

# Estudio teórico y numérico de la difracción en óptica electromagnética. V. Ángulos de intensidad constante en la difracción de haces gaussianos por dos rendijas

O. Mata-Méndez y F. Chávez-Rivas

*Departamento de Física, Escuela Superior de Física y Matemáticas  
Instituto Politécnico Nacional, Unidad Profesional Adolfo López Mateos  
Lindavista, 07738 México, D.F., Mexico*

M.A. Alvarez-Cabanillas

*Centro de Investigaciones y Desarrollo de Tecnología Digital, Instituto Politécnico Nacional  
22510. Tijuana, Baja California, Mexico*

Recibido el 4 de diciembre de 1997; aceptado el 18 de mayo de 1998

Se estudia numéricamente la difracción de un haz gaussiano bidimensional a través de dos rendijas de igual ancho en una pantalla metálica. El haz incidente es una onda cilíndrica con eje de simetría a lo largo de las rendijas. Se muestra la existencia de ángulos de intensidad constante (AIC) en el patrón de difracción de campo lejano cuando el haz es desplazado a través de las dos rendijas, es decir, existen ciertos ángulos para los cuales la intensidad difractada es independiente de la posición del haz. Se analizan las dos regiones de la difracción, la llamada región escalar que ocurre cuando  $\lambda/\ell < 0.2$  y la región vectorial que se presenta cuando  $\lambda/\ell > 0.2$ , donde  $\lambda$  es la longitud de onda y  $\ell$  es el ancho de las rendijas. Los patrones de difracción son calculados en la región escalar mediante la teoría escalar de Rayleigh-Sommerfeld y en la región vectorial a partir de una teoría rigurosa de la difracción para las polarizaciones T.E. y T.M. En la región escalar se propone una expresión analítica muy simple para determinar la posición angular de los AIC.

*Descriptor:* Difracción; ángulos de intensidad constante

We study the diffraction of a two-dimensional Gaussian beams by two equally spaced slits in a planar thick screen. We find in the far field the existence of constant-intensity-angles (CIA), when the two slits are scanned. We analyze these CIA in the two diffraction regions, the so called scalar region, given when  $\lambda/\ell < 0.2$ , and the vectorial region given when  $\lambda/\ell > 0.2$ . In the scalar diffraction region we propose an analytical expression which approximately gives the angular position of the CIA.

*Keywords:* Diffraction; constant-intensity-angles

PACS: 42.25.Fx

## 1. Introducción

El estudio de haces de ancho finito ha llamado la atención en los últimos años en óptica, en particular, se ha puesto mucho interés en la difracción de haces gaussianos, debido principalmente a que éste es el modo fundamental de emisión de un láser. Así, se ha analizado la difracción a través de rendijas [1, 2], redes de difracción [3], acanaladuras metálicas [4], etc. En este artículo estudiamos la difracción de un haz gaussiano a través de dos rendijas localizadas en una pantalla plana. El haz incidente es una onda cilíndrica cuyo eje de simetría es paralelo a las rendijas, teniéndose así variaciones únicamente en la dirección perpendicular a las mismas.

En este artículo mostramos que cuando un haz gaussiano se desplaza a través de las dos rendijas se presentan en el patrón de difracción de campo lejano ciertos ángulos para los cuales la intensidad es constante (AIC), es decir, existen posiciones angulares en los patrones de difracción para las cuales la intensidad difractada es independiente de la posición del haz. Hemos encontrado que estos AIC existen tanto

en la región escalar ( $\lambda/\ell < 0.2$ ) como en la región vectorial ( $\lambda/\ell > 0.2$ ), donde  $\lambda$  es la longitud de onda y  $\ell$  es el ancho de las rendijas. En la región escalar proponemos una expresión analítica para localizar la posición angular de los AIC como función de la longitud de onda  $\lambda$ , de la separación de las rendijas  $d$  y del ancho del haz incidente  $L$ . Además, esta expresión nos permite proponer un nuevo método para determinar el diámetro de los haces gaussianos. A diferencia de los métodos utilizados para caracterizar un haz gaussiano, los cuales emplean las potencias máximas o mínimas que son transmitidas o reflejadas por una rendija [2] o por una red de difracción [5], este método que proponemos esta basado en la posición angular de los mínimos de los patrones de difracción.

Para determinar los patrones de difracción en la región escalar hemos utilizado la teoría escalar de Rayleigh-Sommerfeld, mientras que en la región vectorial, donde el efecto de la polarización es importante, fue necesario recurrir a una teoría rigurosa de la difracción para las dos polarizaciones fundamentales T.E. y T.M.

