

## Superficies patrón: una solución exacta

SERGIO VÁZQUEZ-MONTIEL\*, LUIS MANUEL ARÉVALO-AGUILAR†  
Y ALEJANDRO CORNEJO-RODRÍGUEZ

*Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica  
Tonanzintla, Puebla*

Recibido el 20 de abril de 1995; aceptado el 13 de noviembre de 1995

RESUMEN. El interferómetro de Newton se utiliza comúnmente para probar superficies ópticas, empleándose como referencia una superficie patrón. Hasta ahora, las ecuaciones para determinar los radios de curvatura de la placa patrón, son calculadas sólo en aproximación paraxial. En este trabajo se plantea la solución exacta para determinar los radios de curvatura y se comparan los resultados obtenidos con aquellos encontrados por la teoría paraxial.

ABSTRACT. The Newton interferometer is a very useful instrument for testing optical surfaces its use, however, require the use of a test plate, and for this we must design properly the curvatures and thickness of the test plate. So far, the equations for performing radii of curvature calculations have been restricted to the paraxial approximation. In this work we establish the exact solution for such equation, and compare our results with those obtained from the paraxial theory.

PACS: 42.85.-x

### 1. INTRODUCCIÓN

El interferómetro de Newton está clasificado como un interferómetro de división de amplitud [1], tiene una aplicación muy amplia en el taller de fabricación óptica, en donde se utiliza para probar superficies que están siendo talladas. Su gran utilidad radica en que las franjas de interferencia pueden considerarse como un mapeo de las superficies de prueba [2] que, a través de su correcta interpretación, permiten ir revisando el estado de corrección de éstas [3].

El proceso de revisión consiste en ir probando la superficie que se está tallando con una placa patrón como se muestra en la Fig. 1. La forma y el número de franjas le permiten al técnico saber qué tipo de irregularidades tiene la superficie bajo prueba, y con esta información puede ajustar el proceso de pulido para corregir los errores detectados [2, 3].

### 2. TEORÍA PARAXIAL

La placa patrón debe satisfacer ciertas características que faciliten su manejo, como tamaño, peso, radios de curvatura y espesor adecuado. Pero su característica primordial es que debe ser construida de tal forma que la luz incida siempre perpendicularmente

---

\* También en la FCFM de la BUAP.

† Becario CONACyT.

