

Visualización de la barrera Schottky en un semiconductor electro-óptico de alta resistencia

A.V. Ilinskii, T.A. Prutskij, F. Silva-Andrade y F. Chávez

*Centro de Investigaciones en Dispositivos Semiconductores, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Apartado postal 1651, 72000 Puebla, Pue., Mexico*

Recibido el 10 de junio de 1998; aceptado el 23 de octubre de 1998

El trabajo práctico que aquí se propone está dirigido a los alumnos de universidad en la especialización de física del estado sólido, semiconductores, electro-óptica, opto-electrónica y otros. La ventaja principal del trabajo es la posibilidad de visualizar la demostración de un efecto básico en la física de semiconductores: el fenómeno de apantallamiento del campo eléctrico externo por la región de la carga volumétrica, la cual surge en el semiconductor en la cercanía del contacto metal-semiconductor cuando a éste se le aplica un voltaje de polarización inversa. La demostración y el estudio de este fenómeno, así como la determinación de los parámetros básicos del semiconductor, tales como el tipo de portadores mayoritarios de carga, su longitud de arrastre, el tiempo de relajación de Maxwell y el ancho de la región de la carga espacial, la cual es responsable del apantallamiento del campo eléctrico externo (la longitud de Schottky), se llevan a cabo con ayuda de un método óptico. Este método está basado en el efecto transversal electro-óptico de Pockels, que tiene lugar en un cristal sin centro de simetría cuando éste se ilumina con una luz polarizada de sondeo en la dirección perpendicular al campo eléctrico aplicado. El trabajo que estamos proponiendo puede ser instalado en un laboratorio docente, usando equipos convencionales con costos relativamente bajos. El trabajo que aquí se describe consiste de dos partes; la primera parte está dedicada a la descripción teórica del efecto de apantallamiento del campo eléctrico externo por la carga volumétrica y en la segunda parte describimos los métodos experimentales y los resultados de las mediciones.

Descriptores: Semiconductor; barrera Schottky; efectos electro-ópticos

The practical demonstration proposed here is addressed to undergraduate students in the fields of solid state physics, semiconductors, electro-optics and optoelectronics. The basic advantage of our work is that it makes possible to visualize the demonstration of one of the basic physical effects of semiconductors: the screening of the external electric field by the space charge which appears in the region of the semiconductor close to the metal-semiconductor contact when an inverse bias voltage is applied. The demonstration and study of this effect and the determination of the basic parameters of the semiconductor, such as the type of majority charge carriers, the drift length, the Maxwell time (relaxation time), the width of the region of space charge (Schottky length), are made using an optical method. This method is based on Pockels transverse electro-optical effect that occurs in non-centrosymmetric crystals when they are illuminated in a direction perpendicular to the applied electric field by a polarized beam of probe light. The experimental layout for the demonstration that we are proposing here can be installed in a teaching laboratory using conventional equipment at a relatively low cost. Our work consists of two parts; the first one deals with the theoretical description of the phenomenon of electric field screening by the space charge and the second one with the description of the experimental methods and the results of measurements.

Keywords: Semiconductor; Schottky barrier; electro-optical effects

PACS: 78.20.Jq

1. Introducción

Cuando el metal se pone en contacto con un semiconductor, en la región cercana a la frontera metal-semiconductor aparece una barrera de potencial y la concentración de portadores de carga en la capa fronteriza cambia fuertemente comparado con su valor en el volumen, en esta región surge una carga espacial. Las propiedades de la región fronteriza dependen del valor y signo del voltaje aplicado, lo que lleva a la forma no lineal de la característica corriente-voltaje, la cual determina el funcionamiento de numerosos dispositivos semiconductores, que se usan en la electrónica moderna.

