

# Estudio del acoplamiento rotación-partícula en núcleos de $^{161-167}\text{Er}$ y $^{235}\text{U}$

MARGARITA FERNÁNDEZ LIMIA

*Departamento de Física, ISPJAE*

*Calle 136 C.M.M.P., Marianao, Ciudad de la Habana, Cuba*

Recibido el 31 de enero de 1995; aceptado el 22 de agosto de 1995

**RESUMEN.** Las interacciones residuales de apareamiento cuadrupolar y espín-espín entre los nucleones, en presencia de la rotación nuclear, conducen a acoplamientos adicionales de tipo rotación-partícula, los cuales atenúan los efectos de la interacción de Coriolis. Estos acoplamientos se determinan usando el formalismo de la matriz densidad, bajo la consideración de la conservación exacta del momento angular del núcleo. Finalmente, se calculan las energías de los niveles de las bandas rotacionales y las amplitudes de mezclado correspondientes a las probabilidades de transición BE2 para algunos de los núcleos impares deformados. Se obtiene una muy buena concordancia entre los valores teóricos y experimentales de estas energías. La atenuación de Coriolis producida por estas interacciones resulta relevante para la explicación de los resultados experimentales.

**ABSTRACT.** The residual quadrupole pairing and spin-spin interactions among the nucleons, in presence of the rotational motion, lead to additional terms in the particle-rotation coupling, which attenuate the effects of the Coriolis interaction. These couplings are determined by using the density matrix formalism, under the consideration of the exact conservation of the nuclear angular momentum. Finally the energy levels of the rotational bands and the mixing amplitudes of the BE2 transition probabilities are calculated for some odd deformed nuclei. A very good agreement between the theoretical and experimental energies is obtained. The Coriolis attenuation produced by these interactions shows itself as relevant for explaining the experimental results.

PACS: 21.10; 21.60

## 1. INTRODUCCIÓN

La interacción residual de apareamiento cuadrupolar juega un papel importante en el fenómeno de la atenuación de Coriolis [1-5]. Bajo su consideración se logran describir las bandas rotacionales de los núcleos impares deformados en buena concordancia con el experimento [2-4], y se mejora la misma en relación con las probabilidades de transición BE2 [4]. En la Ref. [2] se analizan las bandas de paridad positiva de algunos núcleos de tierras raras y se logra la concordancia ajustando para ello el valor de la constante de fuerza  $G_2$ . Por otra parte, analizando los resultados obtenidos en la Ref. [4], vemos que la atenuación de Coriolis que se logra al considerar esta interacción, no es suficiente para explicar los datos experimentales, sobre todo en relación con las probabilidades de transición BE2. En este caso el valor de la constante de fuerza  $G_2$  se fijó de manera que teniendo en cuenta esta interacción se pudieran reproducir los valores de los momentos de inercia de los núcleos par-par vecinos a los impares.

Un mejor ajuste con el experimento se obtiene cuando se considera además el acoplamiento rotación-partícula que resulta de la interacción residual espín-espín. La contribución de esta interacción al momento de inercia de los núcleos par-par ha sido investigada por algunos autores [6]. Como se pone de manifiesto en este trabajo, ella también contribuye al fenómeno de la atenuación de Coriolis presente en los núcleos impares investigados.

## 2. ECUACIÓN DE MOVIMIENTO PARA EL NÚCLEO IMPAR

Utilizando el formalismo de la matriz densidad [7], es posible realizar una descripción microscópica de los núcleos impares deformados. Consideramos un hamiltoniano de muchas partículas compuesto por uno central de una sola partícula e interacciones residuales nucleón-nucleón del tipo cuadrupolar y espín-espín en el canal partícula-hueco, y de apareamiento monopolar y cuadrupolar:

$$\begin{aligned}
 H = & h_{\text{sp}} - \frac{\chi}{2} \sum_{\mu} Q_{\mu}^{2+} Q_{\mu}^2 - \frac{1}{4} \sum_{\lambda=0,2} G_{\lambda} P_{\mu}^{\lambda+} P_{\mu}^{\lambda} \\
 & + \frac{1}{4} \sum_{\lambda=0,2} \chi_{\sigma\lambda} (S(\lambda 1)_{\mu}^{1+} S(\lambda 1)_{\mu}^1 + g S_{(\tau_z)}(\lambda 1)_{\mu}^{1+} S_{(\tau_z)}(\lambda 1)_{\mu}^1), \quad (1)
 \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
 h_{\text{sp}} &= \sum_{jm} (e_j - \lambda) a_{jm}^{+} a_{jm}, \\
 Q_{\mu}^2 &= \sum_{j_1 m_1 j_2 m_2} \langle j_1 m_1 | r^2 Y_{\mu}^2 | j_2 m_2 \rangle a_{j_1 m_1}^{+} a_{j_2 m_2}, \\
 S(\lambda 1)_{\mu}^1 &= \sum_{j_1 m_1 j_2 m_2} \langle j_1 m_1 | r^{\lambda} (Y^{\lambda} \hat{\sigma})_{\mu}^1 | j_2 m_2 \rangle a_{j_1 m_1}^{+} a_{j_2 m_2}, \quad (2) \\
 S_{(\tau_z)}(\lambda 1)_{\mu}^1 &= \sum_{j_1 m_1 j_2 m_2} \langle j_1 m_1 | r^{\lambda} \hat{\tau}_z (Y^{\lambda} \hat{\sigma})_{\mu}^1 | j_2 m_2 \rangle a_{j_1 m_1}^{+} a_{j_2 m_2}, \\
 P_{\mu}^{\lambda} &= \sum_{j_1 m_1 j_2 m_2} \langle j_1 m_1 | r^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda} | j_2 m_2 \rangle \bar{a}_{j_1 m_1} a_{j_2 m_2}.
 \end{aligned}$$

y  $\bar{a}_{jm} = (-1)^{j+m} a_{j-m}$ ;  $a_{jm}^{+}$  y  $a_{jm}$ , son los operadores fermiónicos de creación y aniquilación de partículas en los estados  $|jm\rangle$ , siendo  $j$  el número cuántico del momento angular de la partícula y  $m$  el de su proyección sobre el eje  $z$ . Las energías de estos orbitales  $|jm\rangle$  correspondientes al potencial esférico de una sola partícula dado por  $h_{\text{sp}}$  se denotan por  $e_j$  y por  $\lambda$ , el potencial químico del núcleo. Las constantes de fuerza de las

interacciones mencionadas que aparecen en (1) son  $\chi$ ,  $\chi_{\sigma 0}$ ,  $\chi_{\sigma 2}$ ,  $g$ ,  $G_0$  y  $G_2$ . El operador  $\hat{\tau}_z$  es la componente  $z$  del operador de isoespín y  $\hat{\sigma}$  es el operador vectorial de espín.

Denotamos por  $|\eta IM\rangle$  al estado del núcleo impar de momento angular  $I$  y proyección  $M$ , siendo  $\eta$  un índice que sirve para diferenciar los estados de igual momento angular. Estos estados con momento angular y número de partículas bien determinados, los consideramos como estados de cuasi-partícula obtenidos a partir de los correspondientes estados de partícula  $a_{jm}^+ |RM_R(A-1)\rangle$  y hueco  $\bar{a}_{jm} |RM_R(A+1)\rangle$ , donde  $|RM_R(A \mp 1)\rangle$  describen los estados de momento angular  $R$  y proyección  $M_R$  de los sistemas par-par vecinos al núcleo impar:

$$|\eta IM\rangle = \sum_{jmRM_R} (t_{jmRM_R}^{\eta IM} a_{jm}^+ |RM_R(A-1)\rangle + s_{jmRM_R}^{\eta IM} \bar{a}_{jm} |RM_R(A+1)\rangle). \quad (3)$$

La ecuación de movimiento para el núcleo impar se obtiene tomando los elementos matriciales

$$\begin{aligned} \langle RM_R(A-1) | a_{im_i} H | \eta IM \rangle &= \langle RM_R(A-1) | H a_{im_i} | \eta IM \rangle \\ &+ \langle RM_R(A-1) | [a_{im_i}, H] | \eta IM \rangle \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \langle RM_R(A+1) | \bar{a}_{im_i}^+ H | \eta IM \rangle &= \langle RM_R(A+1) | H \bar{a}_{im_i}^+ | \eta IM \rangle \\ &+ \langle RM_R(A+1) | [\bar{a}_{im_i}^+, H] | \eta IM \rangle. \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que  $|\eta IM\rangle$  y  $|RM_R(A \mp 1)\rangle$  son autofunciones del hamiltoniano  $H$  con autovalores  $E_\eta^I$  y  $E_{\text{core}}(A \mp 1)$ , respectivamente, se obtiene

$$E_\eta^I U_{im_i RM_R}^{\eta IM} = E_{\text{core}}(A-1) U_{im_i RM_R}^{\eta IM} + \langle RM_R(A-1) | [a_{im_i}, H] | \eta IM \rangle. \quad (4)$$

Similarmente,

$$E_\eta^I V_{im_i RM_R}^{\eta IM} = E_{\text{core}}(A+1) V_{im_i RM_R}^{\eta IM} + \langle RM_R(A+1) | [\bar{a}_{im_i}^+, H] | \eta IM \rangle, \quad (5)$$

donde quedan definidas las amplitudes partícula-hueco generalizadas:

$$\begin{aligned} U_{jmRM_R}^{\eta IM} &= \langle RM_R(A-1) | a_{jm} | \eta IM \rangle, \\ V_{jmRM_R}^{\eta IM} &= \langle RM_R(A+1) | \bar{a}_{jm}^+ | \eta IM \rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

Procediendo como hacemos más adelante para el caso de la interacción cuadrupolar, y efectuando los conmutadores que aparecen en las expresiones (4) y (5) teniendo en cuenta los diferentes términos del hamiltoniano (1), se obtiene la ecuación de movimiento para el núcleo impar

$$H_M(UV)^{\eta IM} = E_\eta^I (UV)^{\eta IM}, \quad (7)$$

donde  $H_M$  es la matriz de energía

$$H_M = \begin{bmatrix} E_{\text{core}} + (e - \lambda) + \Gamma + \gamma & -\Delta_0 - \Delta_Q \\ -\Delta_0^+ - \Delta_Q^+ & \tilde{E}_{\text{core}} - (e - \lambda) - \tilde{\Gamma} + \tilde{\gamma} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