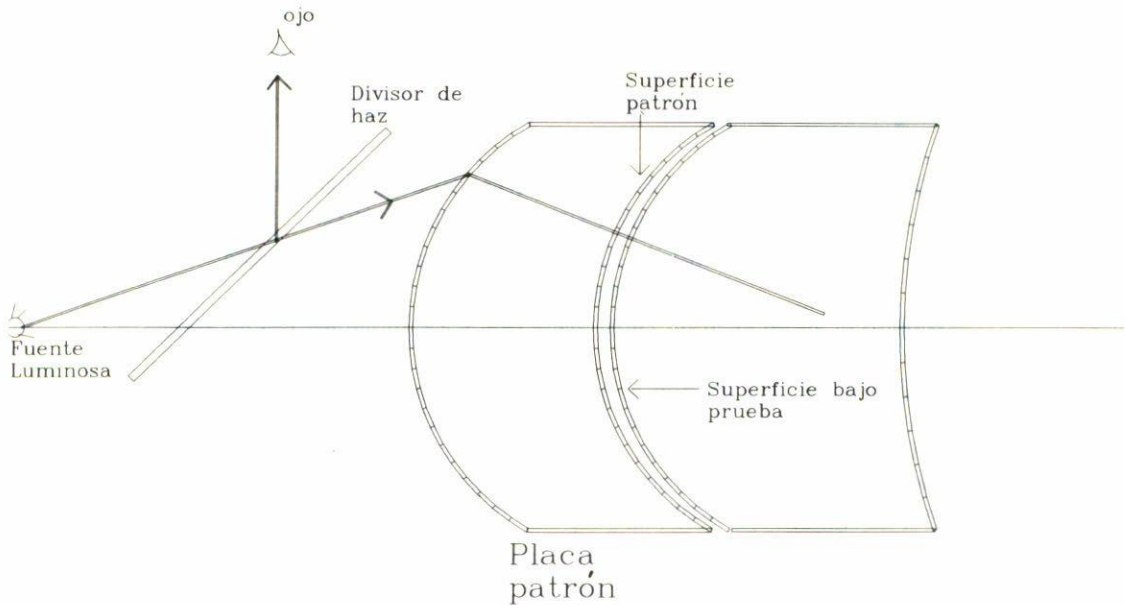


FIGURA 1. Interferómetro de Newton. Las superficies están en contacto.

a las superficies que van a estar en contacto [4]. Esto se puede lograr eligiendo el radio adecuado de curvatura  $r$ , como se verá más adelante, donde  $r$  es el radio anterior de la placa patrón (véase Fig. 2). Hasta ahora este radio ha sido calculado haciendo uso de la teoría paraxial [4] y está dado por la ecuación

$$r = \frac{(N - 1)(R + T)L}{NL + R + T}, \tag{1}$$

donde los parámetros están representados en la Fig. 2:  $R$  es el radio de la superficie que estará bajo prueba,  $T$  es el espesor de la placa patrón,  $L$  es la distancia del vértice  $O$  a la posición de la fuente y  $N$  es el índice de refracción del vidrio de la placa patrón.

### 3. SOLUCIÓN EXACTA

El problema a resolver en este trabajo es equivalente al de formar la imagen de un objeto axial sin aberración esférica. Este problema no tiene solución con superficies esféricas, y debe recurrirse a una cónica de revolución, concretamente a una hipérbola con focos en el objeto y en la imagen.

En este trabajo proponemos una solución, utilizando el método de trazo exacto de rayos, que permite encontrar el radio  $r$  de una forma más precisa, reduciéndose la aberración esférica. Además, comparamos el radio obtenido por este método con el calculado por la teoría paraxial.

Cabe mencionar que se usa la convención de signos que se propone en el libro de Kingslake [5]; esto significa que en la Fig. 2  $I$ ,  $U'$  y  $Y$  son positivos,  $U$  y  $L$  son negativos y el origen del sistema de referencia se encuentra en  $O$ . Como ya se mencionó, la condición que

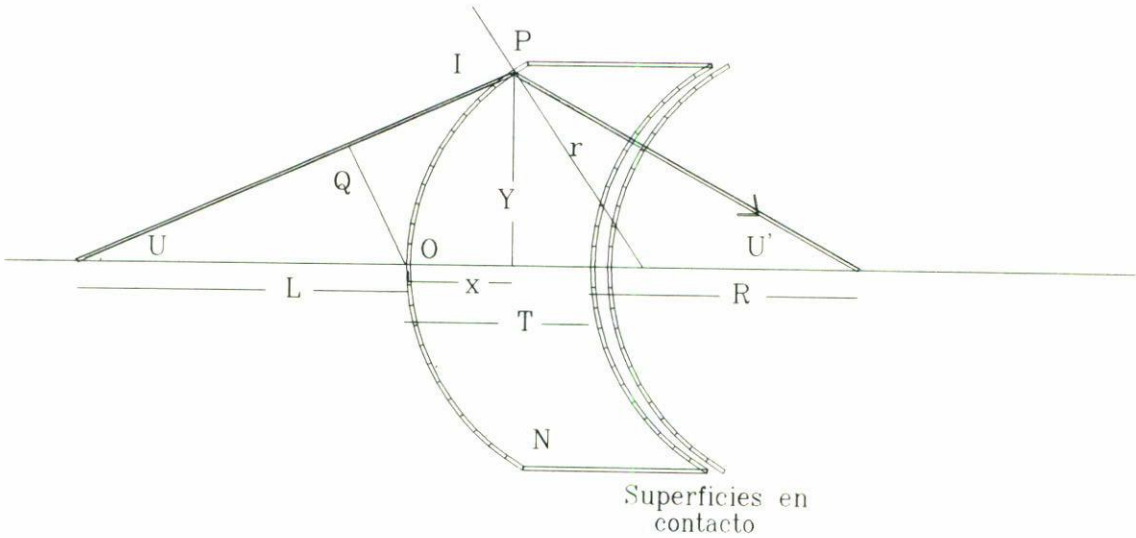


FIGURA 2. Parámetros usados para la obtención de  $r$ .