Es posible formar contactos metal-semiconductor de distintos tipos [1, 2]: contactos abruptos y graduales, contactos con metales con diferentes funciones de trabajo, contactos con semiconductores con distinta resistividad y otros. En la

parte teórica de este trabajo se describirá brevemente un caso clásico: un contacto abrupto metal con un semiconductor de baja resistencia, como por ejemplo Ge, Si, GaAs, y se describirá también la determinación experimental de las características principales de esta barrera (su forma y espesor). Sin embargo nuestra atención estará centrada en un caso no usual: el análisis del contacto entre un metal y un semiconductor electro-óptico de alta resistencia. El uso de un semiconductor electro-óptico permite estudiar la distribución de la intensidad del campo eléctrico y consecuentemente del potencial y la carga espacial en la barrera, con ayuda de un haz de luz polarizada de sondeo, o sea visualizar las características principales de la barrera. Como veremos posteriormente para un semiconductor de alta resistencia el ancho y la altura de la barrera cuando a ésta se le aplica un voltaje inverso puede ser mayor en varios órdenes que para un semiconductor de baja

resistencia, lo cual facilita considerablemente el proceso de visualización. Además en un semiconductor de alta resistencia el tiempo de Maxwell es grande ($\tau_M \sim 1$ s), este tiempo, como se sabe, está relacionado con la conductividad eléctrica, σ , del material:

$$\tau_M = \frac{\epsilon\epsilon_0}{\sigma} \tag{1}$$

donde ϵ es la permeabilidad dieléctrica del material.

Esto significa que el proceso de apantallamiento del campo externo por la región de la carga espacial es bastante lento, y esto también facilita la demostración de los procesos de relajación del campo hacia su estado estacionario, formando la barrera de Schottky.

De este modo los grandes anchos de la capa de carga espacial y las grandes intensidades del campo eléctrico en ella nos permiten realizar experimentos visualizables y convincentes que demuestran uno de los fenómenos básicos de la física de semiconductores: el apantallamiento del campo eléctrico por la carga espacial en la barrera de Schottky. También en la parte teórica se formula el problema para los semiconductores de alta resistencia y se describe la teoría del apantallamiento del campo en ellos.

En la segunda parte del artículo discutiremos los problemas del método experimental, en primer lugar del efecto transversal de Pockels, el cual representa la base del estudio experimental. Se compararán los resultados experimentales con los resultados teóricos y determinaremos los parámetros eléctricos básicos del cristal dado, es decir: el tipo de portadores mayoritarios, su longitud de arrastre, el tiempo de relajación de Maxwell y el ancho de la región de carga volumétrica en el estado estacionario (la longitud de Schottky).

2. Teoría de la barrera de Schottky

En este trabajo vamos a suponer que la corriente eléctrica se debe al movimiento de electrones, o sea veremos la barrera de potencial para el contacto metal- semiconductor tipo *n*. Al contacto metal-semiconductor se le aplica un voltaje externo *V* de polaridad inversa (negativo en el metal), o sea en el semiconductor tendremos una región empobrecida de portadores mayoritarios (electrones).

2.1. Teoría para los semiconductores clásicos como Ge, Si, GaAs y otros

En la Fig. 1a se muestra el esquema energético para ambos materiales de contacto. \mathcal{E}_c y \mathcal{E}_v son los bordes de las bandas de conducción y de valencia en el semiconductor respectivamente, \mathcal{E} es el nivel de energía del electrón en el vacío, F_M y F_c son los niveles de Fermi en el metal y en el semiconductor respectivamente. En la Fig. 1b se muestra la posición de estos niveles inmediatamente después de poner en contacto al semiconductor con el metal. Los electrones del semiconductor

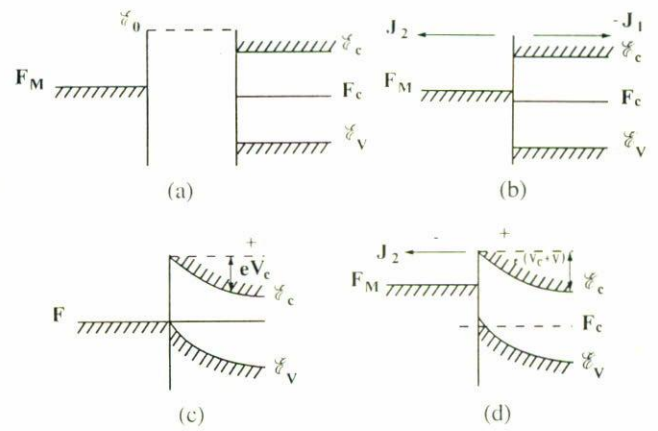


FIGURA 1. Formación de la barrera de potencial mediante contacto metal-semiconductor: a) antes del contacto, b) después del contacto fuera del equilibrio, c) en equilibrio, la región es pobre en electrones, d) la región es muy pobre en electrones, a causa del voltaje externo *V*.