En la Ec. (8),  $\langle \Gamma \rangle$  y  $\langle \gamma \rangle$  representan los acoplamientos de la partícula o hueco a los campos colectivos cuadrupolar y de espín. Asimismo,  $\Delta_0$  y  $\Delta_Q$  describen los acoplamientos a los campos colectivos de apareamiento monopolar y cuadrupolar, respectivamente. La presencia o no del símbolo  $\sim$  sobre  $E_{\text{core}}$ ,  $\Gamma$  y  $\gamma$  refiere estas magnitudes al *core* con  $(A + 1)$  o con  $(A - 1)$  partículas. Los autovalores  $E_{\eta}^I$  y autovectores

$$(UV)^{\eta IM} = \begin{pmatrix} U_{im_i RM_R}^{\eta IM} \\ V_{im_i RM_R}^{\eta IM} \end{pmatrix} \quad (9)$$

representan las energías y las amplitudes partícula-hueco para los estados excitados del núcleo impar, las cuales se relacionan con las definidas en (3) de la siguiente forma:

$$(UV)^{\eta IM} = D(ts)^{\eta IM}, \quad (10)$$

donde

$$(ts)^{\eta IM} = \begin{pmatrix} t_{im_i RM_R}^{\eta IM} \\ s_{im_i RM_R}^{\eta IM} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

y  $D$  es la matriz densidad del sistema par-par vecino:

$$D = \begin{pmatrix} \rho & \sigma \\ \sigma^+ & \tau \end{pmatrix} \quad (12)$$

con elementos matriciales

$$\begin{aligned} \rho_{1,2} &= \langle R_1 M_1(A - 1) | a_{j_1 m_1} a_{j_2 m_2}^+ | R_2 M_2(A - 1) \rangle, \\ \sigma_{1,2} &= \langle R_1 M_1(A - 1) | a_{j_1 m_1} \bar{a}_{j_2 m_2} | R_2 M_2(A + 1) \rangle, \\ \sigma_{1,2}^+ &= \langle R_1 M_1(A + 1) | \bar{a}_{j_1 m_1}^+ a_{j_2 m_2}^+ | R_2 M_2(A - 1) \rangle, \\ \tau_{1,2} &= \langle R_1 M_1(A + 1) | \bar{a}_{j_1 m_1}^+ \bar{a}_{j_2 m_2} | R_2 M_2(A + 1) \rangle, \end{aligned} \quad (13)$$

los cuales determinan las propiedades del *core* y los campos colectivos a los que se acopla la partícula-hueco y que figuran en la matriz de energía (8), cuyos bloques se dan a

continuación:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{core}}(A \pm 1) &= \langle RM_R(A \pm 1) | H | RM_R(A \pm 1) \rangle \\
 &= E_{\text{core}}(A \pm 1) \delta_{im_i, jm_j} \delta_{R_1 M_1, R_2 M_2}, \\
 (e - \lambda) &= (e_j - \lambda) \delta_{im_i, jm_j} \delta_{R_1 M_1, R_2 M_2},
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} &= -\chi \sum_{\mu} \langle R_1 M_1 | Q_{\mu}^2 | R_2 M_2 \rangle \langle im_i | r^2 Y_{\mu}^{2*} | jm_j \rangle, \\
 \gamma_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} &= +\frac{1}{2} \sum_{\substack{\mu \\ \lambda=0,2}} \chi_{\sigma\lambda} \left( \langle R_1 M_1 | S(\lambda)_{\mu}^1 | R_2 M_2 \rangle \langle im_i | r^{\lambda} (Y_{\lambda} \hat{\sigma})_{\mu}^{1*} | jm_j \rangle \right. \\
 &\quad \left. + g \langle R_1 M_1 | S(\tau_z)(\lambda)_{\mu}^1 | R_2 M_2 \rangle \langle im_i | r^{\lambda} \hat{\tau}_z (Y_{\lambda} \hat{\sigma})_{\mu}^{1*} | jm_j \rangle \right), \\
 (\Delta_0)_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} &= \Delta_0 \delta_{im_i, jm_j} \delta_{R_1 M_1, R_2 M_2}, \\
 (\Delta_Q)_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} &= \frac{G_2}{2} \sum_{\mu} \langle R_1 M_1 | P_{\mu}^2 | R_2 M_2 \rangle \langle im_i | r^2 Y_{\mu}^{2*} | jm_j \rangle,
 \end{aligned} \tag{15}$$

donde los elementos matriciales colectivos en (15) se expresan a través de los elementos (13) de la matriz densidad  $D$ . En el caso de la interacción de apareamiento monopolar asumimos que

$$\begin{aligned}
 \Delta_0 &= \frac{G_0}{8\pi} \sum_{j_1 m_1} \langle R_1 M_1(A-1) | \bar{a}_{j_1 m_1} a_{j_1 m_1} | R_1 M_1(A+1) \rangle, \\
 &= \frac{G_0}{8\pi} \sum_{j_1 m_1} \langle R_1 M_1(A+1) | a_{j_1 m_1}^+ \bar{a}_{j_1 m_1}^+ | R_1 M_1(A-1) \rangle.
 \end{aligned}$$

A continuación efectuamos la deducción de los elementos matriciales del bloque cuadrupolar  $\langle \Gamma \rangle$  dados en (15). Para ello desarrollamos el conmutador de  $a_{im_i}$  con el operador correspondiente a la interacción cuadrupolar  $Q_{\mu}^2 + Q_{\mu}^2$  del hamiltoniano:

$$\begin{aligned}
 [a_{im_i}, Q_{\mu}^2 + Q_{\mu}^2] &= [a_{im_i}, Q_{\mu}^{2+}] Q_{\mu}^2 + Q_{\mu}^{2+} [a_{im_i}, Q_{\mu}^2] \\
 &= \sum_{j_1 m_1, j_2 m_2} \langle j_1 m_1 | r^2 Y_{\mu}^{2*} | j_2 m_2 \rangle [a_{im_i}, a_{j_1 m_1}^+ a_{j_2 m_2}] Q_{\mu}^2 \\
 &\quad + \sum_{j_1 m_1, j_2 m_2} \langle j_1 m_1 | r^2 Y_{\mu}^2 | j_2 m_2 \rangle Q_{\mu}^{2+} [a_{im_i}, a_{j_1 m_1}^+ a_{j_2 m_2}]
 \end{aligned}$$

donde hemos sustituido el operador cuadrupolar dado en la Ec. (2). Desarrollando los conmutadores que aparecen en la expresión anterior se obtiene

$$\begin{aligned} [a_{im_i}, Q_\mu^{2+} Q_\mu^2] &= \sum_{j_2 m_2} \langle i_i m_i | r^2 Y_\mu^{2*} | j_2 m_2 \rangle a_{j_2 m_2} Q_\mu^2 \\ &+ \sum_{j_2 m_2} \langle i_i m_i | r^2 Y_\mu^2 | j_2 m_2 \rangle Q_\mu^{2+} a_{j_2 m_2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Teniendo en cuenta que  $a_{j_2 m_2} Q_\mu^2 = [a_{j_2 m_2} Q_\mu^2] + Q_\mu^2 a_{j_2 m_2}$  y efectuando el conmutador que aquí aparece, la expresión (16) se transforma en

$$\begin{aligned} \sum_{\substack{j_2 m_2 \\ j_3 m_3}} \langle i_i m_i | r^2 Y_\mu^{2*} | j_2 m_2 \rangle \langle j_2 m_2 | r^2 Y_\mu^2 | j_3 m_3 \rangle a_{j_3 m_3} + \\ \sum_{j_2 m_2} \langle i_i m_i | r^2 Y_\mu^{2*} | j_2 m_2 \rangle Q_\mu^2 a_{j_2 m_2} + \sum_{j_2 m_2} \langle i_i m_i | r^2 Y_\mu^2 | j_2 m_2 \rangle Q_\mu^{2+} a_{j_2 m_2}. \end{aligned}$$

Planteando a continuación la sumatoria por  $\mu$  e intercambiando en el primer término de la expresión anterior  $j_3 m_3$  y  $j_2 m_2$ , y en el último término  $\mu$  por  $-\mu$  obtenemos

$$\begin{aligned} \sum_{\mu} [a_{im_i}, Q_\mu^{2+} Q_\mu^2] &= \sum_{j_3} \frac{\langle j_3 || Q^2 || i \rangle^2}{2i+1} a_{im_i} \\ &+ 2 \sum_{\mu, j_2 m_2} \langle i_i m_i | r^2 Y_\mu^{2*} | j_2 m_2 \rangle Q_\mu^2 a_{j_2 m_2}. \end{aligned} \quad (17)$$

Tomando los elementos matriciales de este conmutador entre los estados  $|R_1 M_1(A-1)\rangle$  y  $|\eta IM\rangle$ , multiplicando además por la constante de fuerza de la interacción cuadrupolar  $-\chi/2$ , efectuando también el cambio de  $j_2 m_2$  por  $j m_j$  e introduciendo entre el operador cuadrupolar y el fermiónico la sumatoria por  $R_2 M_2$  de  $|R_2 M_2\rangle \langle R_2 M_2|$  obtenemos los elementos matriciales del conmutador en (4) con respecto al término de interacción cuadrupolar del hamiltoniano (1):

$$\begin{aligned} -\frac{\chi}{2} \sum_{\mu} \langle R_1 M_1(A-1) | [a_{im_i}, Q_\mu^{2+} Q_\mu^2] | \eta IM \rangle &= \\ -\frac{\chi}{2} \sum_{j_3} \frac{\langle j_3 || Q^2 || i \rangle^2}{2i+1} \langle R_1 M_1(A-1) | a_i m_i | \eta IM \rangle &- \\ \chi \sum_{\mu, j m_j} \langle i_i m_i | r^2 Y_\mu^{2*} | j m_j \rangle \langle R_1 M_1(A-1) | Q_\mu^2 | R_2 M_2(A-1) \rangle &\times \\ \langle R_2 M_2(A-1) | a_j m_j | \eta IM \rangle. & \quad (18) \end{aligned}$$

El primer término a la derecha de (18) se incluye en el bloque  $(e - \lambda)$ , por lo que resulta:

$$\Gamma_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} = -\chi \sum_{\mu} \langle R_1 M_1 | Q_{\mu}^2 | R_2 M_2 \rangle \langle im_i | r^2 Y_{\mu}^{2*} | jm_j \rangle,$$

que es la expresión que aparece en (15). De igual forma, desarrollando el conmutador  $[\bar{a}_{im_i}^+, Q_{\mu}^{2+} Q_{\mu}^2]$  en (5), se obtienen los elementos matriciales del bloque  $\langle \tilde{\Gamma} \rangle$ . Y procediendo análogamente con el resto de los términos del hamiltoniano  $H$  (1), resultan los elementos matriciales mostrados en (15) correspondientes a las interacciones espín-espín y de apareamiento monopolar y cuadrupolar.