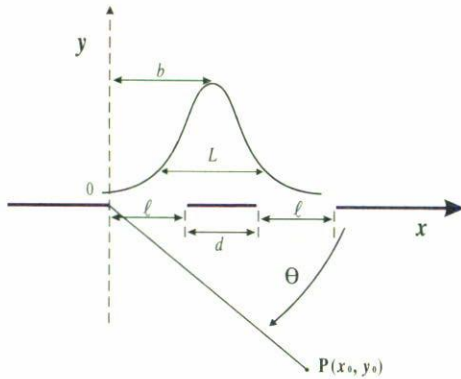


FIGURA 1. Dos rendijas de ancho  $\ell$  y con separación  $d$  en una pantalla infinitamente delgada. Las rendijas son paralelas al eje  $Oz$ . La distribución de intensidades del campo incidente en la pantalla tienen la forma de una gaussiana de ancho  $L$ . La posición del haz está determinada por el parámetro  $b$ .

Así, la contribución de este artículo es doble, por un lado, se utiliza una nueva teoría modal de la difracción por dos rendijas en una pantalla de espesor finito, adecuada para tratar haces incidentes de ancho finito. Por otro lado, se muestra la existencia de los ángulos de intensidad constante tanto en la región escalar como en la región vectorial.

### 2. La teoría escalar de Rayleigh-Sommerfeld

En la Fig. 1 presentamos la configuración de nuestro sistema. Considérese una pantalla infinitamente delgada hecha de un metal de conductividad infinita, en la cual se tienen dos rendijas paralelas al eje  $Oz$ , de ancho  $\ell$  y con separación  $d$ . La pantalla se encuentra en el vacío e incide perpendicularmente sobre ella un haz cilíndrico de ancho finito, con su eje de simetría paralelo al eje  $Oz$  y cuya longitud de onda está dada por  $\lambda = 2\pi/k$ . Usaremos la representación compleja para los campos y omitiremos el factor temporal  $\exp(-i\omega t)$  de aquí en adelante.

Dada la función  $f(x)$  denotemos por  $\hat{f}(\alpha)$  a su transformada de Fourier definida como sigue:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\alpha) \exp(i\alpha x) d\alpha. \quad (1)$$

Utilizando esta definición podremos expresar al haz incidente mediante un desarrollo de ondas planas:

$$E_i(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-k}^k A(\alpha) \exp[i(\alpha x - \beta y)] d\alpha, \quad (2)$$

donde  $A(\alpha)$  es la amplitud de cada onda plana con parámetro  $\alpha$ .

Partiendo de la ecuación integral de Rayleigh [6] en dos dimensiones y la aproximación de Kirchhoff [7] (el campo eléctrico es nulo en la pantalla e igual al campo incidente en las rendijas), se tiene que el campo eléctrico difractado por las dos rendijas en un punto  $P(x_0, y_0)$  muy alejado está dado

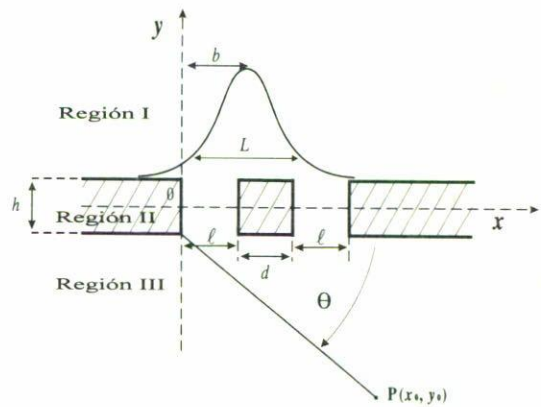


FIGURA 2. Dos rendijas de ancho  $\ell$  y con una separación  $d$ , se localizan en una pantalla de espesor  $h$  y de conductividad infinita. La distribución de intensidades del campo incidente sobre la pantalla es una gaussiana de ancho  $L$  y su posición está determinada por el parámetro  $b$ .

por (ver Fig.1)

$$E(x_0, y_0) = \sqrt{k} e^{-i\pi/4} \text{sen } \theta \hat{E}_i(k \cos \theta, 0) \frac{e^{ikr_0}}{\sqrt{r_0}}; \quad (3)$$

