

Excitación de plasmones de superficie de largo alcance con la configuración de Sarid: influencia del haz incidente

O. MATA-MENDEZ Y J. FONSECA-CAMARILLO

*Departamento de Física. Escuela Superior de Física y Matemáticas
Instituto Politécnico Nacional. 07738 Zacatenco, México D.F., México*

Recibido el 7 de noviembre de 1995; aceptado el 3 de septiembre de 1996

RESUMEN. Estudiamos los plasmones de superficie de largo alcance descubiertos hace algunos años por Dror Sarid. Utilizamos la configuración propuesta por Sarid, en la cual la excitación de los plasmones de superficie se lleva a cabo mediante el proceso de reflexión total atenuada. Analizamos la influencia del haz incidente en el acoplamiento con los plasmones de superficie de largo alcance. Como comparación también analizamos la influencia del haz incidente en los plasmones de superficie generados mediante la configuración de Kretschmann. Encontramos que los plasmones de superficie de largo alcance son, por mucho, más sensibles a las características del haz incidente que los obtenidos con la configuración de Kretschmann. Además, mostramos que cuando el haz incidente no es una onda plana, varios mínimos en la reflectividad pueden presentarse, dificultando la determinación de la constante de propagación.

ABSTRACT. We study the long-range surface-plasma waves found by Sarid using the Sarid configuration. We show that these surface waves are more sensitive to the characteristics of the incident beam than the surface plasma waves excited by the Kretschmann configuration.

PACS: 73.20.M; 78.65

1. INTRODUCCIÓN

Los plasmones de superficie [1] son ondas electromagnéticas con polarización p (T.M.), que se propagan a lo largo de una interfase que separa dos medios, siendo uno de ellos un dieléctrico con constante positiva y el otro un medio metálico con constante dieléctrica compleja y cuya parte real es negativa. Estos modos superficiales también están presentes en medios estratificados, donde pueden estar presentes metales diferentes. Se dice que son ondas de superficie porque su energía está concentrada prácticamente en la interfase. Debido al efecto Joule, su longitud de propagación ℓ es muy corta. A pesar de que esta longitud de propagación es extremadamente pequeña, el estudio de los plasmones de superficie ha sido muy importante en la física del estado sólido, debido principalmente a que las características de su propagación están ligadas a las propiedades de la superficie, disponiéndose así de un método experimental muy eficaz para caracterizar a las superficies metálicas [1].

El estudio de estas ondas de superficie puede llevarse a cabo de dos formas [2]. En una de ellas, se reduce el problema a obtener la relación de dispersión del sistema de películas, la cual es una ecuación que relaciona la frecuencia angular ω de la onda con la constante de propagación α de la misma. Para los metales, esta constante α es compleja, determinando su parte real la velocidad de fase de la onda superficial y su parte imaginaria la longitud de propagación ℓ . En el segundo procedimiento, el cual está más cercano a un estudio experimental, se utiliza el método conocido como reflexión total frustrada para la excitación de los plasmones de superficie. En este método se emplea un prisma en contacto con el sistema estratificado y se hace incidir un haz de luz sobre la interfase que existe entre el prisma y las películas, en condiciones de reflexión total.

Dror Sarid [3] en 1981 encontró que en una película de plata extremadamente delgada ($\sim 0.02 \mu\text{m}$) y para una longitud de onda $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, pueden propagarse un modo simétrico de superficie de largo alcance ($\ell \sim 300 \mu\text{m}$) y otro modo asimétrico de corto alcance. Este modo de largo alcance de Sarid se propaga 30 veces más lejos que el modo que existe en una película de plata gruesa, debido a que la energía de la onda se concentra principalmente en el dieléctrico que rodea al metal, reduciéndose así la absorción por efecto Joule. Este plasmón de superficie de largo alcance ha atraído la atención, debido a que su campo eléctrico es muy intenso (~ 60 veces más intenso que el del plasmón de corto alcance). Este intenso campo ha permitido obtener experimentalmente grandes respuestas no lineales, como la generación del segundo armónico [4].

En este artículo utilizando la configuración propuesta por D. Sarid [5], basada en la reflexión total atenuada, estudiamos la manera en que las características del haz incidente influyen en la excitación de los plasmones de largo alcance. Para poder apreciar los resultados obtenidos, también analizamos la influencia del haz incidente en la excitación de los plasmones obtenidos con la configuración de Kretschmann. Veremos que los polaritones de largo alcance son, por mucho, más sensibles a las características del haz incidente que los de la configuración de Kretschmann. Consideramos que los resultados de este artículo pueden ser de interés en la excitación de plasmones de superficies en estructuras con dimensiones de algunas longitudes de onda en el vacío.

La teoría que presentamos es general y es adecuada para tratar haces incidentes de cualquier forma con polarización T.E. o T.M. Así, esta teoría también puede ser aplicada en el estudio de ondas guiadas en sistemas estratificados. En particular, en la sección de resultados numéricos supondremos que los haces incidentes o son gaussianos o tienen la forma de un haz Hermite-Gauss [6, 7], estos últimos haces nos servirán para modelar a un haz distorsionado o fuera de foco. De los resultados numéricos concluiremos que los polaritones de largo alcance de Sarid son muy sensibles a la forma del haz incidente y, además, que varios mínimos pueden encontrarse en la reflectividad como función del ángulo de incidencia, dificultando la determinación de la constante de propagación.

2. TEORÍA PARA UN HAZ INCIDENTE ARBITRARIO

Fijaremos la posición de un punto en el espacio mediante un sistema cartesiano $Oxyz$. Nuestra configuración consta de n películas homogéneas paralelas al plano Oxz y enumeradas como se ilustra en la Fig. 1. Cada película está caracterizada por un espesor h_j

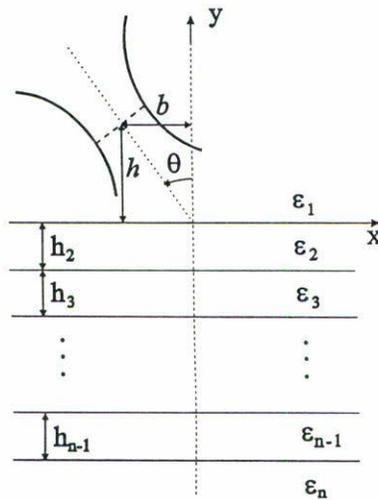


FIGURA 1. Nuestro sistema consta de n películas homogéneas paralelas al plano Oxz . Cada película se caracteriza por su espesor h_j y su permitividad compleja ϵ_j , con $j = 1, \dots, n$. El espesor del sustrato y el superestrato es infinito. Un haz incide del medio 1 con un ángulo de inclinación θ_0 .

y una permitividad compleja ϵ_j , donde $j = 1, \dots, n$. El espesor del superestrato y del sustrato es infinito. Así, la primera interfase tiene por coordenada $y_1 = 0$, la segunda interfase $y_2 = -h_2$, la tercera $y_3 = -(h_2 + h_3)$, etc. En lo que sigue admitiremos la dependencia temporal de la forma $\exp(-i\omega t)$ y que un haz independiente de la coordenada z (onda cilíndrica), proveniente del medio 1, incide sobre la interfase que separa al medio $j = 1$ del medio $j = 2$.

