

# Eficiencia y relación de compresión de un ciclo Diesel a tiempo finito

R. PÁEZ HERNÁNDEZ

*Departamento de Ciencias Básicas, UAM-Azcapotzalco  
Av. San Pablo No. 180, 02200, México, D.F., México*

Y

F. ANGULO BROWN

*Departamento de Física, Escuela Superior de Física y Matemáticas  
Instituto Politécnico Nacional  
Edif. No. 9, U.P. Zacatenco, 07738 México, D.F., México*

Recibido el 17 de noviembre de 1995; aceptado el 14 de febrero de 1996

**RESUMEN.** En el contexto de la llamada termodinámica de tiempos finitos proponemos un modelo para el ciclo térmico Diesel. En este modelo se consideran adiabáticas instantáneas y todo el tiempo de evolución del ciclo se atribuye a los procesos de calentamiento isobárico y enfriamiento isocórico. Los resultados obtenidos para la eficiencia y relación de compresión del ciclo reproducen razonablemente bien los valores reales típicos de estas cantidades. Nuestros resultados mejoran notoriamente los reportados por H.S. Leff para el mismo ciclo.

**ABSTRACT.** Within the context of finite-time thermodynamics, we propose a Diesel-cycle model. In this model, we consider instantaneous adiabats and we take all the cycle's time evolution as only ascribed to the isobaric heating and the isochoric cooling processes. The results we obtain for the efficiency and the compression ratio of the cycle are in accordance with typical real values of these quantities. Our results improve those reported by H.S. Leff for the same cycle.

PACS: 44.60.+k; 44.90.+c

## 1. INTRODUCCIÓN

Prácticamente en cualquier libro de termodinámica clásica se encuentran modelos reversibles de diferentes máquinas térmicas. Como es bien sabido, los modelos reversibles de estas máquinas, evidentemente conducen a valores sobreestimados para variables de proceso como el trabajo de salida y la eficiencia. Naturalmente, esto se debe a que en los modelos reversibles no se consideran efectos disipativos, ni fenómenos de transporte que ocurren a tiempo finito. De hecho, los modelos reversibles, necesariamente cuasiestáticos, son de potencia nula. Es decir, el trabajo por unidad de tiempo tiende a ser cero, debido a que para recorrer un proceso estrictamente reversible se tendría que emplear un tiempo prácticamente infinito. De este modo, se puede afirmar que los modelos elaborados en el contexto de la termodinámica clásica de equilibrio (TCE) son útiles en el sentido de proporcionar cotas máximas (o mínimas) de operación para diversas variables de proceso. Esta idea queda muy bien ilustrada por el teorema de Carnot, que establece una cota

máxima para la eficiencia de máquinas térmicas operando entre dos almacenes térmicos de temperaturas fijas.

Durante las dos últimas décadas se ha estado construyendo una termodinámica de tiempos finitos (TTF), también conocida como termodinámica endorreversible [1, 2]. En esta disciplina se buscan procedimientos para elaborar modelos de procesos termodinámicos que conduzcan a cotas de operación más realistas que las que proporciona la TCE. Los métodos de la TTF, están principalmente sustentados en la llamada hipótesis de endorreversibilidad [3], que consiste en suponer que existen procesos internos con tiempos de relajación rápidos que pueden considerarse razonablemente como reversibles, en contraste con otros procesos predominantemente ocurriendo en las fronteras de un sistema con sus alrededores, que pueden tomarse como irreversibles y por lo tanto productores de entropía. De esta manera, se pueden elaborar modelos con producción neta de entropía positiva para el universo termodinámico (sistema más alrededores). Los modelos elaborados de este modo conducen a cotas más realistas para variables de proceso. Entre los múltiples problemas tratados con técnicas de la TTF, están los de modelar máquinas térmicas típicas como las de Carnot [4], Otto [5-7] y Diesel [8, 9], por citar algunas. En este trabajo proponemos un modelo del ciclo Diesel a tiempo finito, que conduce a valores de eficiencia y relación de compresión que concuerdan razonablemente con los correspondientes valores para máquinas Diesel reales [10]. Los valores reportados en este trabajo mejoran los obtenidos por Leff [8] para el mismo ciclo. Además nuestro modelo conduce a curvas tipo rizo para la potencia en términos de la eficiencia, como es característico de máquinas térmicas reales [17, 18].