ésta es una onda cilíndrica con el eje  $Oz$  como eje de simetría. En esta ecuación denotamos por  $\hat{E}_i$  a la transformada de Fourier del campo incidente  $E_i$  en las dos rendijas, la cual se expresa como sigue:

$$\hat{E}_i(k \cos \theta, 0) = \frac{\ell}{2\pi} \int_{-k}^k A(\alpha) \exp[i(\alpha - k \cos \theta)(\ell + d/2)] \times \frac{\text{sen}[(\alpha - k \cos \theta)\ell/2]}{(\alpha - k \cos \theta)\ell/2} \frac{\text{sen}[(\alpha - k \cos \theta)(d + \ell)]}{\text{sen}[(\alpha - k \cos \theta)(d + \ell)/2]} d\alpha; \quad (4)$$

así, el campo difractado en el punto  $P(x_0, y_0)$  se determina a partir de la amplitud incidente  $A(\alpha)$ . La teoría presentada en esta sección puede ser utilizada con haces de forma arbitraria, sin embargo, en la sección de resultados numéricos únicamente consideraremos haces gaussianos. En un artículo futuro se analizarán otro tipo de haces, como por ejemplo los haces Hermite-Gauss.

### 3. Una teoría rigurosa de la difracción

En la Fig. 2 presentamos dos rendijas en una pantalla de conductividad infinita y de espesor  $h$  distinto de cero. En esta pantalla se tienen dos rendijas paralelas al eje  $Oz$ , de ancho  $\ell$  y con una separación  $d$ . La pantalla se encuentra en el vacío y de la misma manera que para la configuración dada en la Fig. 1, incide perpendicularmente sobre ella un haz cilíndrico de ancho finito (con  $Oz$  como eje de simetría) y con la longitud de onda  $\lambda = 2\pi/k$ . Nuevamente usaremos la representación compleja para los campos y omitiremos el factor temporal  $\exp(-i\omega t)$ .

Como hemos mencionado, en la región vectorial los efectos de polarización son importantes, dando lugar a que la teoría de Rayleigh-Sommerfeld descrita en la sección anterior no pueda ser utilizada en esta región; luego, en este caso es necesario recurrir a teorías rigurosas de la difracción si deseamos resultados precisos. La teoría rigurosa de la difracción que utilizaremos para calcular los patrones de difracción no será presentada en todo detalle, dejaremos estos detalles para una próxima publicación. Esta teoría es una extensión de dos teorías ya publicadas, una de ellas proporciona el campo difractado por una sola rendija en una pantalla con espesor para los caso T.E. y T.M. [1], la otra teoría considera la difracción por dos rendijas en una pantalla con espesor nulo (caso T.M.) [8, 9].

Para manipular simultáneamente las dos polarizaciones fundamentales, definamos a la función  $U$  como el campo eléctrico  $E$  cuando se tiene la polarización T.E. (campo eléctrico paralelo al eje  $Oz$ ) e igual al campo magnético  $H$  para la polarización T.M. (campo magnético paralelo al eje  $Oz$ ). El campo  $U$  satisface la ecuación de Helmholtz [10].

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + k^2 U = 0. \tag{5}$$

Denotemos por  $U_I$  la solución de la Ec. (5) en la región  $I$  dada por  $y > h/2$ , solución que se expresa mediante un desarrollo de ondas planas

$$U_I(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-k}^k A(\alpha) \exp[i(\alpha x - \beta y)] d\alpha + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} B(\alpha) \exp[i(\alpha x + \beta y)] d\alpha, \tag{6}$$

donde  $\beta(\alpha)$  es una raíz de la ecuación  $\beta^2 = k^2 - \alpha^2$ , con  $\beta > 0$  o  $\beta/i > 0$ . La primera integral es el haz incidente y la segunda es simplemente el haz difractado, este último campo se compone de ondas planas ordinarias y de ondas evanescentes.

En la región II, al interior de la pantalla, para  $-h/2 < y < h/2$ , el campo electromagnético lo representaremos por medio del siguiente desarrollo modal:

$$U_{II}(x, y) = \sum_n a_n^1 \varphi_n^1(x, y) + \sum_n a_n^2 \varphi_n^2(x, y), \tag{7}$$

donde la base  $\varphi_n^i(x)$ , con  $i = 1, 2$ , son funciones que en las paredes de las rendijas se anulan para la polarización T.E., mientras que su derivada normal se anula para la polarización T.M. Además, dado que la pantalla es un metal de conductividad infinita, estas funciones deben también anularse dentro de la pantalla.

Al campo difractado abajo de la pantalla, en la región III para  $y < -h/2$ , también lo expresaremos como un desarrollo de ondas planas:

$$U_{III}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} C(\alpha) \exp[i(\alpha x - \beta y)] d\alpha. \tag{8}$$

Como con el campo reflejado, este campo contiene ondas planas y ondas evanescentes que contribuyen de manera importante al campo cercano.