Dado que nuestro sistema tiene simetría cilíndrica, en cada película se debe verificar la siguiente ecuación escalar de Helmholtz [8]:

$$\frac{\partial^2 U_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_j}{\partial y^2} + k_0^2 \epsilon_j U_j = 0, \tag{1}$$

donde $j = 1, \dots, n$. La función $U_j(x, y)$ depende de la polarización

$$U_j = \begin{cases} E_j, & \text{caso T.E.;} \\ H_j, & \text{caso T.M.;} \end{cases} \tag{2}$$

y k_0 es la magnitud del vector de onda en el vacío ($k_0 = \omega/c$).

La solución general de la Ec. (1) es

$$U_j(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-k_1}^{k_1} A_j(\alpha) \exp [i(\alpha x - \beta_j y)] d\alpha + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-k_1}^{k_1} B_j(\alpha) \exp [i(\alpha x + \beta_j y)] d\alpha, \tag{3}$$

donde $k_j^2 = k_0^2 \epsilon_j$ y β_j es alguna raíz de $\beta_j^2 + \alpha^2 = k_0^2 \epsilon_j$. Arbitrariamente seleccionaremos esta raíz de tal forma que $\beta_j > 0$ si β_j es real y $\text{Im}(\beta_j) > 0$ si β_j es compleja. Hacemos

notar que cada integrando es una onda plana con vector de onda $(\alpha, \pm\beta_j)$ y amplitud $A_j(\alpha)$ o $B_j(\alpha)$. Luego, el campo $U_j(x, y)$ está expresado como una superposición de ondas planas con parámetro $\alpha \in [-k_1, k_1]$. En la literatura se acostumbra decir que el campo U_j está expresado mediante un “desarrollo de ondas planas” [8].

La definición de transformada de Fourier en x del campo $U_j(x, y)$ que utilizaremos es

$$U_j(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{U}_j(\alpha, y) \exp(i\alpha x) d\alpha, \quad (4)$$

y cuya transformada inversa está dada por

$$\widehat{U}_j(\alpha, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} U_j(x, y) \exp(-i\alpha x) dx. \quad (5)$$

Las funciones $A_j(\alpha)$ y $B_j(\alpha)$ no son independientes de las funciones $A_{j+1}(\alpha)$ y $B_{j+1}(\alpha)$, ya que están relacionadas por las condiciones de frontera en la interfase en $y = y_j$, las cuales, en términos de las transformadas de Fourier de los campos, se expresan [8] de la siguiente manera:

$$\widehat{U}_j = \widehat{U}_{j+1}, \quad (6)$$

$$\frac{1}{\nu_j} \frac{\partial \widehat{U}_j}{\partial y} = \frac{1}{\nu_{j+1}} \frac{\partial \widehat{U}_{j+1}}{\partial y}, \quad (7)$$

donde

$$\nu_j = \begin{cases} 1, & \text{caso T.E.;} \\ \varepsilon_j, & \text{caso T.M.;} \end{cases} \quad (8)$$

En lo que sigue supondremos que un haz incidente proveniente del medio 1 choca con la interfase 1-2, con esto en mente y considerando que $j = 1$, es fácil identificar a la onda incidente con la primera integral de la Ec. (3):

$$U^i(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-k_1}^{k_1} A_1(\alpha) \exp[i(\alpha x - \beta_1 y)] d\alpha, \quad (9)$$

siendo la segunda integral el haz reflejado

$$U^R(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-k_1}^{k_1} B_1(\alpha) \exp[i(\alpha x + \beta_1 y)] d\alpha. \quad (10)$$

Por otro lado, el haz transmitido está dado con $j = n$, por

$$U^T(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-k_1}^{k_1} A_n(\alpha) \exp[i(\alpha x - \beta_n y)] d\alpha; \quad (11)$$

en esta última ecuación hemos supuesto que $B_n(\alpha) = 0$, ya que no hay un haz incidente que provenga a través del sustrato desde $y = -\infty$.

Si se admite que el haz sea convergente y se consideran las secciones transversales del mismo, se encontrará que hay una sección transversal mínima. A esta sección transversal mínima se le conoce con el nombre de la cintura del haz, es decir, la cintura es la parte más delgada de un haz convergente. A partir de la cintura, el haz diverge. Hemos ilustrado estas consideraciones en la Fig. 1, siendo los parámetros b y h los que determinan la posición del centro de la cintura del haz convergente con respecto de los ejes Oy y Ox , respectivamente.

Consideraremos como haz incidente la versión en dos dimensiones de un haz Hermite-Gauss, es decir, consideraremos una onda cilíndrica paralela al eje Oz . A incidencia normal y con el centro de la cintura del haz coincidiendo con el origen de coordenadas ($b = 0$ y $h = 0$), tenemos que sobre la interfase que separa el prisma y la primera película de nuestro sistema estratificado, el campo incidente está dado por [6, 7]

$$U_n^i(x, y = 0) = H_n\left(\frac{2x}{L}\right) \exp\left(-\frac{2x^2}{L^2}\right), \quad (12)$$

donde H_n es el polinomio de Hermite de orden n y L es el ancho de la gaussiana que interviene en la intensidad sobre la interfase, determinada por el cuadrado de la Ec. (12). Luego, un haz Hermite-Gauss simplemente es un haz cuya sección transversal en $y = 0$ está determinada por una gaussiana, pero siendo modulada por un polinomio de Hermite. Así, en el orden más bajo del polinomio de Hermite $n = 0$, se tiene un haz gaussiano.

En los resultados numéricos supondremos un haz Hermite-Gauss incidente oblicuamente, pero es difícil generalizar la Ec. (12) a este caso. Es más conveniente obtener la amplitud $A_1(\alpha)$ para un haz con incidencia oblicua, la cual está dada por [6, 7]

$$A_1(\alpha) = \frac{L}{2} (i)^n H_n \left[-\frac{L}{2} (\alpha \cos \theta_0 - \beta_1 \sin \theta_0) \right] \left(\cos \theta_0 + \frac{\alpha}{\beta_1} \sin \theta_0 \right) \\ \times \exp \left[-(\alpha \cos \theta_0 - \beta_1 \sin \theta_0)^2 L^2 / 8 \right], \quad (13)$$

donde θ_0 es el ángulo de incidencia medido con respecto al eje Oy y como mencionamos el centro de la cintura del haz coincide con el origen de coordenadas ($b = 0$ y $h = 0$).

