dipolar,  $A(r, t)$ , no tan sólo afecta al dipolo sino también a la energía, como era de esperarse por la Ec. (4). Substituyendo las Ecs. (14) y (15) en la Ec. (12) y efectuando la integral resultante obtenemos

$$A(r, z) = \exp \left[ -D \left\{ g_1 \arctan(y) + g_2 \frac{y}{1+y^2} + g_3 \frac{y}{(1+y^2)^2} - g_4 \frac{y}{(1+y^2)^3} + g_5 \frac{1}{1+y^2} - g_6 \frac{1}{(1+y^2)^2} + g_7 \frac{1}{(1+y^2)^3} \right\} z \right]. \tag{18}$$

En analogía con las funciones  $h_i$ , las funciones  $g_i$  también dependen únicamente del radio y del área del pulso inicial; además, son idénticas en forma pero con coeficientes diferentes:

$$\begin{aligned} g_1 &= (0, 2, -2, 0, 1), & g_2 &= (0, -2, 2, 0, -3), \\ g_3 &= (4/3, 0, 4/3, 0, 10/3), & g_4 &= (16/3, 0, 16/3, 0, -8/3), \\ g_5 &= (0, 4K\gamma, 0, 0, 0), & g_6 &= 4g_5/3, \quad g_7 = 2g_5. \end{aligned} \tag{19}$$

La Fig. 4 ilustra la evolución dinámica del perfil transversal de un pulso inicialmente gaussiano, cuya área en  $r = 0$  es de  $1.2\pi$ , al propagarse en el medio resonante. Nótese que el centro del pulso se propaga normalmente tal y como lo haría bajo el TA sin difusión (Fig. 2) aunque en este caso el valor estable es ligeramente menor a  $2\pi$ , como lo predice la Ec. (16) tomada en el límite  $z \rightarrow \infty$ . En la Fig. 4, el efecto de difusión se hace notar por la presencia de máximos laterales (proporcionales a  $D$  según la Ec. (16)) alrededor del

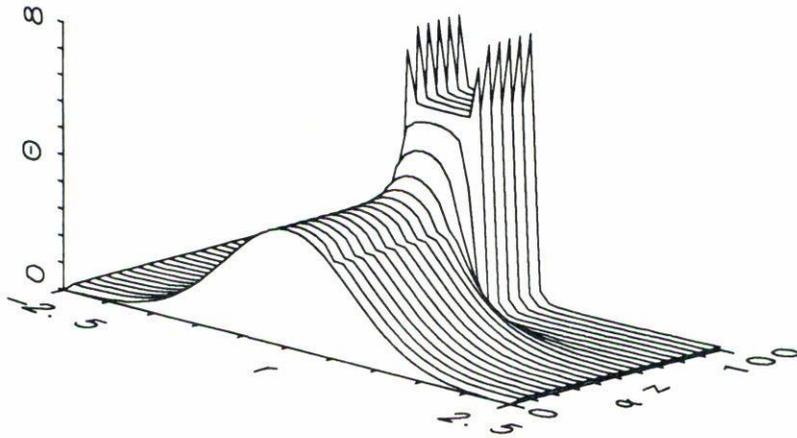


FIGURA 4. Evolución del mismo perfil transversal gaussiano de la Fig. 2 en presencia de difusión ( $D = 0.005$ ). El efecto más notable debido a la difusión es la generación de los máximos laterales. En esta figura se usó la misma escala logarítmica que en la Fig. 2 con el mismo propósito.

punto de transición  $r_t$ . Tales máximos laterales han sido observados experimentalmente en la propagación incoherente [6] y justificados numéricamente mediante la inclusión de difusión en la inversión de población [7]. Sin embargo, tales estructuras en propagación coherente, así como su evolución transiente analítica, no se habían considerado o explicado antes. Las correcciones debidas a la difusión dan origen a un suave comportamiento que explican y cuantifican los máximos observados experimentalmente en términos del perfil del pulso de entrada. La evolución del pulso en el medio es idéntico en sus primeras etapas a la propagación sin difusión, sin embargo, el efecto de la difusión se hace notorio para distancias de propagación grandes, como corresponde a todo fenómeno perturbativo. Además, la Ec. (16) evaluada a distancias muy grandes indica que la modificación de los puntos de estabilidad en el centro del perfil radial siguen un comportamiento lineal con  $D$ , lo que coincide, para valores pequeños del coeficiente de pérdidas  $\sigma$ , con los resultados de McCall y Hahn para el TA obtenido promediando la distribución radial del pulso (Fig. 3).

Finalmente, la amplitud dipolar perturbada,  $A(r, z)$  dada en la Ec. (18), es mostrada en la Fig. 5 para diferentes valores del radio, cuando el pulso inicial tiene una área máxima de  $1.2\pi$  en  $r = 0$ , y cuando el medio posee una baja difusión ( $D = 0.005$ ). Obsérvese que las variaciones en  $A(r, z)$  son proporcionales a  $D$ , con un mínimo en  $r_t$ , y que alrededor de  $r_t$  el pulso sufre una brusca modulación transitoria. Por otro lado, cuando  $r \rightarrow \infty$ , entonces  $A \rightarrow 1$ ; es decir, no existe modulación alguna en  $A(r, z)$  para puntos muy alejados del centro del perfil del pulso, como es de esperarse para pulsos débiles. Los efectos de modulación pueden llegar a ser importantes fuentes de pérdidas de energía en la inversión de población y el dipolo. En nuestro caso, la modulación en el dipolo es muy diferente a la modulación dipolar obtenida por Slichter [6] debido a que no estamos considerando el decaimiento temporal del perfil radial.