## 2. EL CICLO DIESEL IDEAL

El llamado ciclo Diesel, en honor a su diseñador Rudolf Diesel (1853-1913), es un ciclo de cuatro tiempos cuyas ramas constituyentes se muestran en la Fig. 1. La descripción de este ciclo y su correspondiente modelo reversible idealizado se muestra en numerosos libros de termodinámica [11-13], por lo que aquí solo diremos que la eficiencia térmica para este ciclo reversible está dada por

$$\eta_D = 1 - \frac{\left(\frac{1}{r_E}\right)^\gamma - \left(\frac{1}{r_C}\right)^\gamma}{\gamma \left(\frac{1}{r_E} - \frac{1}{r_C}\right)}, \quad (1)$$

donde  $\gamma$  es el cociente de los calores específicos de la sustancia de trabajo  $\gamma = c_P/c_V$ ,  $r_E$  es la relación de expansión,  $r_E = V_1/V_3$  y  $r_C$  es la relación de compresión,  $r_C = V_1/V_2$ .

Evidentemente la Ec. (1) conduce a valores de la eficiencia que están muy por arriba de los correspondientes valores para máquinas reales que funcionan con un diagrama indicador similar al de la Fig. 1 [14]. En la Fig. 1 hemos pasado por alto los procesos de ingreso y salida de la sustancia de trabajo a los cilindros, debido a que no contribuyen al trabajo neto del ciclo.

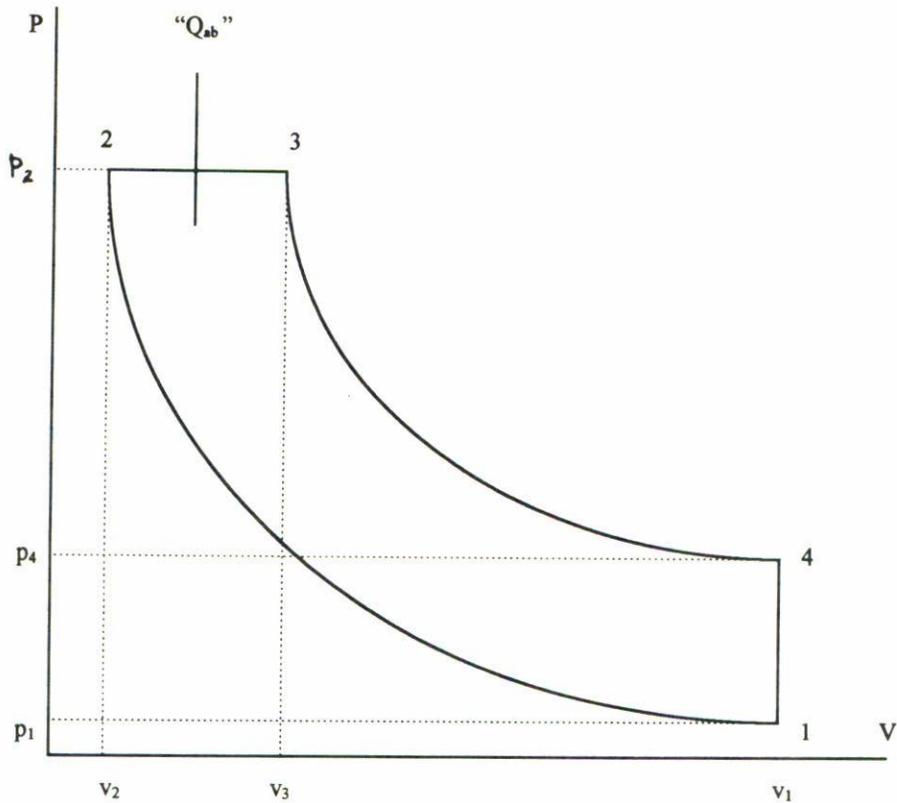


FIGURA 1. Diagrama PV de un ciclo Diesel reversible.

