

# Zona efectiva de interacción de un conjugador de fase Brillouin

V. ABOITES Y L. ORTEGA

Laboratorio de Láseres, Centro de Investigaciones en Óptica  
Apartado postal 948, 37000 León Gto., Mexico

Recibido el 10 de noviembre de 1996; aceptado el 3 de diciembre de 1996

RESUMEN. Debido a la escasa información sobre qué ocurre dentro de una celda de dispersión Brillouin estimulada (SBS) se propone la deducción de la zona efectiva de interacción microscópica de conjugación de fase (CF) en un resonador compuesto por un espejo convencional y un conjugador de fase por SBS a partir de observaciones macroscópicas. En este estudio numérico se llega a conocer en forma aproximada las dimensiones de la región activa de la celda SBS. Con estos datos pueden calcularse características tales como la intensidad y la potencia generadas en el interior de la celda SBS.

ABSTRACT. Since there is a lack of information about what happen in a stimulated Brillouin scattering (SBS) cell we propose to deduce the effective microscopic interaction zone of the phase conjugator in a resonator made by a conventional and a SBS mirror starting from macroscopic observations. With this numeric simulation we are able to predict the approximate dimensions of the active region of the SBS cell. With this information we can obtain an estimation of the intensity and power in the SBS cell.

PACS: 42.60.Da, 42.65.Hw; 42.60.Jf

## 1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de láseres de alta potencia ha contribuido al interés de producir conjugación de fase (CF) usando dispersión Brillouin estimulada (SBS). Esta técnica ha demostrado ser simple y efectiva para la corrección de aberraciones en el frente de onda que normalmente existen en sistemas láser de alta potencia [1-4]. El objetivo principal de este trabajo es conocer las dimensiones de la región efectiva de interacción en el interior de la celda de CF. La Fig. 1 muestra las forma aproximada de la zona efectiva de interacción caracterizada por los siguientes parámetros: radio efectivo del haz incidente ( $w_i$ ), radio efectivo reflejado en el conjugador ( $b$ ) y la longitud de interacción ( $l_g$ ).

Como se puede observar de la Fig. 1, las dimensiones microscópicas que caracterizan el ancho del haz en la región activa dificulta cualquier tipo de investigación práctica en el laboratorio. Este problema se ha visto reflejado en escasas publicaciones sobre el tema. Tomando esto como punto de partida se propone un estudio numérico basado en un resonador óptico de conjugación de fase formado por un espejo convencional en un extremo (M), un espejo de CF en el otro (PCM) y una lente de enfocamiento en su interior (L) (vease la Fig. 2).

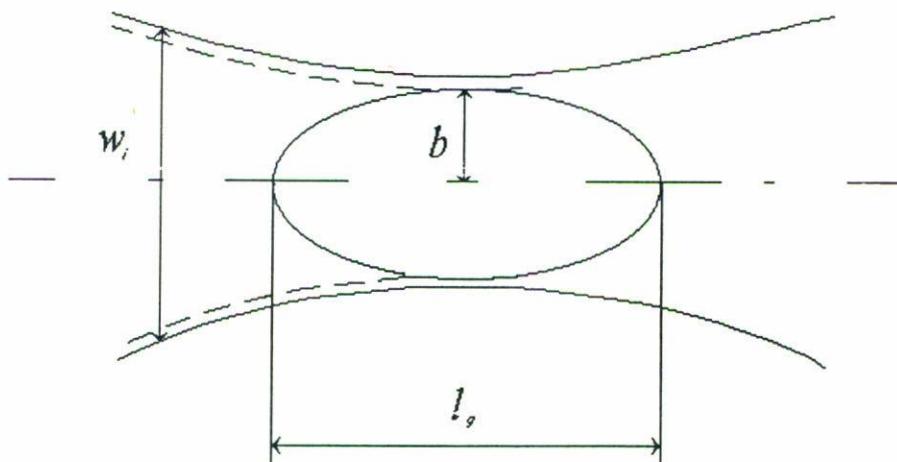


FIGURA 1. Esquema de un haz gaussiano entrando en un extremo de la celda SBS cuyo radio efectivo se denota como  $w_i$ . La curva punteada muestra la porción reflejada del haz incidente en la celda SBS siendo  $b$  el radio efectivo del haz reflejado en el medio no lineal y  $l_g$  la longitud de la zona efectiva de la celda.

