

## Determinación de la energía absorbida en el cuerpo humano por campos electromagnéticos

HILDEBERTO JARDÓN A., FREDY MOJICA R. Y MARCO A. HERNÁNDEZ P.

*Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN  
Departamento de Ing. Eléctrica, Sección de Comunicaciones  
Av. IPN 2508, 07300 México, DF, México  
Email: mhernan@mvax1.red.cinvestav.mx*

Recibido el 9 de noviembre de 1995; aceptado el 18 de junio de 1996

**RESUMEN.** Los posibles efectos dañinos de la radiación electromagnética (EM) no ionizante en el cuerpo humano han causado controversia, al mismo tiempo que se han incrementado las aplicaciones médicas de la energía EM en condiciones controladas. Para realizar estudios biológicos sobre dichos fenómenos es necesario conocer el campo EM inducido dentro del cuerpo irradiado. En este trabajo se desarrolla una herramienta de predicción que permite calcular niveles de campo inducido a través de la razón de absorción específica (SAR). Se empleó el método de los momentos para la determinación de los niveles de campo EM inducido. Se presentan los modelamientos heterogéneos de una cabeza y de un cuerpo humano entero.

**ABSTRACT.** Possible health effects of non-ionizing electromagnetic (EM) radiation on the human body have caused controversy, while the medical use of EM energy in controlled conditions is increasing. In order to do biological studies it is necessary to know the induced EM field inside of the irradiated body. This paper describes the development of one predictive tool, which permits to calculate the induced EM field by the specific absorption ratio (SAR). The method of moments is used to determine the strength of induced EM field. Results of human head and whole body heterogeneous modeling are presented.

PACS: 87.50.Jk

### 1. INTRODUCCIÓN

La posibilidad de daño en el cuerpo humano por la exposición no controlada a campos electromagnéticos ha sido un tema de investigación desde hace tiempo. Los efectos cancerígenos de los rayos X y la luz solar son bien conocidos [1]. Evidencias estadísticas sugieren que en frecuencias bajas, existe una relación entre los campos generados por líneas de alta tensión y la incidencia de leucemia [1], así como la exposición en condiciones no controladas de energía de RF y microondas con casos de leucemia, cáncer en el cerebro, cataratas, etc. [13] También se conoce que la radiación de ondas electromagnéticas a frecuencias de microondas en condiciones controladas tienen efectos positivos en tumores malignos [2]. Por otro lado, se sospecha que la exposición a radiación de microondas puede causar cataratas en los ojos [2]. En la literatura reciente se encuentra que campos eléctricos variantes en el tiempo actúan sobre el sistema nervioso, estimulando su sensibilidad [3]. Además también se admite la posibilidad de que los transceptores empleados en telefonía

celular, sean promotores de tumores cerebrales. En el presente artículo se hace un énfasis especial en el aspecto teórico de la interacción de los campos EM con un cuerpo humano heterogéneo, para de esta manera desarrollar un método numérico que permite calcular el campo eléctrico y la densidad de potencia absorbida de un modelo del cuerpo humano, el cual está expuesto a ondas EM en la región de campo lejano. La predicción de los niveles de densidad de energía absorbida por el cuerpo humano se basa en el método de los momentos, mediante el cual se logra una buena aproximación de los resultados obtenidos con los reportados en la literatura [9–12].

Debido a que no es posible radiar ondas EM a seres humanos para propósitos de experimentación, los modelos numéricos desarrollados se convierten en una gran herramienta para calcular la razón de absorción específica (SAR), la cual cuantifica la energía absorbida por masa normalizada y el lugar donde se deposita. El SAR se define como [4]

$$\text{SAR} = \frac{\sigma |E|^2}{2\rho} \text{ [W/Kg]},$$

donde  $\sigma$  es la conductividad (S/m),  $\rho$  la densidad de masa (Kg/m<sup>3</sup>) y  $E$  el campo eléctrico (V/m).

Otra manera de evaluar la energía absorbida es mediante la densidad de potencia absorbida o calentamiento (Calent) [4]:

$$\text{Calent} = \frac{\sigma |E|^2}{2} \text{ [W/m}^3\text{]}.$$

Se pueden tener efectos nocivos si la energía electromagnética absorbida es lo suficientemente alta para registrar un aumento no regulado en la temperatura del cuerpo, lo que se conoce como hipertermia. Como consecuencia de la distribución no uniforme de los campos EM, se tienen gradientes de temperatura en ciertas regiones de los tejidos, lo cual se conoce como “puntos calientes”, los cuales no son detectables fácilmente debido a que no se tiene un incremento significativo en la temperatura que se está monitoreando. Sin embargo, cuando se tiene una temperatura en una cierta región por arriba de los 41.6 grados centígrados, se tienen efectos como la desnaturalización de proteína, incremento en la permeabilidad de la membrana de las células, liberación de toxinas en la región del “punto caliente” [5]. Los efectos fisiológicos producidos en dichas regiones son evidentemente más severos en ciertos órganos vitales, como el cerebro.