pasan al metal (densidad de corriente j_1), y los electrones del metal al semiconductor (j_2). Si por ejemplo $j_1 < j_2$ el semiconductor se carga negativamente y el metal positivamente hasta tener $j_1 + j_2 = 0$, en este caso en el semiconductor aparece una capa enriquecida con electrones. En el caso contrario en el semiconductor aparece una región fronteriza empobrecida de electrones. La Fig. 1c corresponde al último caso en el estado estacionario. En este caso la altura de la barrera de potencial para los electrones en el semiconductor es $eV_c = F_c - F_M$, donde *e* es la carga de electrón y V_c la diferencia de potencial en el contacto. La altura de la barrera puede ser aumentada o disminuida aplicando un voltaje externo de distinta polaridad. Vamos a estudiar el caso de la barrera con altura grande cuando se le aplica un voltaje inverso ($V \gg V_c$), en la cual surge una capa fuertemente empobrecida con electrones en el semiconductor —Fig. 1d.

Veremos ahora la forma y el espesor de la barrera de potencial en la cercanía del contacto. Para la determinación de la distribución del potencial $F(z, t)$ en función de la coordenada *z* y del tiempo *t*, y también de la intensidad del campo eléctrico $E(z, t) = -\text{grad } F(z, t)$, de la densidad de la carga espacial $\rho(z, t)$ y de la concentración de portadores libres $n(z, t)$, es necesario resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

La expresión para la densidad de corriente:

$$i(t) = \epsilon\epsilon_0 \frac{\partial E(z, t)}{\partial t} + j(z, t),$$

donde

$$j(z, t) = e\mu n(z, t)E(z, t) + \mu kT \frac{dn(z, t)}{dz}. \tag{2}$$

La ecuación de Poisson:

$$\frac{\partial E(z, t)}{\partial z} = \frac{\rho(z, t)}{\epsilon\epsilon_0}. \tag{3}$$

La ecuación de continuidad de corriente:

$$\frac{\partial \rho(z, t)}{\partial t} = -\frac{\partial j(z, t)}{\partial z}. \quad (4)$$

En la Ec. (2) el primer término es la corriente de Maxwell, el segundo es la corriente de arrastre de electrones en el campo E y la corriente de difusión. El coeficiente de difusión D se relaciona con la movilidad μ por la relación de Einstein $D = \mu kT/e$, donde T es la temperatura.

Si consideramos que el semiconductor tiene una concentración de donores N_d y aceptores N_a , la densidad de la carga espacial en las Ecs. (3) y (4) es

$$\rho(z, t) = e[N_d^+(z, t) - N_a^-(z, t) - n(z, t)], \quad (5)$$

donde N_d^+ y N_a^- son las concentraciones de los donores y aceptores ionizados.

Para resolver el sistema de Ecs. (2)–(5) tenemos que definir las condiciones iniciales y de frontera de acuerdo al problema particular a resolver. De esta manera el planteamiento del problema está completo, sin embargo no podemos resolverlo en forma general. Para encontrar la solución es necesario hacer los siguientes pasos: limitarnos a los estados estacionarios para el caso de las regiones empobrecidas; además supondremos que en el semiconductor sólo se tienen donores poco profundos N_d y que están completamente ionizados.

En este caso la ecuación de continuidad (4) resulta $j = i = \text{const}$. Si el voltaje aplicado es lo bastante grande, entonces siguiendo el modelo de Schottky se puede mostrar que en la región fronteriza de espesor L (la longitud de Schottky) no hay electrones (región de carga espacial completamente empobrecida) y la carga espacial depende solamente de los donores ionizados $\rho = eN_d^+ = \text{const}$. En este caso en la región fronteriza $0 < z < L$ la ecuación de Poisson (3) es simplemente

$$\frac{d^2 F(z)}{dz^2} = -\frac{eN_d}{\epsilon\epsilon_0}. \quad (6)$$

Añadiendo las condiciones de frontera

$$\frac{dF(L)}{dz} = 0 \quad \text{y} \quad F(0) = 0, \quad (7)$$

tenemos

$$E(z) = -\frac{(L-z)eN_d}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (8)$$

y

$$F(z) = \frac{eN_d L z}{\epsilon\epsilon_0} - \frac{eN_d z^2}{2\epsilon\epsilon_0}. \quad (9)$$

La solución (9) de la ecuación diferencial (6) puede verificarse con el programa de cálculo "Matemática" [3] como un ejercicio adicional para los estudiantes que estén haciendo esta práctica usando el comando:

`DSolve[{F'[z]==-eNd/s, F'[L]==0, F[0]==0}, F[z], z],`

donde $s = \epsilon\epsilon_0$.