Nuestro objetivo es determinar el campo difractado dado por la Ec. (8). Para determinar  $C(\alpha)$ , utilizaremos las condiciones apropiadas de continuidad [10] obtenidas a partir de las ecuaciones de Maxwell. Estas condiciones nos conducen al siguiente sistema matricial, en el cual las matrices columnas  $a_1$  y  $a_2$  están formadas, respectivamente, por los coeficientes modales  $a_n^1$  y  $a_n^2$ :

$$\begin{aligned} M_{11}a_1 + M_{12}a_2 &= S_1 \\ M_{21}a_1 + M_{22}a_2 &= S_2, \end{aligned} \tag{9}$$

donde  $M_{ik}(i, k = 1, 2)$  son matrices cuadradas que dependen de los parámetros opto-geométricos y  $S_i(i = 1, 2)$  son matrices columnas que dependen únicamente de la amplitud del haz incidente  $A(\alpha)$ .

Los coeficientes modales los hemos determinado numéricamente mediante inversión matricial, con lo cual la conservación de la energía se verificó con excelente precisión. Una vez determinados los coeficientes modales  $a_n^1$  y  $a_n^2$ , es inmediato a partir de ellos calcular el campo reflejado y el campo difractado para las polarizaciones T.E. y T.M.

#### 4. Cálculo de intensidades difractadas

Utilizando el vector de Poynting complejo es posible obtener la intensidad difractada en la dirección del ángulo  $\theta$ , este ángulo se mide como se ilustra en la Fig. 1 o en la Fig. 2. Para calcular esta energía difractada en la región escalar hemos utilizado la teoría escalar de Rayleigh-Sommerfeld [11], en este caso esta energía está dada por

$$I(\theta) = \frac{k^2}{2\mu_0\omega} \text{sen}^2 \theta |\hat{E}_i(k \cos \theta, 0)|^2, \tag{10}$$

donde  $\hat{E}_i$  denota la transformada de Fourier del campo incidente  $E_i$ , calculada en las dos rendijas [ver Ec. (4)].

En la región vectorial, la energía difractada para la polarización T.M. se expresa como sigue [9]:

$$I(\theta) = \frac{k^2}{2\epsilon_0\omega} \text{sen}^2 \theta |\hat{H}_{II}(k \cos \theta, -h/2)|^2, \tag{11}$$

donde  $\hat{H}_{II}$  denota la transformada de Fourier del campo  $H_{II}$  calculado al interior de las dos rendijas en  $y = -h/2$  (ver Fig. 2). Para la polarización T.E. [12] esta energía se expresa como

$$I(\theta) = \frac{k^2}{2\mu_0\omega} \text{sen}^2 \theta |\hat{E}_{II}(k \cos \theta, -h/2)|^2, \tag{12}$$

donde  $\hat{E}_{II}$  denota la transformada de Fourier del campo  $E_{II}$  calculado al interior de las dos rendijas en  $y = -h/2$  (ver Fig. 2).

En todos los patrones de difracción que reportamos en este artículo, la intensidad difractada  $I(\theta)$  está normalizada a la energía total incidente  $I_0$ , es decir, se graficará el cociente  $I(\theta)/I_0$ .

## 5. Resultados numéricos

En los ejemplos numéricos que presentaremos a continuación, supondremos que la distribución de intensidades del haz incidente sobre la pantalla es de tipo gaussiano [4], y está dada por la siguiente expresión:

$$I(x) = \exp \left[ -\frac{4(x-b)^2}{L^2} \right]. \quad (13)$$

El haz incide normalmente sobre la pantalla y está caracterizado por un ancho  $L$ . La posición del haz respecto del eje  $Oy$  será fijada por el parámetro  $b$  como se indica en las Fig. 1 y Fig. 2. Mediante este parámetro  $b$  podremos realizar un cambio de posición del haz con lo cual simularemos el desplazamiento de un haz de un láser a través de las dos rendijas. Los resultados de este artículo podrían ser de utilidad en sistemas ópticos que vibran, en donde tanto el láser como la pantalla presentan desplazamientos relativos, ya sean por un temblor, por el movimiento de una maquinaria pesada, etc.