## 2. DEDUCCIÓN DE LA ECUACIÓN INTEGRAL

Suponiendo una densidad de corriente eléctrica variable armónicamente en el tiempo  $\mathbf{J}_e$ , así como una densidad de corriente magnética armónica en el tiempo  $\mathbf{J}_m$ , en un medio con permitividad  $\epsilon$  y permeabilidad  $\mu$ , los campos dispersos en modo eléctrico y magnético son

$$\nabla \times \mathbf{E}_e^s = j\omega\mu_0 \mathbf{H}_e^s, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_e^s = (\mathbf{J}_e)_{\text{eq}} - j\omega\epsilon_0\mathbf{E}_e^s, \tag{2}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}_m^s = -(\mathbf{J}_m)_{\text{eq}} + j\omega\mu_0\mathbf{H}_m^s, \tag{3}$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_m^s = -j\omega\epsilon_0\mathbf{E}_m^s; \tag{4}$$

donde

$$(\mathbf{J}_e)_{\text{eq}} = [\sigma - j\omega(\epsilon - \epsilon_0)]\mathbf{E}, \tag{5}$$

$$(\mathbf{J}_m)_{\text{eq}} = -j\omega(\mu - \mu_0)\mathbf{H}. \tag{6}$$

Los campos en modo eléctrico se combinan de forma que

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_e^s - k_0^2\mathbf{E}_e^s = j\omega\mu_0(\mathbf{J}_e)_{\text{eq}}, \tag{7}$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H}_e^s - k_0^2\mathbf{H}_e^s = \nabla(\mathbf{J}_e)_{\text{eq}}, \tag{8}$$

donde  $k_0^2 = \omega^2\mu_0\epsilon_0$ .

Para resolver la Ec. (7) se emplea la técnica de funciones de Green. De esta manera la función diádica de Green en el espacio libre es [6]

$$\bar{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \left[ \bar{\mathbf{I}} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \right] \frac{e^{jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}, \tag{9}$$

donde con una barra se indica que es una diádica [15],  $\bar{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{y}}\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}\hat{\mathbf{z}}$ ; es una diádica unitaria y  $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$  son vectores unitarios.

De las Ecs. (7), (9) y del teorema vectorial de Green se obtiene

$$\mathbf{E}_e^s = j\omega\mu_0 \int_V \bar{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot (\mathbf{J}_e(\mathbf{r}'))_{\text{eq}} dv'. \tag{10}$$

Dado que  $\bar{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  tiene una singularidad de orden  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{-3}$ , la integral de la Ec. (10) diverge. Para salvar esta dificultad matemática, se excluye dicha singularidad, es decir, se toma el valor principal (PV), y para tener la solución correcta se introduce un término de corrección:

$$\mathbf{E}_e^s = j\omega\mu_0 \text{PV} \int_V \bar{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot (\mathbf{J}_e(\mathbf{r}'))_{\text{eq}} dv' + [\mathbf{E}_e^s(\mathbf{r})]_{\text{corr}}. \tag{11}$$

El término de corrección, suponiendo un volumen esférico [7], es

$$[\mathbf{E}_e^s(\mathbf{r})]_{\text{corr}} = \frac{\mathbf{J}_e(\mathbf{r})}{j3\omega\epsilon_0}.$$

De las Ecs. (5) y (6), las densidades de corriente eléctrica y magnética equivalentes se pueden expresar como

$$(\mathbf{J}_e(\mathbf{r}))_{\text{eq}} = [\sigma(\mathbf{r}) - j\omega(\epsilon(\mathbf{r}) - \epsilon_0)]\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \tau_e(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r}), \tag{12}$$

$$(\mathbf{J}_m(\mathbf{r}))_{\text{eq}} = -j\omega(\mu(\mathbf{r}) - \mu_0)\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \tau_m(\mathbf{r})\mathbf{H}(\mathbf{r}). \tag{13}$$

