

Simulación de ronchigramas para lentes con superficies toroidales

Leonardo Téllez Arriaga^{1,2} y Alberto Cordero Dávila¹

¹ Posgrado en Optoelectrónica, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemerita Universidad Autónoma de Puebla

² Preparatoria Alfonso Calderón Moreno, Benemerita Universidad Autónoma de Puebla

Apartado postal 1152, 72000, Puebla, Pue., México.

Recibido el 17 de enero de 1998; aceptado el 10 de septiembre de 1998

Se presenta un algoritmo que permite la simulación de ronchigramas para lentes con superficies toroidales y se muestran resultados.

Descriptor: Simulación de ronchigramas; prueba de Ronchi; aberración toroidal

It is shown an algorithm by means of which it is possible to simulate ronchigrams for lenses with toric surfaces, some results are shown.

Keywords: simulate ronchigrams; Ronchi test; toric aberration

PACS: 42.79.Bh; 42.87.Ch; 42.90+g

1. Introducción

Las lentes con superficies toroidales se usan en los anteojos para corregir el astigmatismo. Para el control de calidad de estas lentes se propone el uso de la prueba de Ronchi, por lo que se requiere la simulación de los ronchigramas, ya que la idea en esta prueba consiste en la comparación entre el ronchigrama real y el simulado por la computadora [1].

En este trabajo se usa el hecho de que es posible la simulación de ronchigramas para cualquier sistema óptico a través del cual pueda efectuarse un trazo de rayos [2]. Por lo cual, en la Sec. 2, se hará una revisión del método de trazo de rayos usado desde la fuente de iluminación hasta el plano de la rejilla de Ronchi. En la Sec. 3, se describe, en primer lugar y para una pareja de rayos, el algoritmo que permite identificar si la línea que une los puntos de intersección de dos rayos en el plano de la rejilla de Ronchi intercepta el borde de alguna banda de la rejilla. En segundo lugar se analizan los algoritmos empleados para que el punto de intersección se determine con mayor precisión. Finalmente, en la Sec. 4 se presentaran los resultados y conclusiones.

2. Procedimiento general para el trazo de rayos a través de una lente

El trazo de rayos a través de una lente (Fig. 1) se realiza desde una fuente puntual hasta el plano de la rejilla de Ronchi, siguiéndose el procedimiento descrito por Spencer [3], en cuyo caso se calculan, con las coordenadas de la fuente, (X_F, Y_F, Z_F) , y los cosenos directores, (K_1, L_1, M_1) , del rayo incidente, las coordenadas (X_1, Y_1, Z_1) , del punto de intersección del rayo con la primera superficie. Con la ley de Snell en su forma vectorial, se calculan los cosenos directores (K'_1, L'_1, M'_1) del rayo refractado.

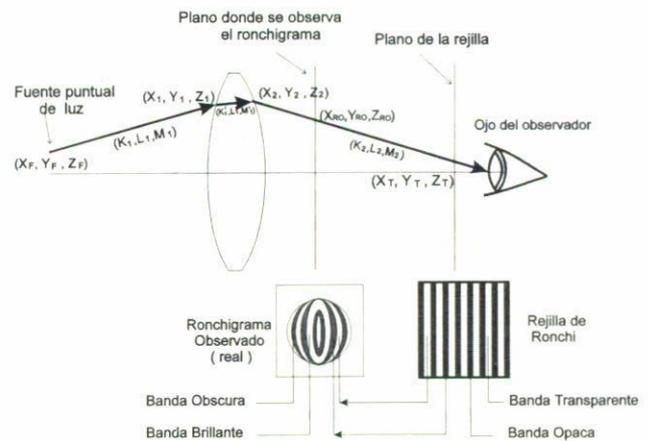


FIGURA 1. Se muestra el arreglo básico para la prueba de Ronchi y la geometría de un trazo de rayos.