En lo sucesivo no tendremos en cuenta las diferencias entre los sistemas con  $(A \pm 1)$  partículas, siendo considerados como un rotor con simetría axial, de manera que la energía de sus estados excitados se da a través de la expresión

$$E_{\text{core}} = A_0 R(R + 1), \quad (19)$$

siendo  $A_0 = \frac{\hbar^2}{2} J_0$ , la constante de acoplamiento y  $J_0$  el momento de inercia promedio del sistema par-par vecino.

Realizamos ahora la transformación que permite pasar del sistema de laboratorio al ligado al núcleo ( $|a_{jm}^+ RM_R\rangle \rightarrow |a_{\alpha k}^+ IMk\rangle$ ):

$$\langle IMk, \alpha k | jm RM_R \rangle = \frac{\hat{R}}{\hat{I}} (jm RM_R | IM) (jk R0 | Ik) C_{jk}^{\alpha}, \quad (20)$$

donde  $\hat{R} = \sqrt{2R + 1}$ ,  $\hat{I} = \sqrt{2I + 1}$ , y tomando como estados intrínsecos los estados de Nilsson  $|\alpha k\rangle$ , siendo  $k$  la proyección del momento angular de la partícula sobre el eje de simetría del núcleo,  $\alpha$  el índice que junto con  $k$  permite clasificar estos orbitales y  $C_{jk}^{\alpha}$  los coeficientes del desarrollo de los mismos por los esféricos  $|jk\rangle$ .

Efectuamos entonces

$$(H_M^I)_{\alpha_1 k_1, \alpha_2 k_2} = \sum_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} \langle IMk_1, \alpha_1 k_1 | im_i R_1 M_1 \rangle (H_M)_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} \langle jm_j R_2 M_2 | \alpha_2 k_2, IMk_2 \rangle, \quad (21)$$

quedando diagonalizado el bloque  $\langle (e - \lambda) + \Gamma \rangle$  de la matriz (8), por las energías  $(\bar{e}_{\alpha k} - \lambda)$ , siendo  $\bar{e}$  las energías correspondientes a los estados de Nilsson  $|\alpha k\rangle$ , esto bajo la condición de simetría axial y deformación estable del core.

De la Ec. (21) se obtiene

$$H_M = \begin{bmatrix} (\bar{e} - \lambda)\delta_{1,2} & -\Delta_0\delta_{1,2} \\ -\Delta_0\delta_{1,2} & -(\bar{e} - \lambda)\delta_{1,2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f(I)\delta_{1,2} + (H_c)_{1,2} + (H_{\sigma})_{1,2} & -(H_Q)_{1,2} \\ (H_Q)_{1,2} & f(I)\delta_{1,2} + (H_c)_{1,2} + (H_{\sigma})_{1,2} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

En lo sucesivo asumiremos  $|1\rangle \equiv |\alpha_1 k_1\rangle$  y  $|2\rangle \equiv |\alpha_2 k_2\rangle$ . En la Ec. (22) el bloque  $\langle f(I) + H_c \rangle$  proviene de la transformación de  $E_{\text{core}}$  (19) según (21) e incluye al término diagonal

$$f(I) = A_0 [I(I+1) - k^2] + A_0 \sum_j [j(j+1) - k^2] C_{jk}^{\alpha_2} + A_0 a_0 (-1)^{(I+\frac{1}{2})} (I + \frac{1}{2}) \delta_{k, \frac{1}{2}} \quad (23)$$

y al de Coriolis  $H_c$ :

$$(H_c)_{1,2} = -A_0 \left[ \sqrt{(I+k_1)(I-k_1+1)} \langle 1|j_+|2\rangle \delta_{k_2, k_1-1} + \sqrt{(I-k_1)(I+k_1+1)} \langle 1|j_-|2\rangle \delta_{k_2, k_1+1} \right], \quad (24)$$

siendo  $a_0$  la constante de desacoplamiento.

Asimismo,  $H_Q$  y  $H_\sigma$  se obtiene de la transformación de los términos correspondientes en (8) de las interacciones de apareamiento cuadrupolar  $\langle \Delta_Q \rangle$ :

$$\begin{aligned} (H_Q)_{\alpha_1 k_1, \alpha_2 k_2} &= \sum_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} \langle IM k_1, \alpha_1 k_1 | im_i R_1 M_1 \rangle \langle \Delta_Q \rangle_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} \langle jm_j R_2 M_2 | \alpha_2 k_2, IM k_2 \rangle \\ &= \frac{G_2}{2} \sum_{\substack{i, R_1 \\ j, R_2}} \langle i || r^2 Y^2 || j \rangle \langle R_1 || P^2 || R_2 \rangle W(j 2 I R_1, i R_2) \\ &\quad \langle \alpha_1 k_1, IM k_1 | (i R_1)_M^I \rangle \langle (j R_2)_M^I | \alpha_2 k_2, IM k_2 \rangle \end{aligned} \quad (25)$$

y de espín  $\langle \gamma \rangle$ :

$$\begin{aligned} (H_\sigma)_{\alpha_1 k_1, \alpha_2 k_2} &= \sum_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} \langle IM k_1, \alpha_1 k_1 | im_i R_1 M_1 \rangle \gamma_{\substack{im_i R_1 M_1 \\ jm_j R_2 M_2}} \langle jm_j R_2 M_2 | \alpha_2 k_2, IM k_2 \rangle \\ &= - \sum_\lambda \frac{\chi_{\sigma\lambda}}{2} \sum_{\substack{i, R_1 \\ j, R_2}} (\langle i || r^\lambda (Y^\lambda \hat{\sigma})^1 || j \rangle \langle R_1 || S(\lambda 1)^1 || R_2 \rangle \\ &\quad + g \langle i || r^\lambda \hat{\tau}_z (Y^\lambda \hat{\sigma})^1 || j \rangle \langle R_1 || S_{(\tau_z)}(\lambda 1)^1 || R_2 \rangle) W(j 1 I R_1, i R_2) \\ &\quad \times \langle \alpha_1 k_1, IM k_1 | (i R_1)_M^I \rangle \langle (j R_2)_M^I | \alpha_2 k_2, IM k_2 \rangle, \end{aligned} \quad (26)$$

donde se han sustituido las expresiones correspondientes de los elementos matriciales de  $\langle \Delta_Q \rangle$  y  $\langle \gamma \rangle$  dadas en (15), además se ha realizado la sumatoria por los números magnéticos  $m_i, m_j, M_1, M_2$  y por  $\mu$ , agrupando en el coeficiente de Racah a aquellos de



Clebsch-Gordan dependientes de estos números, que aparecen en la transformación (20) con aquellos que provienen de los elementos matriciales en  $\langle \Delta_Q \rangle$  y  $\langle \gamma \rangle$  (15) al escribirse los mismos en función de los reducidos que figuran en las Ecs. (25) y (26). En estas expresiones

$$\langle IMk, \alpha k | (jR)_M^I \rangle = \frac{\hat{R}}{\hat{I}} (jkR0 | ik) C_{jk}^\alpha. \quad (27)$$

Para obtener finalmente  $H_Q$  y  $H_\sigma$  es necesario conocer los elementos de la matriz densidad  $D$  (12) y (13), los cuales determinaremos hasta el segundo orden según un cálculo perturbativo en el próximo epígrafe. Utilizando los elementos de los bloques  $\langle \sigma \rangle$  y  $\langle \tau \rangle$  de primer orden que allí se obtienen, se determinan los elementos reducidos colectivos que aparecen en las Ecs. (25) y (26), capaces de conducir a términos  $\sim a I$ . Procediendo de esta manera y después de una serie de cálculos donde se utilizan las propiedades de los coeficientes de Clebsch-Gordan, se llega a que

$$\begin{aligned} \frac{G_2}{2} \langle R_1 \| P^2 \| R_2 \rangle &= -\Delta_2 A_0 (-1)^{R_1} \sqrt{R_2(R_2+1)} \hat{R}_1 \hat{R}_2 \\ &\cdot \left[ \begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \right] \\ &+ f_2 \hat{R}_1 \hat{R}_2 \begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (28)$$

y similarmente

$$\begin{aligned} \chi_{\sigma\lambda} \langle R_1 \| S(\lambda 1)^1 \| R_2 \rangle &= \Delta_{\sigma\lambda} A_0 (-1)^{R_1} \sqrt{R_2(R_2+1)} \hat{R}_1 \hat{R}_2 \\ &\cdot \left[ \begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R_1 & R_2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \right]. \end{aligned} \quad (29)$$

En las Ecs. (28) y (29)  $\Delta_2$  y  $\Delta_{\sigma\lambda}$  son los parámetros de apareamiento cuadrupolar y de espín (cuyas expresiones se dan en la siguiente sección), los cuales al igual que  $f_2$ , no dependen de los momentos angulares  $R_1$  y  $R_2$ . Sustituimos ahora (27) y (28) en (25) y utilizamos además las relaciones de recurrencia

$$\begin{aligned} \sqrt{R_2(R_2+1)} \begin{pmatrix} j & R_2 & I \\ k_2 & 0 & -k_2 \end{pmatrix} &= -\sqrt{(I \pm k_2)(I \mp k_2 + 1)} \begin{pmatrix} j & R_2 & I \\ k_2 & \mp 1 & -k_2 \pm 1 \end{pmatrix} \\ &- \sqrt{(j \mp k_2)(j \pm k_2 + 1)} \begin{pmatrix} j & R_2 & I \\ k_2 \pm 1 & \mp 1 & -k_2 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

donde el símbolo (3j) a la izquierda de estas relaciones proviene de la Ec. (27). Consideramos momentáneamente el término que contiene el radical dependiente de  $I$  que resulta en