Siguiendo un procedimiento análogo, se resuelve la Ec. (8) para obtener  $\mathbf{H}_e^s(\mathbf{r})$ , así como los campos en el modo magnético, de forma que se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\mathbf{E}_e^s(\mathbf{r}) = \text{PV} \int_V \tau_e(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') \cdot \bar{\mathbf{G}}_e^e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' + \frac{\tau_e(\mathbf{r})}{j3\omega\epsilon_0} \mathbf{E}(\mathbf{r}), \tag{14}$$

$$\mathbf{H}_e^s(\mathbf{r}) = \int_V \tau_e(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') \cdot \bar{\mathbf{G}}_e^m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv', \tag{15}$$

$$\mathbf{H}_m^s(\mathbf{r}) = \text{PV} \int_V \tau_m(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') \cdot \bar{\mathbf{G}}_m^m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' + \frac{\tau_m(\mathbf{r})}{j3\omega\mu_0} \mathbf{H}(\mathbf{r}), \tag{16}$$

$$\mathbf{E}_m^s(\mathbf{r}) = \int_V \tau_m(\mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') \cdot \bar{\mathbf{G}}_m^e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv'; \tag{17}$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{G}}_e^e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= j\omega\mu_0 \bar{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'); & \bar{\mathbf{G}}_e^m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \nabla \frac{e^{jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \times \bar{\mathbf{I}}, \\ \bar{\mathbf{G}}_m^m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= j\omega\epsilon_0 \bar{\mathbf{G}}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}'); & \bar{\mathbf{G}}_m^e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \nabla \frac{e^{jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \times \bar{\mathbf{I}}. \end{aligned}$$

Como los campos dentro del cuerpo son la suma del campo incidente más el campo disperso, se tiene

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}^i + \mathbf{E}_e^s + \mathbf{E}_m^s, \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}^i + \mathbf{H}_e^s + \mathbf{H}_m^s. \end{aligned}$$

Combinando las Ecs. (14) a (17), se tiene

$$\begin{aligned} \left[ 1 + \frac{j\tau_e(\mathbf{r})}{3\omega\epsilon_0} \right] \mathbf{E}(\mathbf{r}) - \text{PV} \int_V \tau_e(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') \cdot \bar{\mathbf{G}}_e^e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' \\ - \int_V \tau_m(\mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') \cdot \bar{\mathbf{G}}_m^e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' = \mathbf{E}^i(\mathbf{r}), \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \left[ 1 + \frac{j\tau_m(\mathbf{r})}{3\omega\mu_0} \right] \mathbf{H}(\mathbf{r}) - \text{PV} \int_V \tau_m(\mathbf{r}') \mathbf{H}(\mathbf{r}') \cdot \bar{\mathbf{G}}_m^m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' \\ - \int_V \tau_e(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') \cdot \bar{\mathbf{G}}_e^m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' = \mathbf{H}^i(\mathbf{r}). \end{aligned} \tag{19}$$

Las Ecs. (18) y (19) son un par de ecuaciones acopladas para la obtención de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  dentro de un cuerpo biológico cuando éste es radiado por campos incidentes. Debe notarse que se supuso que los campos incidentes no son alterados por la presencia del cuerpo biológico, lo que implica que la fuente del campo incidente está lejano del mencionado cuerpo. Las Ecs. (18) y (19) se resuelven numéricamente, en el presente trabajo se asume

que el cuerpo biológico no es magnético ( $\mu(\mathbf{r}) = \mu_0$ ), lo cual nos permite simplificar las ecuaciones con las que se describe la energía EM absorbida.

Cuando un cuerpo biológico heterogéneo se radia con un campo EM en el campo lejano, los campos inducidos en el cuerpo dependerán de los parámetros eléctricos del cuerpo y de su geometría, así como de la frecuencia y polarización de los campos incidentes.

De las Ecs. (12) y (13) se tiene

$$\begin{aligned} \tau_e(\mathbf{r}) &= \sigma(\mathbf{r}) - j\omega(\varepsilon(\mathbf{r}) - \varepsilon_0), \\ \tau_m(\mathbf{r}) &= -j\omega(\mu(\mathbf{r}) - \mu_0) = 0. \end{aligned}$$

De esta manera las Ecs. (18) y (19) se desacoplan para obtener

$$\left[1 + \frac{j\tau_e(\mathbf{r})}{3\omega\varepsilon_0}\right] \mathbf{E}(\mathbf{r}) - \text{PV} \int_V \tau_e(\mathbf{r}') \mathbf{E}(\mathbf{r}') \cdot \bar{\mathbf{G}}_e^e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv' = \mathbf{E}^i(\mathbf{r}), \tag{20}$$

donde

$$\bar{\mathbf{G}}_e^e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = j\omega\mu_0 \left[ \bar{\mathbf{I}} + \frac{1}{k^2} \nabla \nabla \right] \frac{e^{jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}.$$

La ecuación integral (20)-determinará el campo eléctrico inducido dentro del cuerpo biológico con geometría arbitraria y conductividad finita, el cual es radiado por un campo eléctrico incidente. La solución numérica de la Ec. (20) en el presente artículo se realizó empleando el método de los momentos.

