

Determinación de la vida media de K_s^0

Z. Urrutia

Universidad de San Carlos de Guatemala Cd. Universitaria, Av. Petapa Zona 12, 1012 Guatemala, Guatemala

J. Félix

Instituto de Física de la Universidad de Guanajuato, Apartado postal E-143, León, Gto., Mexico

Recibido el 27 de enero de 1998; aceptado el 18 de septiembre de 1998

En una muestra de alta estadística de K_s^0 's, creada en reacciones pp a 27.5 GeV, determinamos la vida media de K_s^0 . El valor obtenido para la vida media de K_s^0 es: $(0.893 \pm 0.006) \times 10^{-10}$ s. Este resultado coincide, dentro de los errores experimentales, con el valor mundialmente aceptado. En este artículo describimos los detalles experimentales y la técnica empleada para medir la vida media.

Descriptores: Vida media; kaon; espectroscopía

In a K_s^0 -high-statistics sample, created in pp reactions at 27.5 GeV, we determined K_s^0 mean life to be $(0.893 \pm 0.006) \times 10^{-10}$ s. This result agrees, inside experimental errors, with the world wide accepted value. In this paper we describe the experimental details and the used technique to measure K_s^0 mean life.

Keywords: Mean life; kaon; spectroscopy

PACS: 13.25.+m; 14.40.Aq

1. Introducción

Una de las propiedades de las partículas, acaso la más estudiada, es la vida media. Ésta se define como el intervalo de tiempo necesario para que de una muestra de N partículas, decaigan N' : donde $N' = N(1 - e^{-1})$. La vida media de una partícula es, por tanto, el tiempo necesario para que decaiga aproximadamente el 63% [$\sim (1 - e^{-1})$] de la muestra [1].

El orden de magnitud de la vida media de las partículas está relacionado con los mecanismos involucrados en su desintegración o decaimiento. Por ejemplo, el K_s^0 (o k -short, como se le conoce en la literatura) es un mesón neutro que decae vía la interacción débil; sus canales principales de decaimiento son [2]: (a) $K_s^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, en el $\sim 68.6\%$ de los casos y (b) $K_s^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$, en el $\sim 31.4\%$ de los casos. Normalmente, por razones experimentales, el primer canal de decaimiento es el preferido para determinar la vida media de K_s^0 ; dado que es relativamente fácil registrar partículas cargadas, y porque además la vida media de las partículas no depende de los productos finales del decaimiento, sino enteramente de las interacciones que tienen lugar en la desintegración.

A lo largo de los últimos treinta años, se han llevado al cabo varios experimentos para determinar la vida media de K_s^0 (τ) [3-15]. El promedio mundial, determinado hasta 1996, para la vida media de K_s^0 es: $(0.8932 \pm 0.0010) \times 10^{-10}$ s [2]. Este promedio está calculado usando resultados obtenidos por distintos grupos desde 1972 hasta 1995 [3-9]. En la mayoría de estos experimentos se mide el valor de τ como parte de estudios fenomenológicos de la interferencia entre los estados K_s^0 y K_L^0 , estos no son más que los estados observados del sistema de kaones neutros, $K^0 - \bar{K}^0$. Los kaones K_s^0 y K_L^0 casi tienen la misma masa

pero difieren considerablemente en sus vidas medias (la vida media de K_L^0 es aproximadamente seiscientos veces mayor que la correspondiente a K_s^0). Cuando se estudia la interferencia entre los estados K_s^0 y K_L^0 , el objetivo central es verificar las predicciones de modelos particulares (por ejemplo, el modelo *superdébil* [4]), o bien estudiar los parámetros de la violación de la simetría CP en el sistema de kaones neutros [3].

El objetivo de esta investigación es determinar la vida media de K_s^0 , en el modo de decaimiento dominante, independientemente de alguna predicción teórica particular. La vida media de K_s^0 la obtenemos directamente del estudio de los tiempos propios de decaimiento. La muestra estudiada proviene del experimento Brookhaven National Laboratory (BNL) E766. En el estudio consideramos eventos inclusivos; es decir, eventos de la forma: $pp \rightarrow K_s^0 X$, en donde X representa a otros productos de la interacción que no son de interés para este estudio. Hemos considerado que la contribución a la muestra por decaimientos $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ es nula; esta suposición es plausible, ya que dadas las dimensiones del detector no es posible coleccionar K_L^0 's, como se verá más adelante.