Para calcular el campo difractado, tanto en la región escalar mediante las Ecs. (4) y (10), como en la región vectorial a partir de las Ecs. (9), (11) y (12), es necesario determinar primero la amplitud  $A(\alpha)$  del haz gaussiano. De la Ec. (2) y la Ec. (13) es inmediato obtener esta amplitud, resultando

$$A(\alpha) = \frac{L}{2} \exp[-iab] \exp \left[ -\frac{\alpha^2 L^2}{8} \right]. \quad (14)$$

Aunque los resultados numéricos que presentamos fueron obtenidos para un haz gaussiano, la teoría expuesta es más general y puede ser aplicable a otro tipo de haz; por ejemplo, se puede determinar el patrón de difracción de haces Hermite-Gauss [13], con lo cual es posible considerar modos de más alto orden de un láser.

El objetivo de este artículo es mostrar que cuando desplazamos el haz gaussiano a través de las dos rendijas y superponemos sus patrones de difracción de campo lejano, existen ciertos ángulos para los cuales la intensidad difractada es independiente de la posición del haz incidente, esto significa que para estos ángulos la intensidad difractada es constante cuando el haz sufre un desplazamiento sobre la pantalla; a estos ángulos los llamaremos "ángulos de intensidad constante (AIC)". Hemos verificado que estos AIC existen tanto en la región escalar como en la región vectorial para las dos polarizaciones fundamentales.

Para facilitar la exposición consideramos conveniente presentar los resultados numéricos primero para la región escalar y posteriormente para la región vectorial, ésta es una separación natural que simplificará nuestro objetivo.

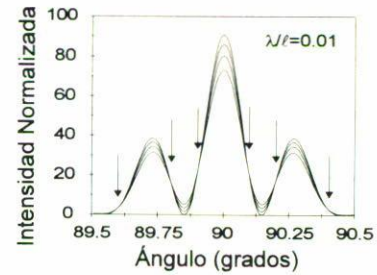


FIGURA 3. Patrones de difracción en la región escalar utilizando la teoría de Rayleigh-Sommerfeld. Un haz gaussiano incide normalmente sobre una pantalla metálica infinitamente delgada contenida por dos rendijas, con los parámetros siguientes:  $\lambda/\ell = 0.01$ ,  $d/\ell = 1$ ,  $L/\ell = 5/\sqrt{2}$  y las posiciones  $b/\ell = 1.5, 1.0, 0.75$  y  $2.5$ .

### 5.1. La región escalar

Para ilustrar la existencia de los ángulos con intensidad constante (AIC) en la región escalar, consideraremos que un haz gaussiano incide normalmente sobre una pantalla opaca infinitamente delgada, en la cual se tienen dos rendijas de ancho  $\ell = 1$  y una separación entre ellas igual a  $d/\ell = 1$ . El haz incidente está caracterizado por una longitud de onda  $\lambda/\ell = 0.01$ , por un ancho de cintura  $L/\ell = 5/\sqrt{2}$  y su posición con respecto al eje  $Oy$  tomó los siguientes valores  $b/\ell = 1.5, 1.0, 0.75$ , y  $2.5$ .

En la Fig. 3 graficamos como función del ángulo  $\theta$  las intensidades difractadas normalizadas a la intensidad incidente. En esta figura se observa claramente la presencia de los AIC que se obtienen como resultado de variar la posición del haz incidente sobre la pantalla. En esta figura se han señalado con flechas seis AIC, simétricamente localizados con respecto a la dirección perpendicular a la pantalla.

De nuestros resultados numéricos podemos decir que la existencia de estos AIC está garantizada siempre y cuando el haz incidente cubra a las dos rendijas. Si para alguna posición del haz no se cubren las dos rendijas, entonces, su patrón de difracción se separará de las intersecciones de los AIC, así, estos ángulos de intensidad constante se darán si se satisface que la posición de los haces incidentes esté dentro del siguiente intervalo:  $\ell + d/2 \pm L/2$ , con  $L > 2\ell + d$ .

Al analizar numéricamente la dependencia de los AIC en función del ancho del haz  $L$  y de su longitud de onda  $\lambda$ , se encontró la siguiente relación, válida únicamente en la región escalar:

$$\cos \theta_{AIC} = (2m-1) \left[ \frac{\lambda}{2} \left( \frac{1}{\ell+d} \right) \right] + \frac{\lambda}{6} \left[ \frac{1}{L\sqrt{2}} \right]^2 \mp \frac{\lambda}{2} \left[ \frac{1}{L\sqrt{2}} \right], \quad m = 1, 2, 3, 4, \dots, \quad (15)$$

donde  $\theta_{AIC}$  es la posición angular de los AIC. Hacemos notar que la Ec. (15) no requiere de ningún parámetro de ajuste. Discutamos brevemente los términos que intervienen en el miembro derecho de la Ec. (15):

a) El primer término determina la posición angular de los mínimos de un patrón de difracción obtenido cuando una onda plana incide normalmente sobre la pantalla. Observamos que cuando el ancho del haz incidente tiende a infinito, las posiciones angulares de los AIC convergen a estos mínimos. A este efecto lo llamaremos “colapso de los ángulos de intensidad constante”.