### 3. TRANSFORMACIÓN DE LA ECUACIÓN INTEGRAL A ECUACIÓN MATRICIAL

El producto interno de la Ec. (20) se puede representar como

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \bar{\mathbf{G}}_e^e(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \begin{bmatrix} G_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & G_{xy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & G_{xz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ G_{yx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & G_{yy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & G_{yz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ G_{zx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & G_{zy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') & G_{zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}') \\ E_y(\mathbf{r}') \\ E_z(\mathbf{r}') \end{bmatrix}. \tag{21}$$

Como la función diádica de Green es simétrica y haciendo el cambio de variable  $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z$ , se tiene

$$G_{x_p x_q} = j\omega\mu_0 \left[ \int_{pq} + \frac{1}{k_0^2} \frac{\partial^2}{\partial x_q \partial x_p} \right] \frac{e^{jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}, \quad p, q = 1, 2, 3. \tag{22}$$

Cada componente de la Ec. (20) se puede escribir como

$$\left(1 + \frac{j\tau_e(\mathbf{r})}{3\omega\varepsilon_0}\right) E_{x_p}(\mathbf{r}) - \text{PV} \int_V \tau_e(\mathbf{r}_n) \left[ \sum_{q=1}^3 G_{x_p x_q}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') E_{x_q}(\mathbf{r}') \right] dv' = E_{x_p}^i(\mathbf{r}_m). \tag{23}$$

Ahora se divide el cuerpo biológico en  $N$  subvolúmenes y se asume que el campo eléctrico y  $\tau_e(r)$  son constantes en cada subvolumen. Sea  $V_m$  el  $m$ -ésimo subvolumen y sea  $\mathbf{r}_m$  un vector posición del interior de dicho subvolumen. De esta manera la Ec. (23) se transforma en

$$\left(1 + \frac{j\tau_e(\mathbf{r})}{3\omega\epsilon_0}\right) E_{x_p}(\mathbf{r}) - \sum_{q=1}^3 \sum_{n=1}^N \left[ \tau_e(\mathbf{r}_n) \text{PV} \int_{V_n} G_{x_px_q}(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}') dv' \right] E_{x_q}(\mathbf{r}_n) = E_{x_p}^i(\mathbf{r}_m). \quad (24)$$

La Ec. (24) se puede escribir como

$$\sum_{q=1}^3 \sum_{n=1}^N G_{x_px_q}^{mn} E_{x_q}(\mathbf{r}_n) = -E_{x_p}^i(\mathbf{r}_m) \quad (m = 1, 2 \dots N; p = 1, 2, 3), \quad (25)$$

donde

$$G_{x_px_q}^{mn} = \tau_e(\mathbf{r}_n) \text{PV} \int_{V_n} G_{x_px_q}(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}') dv' - \delta_{pq} \delta_{mn} \left(1 + \frac{j\tau_e(\mathbf{r}_m)}{3\omega\epsilon_0}\right), \quad (26)$$

obteniéndose la representación vectorial de la Ec. (20) como

$$[G_{x_px_q}] [E_{x_q}] = - [E_{x_p}^i],$$

lo cual equivale a

$$[G]_{3N \times 3N} [E]_{3N} = - [E^i]_{3N}. \quad (27)$$

Considerando los elementos fuera de la diagonal principal de  $[G]$ , se puede observar que  $\mathbf{r}_m$  no está dentro de  $V_n$ , por lo que  $G_{x_px_q}^{mn}(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}')$  es continua en  $V_n$ , por lo que se omite la operación del valor principal; de esta manera la Ec. (26) toma la forma

$$G_{x_px_q}^{mn} = \tau_e(\mathbf{r}_n) \int_{V_n} G_{x_px_q}(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}') dv \quad (m \neq n). \quad (28)$$

Suponiendo un  $N$  lo suficientemente grande, la Ec. (28) se puede aproximar por

$$G_{x_px_q}^{mn} = \tau_e(\mathbf{r}_n) G_{x_px_q}(\mathbf{r}_m, \mathbf{r}'_n) \Delta V_n \quad (m \neq n). \quad (29)$$

Usando la Ec. (22) en la (29) se tiene

$$G_{x_px_q}^{mn} = \frac{j\omega\mu_0 k_0 \Delta V_n \tau_e(\mathbf{r}_n) e^{j\alpha_{mn}}}{4\pi\alpha_{mn}^3} \left[ (\alpha_{mn}^2 - 1 + j\alpha_{mn}) \delta_{pq} + \cos(\theta_{x_p}^{mn}) \cos(\theta_{x_q}^{mn}) (3 - \alpha_{mn}^2 - 3j\alpha_{mn}) \right] \quad (m \neq n), \quad (30)$$

donde  $\alpha_{mn} = k_0 R_{mn}$ ;  $R_{mn} = |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n|$ ;  $\cos(\theta_{x_p}^{mn}) = (x_p^m - x_p^n)/R_{mn}$ ;  $\cos(\theta_{x_q}^{mn}) = (x_q^m - x_q^n)/R_{mn}$ ;  $\mathbf{r}_m = (x_1^m, x_2^m, x_3^m)$ ;  $\mathbf{r}_n = (x_1^n, x_2^n, x_3^n)$ .