$H_Q$ , agrupamos los símbolos (3j) con el coeficiente de Racah, y efectuamos la sumatoria por  $R_1, R_2$ :

$$\begin{aligned}
 (H_Q)_{1,2} &= A_0 \Delta_2 \sum_{i,j} (-1)^{i-k_1} \langle i || r^2 Y^2 || j \rangle C_{ik_1}^{\alpha_1} C_{jk_2}^{\alpha_2} \\
 &\quad \sum_{R_1, R_2} \hat{R}_1^2 \hat{R}_2^2 W(2j R_1 I, i R_2) (-1)^{R_2 - i + (k_2 \pm 1) - 1} \\
 &\quad \left[ \sqrt{(I - k_2)(I + k_2 + 1)} \begin{pmatrix} R_1 & 2 & R_2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & I & R_2 \\ k_2 & -k_2 - 1 & 1 \end{pmatrix} \right. \\
 &\quad \times \begin{pmatrix} I & R_1 & i \\ -k_1 & 0 & k_1 \end{pmatrix} \\
 &\quad + \sqrt{(I + k_2)(I - k_2 + 1)} \begin{pmatrix} R_1 & 2 & R_2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & I & R_2 \\ k_2 & -k_2 + 1 & -1 \end{pmatrix} \\
 &\quad \left. \times \begin{pmatrix} I & R_1 & i \\ -k_1 & 0 & k_1 \end{pmatrix} \right] \\
 &= A_0 \Delta_2 \sum_{ij} \left[ \sqrt{(I - k_2)(I + k_2 + 1)} (-1)^{i-k_1} \begin{pmatrix} i & 2 & j \\ -k_1 & 1 & k_2 \end{pmatrix} \langle i || r^2 Y^2 || j \rangle \right. \\
 &\quad \times C_{ik_1}^{\alpha_1} C_{jk_2}^{\alpha_2} \\
 &\quad \left. + \sqrt{(I + k_2)(I - k_2 + 1)} (-1)^{i-k_1} \begin{pmatrix} i & 2 & j \\ -k_1 & -1 & k_2 \end{pmatrix} \langle i || r^2 Y^2 || j \rangle C_{ik_1}^{\alpha_1} C_{jk_2}^{\alpha_2} \right].
 \end{aligned}$$

Finalmente realizamos las sumatorias por  $i$  y  $j$ ; de esta forma se obtiene

$$\begin{aligned}
 (H_Q)_{1,2} &= A_0 \Delta_2 \left[ \sqrt{(I + k_1)(I - k_1 + 1)} \langle 1 | r^2 Y_{+1}^2 | 2 \rangle \delta_{k_2, k_1 - 1} \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{(I - k_1)(I + k_1 + 1)} \langle 1 | r^2 Y_{-1}^2 | 2 \rangle \delta_{k_2, k_1 + 1} \right]. \quad (30)
 \end{aligned}$$

Aunque no es evidente, puede demostrarse que el término con el radical dependiente de  $j$  proveniente de las relaciones de recurrencia utilizadas, se anula con el segundo término de (28), en el cual aparece el parámetro  $f_2$  que no escribimos explícitamente.

Procediendo análogamente con  $H_\sigma$ , es decir, sustituyendo (27) y (29) en (26), utilizando las relaciones de recurrencia dadas con anterioridad, y efectuando las sumatorias correspondientes se llega a

$$(H_\sigma)_{1,2} = A_0 \sum_{\lambda=0,2} \bar{\Delta}_{\sigma\lambda} \left[ -\sqrt{(I + k_1)(I - k_1 + 1)} \langle 1 | r^\lambda (Y^\lambda \hat{\sigma})_{+1}^1 | 2 \rangle \delta_{k_2, k_1 - 1} \right.$$

$$+ \sqrt{(I - k_1)(I + k_1 + 1)} \langle 1|r^\lambda(Y^\lambda\hat{\sigma})_{-1}^1|2\rangle \delta_{k_2, k_1+1} \Big], \quad (31)$$

donde

$$\bar{\Delta}_{\sigma\lambda}^{\tau=p,n} = \frac{1}{2}(1+g)\Delta_{\sigma\lambda}^\tau + \frac{1}{2}(1-g)\Delta_{\sigma\lambda}^{\tau'\neq\tau} \quad (32)$$

y  $\Delta_{\sigma\lambda}^{\tau=p,n}$  son las contribuciones correspondientes al parámetro de espín (que se da más adelante), de los protones y neutrones, respectivamente.

En este caso el término dependiente de  $j$  que se obtiene a partir de las relaciones de recurrencia conduce a modificar a  $A_0[j(j+1) - k^2]$  en (23), pero no fue considerado su aporte en este trabajo.

Las expresiones (30) y (31) representan acoplamientos del tipo rotación-partícula

$$\hat{H}_{rp} = A_0(\hat{I}_+\hat{F}_- + \hat{I}_-\hat{F}_+), \quad (33)$$

como en el caso del acoplamiento de Coriolis (24), para el cual el operador de una partícula  $\hat{F}_\pm$  coincide con el de momento angular  $\hat{j}_\pm$  y para los acoplamientos provenientes del apareamiento cuadrupolar (30) y de la interacción espinorial (31) el operador  $\hat{F}_\pm$  posee una estructura diferente, dependiente del tipo de interacción residual considerada. Los operadores  $\hat{j}_\pm = \hat{j}_x \pm i\hat{j}_y$  y  $\hat{I}_\pm = \hat{I}_x \pm i\hat{I}_y$ , se definen como es usual en función de los operadores correspondientes a las proyecciones del momento angular sobre los ejes  $x, y$  en el sistema intrínseco.

Realizamos ahora la transformación que nos permite pasar a la representación de cuasipartícula del tipo BCS ( $|a_{\alpha k}^+ IMk\rangle \rightarrow |\nu_{\alpha k}^+ IMK\rangle$ ):

$$\begin{aligned} \nu_{\alpha k} &= u_{\alpha k} a_{\alpha k} - v_{\alpha k} \bar{a}_{\alpha k}^+, \\ \bar{\nu}_{\alpha k}^+ &= v_{\alpha k} a_{\alpha k} + u_{\alpha k} \bar{a}_{\alpha k}^+, \end{aligned} \quad (34)$$

donde  $\bar{a}_{\alpha k} = (-1)^{1/2+k} a_{\alpha -k}$ . Esta transformación diagonaliza la primera matriz en  $H_M$ , Ec. (22), con autovalores correspondientes a las energías de los estados de cuasipartícula BCS:

$$E_{\alpha k} = \sqrt{(\bar{\epsilon}_{\alpha k} - \lambda)^2 + \Delta_0^2}, \quad (35)$$

para

$$u_{\alpha k} = (1 - v_{\alpha k}^2)^{1/2}, \quad v_{\alpha k} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{(\bar{\epsilon}_{\alpha k} - \lambda)}{E_{\alpha k}} \right]}. \quad (36)$$

En esta representación la matriz de energía (22) toma la forma

$$H_M = H^{(ad)} + H^{(rp)}, \quad (37)$$

donde  $H^{(\text{ad})}$  que es diagonal la llamaremos adiabática porque no tiene en cuenta los efectos del acoplamiento rotación-partícula, los cuales son considerados en  $H^{(\text{rp})}$ . Así,

$$H^{(\text{ad})} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{\alpha k} & 0 \\ 0 & -\varepsilon'_{\alpha k} \end{bmatrix}, \quad (38)$$

con

$$\varepsilon_{\alpha k} = E_{\alpha k} + f(I), \quad \varepsilon'_{\alpha k} = -E_{\alpha k} + f(I), \quad (39)$$

donde  $F(I)$  aparece explícitamente en (23). Los autovalores de  $H^{(\text{ad})}$  incluyen las energías  $\pm E_{\alpha k}$  de los estados de cuasipartícula o cuasihueco del tipo BCS y corresponden con las energías de las bandas de rotación puras que se levantan sobre dichos estados.

Para  $H^{(\text{rp})}$  obtenemos

$$H^{(\text{rp})} = H^{(\text{rp})}_{(0)} + H^{(\text{rp})}_{(2)}, \quad (40)$$

siendo

$$H^{(\text{rp})}_{(0)} = \begin{bmatrix} H_{c(0)} + H_{Q(0)} + H_{\sigma(0)} & 0 \\ 0 & H_{c(0)} + H_{Q(0)} + H_{\sigma(0)} \end{bmatrix} \quad (41)$$

y

$$H^{(\text{rp})}_{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & H_{c(2)} + H_{Q(2)} + H_{\sigma(2)} \\ -H_{c(2)} - H_{Q(2)} - H_{\sigma(2)} & 0 \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Los elementos matriciales del acoplamiento de Coriolis  $H_c$  y de los acoplamientos rotación-partícula adicionales, provenientes de las interacciones de apareamiento cuadrupolar  $H_Q$  y de espín  $H_\sigma$  en esta representación pueden ser de dos tipos según el índice  $\kappa = \pm 1$ , que sirve para clasificar los estados de cuasipartícula ( $\kappa = 1$ ) y cuasihuecos ( $\kappa = -1$ ). Ellos conforman las matrices (41) y (42):

$$\begin{aligned} H_{c(0)} &= (H_c)_{1,2}(u_1 u_2 + v_1 v_2), & \Delta\kappa &= 0, \\ H_{Q(0)} &= (H_Q)_{1,2}(u_1 v_2 - v_1 u_2), & & \\ H_{\sigma(0)} &= (H_\sigma)_{1,2}(u_1 u_2 + v_1 v_2); \end{aligned} \quad (43)$$

y

$$\begin{aligned} H_{c(2)} &= (H_c)_{1,2}(u_1 v_2 - v_1 u_2), & \Delta\kappa &= 2, \\ H_{Q(2)} &= -(H_Q)_{1,2}(u_1 u_2 + v_1 v_2), & & \\ H_{\sigma(2)} &= (H_\sigma)_{1,2}(u_1 v_2 - v_1 u_2). \end{aligned} \quad (44)$$

Los acoplamientos rotación-partícula adicionales de apareamiento cuadrupolar y de espín modifican de forma diferente al acoplamiento de Coriolis.

Del análisis de los datos experimentales y de la comparación con los valores de estos datos obtenidos según Coriolis, en la Ref. [15] se concluye que para lograr una mejor concordancia es necesario reducir los valores de los elementos matriciales de Coriolis del tipo  $\Delta\kappa = 0$ , principalmente aquellos tomados entre estados localizados a ambos lados del nivel de Fermi, y por el contrario es necesario aumentar a los del tipo  $\Delta\kappa = 2$ . Estas condiciones las satisface, al menos cualitativamente, el acoplamiento proveniente de la interacción de apareamiento cuadrupolar, teniendo en cuenta los factores  $(uv)$  de este acoplamiento en (43) y (44) y que además [1]

$$\langle 1|r^2 Y_{\pm 1}^2|2\rangle = C\langle 1|\hat{j}_{\pm 1}|2\rangle(E_1 + E_2)\frac{(u_1 v_2 - u_2 v_1)}{(u_1 v_2 + u_2 v_1)}, \quad (45)$$

donde  $C$  es una constante que depende de la deformación del núcleo y que toma valor positivo para los isótopos investigados. Por otra parte, el acoplamiento adicional de espín presenta los mismos factores  $(uv)$  que el de Coriolis, por lo que su efecto modificativo consiste en la renormalización de los elementos matriciales del operador  $\hat{j}_{\pm}$  afectando en el mismo sentido a ambos tipos de elementos ( $\Delta\kappa = 0, 2$ ) del acoplamiento de Coriolis. Sin embargo, desde el punto de vista cuantitativo es posible que el efecto conjunto de ambos acoplamientos adicionales conduzca a una buena concordancia con los datos experimentales.