Como ya lo hemos mencionado, el ciclo Diesel ideal es un ciclo de potencia nula y éste es justamente uno de los atributos que pueden modificarse usando TTF, como veremos en la siguiente sección.

### 3. CICLO DIESEL A TIEMPO FINITO

El ciclo Diesel ya ha sido analizado en el contexto de la TTF [8, 9, 15]. Por ejemplo, Hoffman *et al.* [9], estudiaron el problema de optimizar las trayectorias del pistón en tal ciclo. Las trayectorias fueron analizadas en términos de los cambios en la velocidad del pistón tomando en cuenta distintos términos disipativos. Leff [8] estudió varios ciclos térmicos, entre ellos el Diesel, utilizando un criterio de potencia máxima, pero sin efectos disipativos, llegando a resultados para la eficiencia  $\eta$  en el intervalo (0.57, 0.63) que aún resultan muy por encima de las  $\eta$  reales que se encuentran en el intervalo (0.26, 0.36) [10]. En la Ref. [15] también se analizó un ciclo Diesel a tiempo finito con adiabáticas no instantáneas llegando a eficiencias de alrededor de 0.47. En este trabajo proponemos un nuevo modelo para un ciclo Diesel irreversible que como se verá conduce a resultados más realistas. En TTF, ha sido usual utilizar la aproximación de que los procesos adiabáticos se pueden tomar como instantáneos [3, 16]. Esto debido a que los tiempos de relajación en un proceso adiabático son mucho más cortos que en un proceso no-adiabático. En

nuestro modelo del ciclo Diesel tomaremos esta aproximación. Así, los procesos  $1 \rightarrow 2$  y  $3 \rightarrow 4$  (véase Fig. 1) no contribuirán al período total del ciclo. Respecto al proceso de calentamiento isobárico  $2 \rightarrow 3$  y al de enfriamiento isocórico  $4 \rightarrow 1$ , supondremos que ocurren a una tasa constante de variación de la temperatura:

$$\begin{aligned} \text{para } 2 \rightarrow 3, \quad \frac{dT}{dt} &= k_1; \\ \text{para } 4 \rightarrow 1, \quad \frac{dT}{dt} &= k_2, \end{aligned} \quad (2)$$

donde  $T$  es la temperatura absoluta y  $t$  es el tiempo,  $k_1$  y  $k_2$  pueden tomarse como tasas promedio de calentamiento y enfriamiento, respectivamente. Integrando las Ecs. (2) obtenemos

$$\begin{aligned} t_1 &= K_1(T_3 - T_2) \\ t_2 &= K_2|T_1 - T_4| = K_2(T_4 - T_1), \end{aligned} \quad (3)$$

con  $K_1 = 1/k_1$  y  $K_2 = 1/k_2$ . De este modo el período del ciclo, se tomará como

$$\tau = t_1 + t_2 = K_1(T_3 - T_2) + K_2(T_4 - T_1). \quad (4)$$

Asumiendo la endorreversibilidad del ciclo, el trabajo total lo calculamos como es usual en la TCE:

$$W_{\text{tot}} = mc_P(T_3 - T_2) + mc_V(T_1 - T_4), \quad (5)$$

donde  $c_P$  es la capacidad calorífica de la mezcla reactiva,  $c_V$  la de los productos de la combustión y  $m$  la masa de las sustancias de trabajo. Evidentemente  $C_P = mc_P$  y  $C_V = mc_V$ .