Como hemos mencionado, en este artículo estamos interesados en el estudio de haces convergentes y su influencia en los plasmones de superficie. En este tipo de haces, el ancho de las secciones transversales cambia con la distancia a lo largo del eje de propagación, teniéndose así un ancho mínimo en la cintura del haz. La Ec. (12), nos indica la forma que tiene el haz en una de las secciones transversales, en aquella para la cual $y = 0$. La transformada de Fourier en x de la Ec. (12) nos proporciona la amplitud $A_1(\alpha)$, la cual al ser introducida en la Ec. (9) nos permite la determinación del haz en todo el espacio. Este último cálculo ha sido realizado numéricamente y el resultado se presenta en la Fig. 2 de la Ref. 16. En esta figura se muestran las curvas de nivel del cuadrado del campo eléctrico, resultando que la forma del haz es muy parecida a la que se ilustra en la Fig. 1 del presente artículo. Finalmente, es importante mencionar que la noción de un haz convergente ha sido considerada por otros autores [7, 17-20].

3. SOLUCIÓN MATRICIAL PARA UN HAZ INCIDENTE

En esta sección expresaremos las amplitudes $B_1(\alpha)$ y $A_n(\alpha)$ que intervienen en las Ecs. (10) y (11), respectivamente, en términos de la amplitud del haz incidente $A(\alpha)$. Para esto, utilizaremos un método matricial que es susceptible de ser aplicado a un sistema arbitrario de películas. Debemos mencionar que la solución que presentaremos en esta sección difiere de la normalmente utilizada en la literatura, en la cual se supone siempre una onda plana incidente. La teoría de esta sección es adecuada para el tratamiento de un haz arbitrario incidente.

La Ec. (3) puede expresarse de la siguiente forma:

$$\widehat{U}_j(\alpha, y) = A_j(\alpha) \exp(-i\beta_j y) + B_j(\alpha) \exp(i\beta_j y), \quad (14)$$

y denotaremos como $U_j^-(\alpha, y)$ y $U_j^+(\alpha, y)$ a

$$U_j^-(\alpha, y) = A_j(\alpha) \exp(-i\beta_j y), \quad (15)$$

$$U_j^+(\alpha, y) = B_j(\alpha) \exp(+i\beta_j y). \quad (16)$$

Si tomamos en consideración las condiciones de frontera en $y = y_j$, se tendrá que la solución en la capa j está relacionada a la solución en la capa $j + 1$ por la siguiente expresión matricial

$$\begin{bmatrix} U_j^+(\alpha, y_j) \\ U_j^-(\alpha, y_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{j,j+1}^+ & w_{j,j+1}^- \\ w_{j,j+1}^- & w_{j,j+1}^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{j+1}^+(\alpha, y_j) \\ U_{j+1}^-(\alpha, y_j) \end{bmatrix}, \quad (17)$$

donde

$$w_{j,j+1}^\pm = \frac{\beta_j \nu_{j+1} \pm \beta_{j+1} \nu_j}{2\beta_j \nu_{j+1}}. \quad (18)$$

A la matriz 2×2 dada en la Ec. (17) la llamaremos matriz de paso de la capa j a la $j + 1$ y la denotaremos por $\mathbf{T}_{j,j+1}$, luego la Ec. (17) se expresa como

$$\begin{bmatrix} U_j^+(\alpha, y_j) \\ U_j^-(\alpha, y_j) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{j,j+1} \begin{bmatrix} U_{j+1}^+(\alpha, y_j) \\ U_{j+1}^-(\alpha, y_j) \end{bmatrix} \quad (19)$$

Por otro lado, para la capa j , se tendrá que la solución en $y = y_{j-1}$ y en $y = y_j$ están relacionadas por

$$\begin{bmatrix} U_j^+(\alpha, y_{j-1}) \\ U_j^-(\alpha, y_{j-1}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(i\beta_j h_j) & 0 \\ 0 & \exp(-i\beta_j h_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_j^+(\alpha, y_j) \\ U_j^-(\alpha, y_j) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

A la matriz 2×2 la llamaremos matriz de paso en la capa j del punto $y = y_{j-1}$ al punto $y = y_j$, y la denotaremos por \mathbf{D}_j , expresándose la Ec. (20) así

$$\begin{bmatrix} U_j^+(\alpha, y_{j-1}) \\ U_j^-(\alpha, y_{j-1}) \end{bmatrix} = \mathbf{D}_j \begin{bmatrix} U_j^+(\alpha, y_j) \\ U_j^-(\alpha, y_j) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

De las Ecs. (19) y (21) se sigue que la solución en la capa $j = 1$ en $y = y_1$, está relacionada a la solución en la capa $j = n$ en $y = y_{n-1}$, por

$$\begin{bmatrix} U_1^+(\alpha, y_1) \\ U_1^-(\alpha, y_1) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{1,2} \mathbf{D}_2 \mathbf{T}_{2,3} \mathbf{D}_3 \dots \mathbf{T}_{j,j+1} \mathbf{D}_{j+1} \dots \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{T}_{n-1,n} \begin{bmatrix} U_n^+(\alpha, y_{n-1}) \\ U_n^-(\alpha, y_{n-1}) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Denotemos por \mathbf{Q}_{1n} al producto de las matrices de paso

$$\mathbf{Q}_{1n} = \mathbf{T}_{1,2} \mathbf{D}_2 \mathbf{T}_{2,3} \mathbf{D}_3 \dots \mathbf{T}_{j,j+1} \mathbf{D}_{j+1} \dots \mathbf{D}_{n-1} \mathbf{T}_{n-1,n}, \quad (23)$$

expresándose la Ec. (22) así:

$$\begin{bmatrix} U_1^+(\alpha, y_1) \\ U_1^-(\alpha, y_1) \end{bmatrix} = \mathbf{Q}_{1n} \begin{bmatrix} U_n^+(\alpha, y_{n-1}) \\ U_n^-(\alpha, y_{n-1}) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Para el caso particular que trataremos en este artículo, que es cuando un haz incide del medio $j = 1$, se tiene que $U_n^+(\alpha, y_{n-1}) = 0$. Bajo estas circunstancias la Ec. (24) nos conduce a

$$B_1(\alpha) = r(\alpha)A_1(\alpha), \quad (25)$$

$$A_n(\alpha) = t(\alpha)A_1(\alpha), \quad (26)$$

donde $r(\alpha)$ y $t(\alpha)$ son los coeficientes de Fresnel de reflexión y de transmisión de nuestro sistema, respectivamente, y son dados por

$$r(\alpha) = \frac{(\mathbf{Q}_{1n})_{12}}{(\mathbf{Q}_{1n})_{22}} \exp(-2i\beta_1 y_1), \quad (27)$$

$$t(\alpha) = \frac{1}{(\mathbf{Q}_{1n})_{22}} \exp[i(-\beta_1 y_1 + \beta_n y_{n-1})]. \quad (28)$$

Es interesante hacer notar que a partir de las Ecs. (25) y (26) se obtiene que las amplitudes $B_1(\alpha)$ y $A_n(\alpha)$ que intervienen en las expresiones del campo reflejado y transmitido [Ecs. (10) y (11)] son proporcionales a la amplitud del campo incidente $A_1(\alpha)$ [8].