Para los elementos en la diagonal principal se tiene

$$G_{x_p x_q}^{mn} = \tau_e(\mathbf{r}_n) PV \int_{V_n} G_{x_p x_q}(\mathbf{r}_n, \mathbf{r}') dv' - \delta_{pq} \delta_{mn} \left( 1 + \frac{j\tau_e(\mathbf{r}_n)}{3\omega\epsilon_0} \right) \quad (m = n). \quad (31)$$

Aproximando el volumen  $V_n$  por el volumen de una esfera de radio  $a_n$  y centrada en  $\mathbf{r}_n$ , se obtiene

$$G_{x_q x_p}^{mn} = \delta_{pq} \left[ \frac{2j\omega\mu_0\tau_e(\mathbf{r}_n)}{3k_0^2} \left( e^{-jk_0 a_n} (1 - jk_0 a_n) - 1 \right) - \left( 1 + \frac{j\tau_e(\mathbf{r}_n)}{3\omega\epsilon_0} \right) \right] \quad (m = n), \quad (32)$$

donde

$$a_n = \left[ \frac{3\Delta V_n}{4\pi} \right]^{1/3}$$

Una vez determinada la matriz  $[\mathbf{G}]$ , el campo eléctrico inducido se calcula de la Ec. (27) como

$$[\mathbf{E}] = [\mathbf{G}]^{-1} [\mathbf{E}^i]. \quad (33)$$

Para encontrar la solución de la Ec. (33) se empleó el método del gradiente conjugado [8]. Suponiendo un sistema de ecuaciones de la forma  $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{b}$ , el método requiere de un vector solución inicial de prueba  $\mathbf{X}_0$ .

Paso 1:

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{X}_0,$$

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{A}^* \mathbf{R}_0.$$

Paso 2:

$$\alpha_n = \frac{\|\mathbf{A}^* \mathbf{R}_n\|^2}{\|\mathbf{A}^* \mathbf{P}_n\|^2},$$

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + \alpha_n \mathbf{P}_n,$$

$$\mathbf{R}_{n+1} = \mathbf{R}_n - \alpha_n \mathbf{A} \mathbf{P}_n.$$

Si  $|\mathbf{R}_{n+1} \mathbf{R}_{n+1}^*| < \epsilon$ ;  $\mathbf{X}_{n+1}$  es el vector solución.

Otro caso, salta al paso 3.

Paso 3:

$$\beta_n = \frac{\|\mathbf{A}^* \mathbf{R}_{n+1}\|^2}{\|\mathbf{A}^* \mathbf{R}_n\|^2},$$

$$\mathbf{P}_{n+1} = \mathbf{A}^* \mathbf{R}_{n+1} + \beta_n \mathbf{P}_n,$$

Salta al Paso 2.

donde  $\mathbf{A}^*$  es la transpuesta conjugada.