Por otro lado, el teorema CPT afirma que los sistemas físicos son invariantes bajo la acción combinada de las operaciones, en cualquier orden, de: paridad ($\mathbf{P} : \mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$), conjugación de la carga ($\mathbf{C} : q \rightarrow -q$) e inversión temporal ($\mathbf{T} : t \rightarrow -t$) [16]. Una consecuencia del teorema CPT es: *la masa y la vida media de las partículas deben de ser idénticas a la masa y a la vida media de las correspondientes antipartículas*. A la fecha, no se han encontrado evidencias de la violación del teorema CPT. Por esto, podemos considerar que lo expuesto en este artículo, respecto de la vida media de K_s^0 , es también válido para su respectiva antipartícula (\bar{K}_s^0).

2. El experimento

El experimento BNL E766 no fue motivado por algún modelo o predicción teórica en particular. Su objetivo principal fue estudiar sistemáticamente reacciones exclusivas (*i.e.*, reacciones cuyo estado final es plenamente conocido), particularmente procesos de disociación difractiva en reacciones pp . El haz de protones empleado en el experimento, portaba una energía promedio de 27.5 GeV [17], y fue producido en el AGS (*acrónimo inglés de Alternating Gradient Synchrotron*) del BNL. El haz era conducido hacia un blanco de hidrógeno líquido aislado térmicamente a 4.3 K y a 1.1 atm. Para la longitud total del blanco (30.48 cm), la probabilidad de interacción era de $\sim 4\%$ [17]. Las partículas cargadas producidas en la interacción primaria pp fueron detectadas mediante un espectrómetro de alta segmentación; éste era capaz de registrar interacciones a altas razones de producción y reconstruir las trayectorias de los productos finales con eficiencia; fue especialmente planeado para tratar eventos de alta multiplicidad (hasta 20 partículas cargadas en el estado final) [18].

El espectrómetro del BNL E766 se caracteriza por poseer una gran apertura y el mínimo de material en su construcción, para reconstruir de manera rápida, precisa, y eficiente los estados finales de las interacciones, minimizando los efectos de la dispersión múltiple y de las interacciones secundarias [18]. La base estructural del espectrómetro es un gran dipolo magnético con una apertura de aproximadamente 2.20 m \times 1.24 m \times 2.64 m [17]. El campo magnético dentro de la apertura no es uniforme, va desde ~ 2 kG, en los bordes, hasta ~ 10 kG en el centro del magneto, proporcionando a las partículas cargadas un momento transversal promedio de 350 MeV/c [19]. El paso de las partículas cargadas a través del espectrómetro era detectado por un sistema de seis cámaras proporcionales multialámbricas o cámaras de deriva colocado dentro del gran magneto. A partir de las mediciones realizadas por las cámaras, se reconstruyeron las trayectorias de las partículas y se determinaron sus cargas y momentos. Los momentos de las partículas se midieron a partir de la curvatura de sus trazas y del conocimiento detallado del campo magnético; el signo de la carga se determinó por el sentido de la curvatura de las trayectorias. La estabilidad del campo magnético fue fundamental para la medición precisa de los momentos; se estableció que las variaciones en el campo magnético no excedían el $\pm 5\%$ [20]. Para disminuir los efectos de la dispersión múltiple de Coulomb, se minimizó la cantidad de material empleado en la construcción del detector; el material de las seis cámaras representaba aproximadamente el 0.15% de la longitud de radiación para el H_2 del blanco [21]. La eficiencia de una sola cámara excedía el 99%, y la resolución en la medición del momento para una partícula que pasaba a través de las seis cámaras de deriva era de $\Delta P(\text{fwhm})/P \approx 0.01$ [20]. Otros elementos del espectrómetro son: el sistema de contadores de centelleo, o sistema de tiempo de vuelo (*time of flight* o TOF), y un contador Cerenkov empleados en la identificación directa de las partículas cargadas. Los detalles de la construcción del espec-

trómetro, del sistema de adquisición de datos, y del proceso inicial de análisis de datos se describen en las Refs. 17–19 y 21–24. Un recuento breve de los detalles experimentales y del proceso inicial del análisis de datos se encuentra en la Ref. 32.

El experimento registró, durante la toma de datos de 1986, aproximadamente 3×10^8 eventos [21]. El proceso de análisis de datos fue diseñado en fases sucesivas o pasos. En los primeros tres pasos, se reconstruyeron los eventos hasta su estado final. La reconstrucción de los eventos consistió en: (a) la reconstrucción de las trayectorias, (b) la determinación de vértices, y (c) la identificación de las partículas.