4. CASOS PARTICULARES

De los resultados anteriores tenemos que dado un sistema, es decir, conocidos los parámetros h_j y $\varepsilon_j(\omega)$, es posible encontrar la matriz de transferencia \mathbf{Q}_{1n} del sistema y de ésta determinar los coeficientes de Fresnel, que nos proporcionan la respuesta del mismo. La matriz de transferencia en general está dada de manera muy complicada, no siendo posible obtener directamente de ella expresiones analíticas para los coeficientes de Fresnel. Sin embargo, si nos enfrentamos a sistemas constituidos con pocas películas, como es el caso en este artículo, es posible dar expresiones analíticas para estos coeficientes. A continuación mostramos cómo obtener los coeficientes de Fresnel para algunas configuraciones particulares, pero muy interesantes desde el punto de vista de las aplicaciones.

De la teoría desarrollada en la sección anterior o de alguna equivalente, puede obtenerse el siguiente método sencillo para obtener los coeficientes de Fresnel [9]. Supongamos que el sistema consta de n medios como se ilustra en la Fig. 1, definamos la siguiente función R_1 :

$$R_1 = r_{1,2} + r_{2,3} \exp(2i\beta_2 h_2) + r_{3,4} \exp[2i(\beta_2 h_2 + \beta_3 h_3)] + \dots \\ + r_{n-1,n} \exp\left(2i \sum_{\substack{i=2 \\ n>2}}^{n-1} \beta_i h_i\right), \quad (29)$$

donde $r_{i,j}$ es el coeficiente de reflexión de Fresnel para la interfase que existe entre la película i y la j , dado por

$$r_{i,j} = \frac{w_{i,j}^-}{w_{i,j}^+}. \quad (30)$$

Sea ahora R_j , con $2 \leq j \leq n-1$ y $n \geq 3$, formado con la suma de los productos posibles con j términos distintos de R_1 y con la restricción de que si algún exponente se repite en un producto, este producto se tomará como uno. Con estas definiciones el coeficiente de reflexión de Fresnel se expresa como

$$r(\alpha) = \frac{R_1 + R_3 + R_5 + R_7 + \dots}{1 + R_2 + R_4 + R_6 + \dots}. \quad (31)$$

Y el coeficiente de transmisión es dado por

$$t(\alpha) = \frac{t_{1,2} t_{2,3} t_{3,4} t_{5,6} \dots}{1 + R_2 + R_4 + R_6 + \dots} \exp\left(i \sum_{\substack{i=2 \\ n>2}}^{n-1} \beta_i h_i - \beta_n D\right), \quad (32)$$

donde $t_{i,j}$ es el coeficiente de transmisión de Fresnel para la interfase que existe entre la película i y la j , dado por:

$$t_{i,j} = \frac{1}{w_{i,j}^+} \quad (33)$$

y $D = h_2 + h_3 + \dots + h_{n-1}$ es el espesor del sistema de las películas.

Con este método es fácil explicitar los coeficientes de Fresnel para algunos sistemas simples:

a) *Dos medios:*

$$R_1 = r_{1,2},$$

luego

$$r(\alpha) = \frac{R_1}{1}, \quad t(\alpha) = \frac{t_{1,2}}{1}. \quad (34)$$

b) *Tres medios:*

$$R_1 = r_{1,2} + r_{2,3} \exp(2i\beta_2 h_2), \quad R_2 = r_{1,2} r_{2,3} \exp(2i\beta_2 h_2),$$

luego

$$r(\alpha) = \frac{R_1}{1 + R_2}, \quad t(\alpha) = \frac{t_{1,2} t_{2,3}}{1 + R_2} \exp[i(\beta_2 h_2 - \beta_3 D)]. \quad (35)$$

c) *Cuatro medios:*

$$R_1 = r_{1,2} + r_{2,3} \exp(2i\beta_2 h_2) + r_{3,4} \exp[2i(\beta_2 h_2 + \beta_3 h_3)],$$

$$R_2 = r_{1,2} r_{2,3} \exp(2i\beta_2 h_2) + r_{1,2} r_{3,4} \exp[2i(\beta_2 h_2 + \beta_3 h_3)] + r_{2,3} r_{3,4} \exp(2i\beta_3 h_3),$$

$$R_3 = r_{1,2} r_{2,3} r_{3,4} \exp(2i\beta_3 h_3),$$

luego

$$r(\alpha) = \frac{R_1 + R_3}{1 + R_2}, \quad t(\alpha) = \frac{t_{1,2} t_{2,3} t_{3,4}}{1 + R_2} \exp[i(\beta_2 h_2 + \beta_3 h_3 - \beta_4 D)]. \quad (36)$$

Siguiendo el método aplicado y con un poco de esfuerzo podrían calcularse los coeficientes de Fresnel explícitamente para más medios. Sin embargo, para los casos que trataremos en este artículo es suficiente con el número de medios considerados. Las expresiones analíticas anteriores son muy útiles, ya que nos permiten ver la influencia de los espesores de las películas, los cuales producen cambios de fase en los términos de $r(\alpha)$ y $t(\alpha)$.

5. RELACIONES DE DISPERSIÓN

En esta parte deseamos determinar la relación de dispersión de las ondas guiadas superficiales (caso T.M.) y volumétricas (casos T.E. Y T.M.) de nuestra configuración dada en la Fig. 1. Existen varias maneras de definir estos modos guiados, la definición que tomaremos en este artículo es la siguiente: "un modo guiado es la excitación electromagnética que existe en la estructura en ausencia de ondas incidentes que provengan de $y = \pm\infty$." Es claro que esta definición evita los "modos de Brewster" que se obtienen en medios no absorbentes según la definición de modos de interfase dada por Burstein *et al.* en la Ref. 14.

Siguiendo la definición de modos guiados dada anteriormente, se tiene de la Ec. (24) que la expresión que deben verificar las ondas guiadas tanto de superficie como de volumen debe ser

$$\begin{bmatrix} U_1^+(\alpha, y_1) \\ 0 \end{bmatrix} = Q_{1n} \begin{bmatrix} 0 \\ U_n^-(\alpha, y_{n-1}) \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Esta ecuación simplemente expresa la condición de que no hay ondas incidentes que provengan de $y = \pm\infty$. De la Ec. (37) se tiene

$$U_1^+(\alpha, y_1) = (\mathbf{Q}_{1n})_{12} U_n^-(\alpha, y_{n-1}), \quad (38)$$

$$0 = (\mathbf{Q}_{1n})_{22} U_n^-(\alpha, y_{n-1}), \quad (39)$$

dado que estamos suponiendo que $U_n^-(\alpha, y_{n-1}) \neq 0$; de la segunda ecuación se sigue que

$$(\mathbf{Q}_{1n})_{22} = 0. \quad (40)$$

Ésta es la relación de dispersión de nuestro sistema. La Ec. (38) únicamente nos indica cómo están relacionadas las soluciones en el superestrato y en el sustrato.