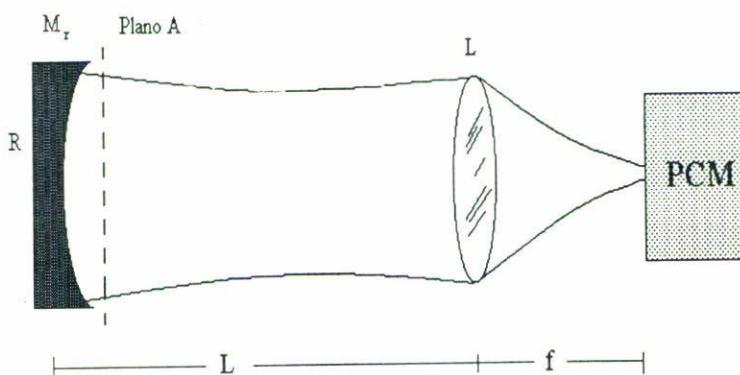


FIGURA 2. Resonador de conjugación de fase. Esta formado por un espejo convencional M y un espejo de conjugación de fase denotado por la celda PCM.

La parte fundamental de la simulación numérica consiste en variar el porcentaje reflejado del radio efectivo del haz incidente en el espejo de CF ( $b$ ), al tiempo que se va calculando el valor de la cintura del haz ( $w_A$ ) en el plano A de la Fig. 2. El plano A se eligió por presentar un mayor tamaño de la cintura del haz dentro del resonador además de ser de fácil acceso para mediciones posteriores en laboratorio.

En este trabajo la Sec. 2 presenta un análisis del resonador de la Fig. 2 basado en el formalismo matricial de rayos; la Sec. 3 describe el experimento numérico. La Sec. 4 proporciona las gráficas obtenidas; y por último, los resultados obtenidos son discutidos proponiéndose un modelo experimental para estudiar las características dimensionales que rigen el comportamiento de una haz gaussiano en la zona efectiva de interacción de una celda SBS.

## 2. TEORÍA

Primero se presenta el formalismo matricial que describe operación del espejo de CF de reflectividad gaussiana para el caso en que el haz incidente y reflejado del conjugador de fase tengan la misma frecuencia  $\omega$ . Esto es considerado ya que en SBS los cambios de frecuencia son extremadamente pequeños (del orden de  $10^{-9}$  Hz). En este estudio se toma en cuenta el modelo del resonador óptico de CF de la Fig. 2. Además, se desprecian pérdidas por difracción dentro del resonador y autoenfocamiento en el interior de la celda SBS [5].

Considerando un campo gaussiano  $E_i$  propagándose a lo largo del eje  $z$  e incidiendo en el PCM, el cual se expresa como [5, 6]:

$$E_i = \xi_i(r) \exp \left[ j \left( \omega t - kz - \frac{kr^2}{2q_i} \right) \right], \quad (1)$$

donde  $\xi(r)$  es la amplitud compleja de  $E_i$ . El radio complejo de curvatura  $q_i$  se define de la forma siguiente:  $q_i = 1/\rho - j\lambda/\pi w^2$ , donde  $\rho$  y  $w$  son el radio de curvatura y el radio efectivo de la cintura del haz gaussiano.

El campo reflejado en el espejo de CF es

$$E_r \propto \xi_i^*(r) \exp \left[ j \left( \omega t + kz - \frac{kr^2}{2q_r} \right) \right]. \quad (2)$$

De acuerdo a las ecuaciones anteriores el radio complejo del campo reflejado es [6]:

$$\frac{1}{q_r} = -\frac{1}{\rho} - \frac{j\lambda}{\pi w^2} = -\frac{1}{q_i^*}. \quad (3)$$

Los parámetros  $q$  de entrada y salida se relacionan por la regla de transformación siguiente [6]:

$$q_r = \frac{Aq_i^* + B}{Cq_i^* + D}, \quad (4)$$

donde  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  son los términos tanto real como imaginario que componen la matriz de transición total del sistema.