Después de reconstruidas las trayectorias, con la información proporcionada por las cámaras de deriva, la siguiente etapa en el análisis consistió en localizar los puntos en los que las partículas eran producidas o decaían —a estos puntos se les llamó vértices—. El punto en donde el protón incidente interactuaba con un protón del blanco se consideraba como el *vértice primario*. Los vértices primarios se encontraron requiriendo la intersección de al menos tres trayectorias [17]. Todos los eventos reconstruidos hasta su estado final contenían un vértice primario [24]. Los vértices separados del vértice primario, o *vértices secundarios*, eran encontrados requiriendo la intersección de al menos dos trayectorias [17]. Los vértices secundarios eran candidatos a ser asociados al decaimiento de partículas. Para esclarecer la identidad de la partícula que decaía, a las trazas que formaban el vértice secundario les fueron asignadas todas las identidades razonablemente posibles (e^\pm , π^\pm , K^\pm , $p\bar{p}$, y deuterón), con estas hipótesis se reconstruyeron las masas invariantes de las hipotéticas partículas: (Λ^0 , $\bar{\Lambda}^0$, K^0 , K^\pm , Ξ^\pm , entre otras [24]). Se guardaron como identidades posibles aquellas que coincidieron, dentro de ciertos límites, con las masas conocidas de las partículas; si dos o más hipótesis daban masas conocidas de distintas partículas se conservaron éstas como la identidad posible de la partícula. Aproximadamente el 10% de los eventos registrados contenía un vértice secundario [24]. Cuando se tuvo la localización del vértice primario y la del secundario, esta información fue utilizada para mejorar la reconstrucción de las trayectorias de las partículas.

Las partículas producidas en cada evento (entre ellas los piones producto del decaimiento de K_s^0) se identificaron de manera directa, cuando se usaron el momento y la velocidad de la partícula asociados a la traza para determinar la masa correspondiente. El sistema TOF fue utilizado para medir las velocidades de las partículas que viajaban con momentos menores que 1.6 GeV/c [23]. A partir de esta información se calculaban las diferencias entre el tiempo empleado por la partícula en recorrer una distancia dada, y el tiempo predicho bajo las suposiciones de que la partícula era un pión, protón, kaón o deuterón [21]. Por arriba de estos valores de momentos, la diferencia entre los tiempos medidos y los predichos bajo varias suposiciones, era menor que la resolución del TOF [21]; en estos casos se utilizó la información del contador Cerenkov para discriminar las partículas a través del conocimiento de los momentos umbrales para piones, kaones,

y protones en el medio radiador del contador (Freón 114, con un momento umbral para piones de 2.55 GeV/c) [23].

La identificación indirecta de las partículas se llevó a cabo cuando a cada traza se le asignó una identidad posible, y se impusieron condiciones de conservación de momento-energía, carga eléctrica, extrañeza (se permitió la violación en una unidad de extrañeza, en decaimientos débiles), número leptónico, etcétera, para seleccionar la asignación más probable. Detalles de estos procedimientos de identificación de partículas se pueden ver en las Refs. 18, 19, 21–23.

Aproximadamente 3×10^6 eventos, cumplieron con las condiciones impuestas en las primeras tres etapas del proceso de análisis; esto es, cumplieron con los criterios impuestos para ser considerados eventos exclusivos.

3. Selección de la muestra de datos estudiada

Al concluir las primeras tres etapas del proceso de análisis, se cuenta con un conjunto de eventos, donde cada evento tiene al menos una solución (es decir, una asignación de un conjunto de identidades probables para las partículas asociadas a las trazas del evento). La muestra para nuestro estudio presente fue seleccionada imponiendo sobre los eventos las siguientes condiciones:

1. Eventos con únicamente una trayectoria del haz. Esta condición exige el choque de sólo un protón del haz con un protón del blanco de hidrógeno.
2. Eventos con exactamente dos vértices. Mediante esta condición seleccionamos eventos en los que se detecta el decaimiento de solamente uno de los productos primarios.
3. La identidad de la partícula asignada al segundo vértice debía ser consistente con kaón neutro (en el modo de decaimiento $\pi^+\pi^-$).
4. La extrapolación hacia el blanco de la composición de las trayectorias que están asignadas al segundo vértice debió pasar por el vértice primario. Esta condición se impone para asegurar que las partículas detectadas sean producto de la interacción primaria pp (o dicho de otra manera, para reducir la probabilidad de que provengan de reinteracciones de las partículas producidas en el vértice primario o de otras interacciones no propiamente generadas en el vértice primario).
5. El vértice primario debía localizarse dentro del blanco.
6. El vértice secundario debía localizarse fuera del blanco. Esta condición se impone para garantizar mínimas pérdidas de energía de las partículas hijas; las mayores pérdidas de energía se dan cuando las partículas viajan a través de los medios más densos, como el material del blanco.