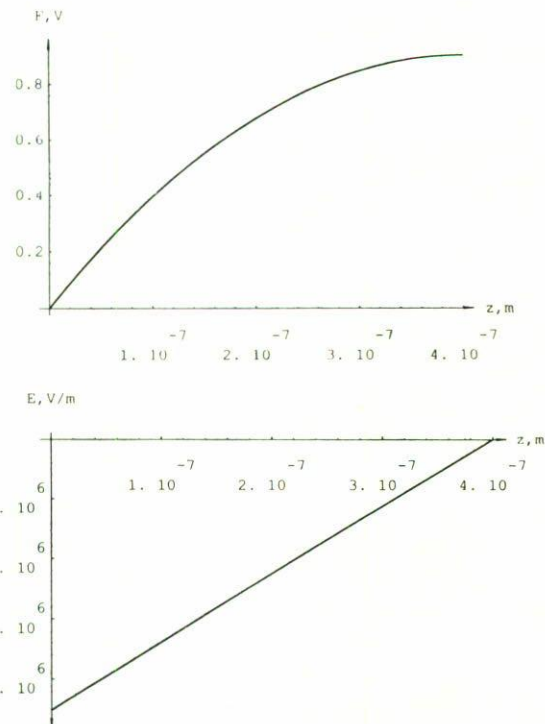


FIGURA 2. Distribución del potencial $F(z)$ y de la intensidad del campo eléctrico $E(z)$ dentro de la barrera de Schottky.

De la solución (9) para $F(L) = V + V_c$ encontramos el espesor de la región empobrecida:

$$L = \left(\frac{2\epsilon\epsilon_0(V_c + V)}{eN_d} \right)^{1/2} \quad (10)$$

Calculemos ahora la magnitud de L para el Ge ($\epsilon = 16$) con la concentración de donores $N_d = 10^{16} \text{ cm}^{-3} = 10^{22} \text{ m}^{-3}$ y cuando $V_c + V = 1 \text{ V}$. De la Ec. (10) tenemos $L = 4 \times 10^{-7} \text{ m} = 0.4 \mu\text{m}$.

Las curvas de la distribución de potencial $F(z)$ [Ec. (9)] y de la intensidad del campo $E(z)$ [Ec. (8)] en la barrera de Schottky con el espesor L para estos datos numéricos pueden ser obtenidos (Fig. 2) con el programa "Matemática" usando el siguiente comando:

```
e=1.6 10^-19; Nd=10^22; s=1.416 10^-10; L=0.4 10^-6
Plot[(-eNd z^2)/(2s) + (eNd L z)/s, {z, 0, L}, AxesLabel->
{"z, m", "F, V"}];
Plot[(-eNd L)/s + (eNd z)/s, {z, 0, L}, AxesLabel->
{"z, m", "E, V/m"}]
```

donde $s = \epsilon\epsilon_0$,

La Fig. 2 muestra que el potencial $F(z)$ aumenta parabólicamente desde el electrodo metálico cargado negativamente hacia el semiconductor cargado positivamente, mientras que el campo eléctrico es negativo, porque tiene la dirección opuesta a la del eje z , la cual está orientada hacia el electrodo negativo (en la Fig. 1 en el eje de las ordenadas está la energía de electrón eF pero no el potencial F).

La comprobación experimental directa del valor del espesor da la barrera Schottky, que acabamos de obtener se dificulta ya que es muy pequeño ($< 1 \mu\text{m}$), sin embargo es posible valorarlo con un método indirecto, tal como el método de C - V . El cual consiste en lo siguiente: la barrera de Schottky puede acumular la carga cuando se le aplica un voltaje, o sea tiene la capacidad de almacenar carga. El valor de la carga q en la barrera por unidad de área ($[q] = \text{C}/\text{m}^2$) es

$$q = eN_d L. \quad (11)$$

Teniendo en cuenta la Ec. (10) para la capacitancia tenemos:

$$C = \frac{dq}{dV} = \left[\frac{eN_d \epsilon \epsilon_0}{2(V_c + V)} \right]^{1/2} = \frac{\epsilon \epsilon_0}{L}. \quad (12)$$