### 3. MATRIZ DENSIDAD

La matriz densidad del sistema par-par  $D$  (12) y (13), la cual conmuta con  $H_M$  y constituye un operador de proyección  $D^2 = D$  [7] con autovalores 1, 0 y autovectores comunes a los de  $H_M$ , se determina a partir de un desarrollo que incluye correcciones hasta el segundo orden:

$$D = D^{(0)} + D^{(1)} + D^{(2)}, \quad (46)$$

correspondiendo al desarrollo hasta el primer orden de perturbaciones de la matriz de energía  $H_M$  (37) en el sistema intrínseco y en la representación de cuasipartículas BCS:

$$H_M = H_M^{(0)} + H_M^{(1)}, \quad (47)$$

donde  $H_M^{(0)}$  se tomó como  $H^{(\text{ad})}$  (38) con autovectores correspondientes a la base de cuasipartículas BCS, y en esta aproximación de orden cero los estados del núcleo impar se consideran estados de este tipo de cuasipartículas:  $|\gamma_{\alpha k}^+ IMk\rangle$ . Estos diagonalizan a la matriz densidad de orden cero  $D^{(0)}$  con autovalores  $n_{\kappa=1} = 1$  y  $n_{\kappa=-1} = 0$ . Como  $H_M^{(1)}$  en primera aproximación se tomó la matriz  $H_{(2)}^{(\text{rp})}$  (42), (44) y no  $H^{(\text{rp})}$  (40), pues los términos del acoplamiento rotación-partícula  $H_{(0)}^{(\text{rp})}$  (41), (43) sólo mezclan los estados de

cuasipartículas y cuasihuecos independientemente entre sí, los cuales son degenerados con respecto a la matriz densidad  $D$ , no conllevando cambios en la misma, ni por tanto en el estado de vacío. Por el contrario, los términos del tipo ( $\Delta\kappa = 2$ ) producen la mezcla de los estados de cuasipartícula con los cuasihuecos del tipo BCS. Como punto de partida se identificó a  $H_{(2)}^{(rp)}$  con los términos correspondientes del acoplamiento de Coriolis, es decir, igual a  $H_{c(2)}$  (24), (44).

Teniendo en cuenta que la relación de conmutación debe cumplirse en cada orden de perturbaciones, y que además la norma de la matriz densidad debe conservarse, planteamos

$$[H_M^{(0)}, D^{(1)}] + [H_M^{(1)}, D^{(0)}] = 0, \quad (48)$$

$$D^{(0)}D^{(2)} + D^{(2)}D^{(0)} + D^{(1)}D^{(1)} = D^{(2)}, \quad (49)$$

y de aquí se obtiene

$$D = \begin{bmatrix} 1 - \left[ \sum_3 \frac{(H_{(2)}^{(rp)})_{1,3}^2}{(E_1 + E_3)^2} \right] \delta_{1,2} & \frac{(H_{(2)}^{(rp)})_{1,2}}{(E_1 + E_2)} \\ -\frac{(H_{(2)}^{(rp)})_{1,2}}{(E_1 + E_2)} & \left[ \sum_3 \frac{(H_{(2)}^{(rp)})_{1,3}^2}{(E_1 + E_3)^2} \right] \delta_{1,2} \end{bmatrix}, \quad (50)$$

donde como ya se mencionó tomamos inicialmente  $H_{(2)}^{(rp)} = H_{c(2)}$ .

Los nuevos estados de cuasipartícula, llamémosles  $|\beta_{\alpha k}^+ IM\tilde{k}\rangle$ , para los cuales la matriz (50) es diagonal, resultan de la mezcla del estado de cuasipartícula  $|\gamma_{\alpha k}^+ IMk\rangle$  puro, con los cuasihuecos BCS con diferentes valores de  $\alpha$  y  $k$  a través de los términos de Coriolis del tipo  $\Delta\kappa = 2$ , es decir, el estado de cuasipartícula  $|\beta_{\alpha k}^+ IM\tilde{k}\rangle$  no es totalmente puro en estos índices, lo cual lo hemos indicado con la tilde sobre los mismos.

Regresamos ahora, mediante la transformación inversa a (34) a la representación de partícula-hueco y realizando después la inversa a (20) pasamos del sistema intrínseco al de laboratorio, así obtenemos los elementos de la matriz densidad (12) y (13). En específico daremos las expresiones para los bloques  $\langle\sigma\rangle$  y  $\langle\tau\rangle$ :

$$\begin{aligned} \tau_{j_1 m_1 R_1 M_1}^{j_2 m_2 R_2 M_2} &= \sum_{IM} \left\{ \left[ v_{\alpha_1 k_1}^2 + 2N_{\alpha_1 k_1} (u_{\alpha_1 k_1}^2 - v_{\alpha_1 k_1}^2) \right] \delta_{\alpha_1 k_1, \alpha_2 k_2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(H_{c(2)})_{\alpha_1 k_1, \alpha_2 k_2}}{(E_{\alpha_1 k_1} + E_{\alpha_2 k_2})} (u_{\alpha_1 k_1} v_{\alpha_2 k_2} - v_{\alpha_1 k_1} u_{\alpha_2 k_2}) \right\} \\ &\quad \cdot \langle j_1 m_1 R_1 M_1 | \alpha_1 k_1, IMk_1 \rangle \langle IMk_2, \alpha_2 k_2 | j_2 m_2 R_2 M_2 \rangle, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\substack{j_1 m_1 R_1 M_1 \\ j_2 m_2 R_2 M_2}} = & \sum_{\substack{IM \\ \alpha_1 k_1 \alpha_2 k_2}} \left\{ \left[ -u_{\alpha_1 k_1} v_{\alpha_1 k_1} + 4N_{\alpha_1 k_1} u_{\alpha_1 k_1} v_{\alpha_1 k_1} \right] \delta_{\alpha_1 k_1, \alpha_2 k_2} \right. \\
& + \left. \frac{(H_{c(2)})_{\alpha_1 k_1, \alpha_2 k_2}}{(E_{\alpha_1 k_1} + E_{\alpha_2 k_2})} (u_{\alpha_1 k_1} u_{\alpha_2 k_2} + v_{\alpha_1 k_1} v_{\alpha_2 k_2}) \right\} \\
& \cdot \langle j_1 m_1 R_1 M_1 | \alpha_1 k_1, IM k_1 \rangle \langle IM k_2, \alpha_2 k_2 | j_2 m_2 R_2 M_2 \rangle, \quad (51)
\end{aligned}$$

donde

$$N_{\alpha_1 k_1} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha_2 k_2} \frac{(H_{c(2)})_{\alpha_1 k_1, \alpha_2 k_2}^2}{(E_{\alpha_1 k_1} + E_{\alpha_2 k_2})^2}.$$

Los elementos matriciales (51) se utilizan en el cálculo de los campos colectivos de apareamiento cuadrupolar y de espín y de sus elementos matriciales reducidos dados en (28) y (29), los cuales fueron determinados al sustituir en

$$\langle R_1 M_1 | P_\mu^2 | R_2 M_2 \rangle = - \sum_{\substack{j_1 m_1 \\ j_2 m_2}} \langle j_2 m_2 | r^2 Y_\mu^2 | j_1 m_1 \rangle \sigma_{\substack{j_1 m_1 R_1 M_1 \\ j_2 m_2 R_2 M_2}}^{(1)}$$

y en

$$\langle R_1 M_1 | S(\lambda 1)_\mu^1 | R_2 M_2 \rangle = - \sum_{\substack{j_1 m_1 \\ j_2 m_2}} \langle j_2 m_2 | r^\lambda (Y^\lambda \hat{\sigma})_\mu^1 | j_1 m_1 \rangle \tau_{\substack{j_1 m_1 R_1 M_1 \\ j_2 m_2 R_2 M_2}}^{(1)} \quad (52)$$

los elementos de  $\langle \sigma \rangle$  y  $\langle \tau \rangle$  de primer orden, que son los términos de (51) que contienen a los elementos del acoplamiento de Coriolis  $\langle H_c \rangle$  y que en definitiva, son los que conducen al ser sustituidos en (25) y (26) a los acoplamientos rotación-partícula adicionales. Los elementos de orden cero de  $\langle \sigma \rangle$  (primer término en (51) para  $\langle \sigma \rangle$ ) sólo conducen a través de  $\langle \Delta_Q \rangle$  a modificar en  $H_M$  al parámetro de apareamiento monopolar  $\Delta_0$ , y los correspondientes de  $\langle \tau \rangle$ , a través de  $\langle \gamma \rangle$  no dan ningún aporte a  $H_M$ .

Sustituyendo los elementos de primer orden de (51) (término  $\sim a(H_{c(2)})$ ) en (52), agrupando los coeficientes de Clebsch-Gordan, dependientes de  $M$ ,  $m_1$ ,  $m_2$  a través de las sumatorias por estos índices en uno de Racah multiplicado por el Clebsch que acopla,  $R_1$ ,  $M_{R_1}$ ,  $R_2$ ,  $M_{R_2}$  con  $2$ ,  $\mu$  para la interacción de apareamiento cuadrupolar o con  $1$ ,  $\mu$  para la espinorial, utilizando además las relaciones de recurrencia para los coeficientes de Clebsch-Gordan, que involucran a los factores dependientes de  $I$  de los elementos de  $H_c$ :

$$\begin{aligned}
& \sqrt{(1 \pm k_1)(I \mp k_1 + 1)} \begin{pmatrix} j_2 & R_2 & I \\ k_1 \mp 1 & 0 & -k_1 \pm 1 \end{pmatrix} \\
& = -\sqrt{R_2(R_2 + 1)} \begin{pmatrix} j_2 & R_2 & I \\ k_1 \mp 1 & \pm 1 & -k_1 \end{pmatrix} - \sqrt{(j_2 \pm k_1)(j_2 \mp k_1 + 1)} \begin{pmatrix} j_2 & R_2 & I \\ k_1 & 0 & -k_1 \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

realizando luego la sumatoria por  $I$ , y finalmente por  $j_1, j_2$  se infieren las expresiones correspondientes de los elementos reducidos (28) y (29), donde los parámetros de apareamiento cuadrupolar  $\Delta_2$  y de espín  $\Delta_{\sigma\lambda}$  que allí aparecen quedan de la siguiente forma:

$$\Delta_2 = \frac{G_2}{2} \sum_{\substack{1,2 \\ (k_1, k_2 > 0)}} \frac{(\hat{j}_+)_{1,2}(r^2 Y_{+1}^2)_{1,2} + (\hat{j}_-)_{1,2}(r^2 Y_{-1}^2)_{1,2}}{(E_1 + E_2)} (u_1 v_2 - u_2 v_1)(u_1 u_2 + v_1 v_2), \quad (53)$$

$$\Delta_{\sigma\lambda} = \chi_{\sigma\lambda} \sum_{\substack{1,2 \\ (k_1, k_2 > 0)}} \frac{-(\hat{j}_+)_{1,2}(r^\lambda (Y^\lambda \hat{\sigma})_{+1}^1)_{1,2} + (\hat{j}_-)_{1,2}(r^\lambda (Y^\lambda \hat{\sigma})_{-1}^1)_{1,2}}{(E_1 + E_2)} (u_1 v_2 - u_2 v_1)^2, \quad (54)$$

donde  $(\hat{A})_{1,2} = \langle 1|\hat{A}|2\rangle$ .