se debe cumplir para cualquier rayo que salga de la fuente en  $L$  es que llegue perpendicular a la superficie que está bajo prueba, para cualquier altura  $Y$ . Y por eso es muy importante el cálculo del radio  $r$  que mejor satisfaga dicha condición. Tanto la placa patrón como la superficie bajo prueba tienen un radio de curvatura común  $R$  en las superficies que están en contacto.

Por medio de la Fig. 2 podemos escribir

$$\tan U = \frac{-Y}{x + L} \tag{2}$$

Despejando  $x$  de la Ec. (2) obtenemos

$$x = \frac{-Y - (L \tan U)}{\tan U} \tag{3}$$

Pero de la Fig. 2 se puede determinar también

$$\tan U' = \frac{Y}{R + T - x} \tag{4}$$

Despejando  $x$  de la Ec. (4) obtenemos

$$x = \frac{(R + T) \tan U' - Y}{\tan U'} \tag{5}$$

Igualando las Ecs. (3) y (5) se obtiene

$$\tan U' = \frac{Y \tan U}{Y + (R + T + L) \tan U} \tag{6}$$



Por otra parte, tenemos que la ecuación para la amplificación transversal  $m$  está dada por

$$m = -\frac{R+T}{L}, \quad (7)$$

y además

$$\tan U' = \frac{\tan U}{m}. \quad (8)$$

Sustituyendo la Ec. (6) en la Ec. (8) se obtiene

$$\tan U = \frac{Y(m-1)}{R+T+L}. \quad (9)$$

Usando las ecuaciones del trazo exacto de rayos [ [5]] se sabe que

$$\text{sen } I' = -\frac{\text{sen } U}{n} \left[ \frac{L}{r} + 1 \right] \quad (10)$$

y

$$Q' = r (\text{sen } I' + \text{sen } U'); \quad (11)$$

aplicando la condición de que el rayo debe llegar perpendicular a la superficie de radio  $R$ , se debe cumplir que  $Q'$  satisfaga la siguiente ecuación:

$$Q' = (R+T) \text{sen } U'. \quad (12)$$

Por medio de las Ecs. (10), (11) y (12) y después de algunas operaciones algebraicas es posible obtener

$$r = \frac{(L \text{sen } U) + N(R+T) \text{sen } U'}{-\text{sen } U + N \text{sen } U'}. \quad (13)$$

Por lo tanto, la Ec. (13) nos permite obtener el valor de  $r$  variando la altura  $Y$  por medio de la Ec. (9). Para alturas  $Y$  muy pequeñas el radio  $r$  obtenido con este método debe coincidir con el calculado con la teoría paraxial, expresado por la Ec. (1); notamos que cuando se hacen los cálculos la coincidencia entre la teoría paraxial y el método propuesto es hasta la cuarta cifra decimal.