De las Ecs. (27) y (28) se sigue el importante resultado que la condición de propagación de las ondas guiadas corresponde a la divergencia de los coeficientes de Fresnel. Este resultado nos permite obtener la relación de dispersión del sistema de otra forma muy útil, que daremos a continuación y que a nuestro conocimiento no se había presentado en la literatura. De las Ecs. (31) y (32) se tiene que la relación de dispersión para más de dos medios en términos de los R_j ($j \geq 2$) definidos en la sección anterior es

$$1 + R_2 + R_4 + R_6 + \dots = 0. \quad (41)$$

Con dos medios la condición es $t_{1,2} = \infty$. Para los casos particulares tratados en la Sec. 4, las correspondientes relaciones de dispersión están dadas por

a) *Dos medios:*

$t_{1,2} = \infty$, ecuación que toma la forma conocida

$$\beta_1 \nu_2 + \beta_2 \nu_1 = 0. \quad (42)$$

Como es sabido, esta ecuación conduce a una imposibilidad en el caso T.E., indicando que no existen plasmones de superficie con esta polarización.

b) *Tres medios:*

$1 + R_2 = 0$, es decir, $1 + r_{1,2} r_{2,3} \exp(2i\beta_2 h_2) = 0$. Ecuación que nos conduce a la siguiente expresión [10]:

$$\begin{aligned} & \left(\beta_2 - \beta_3 \frac{\nu_2}{\nu_3} \right) \left(\beta_2 - \beta_1 \frac{\nu_2}{\nu_1} \right) \exp(i\beta_2 D) \\ & - \left(\beta_2 + \beta_3 \frac{\nu_2}{\nu_3} \right) \left(\beta_2 + \beta_1 \frac{\nu_2}{\nu_1} \right) \exp(-i\beta_2 D) = 0. \end{aligned} \quad (43)$$

c) *Cuatro medios:*

$$\begin{aligned} & 1 + r_{1,2} r_{2,3} \exp(2i\beta_2 h_2) + r_{1,2} r_{3,4} \exp[2i(\beta_2 h_2 + \beta_3 h_3)] \\ & + r_{2,3} r_{3,4} \exp(2i\beta_3 h_3) = 0. \end{aligned} \quad (44)$$

Es conveniente reiterar que las relaciones de dispersión anteriores son aplicables, tanto a ondas de superficie (caso T.M.), como de volumen (caso T.E. y T.M.).

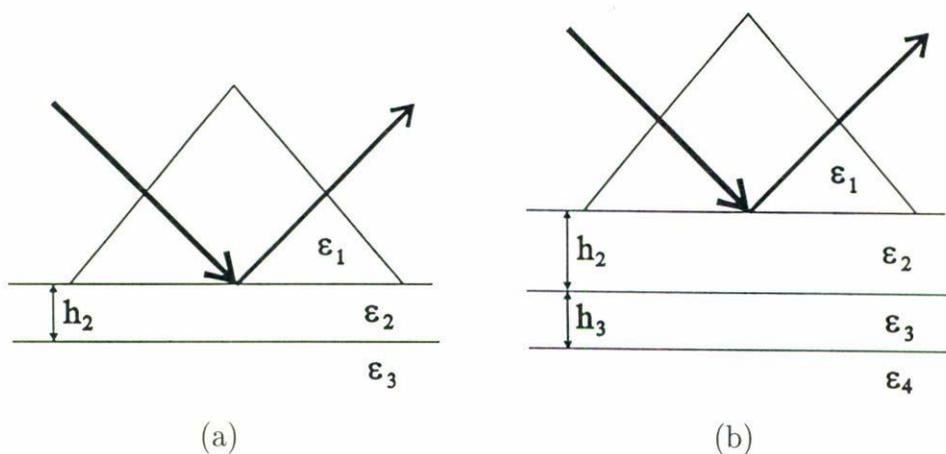


FIGURA 2. En la figura (a) mostramos la configuración de Kretschmann, y en la figura (b) la propuesta por Sarid para la excitación de plasmones de largo alcance.

6. RESULTADOS NUMÉRICOS

Existen tres configuraciones muy utilizadas, basadas en el método de reflexión total frustrada, para la excitación de los plasmones de superficie [5]: la configuración de Kretschmann, la de Otto y más recientemente la de Sarid. En la configuración de Sarid se tiene una película metálica extremadamente delgada del orden de $0.02 \mu\text{m}$. En las dos primeras se excitan plasmones de superficie de corto alcance. Mientras que en la configuración de Sarid es posible además de excitar un plasmón de corto alcance, uno de largo alcance para el cual en el visible ℓ es del orden de $300 \mu\text{m}$. En la Fig. 2 ilustramos la configuración de Kretschmann y de Sarid ($h_3 \sim 0.02 \mu\text{m}$).

Hasta donde conocemos, la excitación de los plasmones de superficie con las configuraciones de Kretschmann y Sarid, se ha llevado a cabo mediante una onda plana incidente. Por otro lado, los sistemas utilizados actualmente en la óptica integrada o en la optoelectrónica tienden a minimizarse, siendo común tener estructuras del orden de unas cuantas longitudes de onda. Para estas estructuras la noción de una onda plana no tiene sentido y es necesario tomar el caso más realista de un haz incidente muy estrecho. Como se sabe desde hace muchos años, la noción de un haz incidente conduce a nuevos efectos no presentes con ondas planas, siendo uno de ellos el efecto Goos-Hänchen [11]. Con estas ideas en mente, es nuestra intención en este artículo investigar si la forma del haz incidente influye o no en la excitación de los plasmones de superficie de largo alcance descubiertos por Sarid. Para poder apreciar los resultados, analizaremos también la influencia del haz incidente en los plasmones de superficie de la configuración Kretschmann.

Es importante hacer un comentario con respecto al diámetro mínimo que un haz puede tener en la práctica. Este diámetro está limitado por los efectos de difracción producidos por los objetivos de los microscopios utilizados para hacer converger el haz. Así, un láser de argón tiene un diámetro mínimo de $1 \mu\text{m}$ [15], este diámetro es comparable a la longitud de onda del láser de argón. Estos haces extremadamente angostos han sido

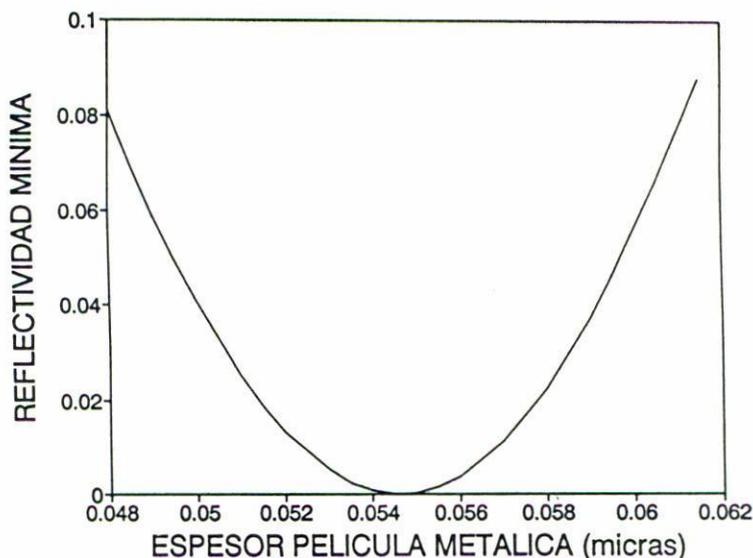


FIGURA 3. Determinación del espesor óptimo h_{opt} de la película metálica en la configuración de Kretschmann. Graficamos el mínimo de la reflectividad como función del espesor h_2 de la película metálica (en micras). El valor mínimo se encuentra en $h_{opt} = 0.0546 \mu\text{m}$.