Para encontrar la solución más general de la Ec. (4) se toma en cuenta la condición de autoconsistencia del conjugador  $q_r = q_i = q$ . Sustituyendo en la Ec. (4) los términos reales e imaginarios de la matriz de transición total  $ABCD$  del sistema y haciendo un poco de álgebra se llega al siguiente sistema de ecuaciones [7]:

$$\frac{1}{\rho}(ra - rd) + \frac{1}{w}(ia + id) + \frac{1}{\rho^2}rb + \frac{1}{w^2}(rb - rc) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{1}{\rho}(ia - id) + \frac{1}{w}(ra + rd) + \frac{1}{\rho^2}ib + \frac{1}{w^2}(ib - ic) = 0, \quad (6)$$

donde  $\rho^{-1} = \lambda/\pi w^2$  en las ecuaciones anteriores los términos reales de la matriz  $ABCD$  son  $ra$ ,  $rb$ ,  $rc$  y  $rd$ , y los imaginarios son  $ia$ ,  $ib$ ,  $ic$  e  $id$ .

Tomando en cuenta el formalismo matricial, el efecto del espejo de CF con perfil gaussiano puede representarse por la matriz [7, 8]

$$M_{pcm} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -j \frac{\lambda}{\pi b^2} & -1 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

donde  $b$  es el radio efectivo de la cintura del haz en el espejo de CF. Este término es el resultado de la reflexión de un haz gaussiano  $(w_i, R_i)$  en un medio SBS y se representa como [9, 10]

$$b = \beta w_i \quad (8)$$

donde  $w_i$  es el radio efectivo del haz antes de reflejarse en el espejo de CF y  $\beta$  es el porcentaje del valor del radio efectivo del haz inicial que logra reflejarse en el espejo de CF.

La propagación del haz comienza en el plano A de la Fig. 2 de izquierda a derecha realizando un viaje redondo. Este viaje es representado por el producto de matrices

$$M_T = M_r \times M_V \times M_L \times M_{VL} \times M_{PCM} \times M_{VL} \times M_L \times M_V, \quad (9)$$

donde  $M_r$  es la matriz que representa el espejo convencional,  $M_V$  representa la matriz en el vacío,  $M_L$  es la matriz de una lente. La matriz  $M_{VL}$  es la representación del espacio entre la lente y el espejo de CF y  $M_{PCM}$  representa al espejo conjugador. El resultado de la multiplicación matricial anterior da lo siguiente:

$$M_T = \begin{pmatrix} 1 & -j \frac{\lambda f^2}{\pi b^2} \\ -\frac{2}{R} & j \frac{2\lambda f^2}{\pi b^2 R} - 1 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

$M_T$  es la matriz total del sistema óptico donde  $R$  es el radio de curvatura del espejo convencional,  $f$  es la longitud focal de la lente y  $b$  es el radio de la cintura del haz gaussiano en el espejo de CF. Aplicando el sistema de Ecs. (5) y (6) se obtiene

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{w} \left[ \frac{\lambda}{\pi b^2} \frac{f^2}{R} \right] + \frac{1}{R} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{w^2} + \frac{1}{\rho} \left[ \frac{2}{R} \right] = 0. \quad (12)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones y sustituyendo el valor de  $w$  se obtienen los eigenvalores del sistema:

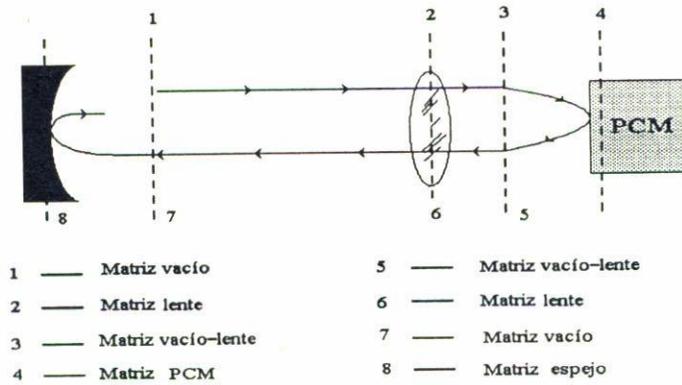


FIGURA 3. Cálculo paso a paso del valor de rho y omega en cada elemento.