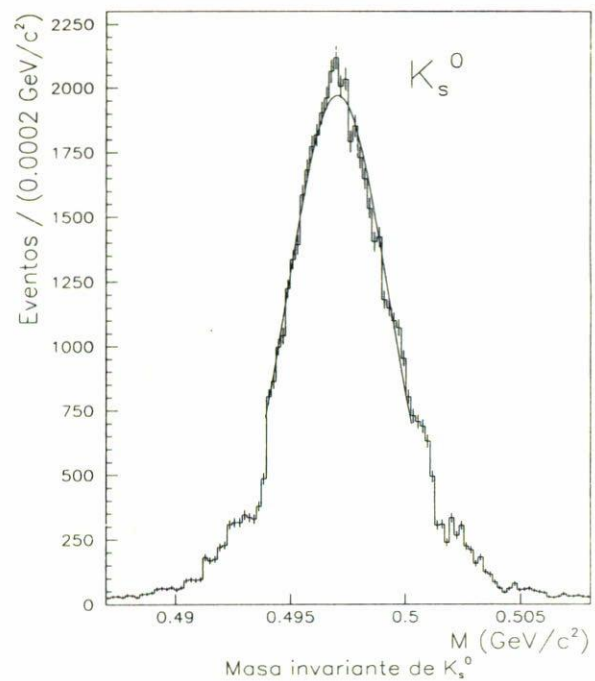


FIGURA 1. Distribución de la masa invariante de 56 131 eventos $K_s^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$. Ajustando a una gaussiana en la región de mayor precisión, se obtiene: (0.497 ± 0.002) GeV/c²; χ^2 por grado de libertad ~ 3.5 .

De una muestra inicial de 200 000 eventos superseleccionados (cuyo vértice secundario probó ser consistente con kaón), 56 131 eventos cumplieron con las condiciones impuestas. Esta es la muestra usada en el presente estudio.

Para asegurar que la muestra corresponde efectivamente a eventos del tipo $K_s^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, se construye la distribución de la masa invariante de K_s^0 a partir de las masas y momentos de sus productos de decaimiento. La distribución de la masa invariante de K_s^0 (Fig. 1) se ajustó a una distribución gaussiana; del ajuste se encontró $M_{K_s^0} = 0.497$ GeV/c², como la media de la distribución, y $\sigma = 0.002$ GeV/c², como la desviación estándar. El resultado obtenido está en buen acuerdo con el promedio mundial reportado [2]: (497.672 ± 0.031) MeV/c². El ajuste se realizó en la región central de la distribución, entre los límites 0.4945 GeV/c² y 0.5005 GeV/c². En esta región contribuye predominantemente la información proveniente de las trazas dejadas por partículas que cruzaron las seis cámaras, lo que permite la mayor precisión en la determinación de los momentos de π^+ y π^- utilizados para calcular la masa invariante de K_s^0 . La aparición de los *hombros* de la distribución de masas del kaón se debe a cortes impuestos durante la toma de datos.

Debido a la gran resolución del espectrómetro en la determinación de la masa de K_s^0 , se considera que las contribuciones a la muestra por ambigüedades cinemáticas entre K_s^0 y Λ^0 , $\bar{\Lambda}^0$ y γ (fotones), es despreciable; situamos, *grosso modo*, esta contaminación por debajo del 5% [20]. Por otro lado, en la muestra estudiada no hay contribuciones de $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$,

debido a que K_L^0 viaja alrededor de 15.5 m antes de decaer [2], esta longitud sobrepasa las dimensiones del detector, de tal forma que prácticamente todos escapan del detector antes de decaer; compárese con la distancia promedio que viaja K_s^0 , aproximadamente 2.68 cm.