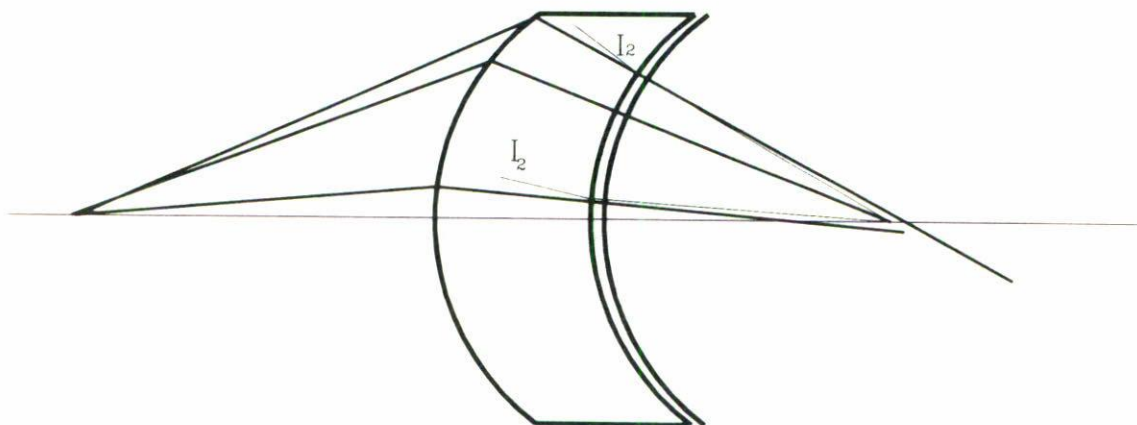


FIGURA 3. Ángulo  $I_2$  de incidencia en la segunda superficie. El ángulo se ha exagerado. Para una buena superficie patrón estos ángulos son casi cero.

TABLA I. Variación de  $r$  con respecto de la altura de incidencia.

$Y$	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
$r$	9.1861	9.1783	9.1653	9.1472	9.1239	9.0955	9.0620	9.0235	8.9799	8.9314

#### 4. APLICACIONES DE LA FÓRMULA EXACTA

Para poder aplicar la fórmula de la Ec. (13) en forma adecuada, fue necesario realizar un programa de computadora que calcula el radio  $r$  para distintas alturas  $Y$ . Esto se hace con el objeto de poder elegir el mejor radio para construir la placa patrón. Este radio será aquel para el cual la aberración esférica sea mínima. Es decir, el radio para el cual los ángulos de incidencia  $I_2$ , en la superficie de contacto, se desvíen menos del valor cero, tal y como se muestra en la Fig. 3.

Después, para saber cuál de las superficies es la adecuada, optamos por encontrar el valor absoluto de cada ángulo de incidencia  $I_2$ , sumarlos y dividirlos por el número total  $N$  de ellos:

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N |(I_2)_i|. \quad (14)$$

Por medio de este método podemos determinar realmente para cuál radio  $r$  las desviaciones del ángulo de incidencia  $I_2$  de cero son mínimas.

En la Tabla I se muestran los cálculos para un ejemplo particular, donde  $R = 19.6$  mm,  $T = 10.0$  mm,  $L = 200.0$  mm,  $N = 1.5168$ ,  $D = 10.0$  mm, donde  $D$  es el diámetro de apertura de la lente. Para cada radio  $r$  de dicha tabla se calcula la desviación del ángulo de incidencia  $I_2$  del valor cero, simulando numéricamente una placa patrón para cada uno de los radios  $r$ . Después, para cada placa patrón, pertenecientes a diferentes  $r$ , se trazan rayos con diferentes alturas  $Y$ , calculándose el ángulo  $I_2$  para cada uno de ellos, como se muestra en la Fig. 3.

TABLA II. Variación de  $I_2$  con respecto de la altura de incidencia.

Y	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
sen $I_2$ ( $10^{-4}$ )	-1.173402	-2.198746	-2.928621	-3.216901	-2.919372
Y	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0
sen $I_2$ ( $10^{-4}$ )	-1.894341	-3.219629	2.888924	6.912845	1.219464