En el proceso anterior se usó la expresión que describe la superficie toroidal (Fig. 2) que está dada por [4]

$$\left[R_2 - \sqrt{X^2 + (Z - R_1 - R_2)^2} \right]^2 + Y^2 - a^2 = 0 \quad (1)$$

Para efectuar el trazo de rayos son necesarias las expresiones de las componentes (K, L, M) del vector normal a la superficies en cada punto, las que están dadas por [3]

$$K = \frac{-2X \left[R_2 - \sqrt{X^2 + (Z - R_1 - R_2)^2} \right]}{\sqrt{X^2 + (Z - R_1 - R_2)^2}}, \quad (2)$$

$$L = 2Y, \quad (3)$$

$$M = \frac{-2(Z - R_1 - R_2) \left[b - \sqrt{X^2 + (Z - R_1 - R_2)^2} \right]}{\sqrt{X^2 + (Z - R_1 - R_2)^2}}. \quad (4)$$

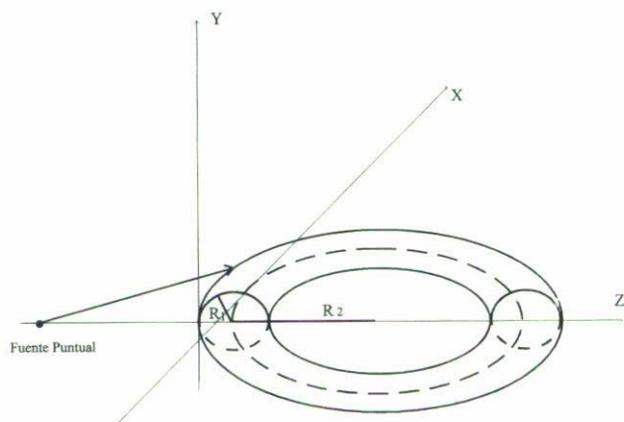


FIGURA 2. Toroide generado por la rotación de una circunferencia de radio R_1 , desde un sistema de referencia cuyo origen coincide con el vértice de la misma.

En las Ecs. (1) y (2) se usa un sistema de referencia cuyo origen coincide con el vértice de la superficie (Fig. 2) donde R_1 y R_2 representan los radios de curvatura de la superficie toroidal en las direcciones X e Y , respectivamente.

Una vez realizado el trazo de rayos (Fig. 1) deben calcularse tanto las coordenadas del punto de intersección del rayo con el plano de la rejilla de Ronchi (X_T, Y_T, Z_T), como las correspondientes coordenadas del mismo en el plano del Ronchigrama (X_{R0}, Y_{R0}, Z_{R0}).

Todos los cálculos realizados en nuestro programa de trazo de rayos, fueron comprobados originalmente con el programa comercial BEAM-3. Encontrándose que las diferencias no fueron mayores que 2×10^{-6} en los cosenos directores y de 4×10^{-6} en las coordenadas, para una sola superficie toroidal.

3. Identificación de los rayos que llegan a los bordes de la rejilla de Ronchi

La rejilla de Ronchi está formada por un conjunto de bandas rectas e igualmente espaciadas, alternándose una banda opaca con una transparente. En nuestro caso las bandas se considerarán paralelas al eje X .

La rejillas comerciales se caracterizan por el número de líneas por pulgada, N_L . Por simplicidad supondremos que el ancho de una banda opaca es igual a la de una transparente. Por lo tanto, se puede calcular el ancho D_L de una banda opaca o transparente (en centímetros) como

$$D_L = \frac{254}{2N_L}. \quad (5)$$

Desde el punto de vista de la óptica geométrica, un ronchigrama está compuesto de bandas claras y oscuras alternadas. Una banda oscura que se observa en el ronchigrama corresponderá a todos aquellos puntos por donde pasaron los rayos, en el plano de observación, que finalmente incidieron

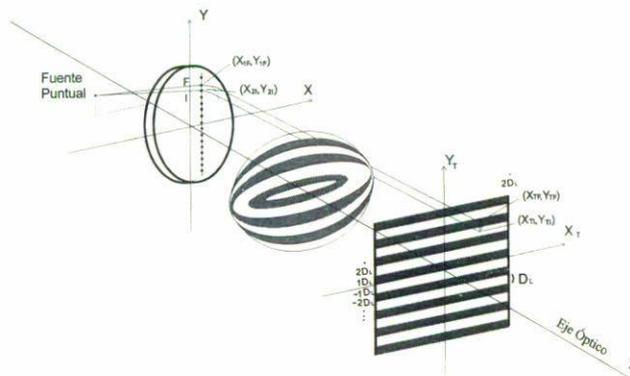


FIGURA 3. Esquema para dos rayos consecutivos I y F, donde ambos caen en diferentes bandas, para identificar un borde de la rejilla.