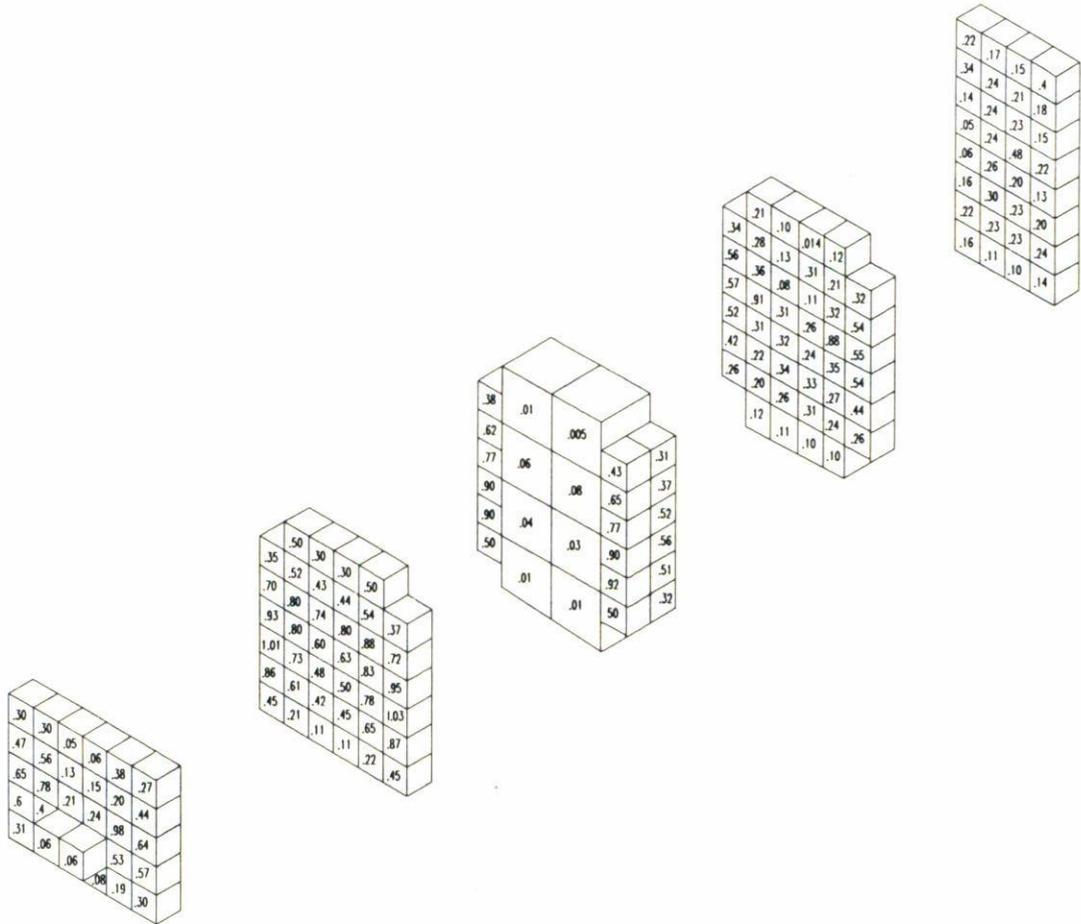


FIGURA 1. Modelo de una cabeza humana y resultados del SAR calculado para una antena monopolo de un cuarto de longitud de onda con una potencia de 1 W.

El programa MOM, para calcular el campo inducido en un cuerpo biológico, se desarrolló en una estación de trabajo SUN Solaris 2, debido a los requerimientos de velocidad y almacenamiento. El programa se construyó empleando el compilador SparCompiler C++ v. 3.0.1, y como parte de este desarrollo se diseñaron las librerías para el manejo de números complejos, así como el manejo genérico de matrices, donde se incorpora el algoritmo del gradiente conjugado.

#### 4. MODELAMIENTO DE UNA CABEZA

El modelo de una cabeza humana se muestra en la Fig. 1. El modelo se compone de 180 celdas cúbicas de 3 cm y 6 cm de lado, con los cuales se aproxima la esfera para obtener una “esfera cúbica” [12]. Se supone una onda EM plana incidente a 918 MHz de la forma

$$\mathbf{E} = E_0 e^{-jk_0 z} \mathbf{x}.$$

TABLA I. Propiedades de los tejidos de la cabeza humana [9].

Tejido	Permitividad relativa	Conductividad (S/m)
Materia gris	47	2.21
Hueso	5.5	0.15

La mencionada onda EM es radiada por una antena monopolo cuya densidad de potencia, bajo condiciones de impedancia y polarización acoplada, viene dada por

$$S = \frac{P}{A_e},$$

donde  $S$  es la densidad de potencia,  $P$  la potencia liberada en las terminales de la antena y  $A_e$  es el área efectiva de la antena.

La magnitud del campo eléctrico se calcula como

$$E_0 = \sqrt{2Z_0S},$$

donde  $Z_0$  es la impedancia en el espacio libre.

De la teoría de antenas se conoce que el área efectiva para un monopolo de un cuarto de longitud de onda es

$$A_e = 0.26\lambda_0^2,$$

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en el espacio libre.

De esta manera, se supone también que la potencia radiada por el monopolo es de 1 W. Las constantes eléctricas de los tejidos de la cabeza se muestran en la Tabla I.

La Fig. 1 muestra también la distribución del calentamiento electromagnético inducido dentro de la cabeza humana en  $\text{mW}/\text{cm}^3$ , con dimensiones de  $18 \text{ cm} \times 18 \text{ cm} \times 24 \text{ cm}$ , producido por una onda EM plana de 918 MHz con una potencia de 1 W. La frecuencia de 918 MHz fue elegida por las siguientes razones: la frecuencia de emisión de los teléfonos celulares (825 MHz–845 MHz) es lo suficientemente próxima tal que las propiedades eléctricas de los tejidos humanos no cambian de manera significativa [9]; la frecuencia de 918 MHz queda dentro de una de las bandas asignadas a los equipos médicos, industriales y científicos, los cuales pueden emitir cualquier nivel de potencia dentro de dicha banda [15]; la frecuencia de 918 MHz queda dentro de una de las bandas en la cual operan las redes locales inalámbricas de banda dispersa, las cuales para su funcionamiento no requieren de autorización [16]; existen datos experimentales reportados en la literatura relacionados con la absorción de energía electromagnética por tejidos simulados a la frecuencia de 918 MHz, ya que es una de las frecuencias, que en condiciones controladas se emplea para el tratamiento de ciertos tipos de cáncer [17]. La Fig. 1 muestra que la absorción es alta, con máximos localizados cerca del centro. La máxima absorción en el cerebro alcanza un valor de  $0.36 \text{ mW}/\text{cm}^3$ . También se observa que la parte que rodea al cerebro tiende a tener altos valores de absorción debido a que se atenúa el campo incidente. El campo absorbido por los ojos es relativamente bajo comparado con el resto de la estructura que rodea al cerebro.