utilizados en la grabación de discos compactos [15]. En todos los casos considerados a continuación, los parámetros optogeométricos que utilizaremos son los mismos que emplearon J.C. Quail *et al.*, en la Ref. 12, y cuyos resultados experimentales nos servirán de referencia. El haz incidente tendrá la longitud de onda de un láser He-Ne, $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$. La película metálica es de plata y a esta longitud de onda la permitividad eléctrica es $\epsilon = -18 + i0.47$. El prisma tiene un índice de refracción $n_1 = 1.94325$. En la configuración de Kretschmann el índice de refracción del sustrato es $n_3 = 1.4569$. En la configuración de Sarid el índice del sustrato es $n_4 = 1.4569$ y el del dieléctrico que se encuentra entre el prisma y la película de plata es $n_2 = 1.4564$. Así que en la configuración de Sarid se tiene el caso de una película casi simétrica, dando lugar a dos modos superficiales, uno simétrico de largo alcance y otro asimétrico de corto alcance.

6.1. CONFIGURACIÓN DE KRETSCHMANN

Esta configuración está ilustrada en la Fig. 2a. Cuando una onda plana incide a través del prisma en condiciones de reflexión total interna y se varía el ángulo de incidencia θ_0 (medido dentro del prisma), se encuentra que para cierto ángulo θ_{min} , la reflectividad es un mínimo y se dice que hay una resonancia. Para este ángulo de incidencia θ_{min} , se tiene que la componente horizontal del vector de la onda incidente ($k_1 \sin \theta_{min}$) coincide con la parte real de la constante de propagación del plasmón de superficie α' ($\alpha' = k_1 \sin \theta_{min}$) a la frecuencia ω , dando lugar a la excitación del mismo. Por otro lado, la parte imaginaria de la constante de propagación α'' está relacionada con el ancho medio de la resonancia.

Para determinar el espesor óptimo de la película metálica h_{opt} , para el cual la reflectividad es la más pequeña posible y por lo tanto el acoplamiento con el plasmón es

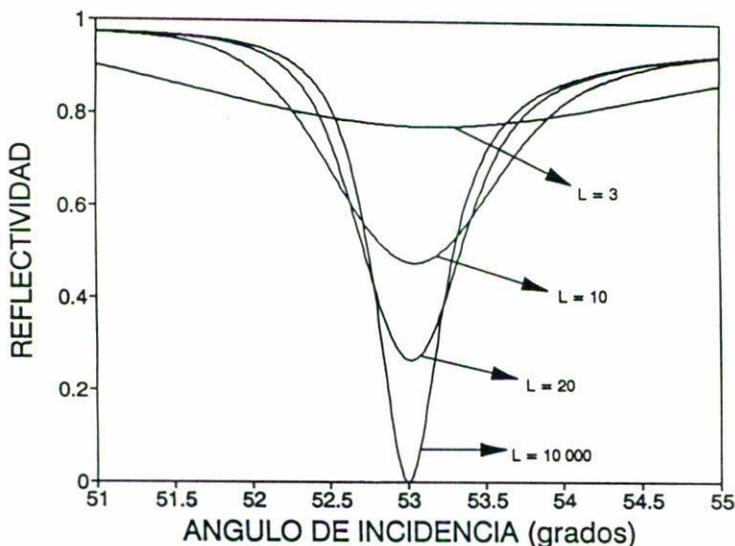


FIGURA 4. Influencia del ancho L de un haz gaussiano incidente en el acoplamiento con el plasmón de superficie obtenido con la configuración de Kretschmann. Se consideran los siguientes anchos: $L = 10\,000\ \mu\text{m}$ (onda plana), $L = 20\ \mu\text{m}$, $L = 10\ \mu\text{m}$ y $L = 3\ \mu\text{m}$. El espesor de la película metálica es $h_{\text{opt}} = 0.0546\ \mu\text{m}$.

el óptimo, variamos h_2 y graficamos la reflectividad mínima para cada valor de h_2 . En este cálculo el haz incidente fue una onda plana. Los resultados se muestran en la Fig. 3, resultando que el espesor óptimo es $h_{\text{opt}} = 0.0546\ \mu\text{m}$. Para este espesor, la reflectividad es muy pequeña $R = 2.56 \times 10^{-5}$, cuando el ángulo de incidencia es $\theta_{\text{min}} = 53.000^\circ$.

En la Fig. 4 mostramos cómo influye el ancho L de un haz gaussiano [$n = 0$ en la Ec. (12)] en el acoplamiento con el plasmón de superficie. En esta figura presentamos los resultados para los siguientes anchos: $L = 10\,000\ \mu\text{m}$ (onda plana), $L = 20\ \mu\text{m}$, $L = 10\ \mu\text{m}$ y $L = 3\ \mu\text{m}$. El espesor de la película es $h_{\text{opt}} = 0.0546\ \mu\text{m}$, valor obtenido de la Fig. 3. Como puede verse de la Fig. 4, el acoplamiento para $L = 10\,000\ \mu\text{m}$ (onda plana) es excelente, ya que la reflectividad es casi nula, sin embargo este acoplamiento se degrada cuando el ancho disminuye. Hemos encontrado que existe un ancho mínimo L_{min} ($L_{\text{min}} = 150\ \mu\text{m}$ o en unidades de longitud de onda $L_{\text{min}}/\lambda = 237$) a partir del cual la reflectividad, como función del ángulo de incidencia, es prácticamente la misma que la producida por una onda plana incidente, es decir, cuando $L > L_{\text{min}}$ la reflectividad es insensible al ancho de la gaussiana incidente. Así, para $L < L_{\text{min}}$ y conforme el ancho de la gaussiana disminuye el acoplamiento se empeora, dando por resultado que el plasmón de superficie se lleva menos energía incidente, como puede observarse del aumento del mínimo, y además, el ancho angular de la resonancia aumenta. De la Ec. (42) hemos determinado la constante de propagación para la interfase dieléctrico-metal que estamos considerando y hemos obtenido $\alpha = \alpha' + i\alpha'' = 15.3956 + i0.02682$. Para este caso la longitud de propagación es $\ell = 1/\alpha'' = 37.28\ \mu\text{m}$. De la Fig. 4 obtenemos que la posición angular de todos los mínimos es la misma $\theta_{\text{min}} = 53.000^\circ$, luego, tenemos que $\alpha' = k_1 \sin \theta_{\text{min}} = 15.4095$, valor muy cercano al de la parte real de α . Así obtenemos