$$\rho_1 = \frac{R \left[ f^4 \left( \frac{\lambda}{\pi b^2} \right)^2 + R \right]^{\frac{1}{2}}}{- \left[ f^4 \left( \frac{\lambda}{\pi b^2} \right)^2 + R^2 \right]^{\frac{1}{2}} - f^2 \left( \frac{\lambda}{\pi b^2} \right)}, \tag{13}$$

$$w_1 = \left[ \frac{\lambda}{\pi} \right]^{\frac{1}{2}} \left[ \sqrt{f^4 \left( \frac{\lambda}{\pi b^2} \right)^2 + R^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{14}$$

Tomando en cuenta los valores siguientes: foco de la lente  $f = 0.15$  m, longitud de onda  $\lambda = 0.55 \times 10^{-6}$  m, radio efectivo inicial del haz (omega inicial)  $\omega_0 = 0.005$  m, porcentaje del radio efectivo del haz inicial reflejado en el PCM  $\beta = 0.4$ , radio del espejo convencional  $R = 4$  m. Los eigenvalores encontrados son:  $\rho = -4$  m y  $w = 0.00084$  m.

### 3. EXPERIMENTO NUMÉRICO

El programa *Mathematica Version 2.1 For Windows 1988-1993 Wolfram Research Incorporation, Inc* fue utilizado como herramienta de cálculo en el experimento numérico. La metodología llevada a cabo para el cálculo del radio de curvatura y el radio efectivo de la cintura del haz ( $\rho$  y  $\omega$ ) se describe graficamente en la Fig. 3. Como se observa el cálculo de  $\rho$  y  $\omega$  se hace paso a paso sobre cada elemento óptico representado por las matrices *ABCD* correspondientes; se toman como valores iniciales los eigenvalores obtenidos anteriormente (eigenvalores):  $w_0 = 0.00084$  m y  $\rho_0 = -4$  m tomando como punto de partida el plano inmediato al espejo convencional se propaga el haz de izquierda a derecha hasta completar un viaje redondo.

Una vez obtenido el valor final de  $\rho$  y  $\omega$  después de cada viaje completo se mide el valor de  $W_A$  inmediatamente después del espejo convencional graficando su valor con

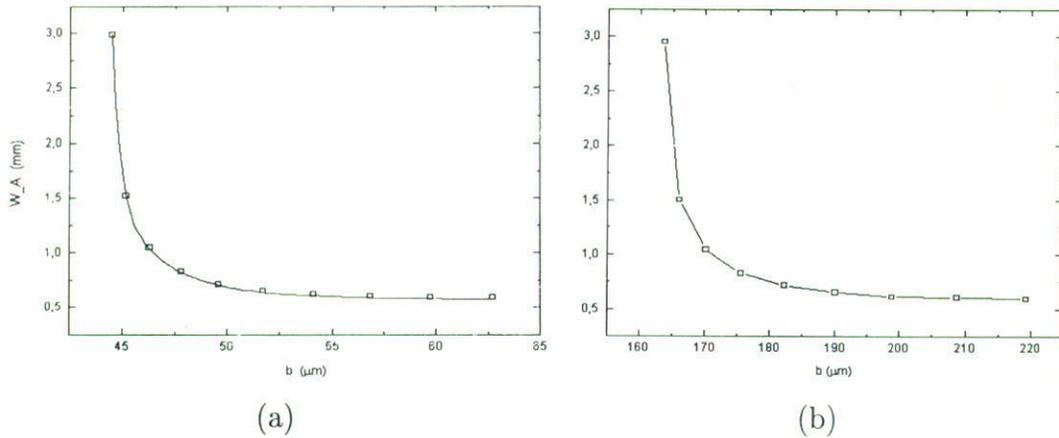


FIGURA 4. Radio de haz medido en el espejo convencional del resonador contra radio de la zona efectiva de interacción para una distancia focal de (a) 15 cm. y (b) 55cm.

respecto al valor que tiene en ese momento el radio de la cintura del haz  $b$  en el espejo de CF. El valor de  $b$  se calcula por medio de la Ec. (8), donde  $\beta$  toma valores desde 0 a 1 obteniéndose para cada caso un valor de  $W_A$ .