4. Análisis de la muestra de datos y resultados

La vida media de K_s^0 (τ) se determinó directamente del estudio de la distribución de tiempos propios de decaimiento de la muestra. Se entiende por tiempo propio de decaimiento (t_o), el intervalo de tiempo que transcurre entre la creación y el decaimiento de una partícula, medido en un marco de referencia en el que la partícula está en reposo.

Los tiempos propios de decaimiento de K_s^0 se calcularon a partir de los momentos y de las distancias medidos en el laboratorio, según la expresión [25]

$$t_o = \frac{d}{\beta\gamma c}. \quad (1)$$

Las cantidades relativistas β y γ se obtienen del momento (P) y la energía (E) totales, medidos en el laboratorio: $\beta = P/E$, $\gamma = E/M$ [26] (M representa a la masa invariante del sistema, en este caso kaones), d es la distancia, medida en el laboratorio, entre el vértice primario y el vértice secundario. En la Fig. 2 se muestra la distribución observada de tiempos propios de decaimiento de la muestra estudiada. La curva continua mostrada en la Fig. 2 es el resultado de ajustar la distribución a la expresión

$$f(t) = Ce^{-\lambda t}, \quad (2)$$

donde $\lambda = 1/\tau$ y C son los parámetros libres del ajuste. Del ajuste de la distribución de tiempos propios de decaimiento, por el método de mínimos cuadrados, a la expresión (2), se obtiene el siguiente resultado para la razón de decaimiento de K_s^0 's: $\lambda = (1.120 \pm 0.007) \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$, con χ^2 por grado de libertad de 7.6. Por consiguiente, el correspondiente valor para la vida media de K_s^0 es

$$\tau = (0.893 \pm 0.006) \times 10^{-10} \text{ s}. \quad (3)$$

La región considerada para el ajuste va de $0.85 \times 10^{-10} \text{ s}$ a $4.55 \times 10^{-10} \text{ s}$; esta región comprende $\sim 40\,000$ eventos distribuidos en 74 bins. La elección de la región de ajuste está relacionada con los efectos que causa en las mediciones la aceptación finita del detector. La medición de los momentos de los productos de decaimiento de K_s^0 es menos precisa en la región de bajos momentos y en la región de momentos cercanos o más grandes que 20 GeV/c. Las partículas con bajos momentos son más desviadas por el campo magnético del espectrómetro y, por tanto, abandonan la abertura del detector antes de pasar por todos los elementos del mismo. Cuando el momento de una partícula K_s^0 es muy alto (acercándose

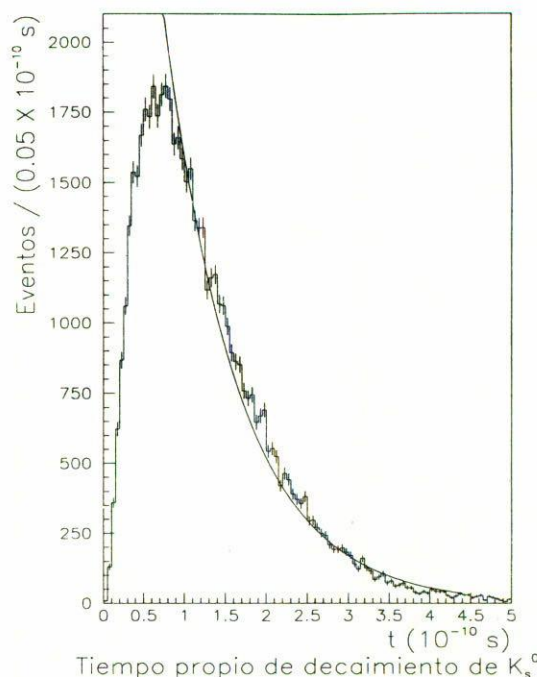


FIGURA 2. Distribución de tiempos propios de decaimiento para $K_s^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$. La curva corresponde al ajuste de la distribución a una función exponencial, por el método de mínimos cuadrados. Se consideran sólo los errores estadísticos.

a los 20 GeV/c), la distancia que recorre la partícula antes de decaer es tal que sus productos de decaimiento pasan sólo por las últimas dos o tres cámaras de deriva. De esta forma, disminuye la precisión en las mediciones de los momentos de los productos de decaimiento y por consiguiente en la determinación del momento de K_s^0 y del tiempo propio de decaimiento. Por estas razones, la aceptación del detector es pobre en las partes inicial y final de la distribución, en el análisis se han excluido tales regiones.