en una banda opaca sobre la rejilla de Ronchi. Equivalentemente, los puntos pertenecientes a una franja brillante del ronchigrama, son aquellos puntos por lo que pasaron los rayos que al cruzar la rejilla lo hicieron sobre una banda transparente de la misma (Fig. 1).

Para simular un ronchigrama, podrían trazarse todos los rayos que llegan a la lente e identificarlos de acuerdo a si inciden sobre una banda clara o una oscura sobre la rejilla. Sin embargo, de todo este conjunto de rayos es suficiente con identificar a aquellos que inciden en los bordes de las bandas, con lo cual quedarán delimitadas las fronteras de las franjas del ronchigrama.

El proceso anterior se simplifica si entendemos que un rayo que pasa por el borde de una franja en el ronchigrama pasará también por el borde de una banda de la rejilla.

Aquello que en primer lugar se realizó, fue trazar los rayos que inciden en la primera superficie (Fig. 3) en puntos igualmente espaciados y sobre una recta definida por $X = \text{cte}$.

Para dos rayos consecutivos (I y F), (Fig. 3), suficientemente cercanos (0.2 cm), puede suceder que cuando lleguen a la rejilla lo hagan: (a) sobre una misma banda clara; (b) sobre una banda oscura; o bien que (c) uno está en una clara y el otro en una oscura. Sólo en el último de los casos es un indicativo para suponer que la recta que une los puntos de intersección de los rayos en el plano de la rejilla se interceptará con algún borde de la banda de la misma (Fig. 3).

Desde el punto de vista numérico el proceso de identificación anterior [5] lo desarrollamos sobre la base de que para cualquier rayo que cruza el plano de la rejilla de Ronchi, con coordenadas (X_T, Y_T, Z_T), la cantidad

$$b_m = \text{INT} \left(\frac{Y_T}{D_L} \right) \quad (6)$$

identificara al borde inmediato inferior de la rejilla, donde la instrucción INT significa que se calcula la parte entera de la cantidad que aparece entre paréntesis (Fig. 4).

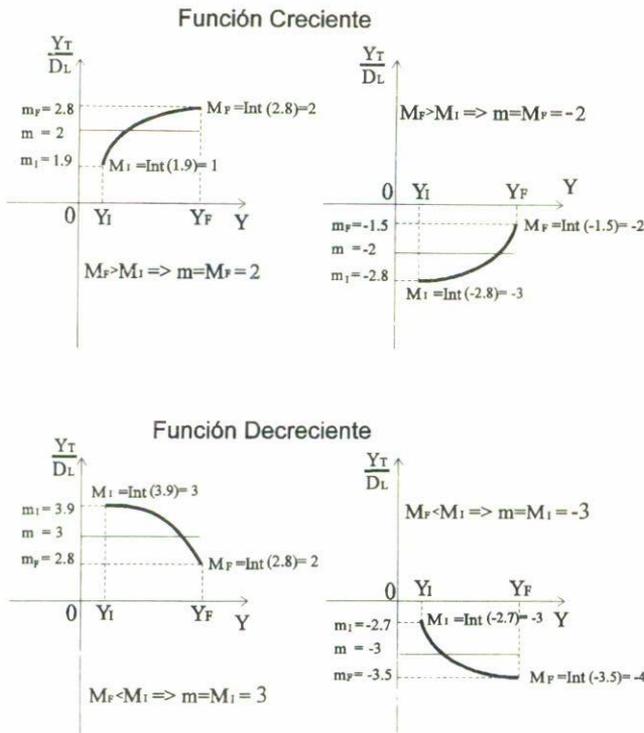


FIGURA 4. Se muestra a manera de ejemplo para dos rayos I y F que caen en diferentes franjas, cuál orden de interferencia m se debe de escoger.