La parte dependiente de  $j_2$  que proviene de las relaciones de recurrencia utilizadas, en el caso del elemento matricial del operador de apareamiento cuadrupolar en (52) conduce al término que incluye al parámetro  $f_2$  en (28), y no da ningún aporte a (29) en el caso del elemento matricial espinorial también en (52).

De esta forma se determinaron los acoplamientos adicionales (30) y (31) rotación-partícula inducidos por la rotación a través de las interacciones de apareamiento cuadrupolar y de espín, y finalmente quedó conformada la matriz de energía diabática  $H^{(rp)}$  (40), (41) y (42).

La consistencia del método exige que se consideren los elementos matriciales de estos acoplamientos junto a los de Coriolis (para  $\Delta\kappa = 2$ ) en la determinación de la matriz densidad  $D$  (50) con  $H_{(2)}^{(rp)} = H_{c(2)} + H_{Q(2)} + H_{\sigma(2)}$ , y a través de ella los parámetros colectivos  $\Delta_2$  y  $\bar{\Delta}_{\sigma\lambda=0,2}$  de manera autoconsistente.

Teniendo en cuenta (3) y sustituyendo (10) en la ecuación de movimiento para el núcleo impar (7), además considerando que la matriz densidad  $D$  realiza la proyección por los estados físicamente observables (comprendidos como estados de una cuasipartícula  $|\eta IM\rangle$ ), cumpliendo con  $D^2 = D$  obtenemos

$$DH_M D(ts)^{\eta IM} = E_\eta^I D(ts)^{\eta IM}, \quad (55)$$

donde debemos diagonalizar la matriz de energía proyectada  $DH_M D$  que incluye a los acoplamientos de Coriolis y a los adicionales (40)–(44) provenientes de las interacciones residuales consideradas. Finalmente,

$$\begin{aligned} |\eta IM\rangle &= \sum_{\alpha, k} (t')^{\eta IM}_{\alpha k} |\beta_{\alpha k}^\pm IM \tilde{k}\rangle \\ &= \sum_{\alpha, k} (t_{\alpha k}^{\eta IM} |\gamma_{\alpha k}^+ IM k\rangle + s_{\alpha k}^{\eta IM} |\tilde{\gamma}_{\alpha k} IM k\rangle), \end{aligned} \quad (56)$$

donde se ha tenido en cuenta que los estados de cuasipartícula que diagonalizan a (50) fueron definidos como  $|\beta_{\alpha k}^\pm IM \tilde{k}\rangle$ . Y si queremos expresar el estado en la forma (3), debemos



proceder con la transformación

$$(ts)_{jm, RM_R}^{\eta IM} = T_{\text{int} \rightarrow \text{Lab}} T_{qp \rightarrow ph}^{\text{BCS}} (ts)_{\alpha k}^{\eta IM},$$

donde  $T_{qp \rightarrow ph}^{\text{BCS}}$  es la transformación inversa a (34),  $T_{\text{int} \rightarrow \text{Lab}}$  la inversa a (20) y  $(ts)_{\alpha k}^{\eta IM}$  son los autovectores de la matriz de energía proyectada de la ecuación de movimiento (55).

#### 4. AMPLITUDES DE MEZCLADO ENTRE LAS BANDAS ROTACIONALES CON $\Delta k = \pm 1$

Considerando el acoplamiento rotación-partícula total (40)–(44), calculamos las amplitudes de mezclado entre los estados de diferentes bandas rotacionales  $(\hat{\epsilon}_{\pm})_{1,2}$ :

$$\begin{aligned} (\hat{\epsilon}_{\pm})_{1,2} = & -A_0 \left[ (\hat{j}_{\pm})_{1,2} (u_1 u_2 + v_1 v_2) - \Delta_2 (r^2 Y_{\pm 1}^2)_{1,2} (u_1 v_2 - u_2 v_1) \right. \\ & \left. \pm \sum_{\lambda=0,2} \bar{\Delta}_{\sigma\lambda} (r^{\lambda} (Y^{\lambda} \hat{\sigma})_{\pm 1}^1)_{1,2}^1 (u_1 u_2 + v_1 v_2) \right] / (E_1 - E_2). \end{aligned} \quad (57)$$

En esta expresión sólo aparecen los elementos matriciales del tipo  $\Delta \kappa = 0$  del acoplamiento rotación-partícula. El primer término de (57) proviene del acoplamiento de Coriolis y los restantes de los acoplamientos adicionales de apareamiento cuadrupolar y de espín, los cuales para los núcleos investigados contribuyen a disminuir los valores de Coriolis de estas amplitudes.

De las probabilidades de transición experimentales

$$B(E2 I_1 k_1 \rightarrow I_2 k_2) = \frac{15}{8\pi} (eQ_0)^2 (2I_2 + 1) \begin{pmatrix} I_2 & 2 & I_1 \\ -k_2 & \pm 1 & k_1 \end{pmatrix}^2 (\hat{\epsilon}_{\pm})_{1,2}^2, \quad (58)$$

se obtienen las amplitudes  $(\hat{\epsilon}_{\pm})_{\text{exp}}$  siendo  $Q_0$  el momento cuadrupolar del *core*.

#### 5. SELECCIÓN DE LOS PARÁMETROS

Los valores de momento de inercia  $J_0$  y del parámetro de apareamiento monopolar  $\Delta_0$  para el *core* de los núcleos impares investigados, se determinaron renormalizando los correspondientes valores de  $J_0$  y  $\Delta_0$  para los núcleos par-par vecinos al considerar el efecto de bloqueo de la partícula impar. Así, se tomó para  $\Delta_0$  del *core* un 80% del valor que se obtiene a partir de las diferencias de masas experimentales y para  $J_0$  un 15% mayor que el valor correspondiente determinado experimentalmente para los núcleos par-par.

Las constantes de fuerza  $\chi_{\sigma 0,2}$  y  $g$  de la interacción espín-espín fueron tomados de [8], las cuales permiten reproducir los momentos magnéticos experimentales. La constante  $G_2$  de apareamiento cuadrupolar se fijó de tal modo que con su valor se pudieran obtener

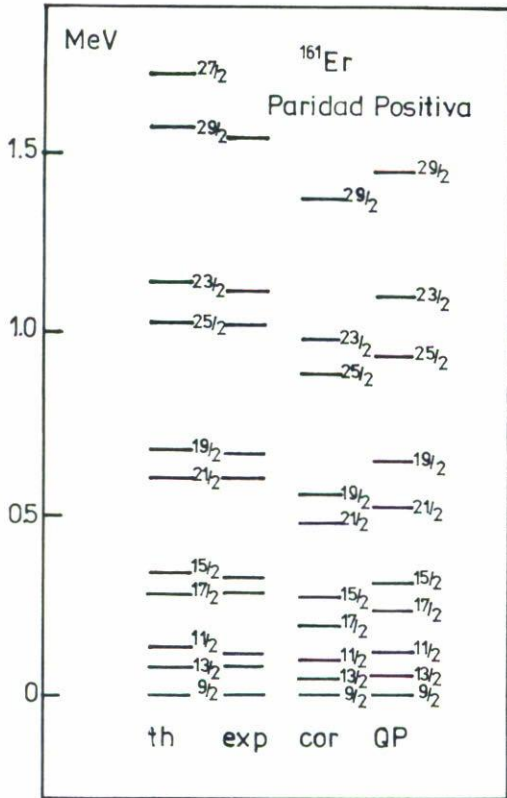


FIGURA 1. Niveles de energía de paridad positiva, calculados y experimentales [10] del  $^{161}\text{Er}$ .

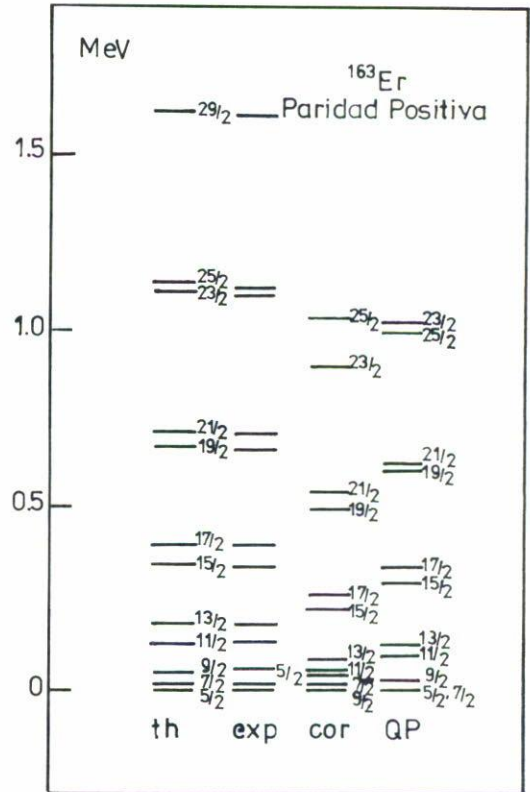


FIGURA 2. Niveles de energía de paridad positiva, calculados y experimentales [11] del  $^{163}\text{Er}$ .

los momentos de inercia de los núcleos par-par vecinos, a partir de la expresión correspondiente que considera las contribuciones de las interacciones residuales de apareamiento cuadrupolar y de espín, la cual se determinó calculando la energía del *core* (14), utilizando para ello la matriz densidad  $D$  (50).

En las expresiones de cálculo aparecen además el potencial químico  $\lambda$  y las deformaciones  $\epsilon_2$  y  $\epsilon_4$  de estos núcleos, tomadas estas últimas de la literatura [9]. Los potenciales químicos,  $\lambda_n$  y  $\lambda_p$ , se determinaron de modo tal que correspondieran con el número de neutrones y protones en el núcleo. En las sumatorias que aparecen en las expresiones (54) y (53), se consideraron para los núcleos de Er los niveles correspondientes a las capas con número cuántico  $N = 2-7$  para protones y con  $N = 3-8$  para neutrones. En el caso del  $^{235}\text{U}$  se consideraron las capas con  $N = 4-9$  para protones y  $N = 5-10$  para neutrones.