Además de las limitaciones en la aceptación del detector, entre otras fuentes de error sistemático que limitan la precisión en el valor determinado de la vida media de K_s^0 se encuentran: la contaminación de la muestra por ambigüedades cinemáticas entre K_s^0 , Λ^0 , $\bar{\Lambda}^0$, y γ (que estimamos anteriormente por debajo del 5%), las contribuciones por la interacción de las partículas con el material del detector (que representa menos del 0.15% de la longitud de interacción), las variaciones en el campo magnético del detector ($\pm 0.05\%$) [20], la resolución espacial de las cámaras de deriva (de $150 \mu\text{m}$ a $200 \mu\text{m}$) [23] y la precisión en la medición de los momentos de las partículas ($\Delta P(\text{fwhm})/P \approx 0.01$) [23].

En los resultados de la presente investigación se reporta solamente el error estadístico, por considerarse que el total de las contribuciones al error sistemático, es menor que el error estadístico.

Nuestro resultado para la vida media de K_s^0 está en buen acuerdo con los valores reportados por otros autores [3–9] y

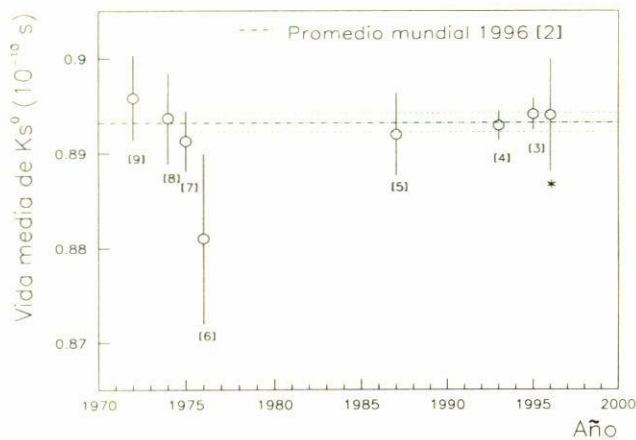


FIGURA 3. Comparación del resultado de esta investigación (*) con los resultados reportados en las Referencias 3–9. La línea de puntos y rayas indica el promedio mundial de 1996 [2]; las líneas de puntos representan un σ del valor promedio.

con el valor mundialmente aceptado [2]. En la Fig. 3 se compara el resultado de la presente investigación con los valores considerados en la Ref. 2 para el cálculo del promedio mundial de 1996. Los resultados de otros autores, mostrados en la Fig. 3, fueron obtenidos en estudios en los que se considera la interferencia K_s^0 - K_L^0 . La contribución de eventos $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ a la muestra de estudio para esta investigación es nula, como ya se ha establecido anteriormente.

La simetría CPT es considerada como un principio fundamental en la naturaleza y como una piedra angular en la teoría cuántica local de campos [4]. En el sistema de kaones neutros, las pruebas experimentales del teorema CPT se han realizado midiendo las masas de K_s^0 y de \bar{K}_s^0 . Se ha establecido que el teorema CPT es válido hasta 9 partes en 10^{19} [2]. Como una de las predicciones de este teorema, se espera que la vida media de una partícula sea exactamente igual a la de

su respectiva antipartícula. Por tanto, considerando el teorema CPT como válido, podemos establecer la vida media de \bar{K}_s^0 en

$$\tau = (0.893 \pm 0.006) \times 10^{-10} \text{ s.} \quad (4)$$

5. Conclusiones

En una muestra de alta estadística, hemos medido la vida media de K_s^0 . Ésta resultó ser: $\tau = (0.893 \pm 0.006) \times 10^{-10}$ s. El valor obtenido está en perfecto acuerdo, dentro de los errores experimentales, con el valor mundialmente aceptado. Usando este resultado podemos establecer, aceptando la validez del teorema CPT, que la vida media de \bar{K}_s^0 debe de ser idéntica a la vida media de K_s^0 ($\tau = (0.893 \pm 0.006) \times 10^{-10}$ s).