De este último se desprende que cuando tomamos dos rayos I y F, y calculamos

$$M_I = \text{INT} \left(\frac{Y_{TI}}{D_L} \right), \tag{7}$$

$$M_F = \text{INT} \left(\frac{Y_{TF}}{D_L} \right), \tag{8}$$

puede conocerse si los dos rayos caen en diferentes zonas, cuando M_I y M_F son diferentes.

Debe tenerse especial cuidado en identificar adecuadamente el número m de tal borde que está dado por

$$m = \begin{cases} M_F & \text{si } M_I < M_F, \\ M_I & \text{si } M_I > M_F. \end{cases} \tag{9}$$

Una vez identificado el subintervalo donde se localiza al borde m -ésimo, es necesario conocer con mayor precisión el punto de intersección de la recta de barrido con el borde de la rejilla. Para esto se usó un algoritmo que no requiere evaluación de la derivada de Y_T , como sería el caso del método de Newton, ya que ésta no es posible calcularla con el trazo de rayos que se utilizó. Por lo anterior, se usó el método de cuerdas [6, 7], con ayuda del cual se desea calcular el cero de la función

$$Y_T(y) - mD_L = 0 \tag{10}$$

Para la aplicación del algoritmo anterior debe suponerse que la función es aproximadamente lineal en el intervalo bajo interés, lo cual se cumple si el intervalo es suficientemente pequeño.

Para simular ronchigramas se realizó un programa del que se obtuvieron los resultados que se discuten en la siguiente sección.

4. Resultados

El programa para simular ronchigramas se corrió para algunos casos particulares con variaciones en algunos parámetros, tanto de la lente como de la fuente. Los parámetros usados en la simulación aparecen en las figuras. La notación empleada comprende a: R_1 = radio de curvatura en la dirección X ; R_2 = radio de curvatura en la dirección Y ; T_1 = espesor de la lente; $F(X_F, Y_F, Z_F)$ son las coordenadas de la fuente respecto al vértice de la primera superficie de la lente; D_L = diámetro de la lente; N_L = número de líneas por pulgada de la rejilla; T_2 = posición de la rejilla respecto al vértice de la segunda superficie. En todos los casos usamos índice de refracción de 1.5 y las distancias en cm.

4.1. Lentes con superficies esféricas

4.1.1. Fuente sobre el eje óptico

(a) En este caso se simularon los ronchigramas de tal forma que los centros de curvatura de ambas superficies, coincidieran con la posición de la fuente para generar un frente de onda esférico perfecto. En este caso se conoce que las franjas deben ser rectas e igualmente espaciadas. Los resultados se muestran en la Fig. 5 y también se indican las características de la lente.

Aquí se puede apreciar que independientemente de la posición de la rejilla y del número de líneas por pulgada de la misma siempre se obtienen franjas rectas e igualmente espaciadas. También puede notarse el aumento o disminución del número de franjas con la posición de la rejilla y el cambio del número de franjas con el número de líneas por pulgada de la misma.

(b) Se simularon ronchigramas con una lente biconvexa simétrica y con el objeto a 100 cm de la lente. En este caso el frente de onda que sale de la lente ya no es esférico perfecto y tiene aberración de esfericidad. Los ronchigramas se muestran en la Fig. 6, las franjas no son rectas e igualmente espaciadas; además de que la curvatura de las franjas se invierte si se cambia la posición de la rejilla, alrededor del punto de menor número de franjas. Estos resultados son conocidos en la simulación de ronchigramas y pueden encontrarse en la Fig. 9.4 de la Ref. 8.

4.1.2. Fuente fuera del eje óptico

Se simularon ronchigramas con la fuente fuera del eje óptico. En este caso el frente de onda está afectado fundamentalmente por aberración de coma.