b) El segundo término nos da la corrección a los mínimos mencionados en el inciso (a), cuando el haz incidente es de ancho finito  $L$ . Hacemos notar que la influencia del ancho finito del haz tiene un comportamiento  $L^{-2}$ . Luego, este término será importante, principalmente cuando se tengan haces estrechos.

c) El último término nos muestra que los AIC se localizan simétricamente a cada lado de los mínimos del patrón de difracción de un haz de ancho finito  $L$  (ver Fig. 3). La separación entre los AIC y estos mínimos sigue un comportamiento de la forma  $\lambda/L$ .

d) El coseno de la posición angular de los AIC es proporcional a  $\lambda$ , esto significa que cuanto más cerca estemos del punto de transición [2] entre la región escalar y la región vectorial, dado por  $\lambda/\ell = 0.2$ , su localización se facilitará, además, cerca de este punto de transición es en donde los patrones de difracción se abren angularmente más, facilitando la detección de las intersecciones. Por el contrario, cuando nos aproximemos a la región de la óptica geométrica,  $\lambda/\ell \rightarrow 0$ , será prácticamente imposible localizarlos por dos razones. En primer lugar los patrones oscilan mucho en este límite y en segundo lugar éstos se hacen angularmente muy angostos [13].

En la Fig. 4 comparamos la posición angular de los AIC predicha por la Ec. (15) y la determinada utilizando la teoría de Rayleigh-Sommerfeld dada en la Sec. 2. Los parámetros que se utilizaron son  $\lambda/\ell = 0.03$  y  $d/\ell = 1$ . En la Fig. 4 se realizó esta comparación variando el ancho del haz incidente, la línea continua representa la variación de posición de un AIC calculada con la Ec. (15) y los puntos representan los resultados numéricos de la teoría de Rayleigh-Sommerfeld. Observamos que nuestra fórmula aproximada predice muy bien la posición de los AIC. Hemos realizado muchas otras comparaciones y los resultados siempre fueron muy buenos.

Antes de dejar la región escalar, consideramos importante mostrar que los dos primeros términos de la Ec. (15), son capaces de predecir la posición angular de los mínimos del patrón de difracción de un haz gaussiano que incide normalmente sobre la pantalla. En la Fig. 5 comparamos los mínimos calculados con estos dos términos y los determinados a partir de la teoría de Rayleigh-Sommerfeld. En esta figura hemos utilizado los mismos parámetros que en la Fig. 4 y se ha variado el ancho del haz incidente. Esta figura nos muestra que el acuerdo entre la Ec. (15) y la TRS es excelente.

La Fig. 5 nos sugiere un nuevo método para determinar el ancho de un haz gaussiano incidente a partir de la posición angular de los mínimos de su patrón de difracción. Un estudio más extenso en esta dirección está en proceso.

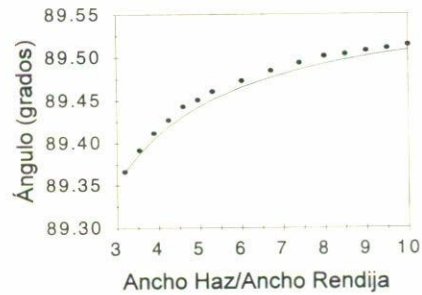


FIGURA 4. Evolución de la posición angular de un ángulo de intensidad constante (AIC) en función del ancho del haz gaussiano incidente, con  $\lambda/\ell = 0.03$  y  $d/\ell = 1$ . Los puntos fueron calculados con la teoría escalar de Rayleigh-Sommerfeld y la línea continua a partir de la Ec. (15).

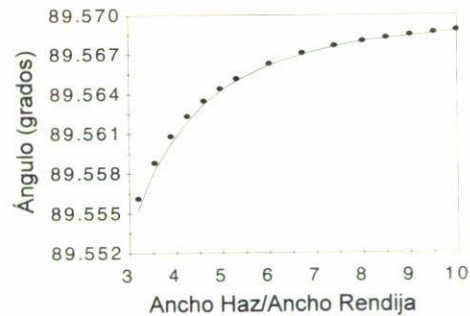


FIGURA 5. Variación de la posición angular de un mínimo en función del ancho del haz gaussiano incidente. Mismos parámetros que en la Fig. 4.