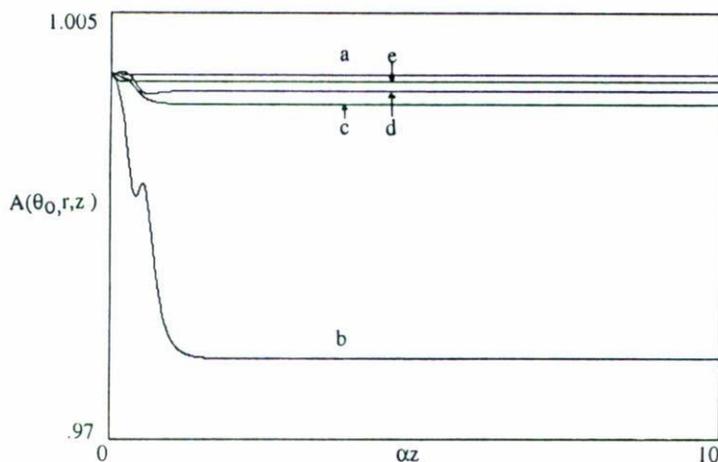


FIGURA 5. Gráficas de la función de modulación dipolar,  $A(r, z, \theta)$ , de la Ec. (18), para un pulso cuyo perfil transversal gaussiano posee un área inicial de  $1.2\pi$ . El coeficiente de difusión es de  $D = 0.005$  y las curvas corresponden a diferentes posiciones radiales. En (a)  $r = 0$ , (b)  $r = 0.1$ , (c)  $r = 0.2$ , (d)  $r = 0.4$  y (e)  $r = 1$ .

#### 4. CONCLUSIONES

Se ha discutido el problema de propagación de campos coherentes en un medio difusor y se ha resuelto analíticamente usando un método perturbativo basado en el TA, encontrándose una modificación de la dinámica del pulso debido a la dependencia radial de la difusión. En especial, se encontró que el perfil estable presenta máximos laterales análogos a los obtenidos en propagación incoherente y un suave decaimiento en los bordes del pulso, debido a la validez del TA para todo punto del perfil radial del pulso. Las características de transportabilidad de este método a otros problemas donde la difusión de los átomos activos es de especial importancia, requieren de un análisis más completo que considere no sólo la primera aproximación, sino también iteraciones de órdenes mayores. Sin embargo, la sencillez de usar técnicas perturbativas sobre el teorema del área le da una gran potencialidad a este método, como ya ha sido remarcado [14]. En particular, tal técnica se ha aplicado para incluir efectos de difusión en la conjugación de fase en materiales fotorrefractivos [15].

#### AGRADECIMIENTOS

Uno de nosotros (GETC) agradece a los Drs. Jorge Ojeda Castañeda y A. Serrano Pérez-Grovas su hospitalidad en el INAOE. Parte de este trabajo fue apoyado por CONACyT, a través del programa "Fortalecimiento al Posgrado Nacional".

#### REFERENCIAS

1. G.P. Agrawal, *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press Inc., San Diego CA (1989).

2. M. Nakasawa, I Kimura, K. Kurokawa and K. Suzuki, *Phys. Rev.* **A45** (1992) 23.
3. V. Aboites and G.E. Torres-Cisneros, *J. Mod. Opt.* **35** (1988) 1865.
4. E. Fill, *Opt. Comm.* **49** (1984) 362.
5. H.C. Torrey, *Phys. Rev.* **104** (1956) 563.
6. C.P. Slichter, *Principles of Magnetic Resonance*, Springer-Verlag (1980).
7. R. Kashyap and N. Finlanson, *Opt. Lett.* **17** (1992) 405.
8. B.S. Wherrett, P Smirl, T.F. Bogges, *IEEE J. Quantum Electron.* **QE-19** (1983) 680.
9. L. Allen, and J.H. Eberly, *Optical Resonance and Two-Level Atoms*, Dover, NY. (1985).
10. S.L. McCall and E.L. Hahn, *Phys. Rev.* **183** (1969) 457.
11. H.M. Gibbs and R.E. Slusher, *Appl. Phys. Lett.* **18** (1971) 505.
12. Ju-Tao Chen, and Zhen-Xin Yu, *IEEE J. of Quantum Electron.* **QE-25** (1989) 373.
13. S.L. McCall and E.L. Hahn, *Bull. Am. Phys. Soc.* **10** (1965) 1189.
14. N. Bloembergen, Comentarios durante el XXXIV Congreso de la Soc. Mex. Fís., Cd. de México, (1991).
15. R. Ramos García, J.J. Sánchez Mondragón, Memorias del XXXIV Congreso de la Soc. Mex. Fís., Cd. de México, (1991) 73.