TABLA II. Propiedades de los tejidos en el cuerpo humano [9].

Tejido	Permitividad	Conductividad (S/m)
Cerebro	47	2.21
Corazón	55	1.28
Pulmón	34	0.76
Estómago	101	0.78
Bazo	101	0.78
Intestinos	101	0.78
Hígado	46	0.94
Riñón	83	0.56
Músculo	49	1.27

## 5. MODELAMIENTO DE UN CUERPO ENTERO

La Fig. 2 muestra el modelo de un cuerpo humano entero. Por simetría sólo se muestra la mitad del cuerpo, de tal manera que se tienen 388 celdas cúbicas de 4 cm, 4.5 cm, 5 cm y 8 cm. En la Tabla II se dan las propiedades eléctricas de los tejidos involucrados. Sobre el cuerpo incide una onda EM plana de 918 MHz con una potencia de 1 W, la cual es producida por un dipolo de media longitud de onda. Los resultados se muestran en la Fig. 2.

## 6. CONCLUSIONES

En los últimos años se ha tenido un crecimiento notable en el uso de teléfonos celulares. Debido a la cercanía de la antena transmisora con la cabeza del usuario, se ha puesto en evidencia que la exposición a la radiación de estos dispositivos, puede tener riesgos para la salud humana. La distribución de energía es no uniforme, concentrándose en algunos lugares “puntos calientes” debido a la formación de una onda estacionaria intensa, lo cual puede representar un alto riesgo para órganos vitales como lo es el cerebro. Debido a que hasta ahora no se ha alcanzado un consenso general sobre la masa promedio de los diferentes tejidos para el cálculo del SAR, así como los márgenes de seguridad contra la exposición de este tipo de radiación, este trabajo no pretende criticar las regulaciones existentes.

El trabajo desarrollado tiene el objetivo de construir las herramientas de programación para un estudio cualitativo de la energía absorbida por tejido humano cuando una onda EM plana incide sobre dicho cuerpo, empleando el método de los momentos. La herramienta construida permite realizar estudios de posibles efectos dañinos a los tejidos humanos expuestos a radiación electromagnética con una distribución no uniforme de absorción de potencia. El programa por computadora desarrollado para este trabajo es flexible y permite el modelamiento de cuerpos complicados, para así realizar simulaciones en escenarios de comunicaciones cercanos a los de la vida real. En particular los modelamientos realizados de la cabeza humana revelan la influencia de la antena transmisora en la energía absorbida