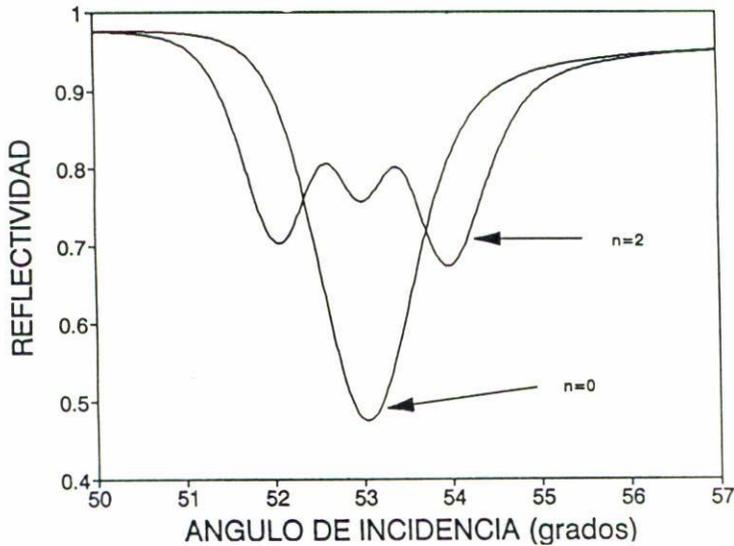


FIGURA 5. Influencia de la forma del haz incidente en la excitación del plasmón de superficie de la configuración de Kretschmann. El haz incidente es un haz Hermite-Gauss, con $n = 2$ y ancho $L = 10 \mu\text{m}$. Se presenta también el resultado de un haz incidente gaussiano ($n = 0$) del mismo ancho.

el importante resultado para haces gaussianos: que el mínimo en la reflectividad nos conduce al valor correcto de la parte real de la constante de propagación. Como veremos éste no es el caso en general.

Podemos dar una explicación al resultado obtenido de la Fig. 4, el cual se enuncia así: cuando L disminuye a partir de un ancho mínimo, el mínimo de la resonancia aumenta, disminuyendo con esto el acoplamiento con el plasmón de superficie. Para $\theta_0 = \theta_{\min}$, cuando L es muy grande con respecto a la longitud de onda, podemos considerar al haz incidente como una onda plana, con vector de onda bien determinado y cuya componente horizontal es $\alpha = k_1 \sin \theta_{\min}$. En términos de la amplitud $A(\alpha)$ podemos decir que esta función es nula para valores diferentes de $\alpha = k_1 \sin \theta_{\min}$, obteniéndose así un perfecto acoplamiento. Pero, cuando L disminuye con $L < L_{\min}$, el haz deja de ser una onda plana, resultando ahora que $A(\alpha)$ es nula fuera de un intervalo en α alrededor de $\alpha = k_1 \sin \theta_{\min}$. Este intervalo es cada vez más grande conforme L disminuye, dando por resultado que más ondas planas sean reflejadas, incrementando con esto el mínimo de la resonancia.

En la Fig. 5 mostramos la influencia de la forma del haz incidente en la excitación del plasmón de superficie obtenido con la configuración de Kretschmann. Consideramos un haz Hermite-Gauss de orden $n = 2$ y de ancho $L = 10 \mu\text{m}$. Como comparación superponemos en la misma figura el resultado de la Fig. 4 para una gaussiana ($n = 0$) del mismo ancho. Es notable observar la presencia de tres mínimos en la reflectancia, encontrándose uno de ellos precisamente en la misma posición angular que el mínimo de la gaussiana, $\theta_{\min} = 53.000^\circ$. ¿Cuál es el significado de estos mínimos? La presencia de estos tres mínimos no implica que se estén excitando tres plasmones de superficie diferentes, ya que la relación de dispersión para una interfase dieléctrico-metal contiene

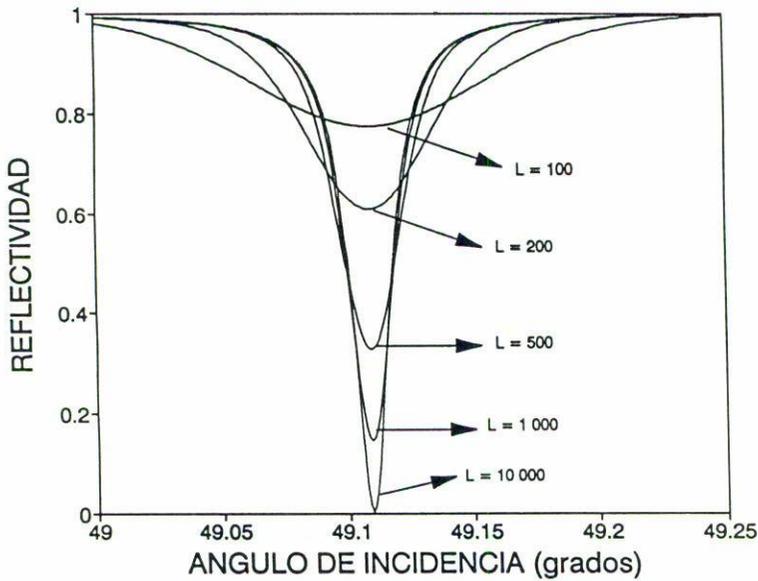


FIGURA 6. Influencia del ancho L de un haz gaussiano incidente en el acoplamiento con el plasmón de superficie de largo alcance en la configuración de Sarid. Se consideran los siguientes anchos: $L = 10\,000\ \mu\text{m}$ (onda plana), $L = 1\,000\ \mu\text{m}$, $L = 500\ \mu\text{m}$, $L = 200\ \mu\text{m}$ y $L = 100\ \mu\text{m}$. Los espesores de las películas dieléctrica y metálica son $h_2 = 1.28\ \mu\text{m}$ y $h_3 = 0.0170\ \mu\text{m}$, respectivamente. Compare el ancho angular de las resonancias con los de la configuración de Kretschmann en la Fig. 4.

una sola rama y así un solo plasmón puede excitarse, siendo el mínimo central el que proporciona la correcta constante de propagación. Este ejemplo nos muestra que cuando se excitan los plasmones con un modo de un láser diferente al fundamental o con un haz distorsionado, es necesario tomar precauciones, ya que obtener la constante propagación a partir de la posición angular de cualquier mínimo en la reflectividad puede llevar a resultados incorrectos.

6.2. LA CONFIGURACIÓN DE SARID

En la Fig. 2b se muestra la configuración de Sarid. En esta configuración cuando la película metálica es gruesa ($\sim 500\ \text{Å}$), se excitan dos plasmones de superficie de corto alcance, como puede verse en la Fig. 1b de la Ref. 12. Sin embargo, cuando el espesor de la película metálica disminuye mucho ($\sim 200\ \text{Å}$), Sarid ha mostrado que se excita un polaritón de largo alcance (modo simétrico) y otro de corto alcance (modo asimétrico). En esta última parte mostraremos la influencia del haz incidente en los plasmones de superficie de largo alcance. Es interesante ver la Ref. 13, en donde se presenta un análisis detallado de los modos de largo alcance que pueden existir en una película delgada.