Por medio de las Ecs. (5) y (4), podemos calcular la potencia del ciclo, sin incluir aún términos disipativos. Ésta resulta

$$P_R = \frac{W_{\text{tot}}}{\tau} = \frac{C_P(T_3 - T_2) - C_V(T_4 - T_1)}{K_1(T_3 - T_2) + K_2(T_4 - T_1)}. \quad (6)$$

Esta ecuación puede reducirse, por medio de la ecuación de las adiabáticas de los gases ideales  $TV^{\gamma-1} = \text{cte}$ , para obtener

$$P_R = \frac{C_P(r_C - r_E)r_E^{\gamma-1}r_C^{\gamma-1} - C_V(r_C^\gamma - r_E^\gamma)}{K_1(r_C - r_E)r_E^{\gamma-1}r_C^{\gamma-1} + K_2(r_C^\gamma - r_E^\gamma)}. \quad (7)$$

Como se ve, la Ec. (7) nos da  $P$  como función de los parámetros de diseño  $r_E$  y  $r_C$ . Esta ecuación es una superficie creciente en  $r_E$  y  $r_C$  sin un máximo absoluto. Para convertir la Ec. (7) en una función convexa, es necesario involucrar los fenómenos disipativos del ciclo. En un ciclo Diesel existen muchos procesos irreversibles productores de entropía

que se reflejan en pérdidas de potencia y eficiencia. Algunos son: a) pérdidas por fricción entre superficies, b) pérdidas por caídas de presión en la carga y descarga de la cámara, c) fugas de calor por las paredes del pistón, d) combustión incompleta y e) inyección del combustible. En nuestro modelo no hacemos una distinción detallada entre todas estas pérdidas. En lugar de esto, las englobaremos todas en un término tipo fricción dependiente de la velocidad  $\nu$  del pistón. Así, tomamos una fuerza disipativa dada por

$$f_{\mu} = -\mu\nu = -\mu \frac{dx}{dt}, \tag{8}$$

con  $\mu$  un coeficiente de fricción “global” y  $x$  la posición instantánea del pistón. De este modo la potencia disipada se puede expresar por,

$$P_{\mu} = -\mu \left( \frac{dx}{dt} \right) \left( \frac{dx}{dt} \right) = -\mu\nu^2, \tag{9}$$

la velocidad la tomamos como la velocidad media del golpe de potencia de  $2 \rightarrow 4$  y obtenemos

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{x_4 - x_2}{t_{42}} = \frac{x_1 - x_2}{t_{42}} = \frac{x_2}{\tau/2} \left( \frac{x_1}{x_2} - 1 \right) \\ &= \frac{2x_2}{\tau}(r_C - 1), \end{aligned} \tag{10}$$

con  $x_2$  la posición mínima del pistón y  $\tau$  el período. De este modo,  $P_{\mu}$  (potencia disipada) queda como

$$P_{\mu} = -b(r_C - 1)^2, \tag{11}$$

con  $b = 4\mu x_2^2/\tau^2$ .

Utilizando (7) y (11), podemos escribir la potencia del ciclo con efectos disipativos

$$P(r_E, r_C) = \frac{C_p(r_C - r_E)r_E^{\gamma-1}r_C^{\gamma-1} - C_V(r_C^{\gamma} - r_E^{\gamma})}{K_1(r_C - r_E)r_E^{\gamma-1}r_C^{\gamma-1} + K_2(r_C^{\gamma} - r_E^{\gamma})} - b(r_C - 1)^2. \tag{12}$$