## 6. RESULTADOS

En las Figs. 1-3 se muestran los esquemas de niveles de los núcleos  $^{161,163,167}\text{Er}$  correspondientes a las bandas con paridad positiva que se levantan sobre los estados neutrónicos

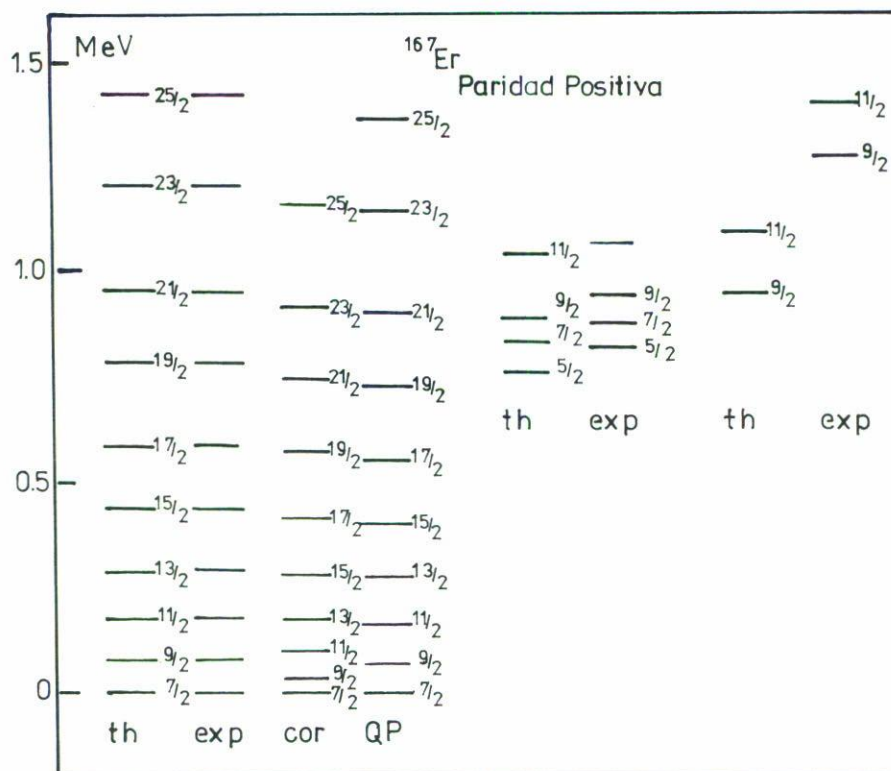


FIGURA 3. Niveles de energía de paridad positiva, calculados y experimentales [12] del  $^{167}\text{Er}$ .

$6i_{13/2}$ . En la Fig. 4 se muestran los niveles de paridad negativa del  $^{235}\text{U}$ , que se levantan sobre los estados de una sola partícula  $7j_{15/2}$ .

En estas figuras se diferencian 4 tipos de niveles: los experimentales (exp) [10–13], los calculados considerando: el acoplamiento de Coriolis puro (cor), el acoplamiento de Coriolis modificado por el adicional de apareamiento cuadrupolar (QP) y el acoplamiento rotación-partícula completo que incluye además el de espín (th).

Se obtiene una muy buena concordancia entre las energías experimentales y las calculadas (th) a través del acoplamiento rotación-partícula total, en particular para las bandas de paridad positiva de los núcleos de  $^{161-165}\text{Er}$  (Figs. 1, 2 y 6) y para las bandas fundamentales del  $^{167}\text{Er}$  y  $^{235}\text{U}$  (Figs. 3 y 4).

En el caso del  $^{161}\text{Er}$  la interacción entre la banda mostrada [ $642\ 5/2^+$ ] y la próxima en energía [ $651\ 3/2^+$ ], a través del acoplamiento rotación-partícula es tal que produce que el estado con espín  $I = 9/2$  sea el de menor energía. Para el  $^{163}\text{Er}$ , la diferencia energética entre estas bandas es mayor [15] que en el caso anterior, por lo que el efecto de mezclado del acoplamiento mencionado es menor, obteniéndose en este caso para la banda [ $642\ 5/2^+$ ] el nivel con  $I = 5/2$  como el de menor energía, de acuerdo con el experimento. Sin embargo, se observa como la interacción de Coriolis pura conduce a un efecto de mezclado demasiado fuerte, provocando que el nivel con  $I = 9/2$  sea el menos energético. Al considerar el acoplamiento adicional del apareamiento cuadrupolar se logra

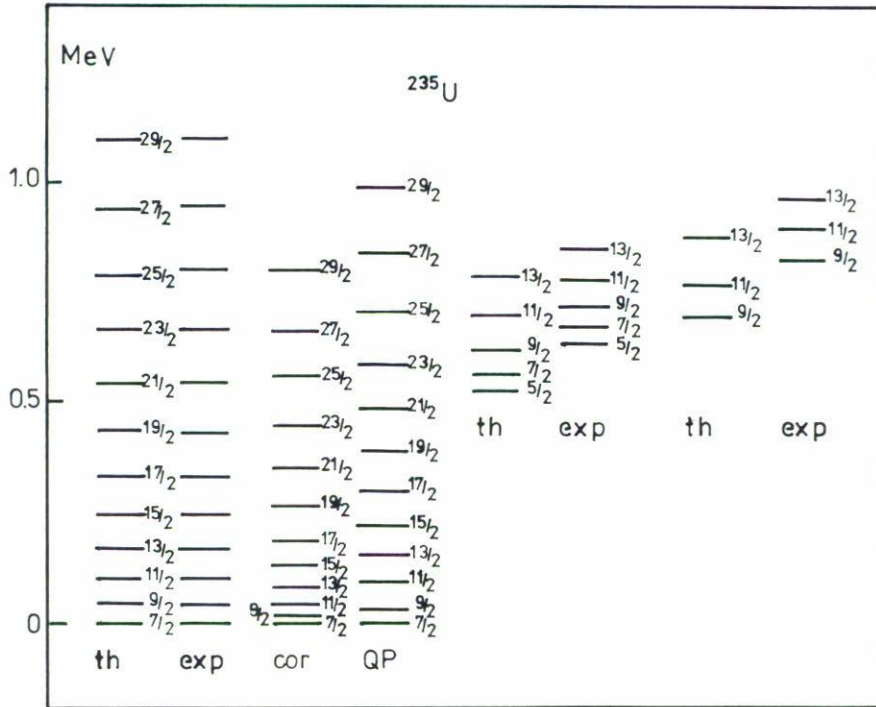


FIGURA 4. Niveles de energía de paridad negativa, calculados y experimentales [13] del  $^{235}\text{U}$ .

que el nivel con  $I = 5/2$  pase a ser el de menor energía pero aparece aún muy cercano a éste el de espín  $I = 7/2$ . Con el acoplamiento rotación-partícula total se logra un mejor ajuste con el experimento.

Como se observa en las figuras mencionadas, la consideración del acoplamiento de Coriolis puro conduce a una compresión demasiado fuerte de las bandas de rotación. El acoplamiento adicional de apareamiento cuadrupolar produce una atenuación efectiva de Coriolis, en general no suficiente y además una separación energética entre los niveles de diferente signatura mayor que la experimental, en particular para las bandas de paridad positiva de los isótopos de Er. La incorporación del acoplamiento adicional de espín permite obtener una muy buena concordancia con el experimento, con la adecuada atenuación de Coriolis. Esto puede verse en la Fig. 6, donde se muestra el comportamiento de las energías de paridad positiva para el núcleo de  $^{165}\text{Er}$  sin el término colectivo de rotación, en dependencia con el espín  $I$ , con el objetivo de poder visualizar mejor el efecto del acoplamiento rotación-partícula. Aquí se han enlazado mediante líneas continuas monótonas los distintos valores energéticos correspondientes a diferentes estados de espín  $I$ , para una misma banda de rotación, que se desdobra a su vez en dos bandas de diferente signatura. Es de notar el efecto demasiado fuerte del acoplamiento de Coriolis para las bandas desacopladas, a través de la pronunciada caída de las curvas correspondientes respecto a las experimentales (energías experimentales tomadas de [14]). En esta figura (abajo) se trazaron para estas bandas las curvas que describen el efecto del acoplamiento de Coriolis atenuado por el de apareamiento cuadrupolar. Se observa que este último

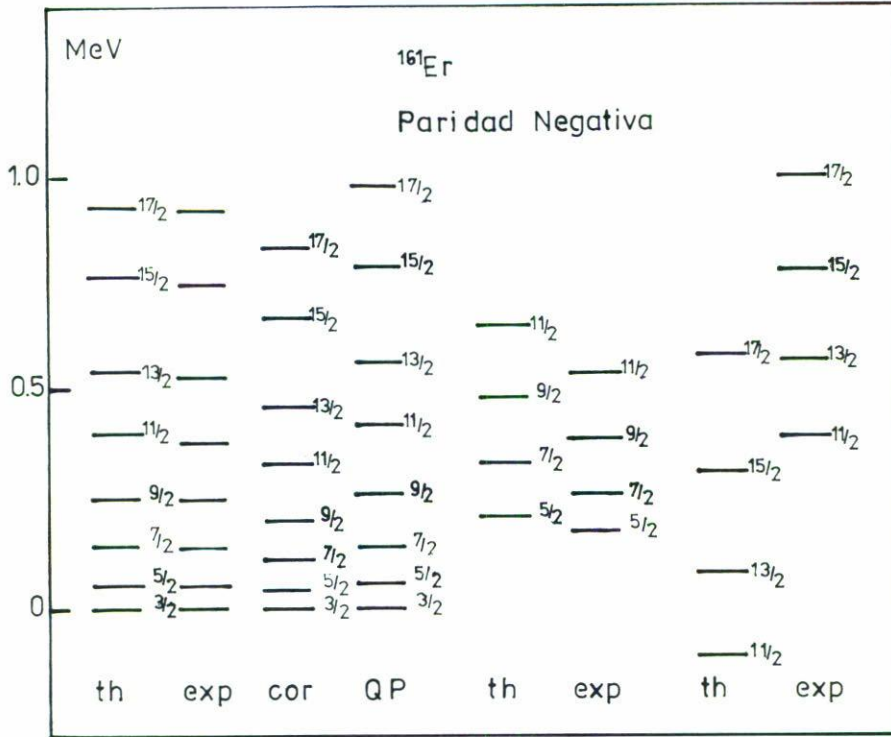


FIGURA 5. Niveles de energía de paridad negativa, calculados y experimentales [10] del  $^{161}\text{Er}$ .

no es suficiente para lograr la atenuación de Coriolis apropiada, produciendo además un desdoblamiento energético entre las bandas con diferente signatura algo mayor que el experimental. Esto se corrige con la consideración complementaria del acoplamiento adicional de espín, obteniéndose finalmente una buena concordancia con el experimento.