#### 4. RESULTADOS

En las gráficas siguientes se muestra para diferentes valores de longitud focal de la lente el comportamiento que tiene el radio de curvatura del haz  $W_A$  con respecto a los valores diferentes que toma  $\beta$ . Las gráficas de las Figs. 4a y 4b tienen como valor de longitud focal de la lente 0.15 m y 0.55 m, respectivamente. Al conocer el valor de  $b$  se puede conocer la longitud de interacción en el interior de la celda SBS. Si la longitud de coherencia del láser es mayor que la longitud de ganancia característica del proceso SBS y el haz del láser enfocado dentro de la celda SBS es aproximadamente gaussiano, la longitud de interacción del proceso SBS puede estimarse como [11, 12]

$$l_0 = \left(\frac{\pi}{2}\right) \frac{b^2}{\lambda}, \tag{15}$$

Las Figs. 5a y 5b muestran los valores de la longitud de interacción de la celda SBS calculados de acuerdo a la Ec. (15).

Como se observa de los resultados, el haz reflejado es más estrecho que el haz de entrada y la longitud de interacción es mayor que el radio efectivo de la cintura del haz en el espejo de CF ( $b$ ). Con estos resultados se pueden conocer con mayor aproximación las dimensiones que caracterizan la zona efectiva de interacción de un material no lineal en forma totalmente numérica.

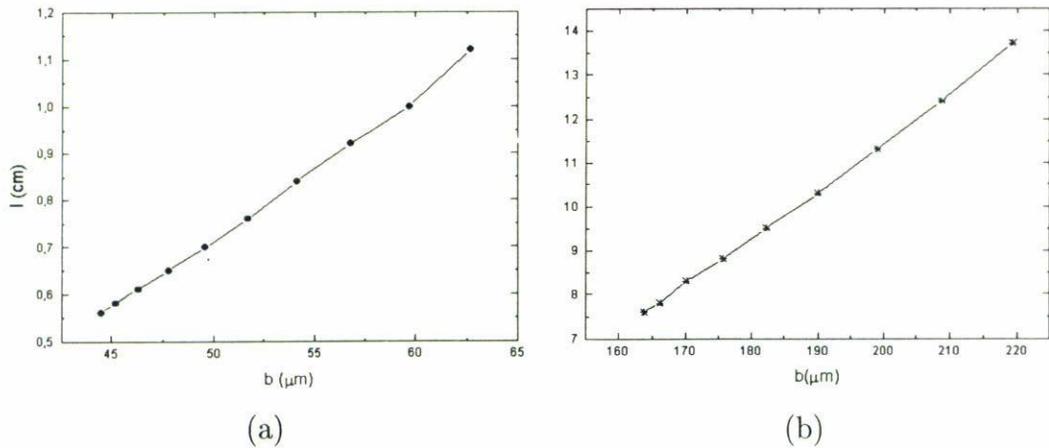


FIGURA 5. Longitud de interacción de la celda SBS contra radio de la zona efectiva de interacción para una distancia focal de (a) 15 cm. y (b) 55 cm.

## 5. CONCLUSIONES

De las gráficas obtenidas (Figs. 4a y 4b) se aprecia la influencia de la longitud focal en el comportamiento del sistema; un aumento en  $f$  provoca un incremento en el tamaño de  $b$  en forma proporcional. También se observa que al aumentar el porcentaje de reflexión de  $\beta$ , el radio efectivo  $W_A$ , medido después de reflejarse el haz en el espejo convencional disminuye en forma asintótica.

En las Figs. 4a, 4b, 5a y 5b se puede ver que un aumento en  $\beta$  y por tanto en  $b$  [Ec. (8)] corresponde una disminución asintótica de  $W_A$  medida en el plano A (Fig. 2), esto significa que la intensidad en el foco  $I_0 = P_0/\pi b^2$  [13] se verá disminuída con el cuadrado del valor de  $b$ .

Este trabajo se basa en el modelo de aproximación paraxial de rayos ópticos, esto lo hace bastante limitado ya que se desprecian las aberraciones inherentes del sistema óptico del resonador, además el análisis se realiza en una sola dimensión. Por todo esto, los resultados no son confiables y difícilmente representarán lo que sucede realmente en el proceso. Debido a estas limitaciones se proponen las siguientes consideraciones para trabajos posteriores: primero, tomar en cuenta las aberraciones del sistema óptico; segundo, la divergencia de la radiación dispersada no es considerada en la teoría de una dimensión y, por último, en el caso de tres dimensiones el proceso SBS no es estacionario debido al efecto de autoenfocamiento.