## 5.2. Región vectorial

En esta parte mostraremos que los AIC también existen en la región vectorial, pero dadas las dificultades inherentes a las teorías rigurosas de la difracción no nos fue posible determinar una expresión equivalente a la Ec. (15).

Se hizo incidir un haz gaussiano normalmente sobre una pantalla de espesor  $h/\ell = 1$ , en el cual se tienen dos rendijas de ancho  $\ell = 1$ , separadas por una distancia  $d/\ell = 1$ . El haz incidente tiene una longitud de onda de valor  $\lambda/\ell = 1.0$ , su ancho es  $L/\ell = 5/\sqrt{2}$  y se desplazo sobre la pantalla con los siguientes valores  $b/\ell = 2.5, 1.5, 1.0, 0.75$ .

En las Figs. 6a y 6b mostramos nuestros resultados para las polarizaciones T.E. y la polarización T.M., respectivamente. Como es usual en la región vectorial, los patrones de difracción angularmente se abren más que en la región escalar, como puede observarse al comparar estos resultados con los de la Fig. 3. Para el valor de la longitud de onda que hemos considerado, el efecto de la polarización se nota en las alturas de los máximos y en los extremos de los patrones, ésta es una característica que hemos sistemáticamente observado. En todos estos patrones la conservación de la energía se verificó con una excelente precisión de  $10^{-4}$ . Al igual que en la región escalar, se observa sin dificultad la presencia de los AIC, localizados simétricamente con respecto a la dirección normal a la pantalla.

Tabla I.

Longitud de onda ( $\lambda/\ell$ )	Ancho de la Gaussiana ( $L/\ell$ )	Rayleigh-Sommerfeld	Polarización T.M.	Polarización T.E.	Ec. (15)
0.01	$5/\sqrt{2}$	89.905	89.907	89.903	89.9102
0.01	$5/\sqrt{2}$	89.799	89.797	89.803	89.7956
0.1	$10/\sqrt{2}$	80.134	80.117	80.182	80.2024
0.1	$10/\sqrt{2}$	79.616	79.623	79.653	79.6205
0.1	$10/\sqrt{2}$	79.887	79.870	79.919	79.9116

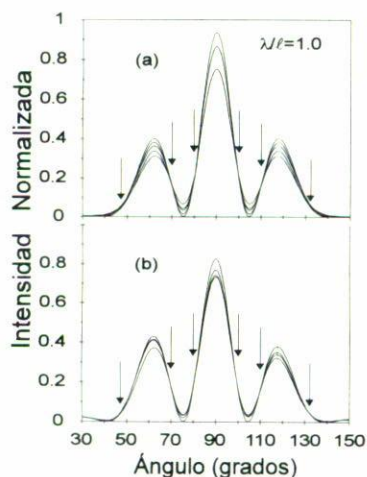


FIGURA 6. Patrones de difracción en la región vectorial utilizando una teoría rigurosa. Un haz gaussiano incide normalmente sobre una pantalla metálica gruesa conteniendo dos rendijas, con los parámetros siguientes:  $\lambda/\ell = 1.0$ ,  $h/\ell = 1.0$ ,  $d/\ell = 1.0$ ,  $L/\ell = 5/\sqrt{2}$  y las posiciones  $b/\ell = 2.5, 1.5, 1.0, 0.75$ . Para (a) polarización T.E. y (b) polarización T.M.

Realizamos muchos cálculos numéricos en la región vectorial, variando los parámetros optogeométricos y nuestras conclusiones pueden resumirse como sigue: La existencia de los AIC, al igual que en la región escalar, está garantizada cuando el haz cubre a las dos rendijas. Además, estos AIC están presentes en los patrones de difracción siempre y cuando la longitud de onda cumpla con la condición

$$\lambda/\ell < 1.3 \quad (16)$$

para las longitudes de onda mayores, las intersecciones que se obtienen no están tan bien definidas como las de la Fig. 6.

Finalmente, hemos aplicado nuestra teoría rigurosa de la difracción en la región escalar para las polarizaciones T.E. y T.M., y hemos comparado los resultados con los obtenidos con la teoría de Rayleigh-Sommerfeld. Con las dos teorías hemos utilizado los mismos parámetros, salvo que con la rigurosa tomamos el espesor de la pantalla igual a  $h/\ell = 1.0$ , mientras que en la TRS se consideró  $h/\ell = 0$ . En la Tabla I se dan las posiciones angulares de algunos AIC determinados por estas dos teorías, para varias longitudes de onda y varios