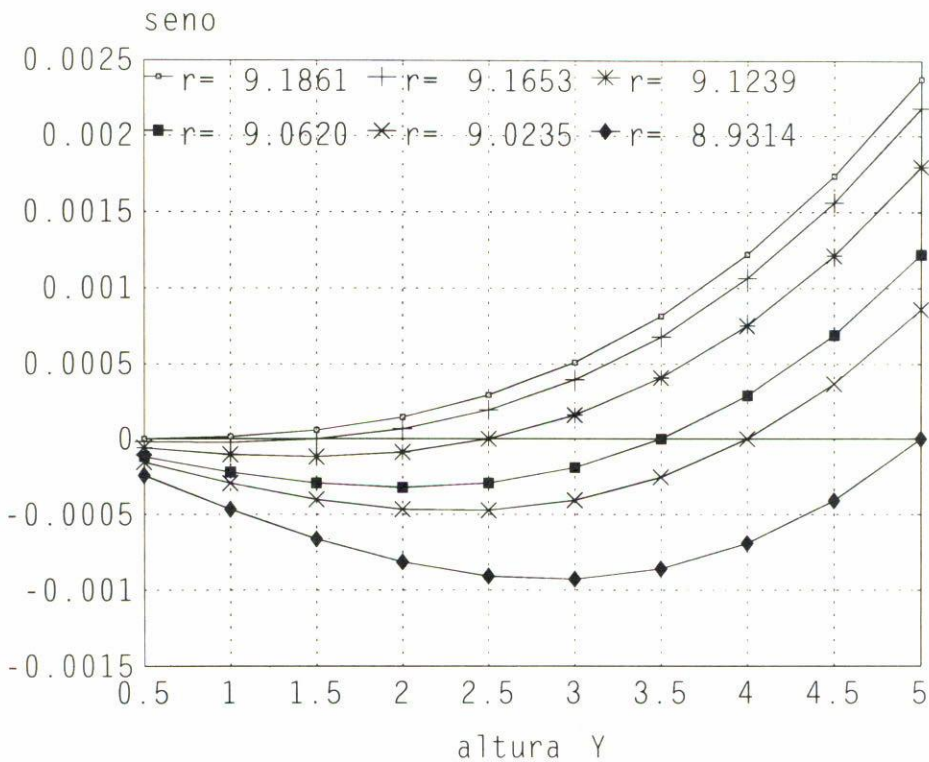


FIGURA 4. Gráfica de la variación de  $I_2$  con respecto a la altura de incidencia.

En la Tabla II se muestran los resultados para una placa patrón construida con el radio particular  $r = 9.0620$  mm; este radio corresponde a la altura  $Y = 3.5$  mm de la Tabla I. Esto se hace para cada uno de los radios de la Tabla I, obteniéndose la gráfica de la Fig. 4. La placa simulada que menores desviaciones muestre de  $I_2 = 0$  será la mejor. En el ejemplo de la Tabla I el radio óptimo sería  $r = 9.0620$  mm; que corresponde al calculado para  $Y = 3.5$  mm.

El radio que nos ofrece la teoría paraxial es  $r = 9.1861$  mm, que es igual al calculado con el método que nosotros proponemos para  $Y = 0.5$  mm. Este último radio es el que mayores desviaciones presenta. Traduciéndose esto en mayor aberración esférica.



## 5. CONCLUSIONES

Hasta ahora el cálculo del radio de curvatura anterior de la placa de prueba no se hacía de una manera óptima. Con el método propuesto es posible hacerlo y se aumenta la precisión de las mediciones a la hora de estar probando la calidad de la superficie bajo construcción. Además, debe destacarse que en todos los ejemplos realizados el radio de curvatura, para el cual  $I_2$  presentaba menores desviaciones, correspondía a valores de  $Y = 0.7072$  del semidiámetro de la lente, que coincide con la altura para la cual la aberración esférica zonal tiene un máximo cuando los términos relevantes son los correspondientes a la aberración primaria y secundaria [6]. El algoritmo se puede programar fácilmente y los resultados se obtienen en pocos segundos.

## REFERENCIAS

1. M. Born y E. Wolf, *Principles of Optics*, sexta ed., Pergamon Press (1980).
2. Warrent J. Smith, "How flat is flat?", *Optical Spectra* (Abril, 1974).
3. Hank H. Karow, *Proc. SPIE* **192** (1979) 56.
4. M.V. Mantravadi, "Newton, Fizeau, and Haidinger Interferometers", capítulo primero del *Optical Shop Testing*, D. Malacara (Editor) (1992).
5. R. Kingslake, *Lens Design Fundamental*, Academic Press, San Diego (1978).
6. *Ibid.*, p. 114.