En las Figs. 7 y 8 se muestran aplicaciones con la fuente fuera del eje, en dirección X e Y , respectivamente. Estos

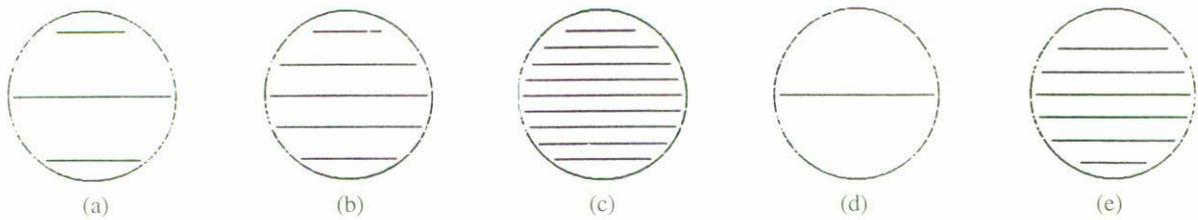


FIGURA 5. Ronchigrama de una lente con superficies esféricas con radios de curvatura $R_1 = 10.5$ y $R_2 = 10$, donde el frente de onda es esférico perfecto. Los valores de los parámetros son: $F(0, 0, 10.5)$, $D_I = 2.5$, $E_P = 0.2$, $T_1 = 0.5$ y diferentes valores para N_L y T_2 . Para $T_2 = 9.5$ y (a) $N_L = 25$, (b) 50, y (c) 100; para $N_L = 50$ y (d) $T_2 = 9.8$, y (e) 9.3.

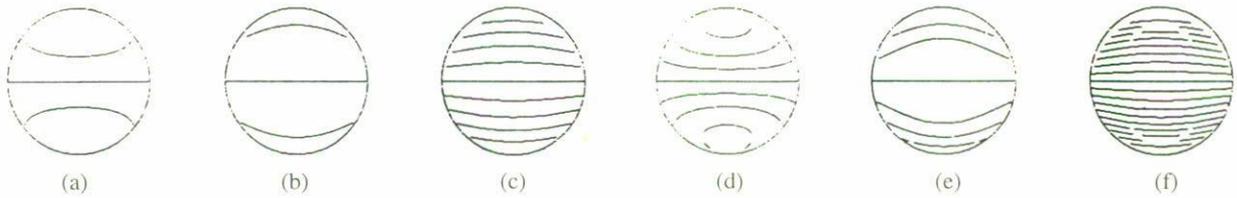


FIGURA 6. Ronchigrama de una lente con dos superficies esféricas diferentes con radios de curvaturas $R_1 = 20$, $R_2 = 20$ y $R_1 = -20$, $R_2 = -20$, donde el frente de onda ya no es esférico perfecto. Los valores de los parámetros son: $F(0, 0, -100)$, $D_I = 4$, $E_P = 0.2$, $T_1 = 1$ y diferentes valores para N_L y T_2 . Para $N_L = 50$ (a) $T_2 = 24$, (b) 25, y (c) 26; para $N_L = 100$ (d) $T_2 = 24$, (e) 25 y (f) 26.