Los intervalos energéticos teóricos de las bandas excitadas ( $642\ 5/2^+$ ) y ( $624\ 9/2^+$ ) para el  $^{167}\text{Er}$  y ( $752\ 5/2^-$ ) y ( $734\ 9/2^-$ ) para el  $^{235}\text{U}$  (Figs. 3 y 4) no se diferencian mucho de los experimentales, aunque dichas bandas se hallan algo desplazadas entre sí. Es importante señalar que no se consideró la dependencia del efecto de bloqueo del estado de la partícula impar, el cual debe ser diferente para las bandas excitadas que para la fundamental. Los cálculos fueron realizados con un único parámetro de apareamiento monopolar  $\Delta_0$ , renormalizado considerando el bloqueo de la partícula impar en el estado sobre el cual se levanta la banda fundamental. En el caso de las bandas excitadas, la reducción de  $\Delta_0$  debido a este efecto debe ser menor que la considerada. Consecuentemente las energías de los estados de cuasipartícula para estas bandas deben aumentar y podría mejorar la concordancia con el experimento.

Algunas bandas de paridad negativa se muestran para el  $^{161}\text{Er}$  en la Fig. 5. Un comportamiento similar se observa para los núcleos de  $^{165,163}\text{Er}$ . De acuerdo con el esquema, para la banda fundamental del  $^{161}\text{Er}$  ( $521\ 3/2^-$ ) se obtiene una muy buena concordancia con los niveles experimentales, observándose la relevancia de la interacción de apareamiento cuadrupolar en la atenuación de Coriolis y cómo con la incorporación de la interacción

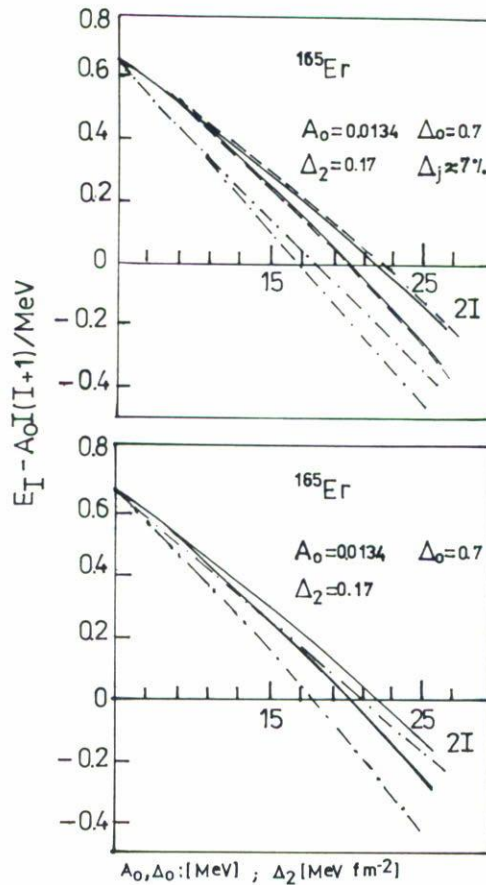


FIGURA 6. Curvas energéticas de  $E_I - A_0 I(I + 1)$  en función de  $2I$  para las bandas desacopladas de paridad positiva  $[642\ 5/2^+]$  del  $^{165}\text{Er}$ . Las curvas más gruesas corresponden a los valores experimentales [14]. Arriba, se trazaron además las curvas (finas) que se obtienen a partir de los valores calculados teniendo en cuenta el acoplamiento del Coriolis puro (cor) y el acoplamiento rotación-partícula total (th) considerado en este trabajo (curvas finas muy cercanas a las experimentales). Abajo, además de las experimentales (gruesas) se trazaron las correspondientes (finas) al acoplamiento de Coriolis atenuado solamente por el adicional de apareamiento cuadrupolar (QP).

espinorial, cuyo efecto es evidentemente menor, se logra un mejor ajuste. En el caso de las bandas excitadas se acentúa la diferencia con el experimento, en particular para la banda  $[505\ 11/2^-]$ . El parámetro de deformación empleado en el cálculo de los orbitales de Nilsson fue para este núcleo  $\epsilon_2 = 0.233$ , obteniéndose el nivel  $[505\ 11/2^-]$  (que proviene del  $h_{11/2}$ ) muy cercano al de Fermi. Para valores de este parámetro un poco mayores [16], se logra separar este orbital del nivel de Fermi con lo que podría mejorar la concordancia con las energías experimentales. Otro factor que influye en el corrimiento relativo de esta banda con respecto a la fundamental (proveniente de  $h_{9/2}$  y  $f_{7/2}$ ), es la consideración del término  $A_0[j(j + 1) - k^2]$  en (23), cuya modificación a través de la interacción espinorial no fue tenida en cuenta.

TABLA I. Amplitudes de mezclado ( $\epsilon_{\pm}$ ) $_{i,f}$  entre las bandas  $|i\rangle$ ,  $|f\rangle$ , experimentales (exp) y calculadas considerando el acoplamiento de Coriolis puro (cor), el de Coriolis modificado por el adicional de apareamiento cuadrupolar (QP) y el acoplamiento rotación-partícula total (th). Los datos en a) se tomaron de la Ref. [15] y en b) de G.B. Hagemann, K.A. Hagemann, B. Herskind y A. Johnson, *Preprint Niels Bohr Institut*, Copenhagen (1980).

Núcleo	$ i\rangle$	$ f\rangle$	$(\epsilon_{\pm})_{i,f}$			
			(cor)	(QP)	(th)	(exp)
$^{235}\text{U}$	(752 5/2 <sup>-</sup> )	(743 7/2 <sup>-</sup> )	0.064	0.049	0.042	0.032 <sup>a)</sup>
	(734 9/2 <sup>-</sup> )	(743 7/2 <sup>-</sup> )	0.055	0.041	0.035	0.027
$^{167}\text{Er}$	(642 5/2 <sup>+</sup> )	(633 7/2 <sup>+</sup> )	0.085	0.072	0.067	0.048 <sup>b)</sup>
	(624 6/2 <sup>+</sup> )	(633 7/2 <sup>+</sup> )	0.051	0.041	0.037	0.029

En la Tabla I se muestran los valores de las amplitudes de mezclado que determinan las probabilidades de transición BE2, obtenidas del experimento (exp) y las calculadas teniendo en cuenta: el acoplamiento de Coriolis puro (cor), éste atenuado por el adicional de apareamiento cuadrupolar (QP), y por el acoplamiento rotación-partícula que incluye el adicional de espín (th). Las expresiones para el cálculo de estas amplitudes (57) contienen sólo los elementos matriciales del tipo  $\Delta\kappa = 0$  de estos acoplamientos. Las amplitudes de Coriolis son demasiado grandes comparadas con las experimentales. A través de la introducción de los acoplamientos adicionales es posible disminuir estos valores en un 30%, sin embargo, con ello no se logra aún obtener la concordancia con el experimento. El aporte de la interacción espinorial a la atenuación total es de un 25% en los casos estudiados.

## 7. CONCLUSIONES

Los acoplamientos rotación-partícula adicionales que se obtienen considerando las interacciones residuales de apareamiento cuadrupolar y espín-espín entre los nucleones, en presencia de la rotación colectiva conducen finalmente a la atenuación de la interacción de Coriolis requerida por la evidencia experimental. La interacción de apareamiento cuadrupolar proporciona la parte fundamental de esta atenuación. El acoplamiento adicional de espín corrige los efectos no deseados que introduce la de apareamiento cuadrupolar, en particular para las bandas de paridad positiva de los núcleos de tierras raras, y además proporciona la atenuación restante, necesaria para describir adecuadamente las bandas de rotación experimentales.

Teniendo en cuenta que la interacción de apareamiento monopolar influye en los parámetros de la rotación, así como en los elementos matriciales del acoplamiento rotación-partícula a través de las amplitudes BCS y de las energías de estas cuasipartículas, resulta importante tener en cuenta la modificación en el valor de  $\Delta_0$  para cada banda de rotación.

En general, podemos decir que la estructura de niveles rotacionales de los núcleos investigados, puede ser descrita a través del acoplamiento rotación-partícula que incluye al de Coriolis y a los adicionales de apareamiento cuadrupolar y de espín.

## AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi agradecimiento al Dr. Sc. Nat. F. Dönau y al Dr. Sc. Nat. S. Frauendorf, ambos del antiguo Instituto Central de Investigaciones Nucleares de la RDA (ZfK Rossendorf), por la valiosa colaboración e interesantes discusiones acerca de este tema.

## REFERENCIAS

1. I. Hamamoto, *Nordita* **76** (1976) 29.
2. K. Hara y S. Iwasaki, *Nucl. Phys.* **A430** (1984) 175.
3. M. Fernández, *Ciencias Técnicas Físicas y Matemáticas* **4** (1984) 87.
4. M. Fernández, *Ciencias Técnicas Físicas y Matemáticas* **18** (1995) (en prensa).
5. F. Dönau, *Proc. International School on Nuclear Structure*, Alushta, Ukrainian SSR 14-22 oct (1985).
6. M. Wakai y A. Faessler, *Nucl. Phys.* **A295** (1978) 86.
7. A.K. Kerman y A. Klein, *Phys. Rev.* **132** (1963) 1326; S.T. Beliaev, *Developments and Borderlines of Nuclear Physics*, Academic Press, New York (1972); A. Klein, *Phys. Rev.* **C30** (1984) 1680.
8. S.O. Bäckman, A.D. Jackson y J. Speth, *Phys. Lett.* **56B** (1975) 209.
9. A. Superson y K. Pomorski, *Acta Physica Polonica* **B16** (1985) 1079.
10. J.K. Tutli (ed.), *Nucl. Data Sheets* **13** (1974) 493.
11. J.M. Diriki, E. Browne y V.S. Shirley (eds.), *Nucl. Data Sheets* **29** (1980) 653.
12. M. Oshima, E. Minehara, M. Ishii, T. Inamura y A. Hashizime, *Nucl. Phys.* **A436** (1985) 518.
13. I. Ahmad, *Nucl. Inst. Methods* **223** (1984) 319.
14. A. Buyrn (ed.), *Nucl. Data Sheets* **11** (1974) 189.
15. A. Bohr y B.R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. 2, Benjamin, New York (1975).
16. M.A. Moriscotti, G. Scharff-Goldhaber y B. Buck, *Phys. Rev.* **178** (1969) 1864.