Agradecimientos

Agradecemos al Instituto de Física de la Universidad de Guanajuato (IFUG) por la valiosa ayuda prestada a lo largo de esta investigación. Agradecemos también a las Universidades de Guanajuato y de San Carlos de Guatemala, al Proyecto USAC-UTRECHT, y al Centro Latinoamericano de Física en México (CLAFM), que proporcionaron los recursos necesarios para la estadia de Zaida Urrutia del Cid de G. en el IFUG; asimismo, manifestamos nuestro reconocimiento al Experimento BNL E766 por proporcionar los datos para el presente trabajo; y en general a la colaboración México-Estados Unidos BNL-E766 (contando como miembros a: Julián Félix^(a), D.C. Christian^(b), M.D. Church^(c), M. Forbush^(d), E.E. Gottschalk^(c), G. Gutierrez^(b), E.P. Hartouni^(e), S.D. Holmes^(b), F.R. Huson^(d), D.A. Jensen^(e), B.C. Knapp^(c), M.N. Kreisler^(e), G. Moreno^(a), J. Uribe^(e), B.J. Stern^(c), M.H.L.S. Wang^(e), A. Wehmann^(b), L.R. Wiencke^(c), J.T. White^(d)).

^(a) Universidad de Guanajuato, León, Guanajuato, Mexico.

^(b) University of Massachusetts, Amherst, Massachusetts, USA (ahora en: Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore CA 94550).

^(c) Fermilab, Batavia, Illinois, USA.

^(d) Columbia University, Nevis Labs, New York, USA.

^(e) Department of Physics, Texas A&M University, College Station, Texas 77843, USA.

1. F. Halzen and A. Martin, *Quarks and leptons: An introductory Course in modern particle physics*, (John Wiley & Sons, USA, 1984).
2. Particle Data Group, *Phys. Rev. D* **54** (1996) 1.
3. B. Schwingerheuer *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 4376.
4. L.K. Gibbons *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **70** (1993) 1199.
5. N. Grossmann *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 18.

6. S.H. Aronson *et al.*, *NC* **32A** (1976) 236.

7. W.C. Carithers *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **34** (1975) 1244.

8. C. Geweniger *et al.*, *Phys. Lett.* **48B** (1974) 487.

9. O. Skjeggstad *et al.*, *Nucl. Phys.* **B48** (1972) 343.

10. S.H. Aronson *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1306.

11. O. Fackler *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **31** (1973) 847.

12. R.A. Donald *et al.*, *Phys. Lett.* **27B** (1968) 58.

13. D.G. Hill *et al.*, *Phys. Rev.* **171** (1968) 1418.

14. C. Alff *et al.*, *Phys. Lett.* **21** (1966) 595.

15. L. Kirsch and P. Schmidt, *Phys. Rev.* **147** (1966) 939.

16. I. Saavedra, *Física de partículas*. Monografía No. 4. Unión Panamericana-Secretaría Gral. de la O.E.A. Washington, 1969.

17. J. Félix, Ph. D. Thesis, Universidad de Guanajuato-Universidad de Massachusetts, 1994.

18. E.E. Gottschalk, Ph. D. Thesis, Columbia University, 1993.
19. M. Church, Ph. D. Thesis, Columbia University, Nevis-260, 1986.
20. E.P. Hartouni *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **72** (1994) 1322.
21. B. Stern, Ph. D. Thesis, Columbia University, Nevis-266, 1988.
22. M.J. Forbush, Ph. D. Thesis, Texas A&M University, 1990. 322 (1994).
23. J. Uribe, Ph. D. Thesis, University of Massachusetts, UMAHEP-385, 1993.
24. L.R. Wiencke, Ph. D. Thesis, Columbia University, Nevis-280, 1993.
25. D.H. Perkins, *Introduction to high energy physics*, (Addison-Wesley, USA, 1972).
26. R. Hagedorn, *Relativistic kinematics: A guide to the kinematic problems of high energy physics*. CERN, (W.A. Benjamin, Inc., 1963).
27. A. Frodesen, G.O. Skjeggstad, and H. Tøfte, *Probability and statistics in particle physics*, (Universitetsforlaget, Bergen-Oslo-Tromso, 1979).
28. G. Kane, *Modern Elementary Particle Physics*, (Addison-Wesley, USA, 1987).
29. K. Gottfried and V. Weisskopf, *Concepts of particle physics*, Vols. I and II. (Oxford University Press, USA, 1986).
30. W.B. Rolnick, *The fundamental particles and their interactions*, (Addison-Wesley, USA, 1994).
31. B.C. Baird, *Experimentation: An introduction to measurement theory and experiment design*, (Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1962).
32. E.A. Buenrostro *et al.*, *Rev. Mex. de Fís.* **43** (1997) 482.