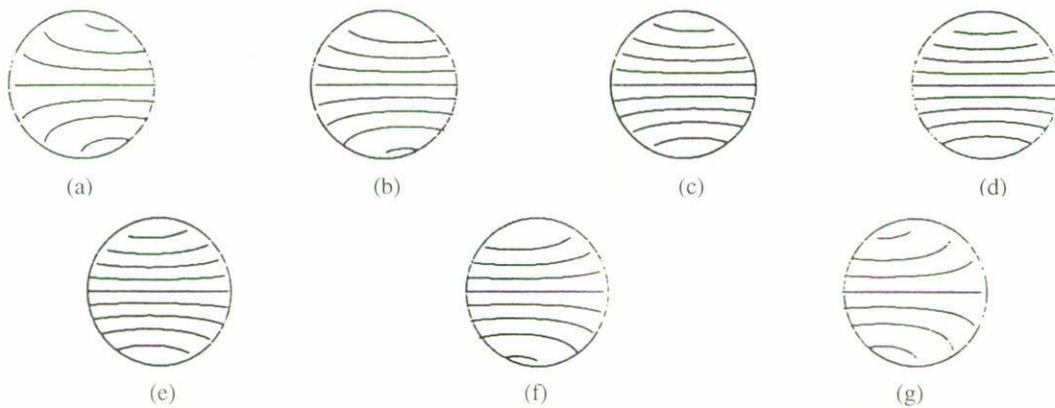


FIGURA 7. Ronchigrama de una lente con dos superficies esféricas diferentes con radios de curvaturas $R_1 = 20$, $R_2 = 20$ y $R_1 = -20$, $R_2 = -20$, la fuente fuera del eje óptico, sobre el eje X para diferentes valores de las coordenadas (a) $(-15, 0, -100)$, (b) $(-10, 0, -100)$, (c) $(-5, 0, -100)$, (d) $(0, 0, -100)$, (e) $(5, 0, -100)$, (f) $(10, 0, -100)$, (g) $(15, 0, -100)$, y valores de los parámetros $D_I = 4$, $N_L = 50$, $E_P = 0.2$, $T_1 = 1$ y $T_2 = 23$.

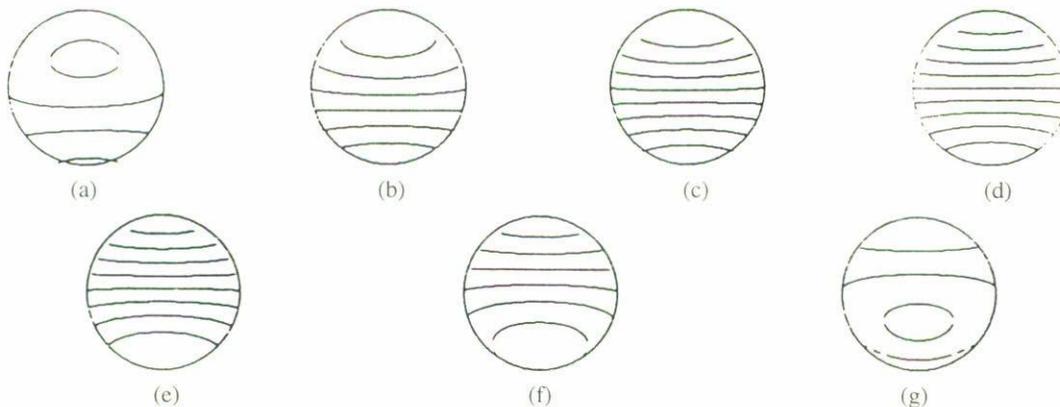


FIGURA 8. Ronchigramas de una lente con las mismas características que en la Fig. 7 pero la fuente fuera del eje óptico, sobre el eje Y para diferentes valores de las coordenadas (a) $(0, -15, -100)$, (b) $(0, -10, -100)$, (c) $(0, -5, -100)$, (d) $(0, 0, -100)$, (e) $(0, 5, -100)$, (f) $(0, 10, -100)$, y (g) $(0, 15, -100)$.