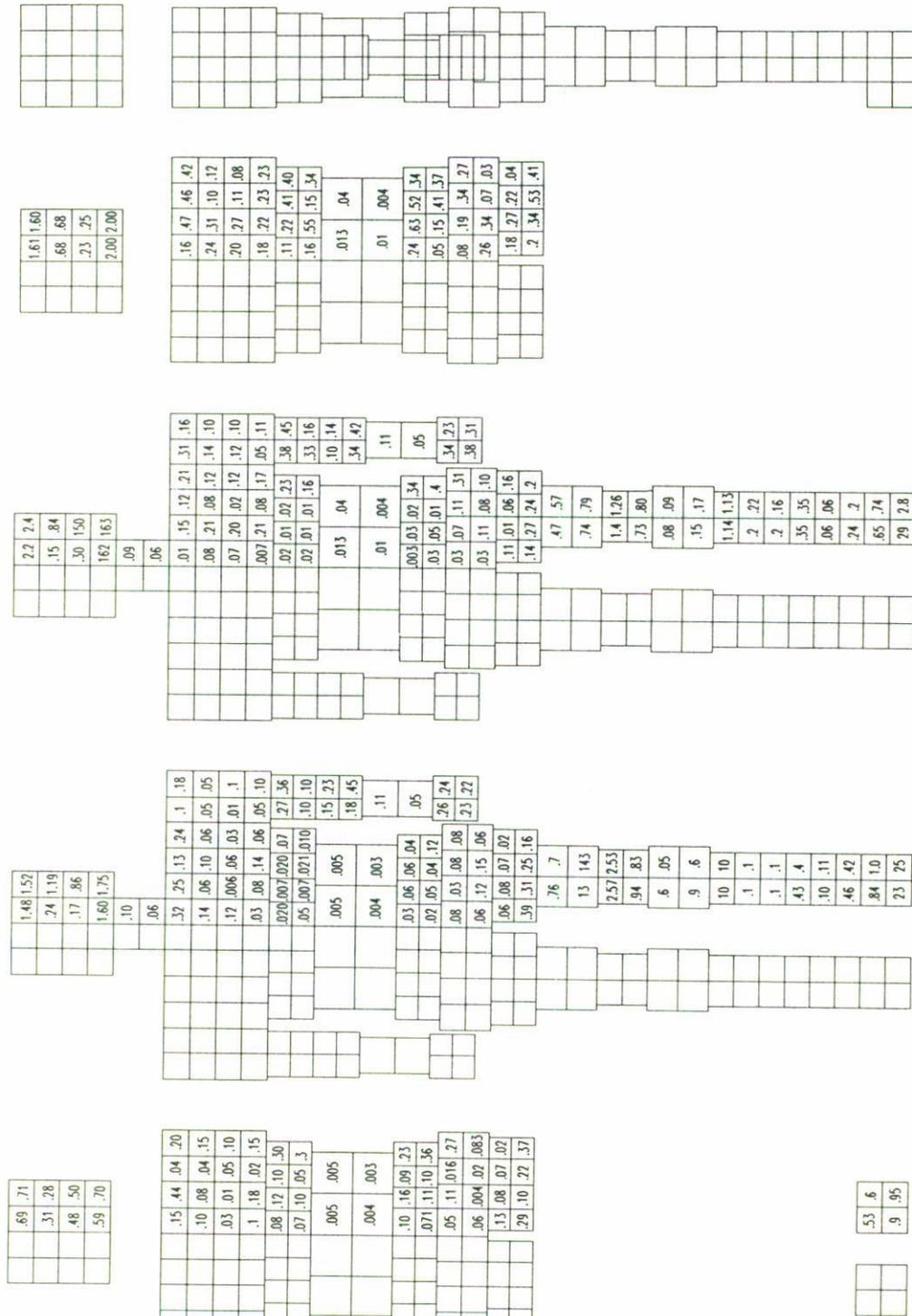


FIGURA 2. Modelo de un cuerpo humano completo y resultados del SAR calculado para una antena dipolo de media longitud de onda con una potencia de 1 W.

por la cabeza del usuario. Los resultados obtenidos son consistentes con los encontrados por otros autores [10]. No obstante que la consideración de la incidencia de una onda plana es una aproximación de la incidente en un usuario de teléfonos celulares, los resultados obtenidos (campo eléctrico) se aproximan a resultados experimentales de exposición de modelos de la cabeza humana a ondas de campo cercano [18].

La herramienta de programación desarrollada para evaluar la densidad de energía absorbida por el cuerpo humano, empleando el método de los momentos, en combinación con el método del gradiente conjugado, resulta ser eficiente y transportable fácilmente a otros tipos de computadoras.

#### REFERENCIAS

1. K. Marha, *Electromagnetic Fields and the Life Environment*, San Francisco Press Inc., California (1971).
2. Czarski, *Biological Effects of Microwaves*, Dowden & Ross Inc., Stroudsburg PA (1976).
3. B. Roth, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **BME-37** (1990) 588.
4. American National Standard Safety Levels with Respect to Human Exposure to Radio Frequency Electromagnetic Fields, 300 Khz to 100 Ghz (1993).
5. R. Spiegel, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.* **MTT-32** (1984) 730.
6. C.T. Tai, *Dyadic Green's Functions in Electromagnetic Theory*, Intext Educational Publishers, Pennsylvania (1971).
7. Rahmat-Samii, *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.* **MTT-23** (1975) 762.
8. T. Sarkar, *IEEE Trans. on Antennas and Prop.* **AP 29** (1981) 847.
9. H. Schawn, *Proc. of the IEEE* **18**, No 1 (1980) 104.
10. N. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, CRC Press, London (1992).
11. R. Levesal, K. Chen, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, **MIT 22** (1974) 1273.
12. K. Chen, *Radio Science* **14**, No. 65 (1979) 51.
13. A. Philips, *Electronics World + Wireless World*, Feb (1990) 96.
14. A. Balanis, *Advanced Engineering Electromagnetics*, John Wiley (1989).
15. CISPR, Publication 11, Limits and Methods of Measurement of Radio Interference Characteristics of Industrial, Scientific and Medical (ISM) Radio-Frequency Equipment (Excluding Surgical Diathermy Apparatus), International Electrotechnical Commission (1975).
16. J. Fakatseils and A. Petrick, *Wireless Design and Development* **3**, No. 4 (1995) 65.
17. M.A. Stuchly, A. Kraszewski, and S.S. Stuchly, *IEEE Trans. Biomed. Eng.* **BME-31** (1984) 526.
18. M.W. Claude, *IEEE Trans. on Biomed. Eng.* **BME-22** (1975) 468.