Hacemos notar que en este artículo no mostramos la influencia del haz incidente en el modo de superficie de corto alcance que se genera con la configuración de Sarid, debido

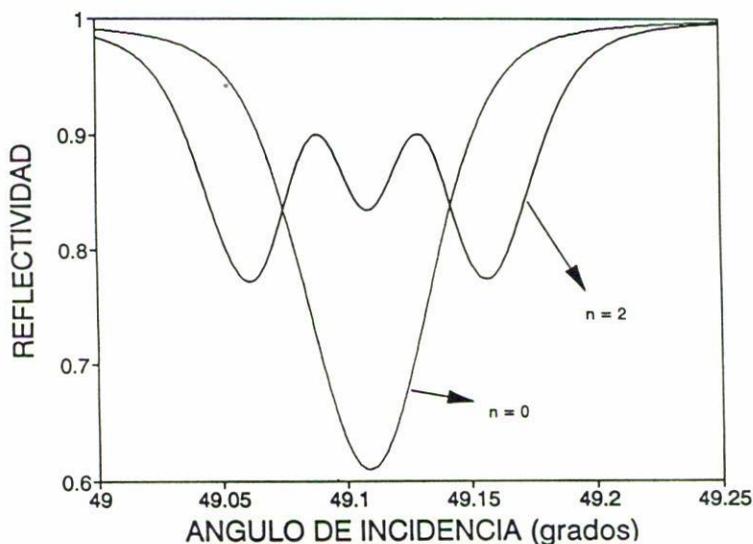


FIGURA 7. Influencia de la forma del haz incidente en la excitación del plasmón de superficie de largo alcance de la configuración de Sarid. El haz incidente es un haz Hermite-Gauss, con $n = 2$ y ancho $L = 200 \mu\text{m}$. Se presenta también el resultado de un haz incidente gaussiano ($n = 0$) del mismo ancho.

a que las conclusiones son muy parecidas a las que obtuvimos con los plasmones de superficie generados mediante la configuración de Kretschmann.

Al igual que con la configuración de Kretschmann hemos optimizado el espesor de la película dieléctrica h_2 y el de la película metálica h_3 , y hemos obtenido $h_2 = 1.28 \mu\text{m}$ y $h_3 = 0.0170 \mu\text{m}$. En la Fig. 6 mostramos la influencia del ancho de un haz gaussiano en el polaritón de largo alcance. Si comparamos esta figura con la Fig. 4 de la configuración de Kretschmann, concluiremos que el polaritón de largo alcance es más sensible al ancho del haz gaussiano. En este último caso, el ancho mínimo a partir del cual la reflectividad es insensible al ancho de la gaussiana es $L_{\text{min}} = 1500 \mu\text{m}$, que en términos de la longitud de onda se expresa $L_{\text{min}} = 2370\lambda$. De la Fig. 6, se tiene que para un ancho $L = 500 \mu\text{m}$ la reflectividad ha subido en un 32% con respecto a la reflectividad (≈ 0) de una onda plana. Como es de esperarse la posición angular de todos los mínimos coincide en $\theta_{\text{min}} = 49.109^\circ$, dando por resultado que la parte real de la constante de propagación sea $\alpha' = k_1 \sin \theta_{\text{min}} = 14.5860$. También hacemos notar que el pequeño ancho angular $\Delta\theta$ que caracteriza a los plasmones de largo alcance excitados por una onda plana ($\Delta\theta = 0.016^\circ$ de la figura), se incrementa cuando el ancho del haz disminuye.

En la Fig. 7 mostramos cómo la forma del haz incidente influye en la reflectividad. Consideramos un haz Hermite-Gauss de orden $n = 2$, con $L = 200 \mu\text{m}$, como referencia en la misma figura superponemos el resultado de un haz gaussiano con el mismo ancho. De nuevo se tienen tres mínimos, pero sólo el mínimo central nos proporciona la correcta constante de propagación. Es de hacer notar que el ancho angular de la resonancia se ha incrementado notablemente.

7. CONCLUSIONES

En este artículo hemos analizado la influencia de un haz incidente en los polaritones de largo alcance de Sarid. Para esto, hemos utilizado el método de reflexión total frustrada. Hemos encontrado que los plasmones de Sarid son, por mucho, más sensibles a la forma del haz incidente que los plasmones de superficie generados con la configuración de Kretschmann. Cuando el haz incidente no es una onda plana, es posible tener varios mínimos en la reflectividad que pueden dificultar la determinación de la constante de propagación.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo de COFAA-IPN (México).

REFERENCIAS

1. V.M. Agranovich and D.L. Mills, *Surface Polaritons* (North-Holland, Amsterdam, 1982).
2. P. Halevi, "Polaritons at the interface between two dielectric media", en *Electromagnetic Surface Modes*, Editor A.D. Boardman (John Wiley & Sons Ltd, 1982), Cap.7.
3. Dror Sarid, *Phys. Rev. Lett.* **47** (1981) 1927.
4. R.T. Deck and Dror Sarid, *J. Opt. Soc. Am.* **72** (1982) 1613.
5. Dror Sarid, Robert T. Deck, Alan E. Craig, Robert K. Hickernell, Ralph S. Jameson, and Joseph J. Fasano, *Appl. Optics* **21** (1982) 3993.
6. A. Zuñiga-Segunde and O. Mata-Mendez, *Phys. Rev. B* **46** (1992) 536.
7. O. Mata-Mendez and F. Chavez-Rivas, *J. Opt. Soc. Am.* **A12** (1995) 2440.
8. O. Mata-Mendez, *Rev. Mex. Fís.* **38** (1992) 850.
9. J.M. Vigoureux, *J. Opt. Soc. Am.* **A8** (1991) 1697.
10. O. Mata-Mendez and P. Halevi, *Phys. Rev. B* **36** (1987) 1007.
11. Jeffrey J. Regan and David R. Andersen, *Computers in Physics* (Jan./Feb. 1991) p. 49.
12. J.C. Quail, J.G. Rako, and H.J. Simon, *Opt. Lett.* **8** (1983) 377.
13. Fuzi Yang, J.R. Sambles, and G.W. Bradberry, *Phys. Rev. B* **44** (1991) 5855.
14. E. Burstein, W.P. Chen, Y.J. Chen, and A. Hartstein, *J. Vac. Sci. Technol.* **11** (1974) 1004.
15. N. Bloembergen, *Rev. Mex. Fís.* **40** (1994) 175.
16. O. Mata-Mendez and F. Chavez-Rivas, *Rev. Mex. Fís.* **39** (1993) 371.
17. E.E. Krieziz, P.K. Pandelakis, and A.G. Papagiannakis, *J. Opt. Soc. Am.* **A 11** (1994) 630.
18. N. Hodgson, T. Haase, R. Kostra, and H. Weber, *Optical and Quantum Electronics* **24** (1992) 927.
19. Hal G. Kraus, *J. Opt. Soc. Am.* **A7** (1990) 47.
20. P. Belland and J.P. Crenn, *Appl. Optics* **21** (1982) 522.