La función (12) sólo es convexa para  $r_E$  fija y  $r_C$  variable, así que adoptamos este criterio de maximización, es decir, tomaremos  $r_E$  en un intervalo realista [8] de (1.25, 2.5) y busquemos la  $r_C$  que maximiza a  $P$ . Procedemos a calcular una expresión para la eficiencia a tiempo finito, usando

$$\eta = \frac{P(r_E, r_C)}{Q_{ab}/\tau}, \tag{13}$$

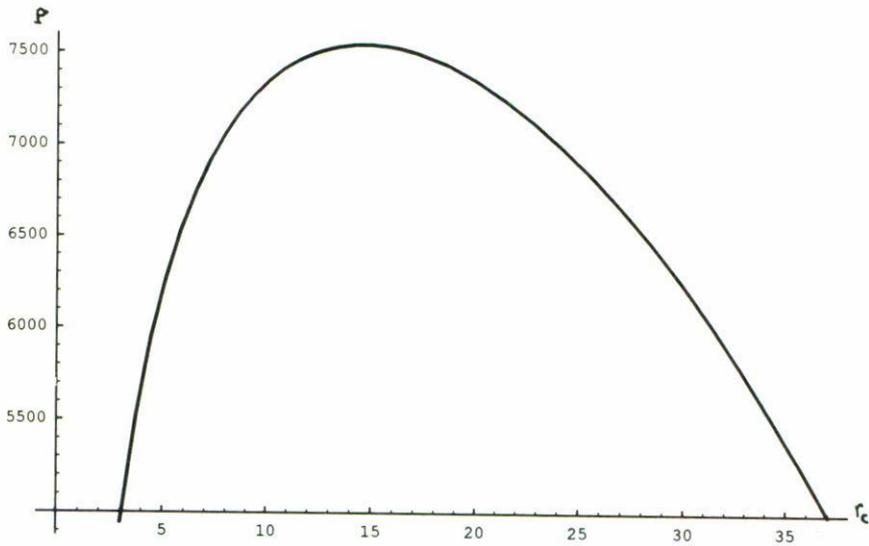


FIGURA 2. Curva de potencia vs. relación de compresión para  $r_E = 2.05$  y  $b = 3$  W.

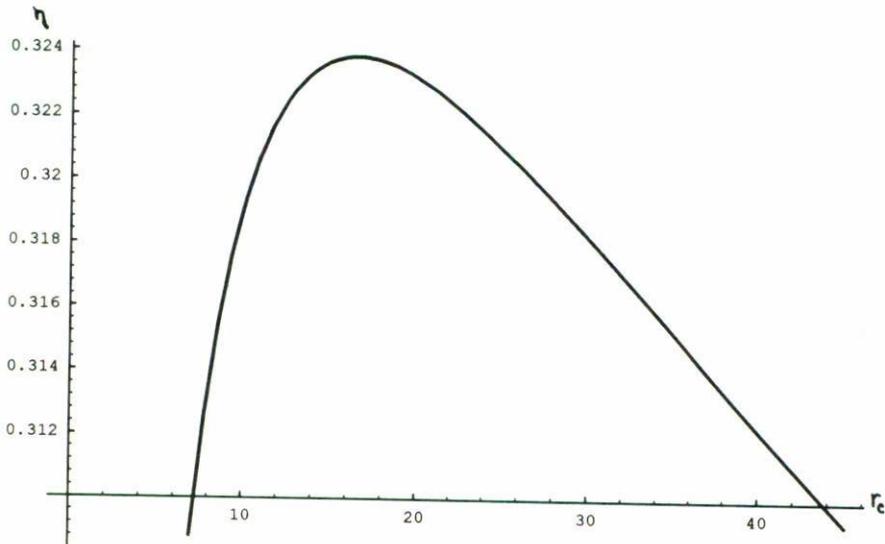


FIGURA 3. Curva de eficiencia vs. relación de compresión para  $r_E = 2.05$  y  $b = 3$  W.

con  $Q_{ab} = C_P(T_3 - T_2)$  mostrado en la Fig. 1, que no es otra cosa que el calor de combustión. Sustituyendo (4), (12) y  $Q_{ab}$  en (13) se obtiene

$$\eta(r_E, r_C) = 1 - \frac{(r_E)^\gamma - (r_C)^\gamma}{\gamma(r_E - r_C)(r_E r_C)^{\gamma-1}} - \frac{b(r_C - 1)^2 \{ K_1(r_E - r_C)(r_E r_C)^{\gamma-1} + K_2(r_E^\gamma - r_C^\gamma) \}}{C_P(r_E - r_C)(r_E r_C)^{\gamma-1}}, \tag{14}$$

la cual se reduce a la eficiencia reversible [Ec. (1)] cuando  $\mu = b = 0$ . Para hacer cálculos numéricos con las Ecs. (14) y (12), necesitamos estimar los valores de las constantes