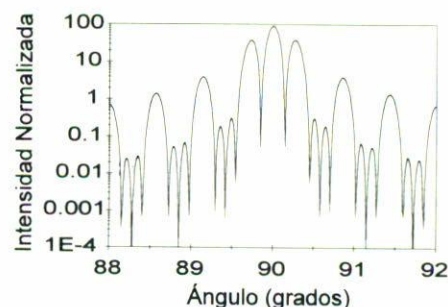


FIGURA 7. Patrones de difracción en la región escalar para  $\lambda/\ell = 0.01$  y  $L = 5/\sqrt{2}$ . En esta figura se han graficado los patrones de la teoría rigurosa calculados para la polarización T.M., con los espesores  $h/\lambda = 0, 50, 100$  y  $150$ . También hemos superpuesto el patrón de difracción determinado con la teoría de Rayleigh-Sommerfeld, para  $h/\lambda = 0$ .

anchos del haz incidente. En la tabla también se incluyen las predicciones proporcionadas por la Ec. (15).

Las conclusiones que podemos inferir de la Tabla I son muy interesantes. En primer lugar, observamos que el efecto de la polarización en la región escalar es prácticamente despreciable, como era de esperarse. En segundo lugar, la posición angular de los AIC no dependen del espesor de la pantalla, éste es un resultado nuevo y que nos ha sorprendido. Interesados por él hemos realizado más comparaciones y hemos encontrado que no únicamente los AIC son independientes del espesor de la pantalla, sino que también los patrones de difracción. En tercer lugar, esta tabla nos muestra nuevamente que la Ec. (15) predice muy bien la posición angular de los AIC.

En la Fig. 7, utilizando la teoría rigurosa para la polarización T.M., mostramos que los patrones de difracción de campo lejano son prácticamente independientes del espesor de la pantalla. Los parámetros utilizados son  $\lambda/\ell = 0.01$  y  $h/\lambda = 0, 50, 100$  y  $150$ . En esta figura también hemos superpuesto el patrón de difracción calculado con la teoría de Rayleigh-Sommerfeld, para  $h = 0$ . Como mencionamos más arriba, los patrones de difracción son prácticamente independientes del espesor de la pantalla, únicamente se observa una pequeña discrepancia en los máximos. Estos resultados significan que se puede utilizar la teoría de Rayleigh-Sommerfeld en la re-

gión escalar y con pantallas gruesas o delgadas, además, que la posición angular de los AIC no dependen del espesor de las mismas. Actualmente estamos realizando más cálculos para determinar los límites de validez de estas afirmaciones.

## 6. Conclusiones

Utilizando la teoría escalar de Rayleigh-Sommerfeld y una nueva teoría rigurosa de la difracción para las polarización T.E. y T.M., se ha encontrado la presencia de ángulos de intensidad constante (AIC) en los patrones de difracción de haces gaussianos bidimensionales difractados por dos rendijas,

cuando el haz se desplaza a través de las dos rendijas. Se determinaron las condiciones para la localización de los AIC. Se muestra la existencia de los AIC en la región escalar y en la región vectorial de la difracción. En la región escalar de la difracción se encontró una expresión que predice la posición angular de los AIC en función de las características de los haces incidentes y del sistema difractante.

## Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo de COFAA-IPN, México.

- 
1. O. Mata-Mendez, M. Cadilhac, and R. Petit, *J. Opt. Soc. Am.* **73** (1983) 328.
  2. O. Mata-Mendez, *Opt. Lett.* **16** (1991) 1629.
  3. Toshitaka Kojima, *J. Opt. Soc. Am.* **17** (1990) 1740.
  4. A. Zuñiga-Segundo and O. Mata-Mendez, *Phys. Rev. B* **46** (1992) 536.
  5. R. Csomor, *Appl. Opt.* **24** (1985) 2295.
  6. A. Sommerfeld, *Optics*, (Academic Press Inc., Nueva York, 1954), Chap. VI.
  7. Joseph W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, (McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1968), Chap. III.
  8. M.A. Alvarez-Cabanillas, Tesis Doctoral, ESFM-IPN, 1995.
  9. M.A. Alvarez-Cabanillas y O. Mata-Mendez, *Rev. Mex. Fís.* **40** (1994) 846.
  10. O. Mata-Méndez, *Rev. Mex. Fís.* **38** (1992) 850.
  11. O. Mata-Méndez y F. Chávez-Rivas, *Rev. Mex. Fís.* **39** (1993) 371.
  12. O. Mata-Méndez y F. Chávez-Rivas, *Rev. Mex. Fís.* **39** (1993) 706.
  13. O. Mata-Mendez and F. Chavez-Rivas, *J. Opt. Soc. Am.* **A12** (1995) 2440.