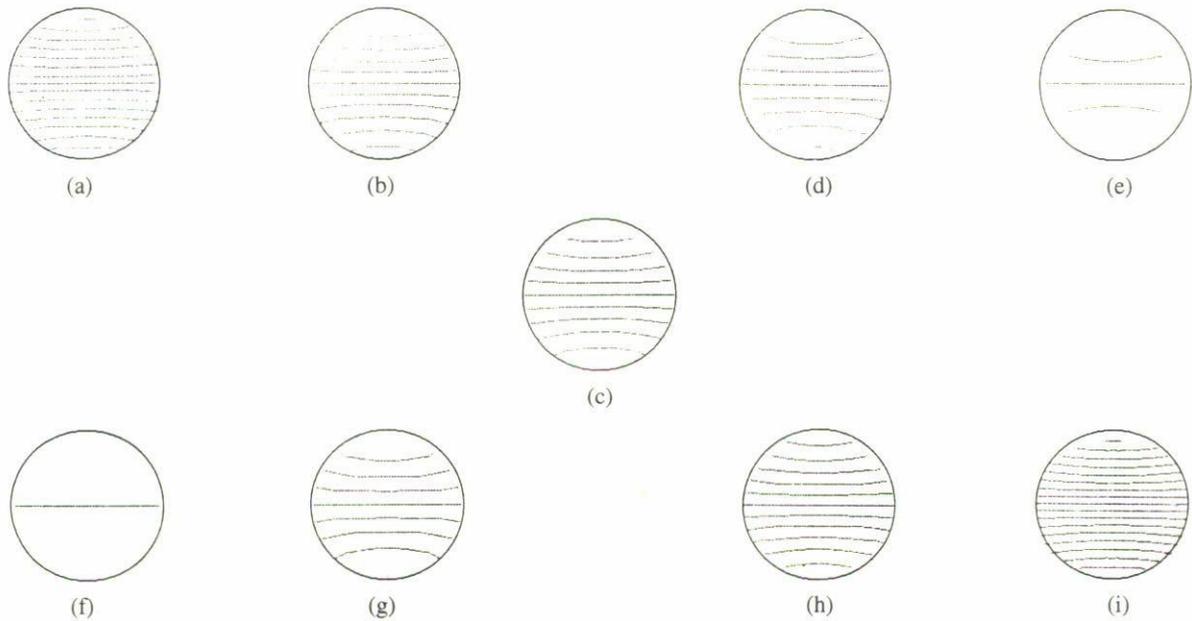


FIGURA 9. Ronchigramas de una lente con superficie esféricas y toroidales, valores de los parámetros $D_I = 4$, $N_L = 50$, $E_P = 0.2$, $T_1 = 1$, $T_2 = 23$, coordenadas $F(0, 0, -100)$ y radios de curvaturas $R_1 = 20$, $R_2 = 20$ y $R_1 = -20$ con diferentes valores para R_2 (a) -19.5 , (b) -19.9 , (c) -20 , (d) -20.1 y (e) -20.5 . Rotación de 90° $R_2 = -20$ con diferentes valores para R_1 (f) -19.5 , (g) -19.9 , (c) -20 , (h) -20.1 y (i) -20.5 .

ronchigramas coinciden con los mostrados en la Fig. 9.5 de la Ref. 8 y que fueron calculados introduciendo coma y defoco en la expansión de la diferencia de caminos ópticos.

4.2. Lentes con superficies toroidales

Cuando los dos radios de curvatura de la superficie toroidal son iguales, como en el caso de la sección anterior, el número de franjas es idéntico incluso cuando la lente es rotada 90 grados alrededor de su eje óptico (Fig. 9). Sin embargo, cuando los dos radios de curvatura son diferentes, entonces se presenta, además de la aberración de esfericidad, la de astigmatismo, que se identifica por que cambia el número de franjas al rotar la lente 90 grados. Este efecto es notorio cuando

la diferencia entre los dos radios de curvatura de la toroide crece (Fig. 9). Estos ronchigramas son semejantes a los que se encuentran en la Fig. 9.6 de la Ref. 8. Sin embargo, en esta referencia, se calculan introduciendo astigmatismo en la expansión de la DCO.

5. Conclusiones

Se desarrollo un algoritmo en QBASIC para simular ronchigramas para superficies toroidales y con la fuente en cualquier posición. Como era de esperarse puede ser útil para el control de calidad de las lentes oftálmicas ya que en la prueba de Ronchi es posible determinar y medir las aberraciones conocidas y particularmente el astigmatismo.

1. D. Malacara and A. Cornejo, *Appl. Opt.* **10** (1971) 679.
2. A. Cordero Dávila, A. Cornejo Rodriguez, and O. Cardona Núñez, *Appl. Opt.* **31** (1992) 2370.
3. G.H. Spencer and M.V.R.K. Murty, *Journal of the Optical Optical. Society of America* **52** (1962) 672.
4. O. Cardona Núñez *et al.*, *Appl Opt.* **26** (1987) 4832.
5. L. Téllez Arriaga, Tesis de Licenciatura, FCFM, BUAP, 1995.
6. A.G. Kurosch, *Curso de Álgebra Superior*, (Mir, Moscú, 1995).
7. N.Ya. Vilenkin, *Método de Aproximaciones Sucesivas*, (Mir Moscú, 1978).
8. A. Cornejo Rodriguez, *Optica Shop Testing*, edited by D. Malacara, (John Wiley, Nueva York, 1992), Chap. 9.