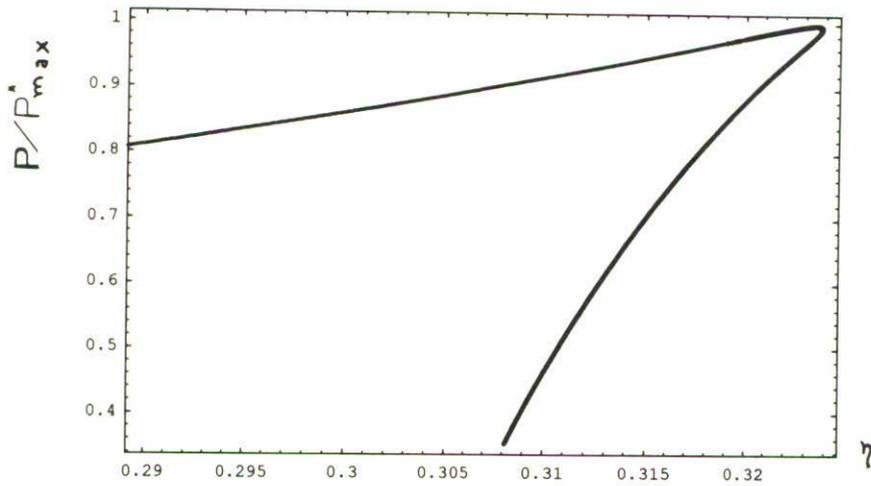


FIGURA 4. Curva de potencia normalizada ( $p/p_{max}$ ) vs. eficiencia. Este tipo de rizo es característico de máquinas reales.

involucradas. Esto lo hacemos en base a datos de las Refs. [7] y [9], para un ciclo estándar de aire y obtenemos:  $K_1 = 8.12 \times 10^{-6} \text{ sK}^{-1}$ ,  $K_2 = 18.67 \times 10^{-6} \text{ sK}^{-1}$ ,  $C_P = 0.41832 \text{ JK}^{-1}$ ,  $C_V = 0.2988 \text{ JK}^{-1}$ ,  $x_2 = 0.5 \text{ cm}$  y  $\tau = 33.3 \text{ ms}$ . Además, tomando un valor típico de  $r_E = 2.05$  [8] y  $b = 3 \text{ W}$  ( $b$  es del orden de  $0.1 \mu$ , Ec. (11)), obtenemos la gráfica  $P$  vs.  $r_C$  (Fig. 2) y la gráfica de  $\eta$  vs.  $r_C$  (Fig. 3), respectivamente. Como se ve, la  $r_C^*$  donde se maximiza la eficiencia es  $r_C^* = 15.76$  con  $\eta^* = 0.328$ ; y para  $r_E = 1.35$ ,  $r_C^* = 12.5$  con  $\eta^* = 0.30$ , en excelente acuerdo con datos típicos de máquinas Diesel reales. Si usamos  $b = 4.64 \text{ W}$  y  $r_E = 1.95$  obtenemos,  $\eta^* = 0.36$ , que también es muy buen resultado. De hecho, para todo el intervalo de  $r_E$  (1.25, 2.5), obtenemos  $\eta$  y  $r_C$  en intervalos realistas. Si acoplamos las Ecs. (14) y (12) mediante la variable común  $r_C$ , obtenemos la Fig. 4, que muestra parcialmente un rizo  $P$  vs.  $\eta$ . Este comportamiento expresa que el punto de potencia máxima es cercano al punto de eficiencia máxima, tal y como Gordon y Huleihil [17] demuestran que es característico de máquinas reales disipativas.