Sin embargo, el método realizado en este trabajo presenta resultados muy significativos tomando en cuenta la poca información que existe referente a la zona efectiva de interacción de la celda SBS. Con la información obtenida en las gráficas aun siendo totalmente teóricas, proporcionan mayor conocimiento de lo que ocurre dentro de la celda SBS al interactuar un haz gaussiano en su interior

Como trabajo futuro se propone un estudio experimental basado en la Fig. 6 y los resultados obtenidos. Este modelo consiste en desviar el haz por medio de un divisor de haz hacia la pantalla P y así medir directamente la proyección del radio de la cintura

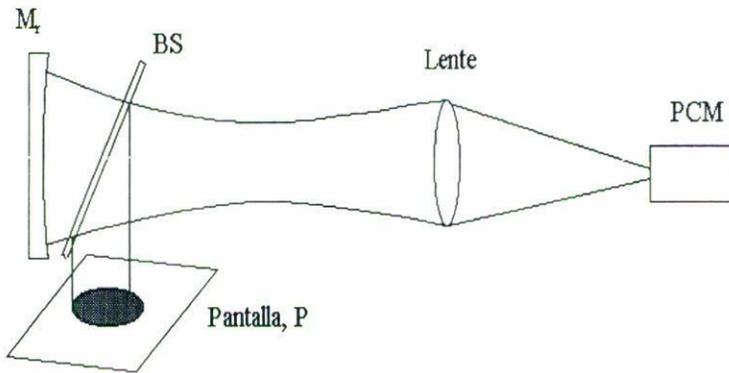


FIGURA 6. Propuesta experimental para realizar las mediciones numéricamente aquí calculada.

del haz  $W_A$  en la pantalla. Con este valor y las Figs. 4a, 4b, 5a y 5b, se encuentra el tamaño aproximado de  $b$  y por tanto de  $\beta$  dentro de la celda SBS. De esta forma, se puede estudiar las características dimensionales que rigen el comportamiento de un haz Gaussiano incidente en la zona efectiva de interacción de una celda SBS.

#### REFERENCIAS

1. G.K.N. Wong, *Optical feedback and multiple frequency interaction in Stimulated Brillouin scattering*, Thesis Ph.D., Optics section, Blackett Laboratory, Imperial College, London, U.K.
2. P.A. Bélanger, A. Hardy, and A.E. Siegman, *Applied Optics* **19** (1980) 602.
3. J.J. Zayhowski and P.L. Kelley, *IEEE Journal of Quantum Electronics* **27** (1991) 2220.
4. N.N. Il'ichev, A.A. Malyutin, and P.P. Paschinin, *Sov. J. Quantum Electro.* **12** (1982) 1161.
5. J. Auyeung, d. Fekete, D.M. Pepper, and A. Yariv, *IEEE Journal of Quantum Electronics* **15** (1979) 1180.
6. V. Aboites, *Rev. Mex. Fís.* **37** (1991) 461.
7. L. Ortega, Tesis para obtener el grado de Maestría en Ciencias (Óptica), Centro de Investigaciones en Óptica A.C., León Gto., México (1993).
8. B. Ya. Zel'dovich, N.F. Pilipetskii, and V.V. Shkunov, *Springer Series on Optical Sciences*, volume 42, (Springer-Verlag, 1985).
9. A. Kummrow and H. Meng, *Optics Communications* **83** (1991) 342.
10. L.P. Schelonka and C.M. Clayton, *Opt. Lett.* **13** (1988) 42.
11. G.G. Kochemasov and V.D. Nikolaev, *Sov. J. Quantum Electron.* **7** (1977) 60.
12. J. Munch, R.F. Wuerker, and M.J. LeFebvre, *Applied Optics* **28** (1989) 3099.
13. V.M. Rysakov, Y.V. Aristov, and V.I. Korotkov, *Opt. Spectrosc. (USSR)* **47** (1979) 412.