Recientemente Ait-Ali [18], ha obtenido un rizo similar a la Fig. 4 para un ciclo de Curzon y Ahlborn con disipación interna.

4. CONCLUSIONES

La termodinámica de tiempos finitos ha mostrado ser una exitosa extensión de la termodinámica clásica de equilibrio para el tratamiento de diversos procesos en los que se toman en cuenta tasas temporales de variación de cantidades relevantes de un sistema. En particular, la TTF ha dado muy buenos resultados en la modelación de máquinas térmicas. En este trabajo hemos presentado un modelo simplificado del ciclo Diesel en el espíritu de la TTF.

Nuestros resultados conducen a valores de la eficiencia y de la relación de compresión que se encuentran en los intervalos de los correspondientes valores reales reportados. Nuestro

modelo proporciona curvas convexas con un solo máximo para la potencia de salida y la eficiencia, en contraste con los modelos reversibles que dan curvas monótonas crecientes para la eficiencia y son de potencia nula. Nuestro modelo puede refinarse haciendo una distinción detallada de las fuentes de irreversibilidad, sin embargo los resultados obtenidos sugieren que el modelo aquí tratado es "robusto", en el sentido de englobar razonablemente los efectos disipativos. Otro de nuestros resultados que sugiere que el modelo propuesto es razonablemente realista, es el rizo mostrado en la Fig. 4 que es una propiedad característica de máquinas térmicas reales. Nuestro modelo mejora notablemente las eficiencias obtenidas para un ciclo Diesel a tiempo finito en las Refs. [8] y [15].

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue parcialmente apoyado por COFAA-IPN. Agradecemos el interés de J.C. Padilla en este trabajo.

#### REFERENCIAS

1. S. Sieniutycz and P. Salomon (Eds.), *Finite-Time Thermodynamics and Thermoeconomics*, Taylor and Francis, N.Y. (1990).
2. A. De Vos, *Endoreversible Thermodynamics of Solar Energy Conversion*, Oxford Univ. Press, Oxford (1992).
3. M.H. Rubin, *Phys. Rev. A* **19** (1979) 1272.
4. F.L. Curzon and B. Ahlborn, *Am. J. Phys.* **43** (1975) 22.
5. B. Ahlborn and J. Barnard, *Am. J. Phys.* **58** (1990) 498.
6. M. Mozurkewich and R.S. Berry, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **78** (1982) 1986; M. Mozurkewich and R.S. Berry, *J. Appl. Phys.* **53** (1982) 34.
7. F. Angulo Brown, J. Fernández Betanzos and C.A. Díaz Pico, *Eur. J. Phys.* **15** (1994) 38.
8. H.S. Leff, *Am. J. Phys.* **55** (1987) 602.
9. K.H. Hoffman, S.J. Watowich and S.R. Berry, *J. Appl. Phys.* **58** (1985) 2125.
10. D.G. Wilson, *Sci. Am.* **239** (1978) 39.
11. M.W. Zemansky and R.H. Dittman, *Heat and Thermodynamics*, Mc. Graw-Hill, N.Y., (1987).
12. E. Piña, *Termodinámica*, Limusa, México (1978).
13. V.G. Faires, *Thermodynamics*, Macmillan, Londres (1962).
14. R.G. Haywood, *Analysis of Engineering Cycles*, Pergamon, Oxford, (1980).
15. F. Angulo Brown, R. Ugalde y A. Garduño, *Acta Mex. de Ciencia y Tecnología* **IX** (1991) 7.
16. F. Angulo Brown and R. Páez Hernández, *J. Appl. Phys.* **74** (1993) 2216.
17. J.M. Gordon y M. Huleihil, *J. Appl. Phys.* **72** (1992) 829.
18. M.A. Ait-Ali, *J. Appl. Phys.* **78** (1995) 4313.