Para el ejemplo anterior $C \sim 40 \times 10^{-5} \text{ F}/\text{m}^2 = 40 \times 10^3 \text{ pF}/\text{cm}^2$, es decir, un valor fácil de medir. La expresión (12) es idéntica a la expresión de la capacitancia en un capacitor de placas paralelas, con una separación entre placas L , con la única diferencia de que en nuestro caso L y C dependen de V . Para la barrera de Schottky L es proporcional a $V^{1/2}$ y C es proporcional a $V^{-1/2}$ de acuerdo con las Ecs. (9) y (12), respectivamente; entonces estudiando experimentalmente la dependencia $C(V)$ es posible determinar cómo es la distribución de impurezas (concentración de donores) en la zona de la carga espacial y su espesor L . Si la Ec. (12) es válida, hacemos un gráfico de $1/C^2$ vs. V , y si esta gráfica es una línea recta, en este caso N_d es constante y su valor se determina de la pendiente de la curva $1/C^2$ como función de V . Consecuentemente, se puede determinar el espesor de la barrera L para un valor dado de V . El método C - V aquí descrito se usa ampliamente por eso puede tener numerosas modificaciones.

2.2. Planteamiento del problema y teoría de apantallamiento del campo en cristales semiconductores de alta resistencia

Para describir el proceso de formación de la barrera de potencial en el contacto metal-semiconductor también tenemos que resolver el sistema de ecuaciones (2–5), añadiendo a éste las condiciones iniciales y de frontera. Como ya se había dicho este sistema no tiene una solución general y por eso en esta parte del trabajo, así como en las posteriores, vamos a tener en cuenta un caso concreto: El apantallamiento del campo en el $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ [silicato de bismuto (silenita)], un semiconductor electro-óptico de alta resistencia cuyas propiedades semiconductoras y electro-ópticas actualmente están bien estudiadas y por esta razón puede servirnos como modelo tanto en la descripción teórica, como en el estudio experimental.

La resistividad de este cristal es muy alta en la oscuridad ($> 10^{14} \text{ Ohm-cm}$) y por lo tanto este cristal puede ser clasificado como aislante, sin embargo si lo iluminamos con la luz visible, aunque ésta tenga baja intensidad, su resistividad disminuye en varios órdenes, o sea este cristal es un buen fotoconductor. Comparado con los semiconductores clásicos, los cuales tienen resistividad de varios Ohm-cm , el silicato

de bismuto tiene muy alta resistividad, sin embargo, gracias a la presencia en él de portadores libres no equilibrados (electrones), se revelan propiedades semiconductoras específicas: τ_M es grande y la región de carga espacial es bastante ancha. Además, este cristal no tiene centro de inversión y gracias a esto presenta un efecto electro-óptico considerable.

Debido a que las silenitas presentan un efecto electro-óptico lineal, una baja conductividad sin iluminación y una alta foto-sensibilidad, los monocristales de silenitas se usan actualmente como medios reversibles para escribir hologramas en volumen y también como moduladores de luz en espacio-tiempo [4, 5]. El funcionamiento de estos dispositivos está basado en el efecto fotorrefractivo, o sea el cambio local del índice de refracción del cristal bajo la iluminación. Su mecanismo consiste en lo siguiente: cuando el cristal está excitado con luz ocurre la generación de los electrones libres de los niveles donores profundos, su traspaso y captura a los niveles de centros localizados. En ausencia del campo eléctrico externo el movimiento de los fotoelectrones es por difusión. La distancia de traslado de los electrones puede ser aumentada si se aplica el campo externo, en este caso el movimiento de electrones se debe en general a su arrastre. La separación de las cargas en el espacio lleva a la formación de la inhomogeneidad local en la distribución del campo, la cual como consecuencia del efecto electro-óptico lleva a inhomogeneidad de índice de refracción.

En nuestro caso es necesario describir la dinámica de la distribución de la carga volumétrica y del campo eléctrico en la región cercana al contacto metal-semiconductor de alta resistencia. De acuerdo a nuestro modelo nos interesa el caso de un semiconductor monopolar tipo n con espesor d , al cual en el tiempo $t = 0$ se le aplica escalonadamente un voltaje considerable $V (V \gg V_c)$ de polarización inversa, o sea no surge el flujo de los electrones del metal al semiconductor (Fig. 3). En este momento inicial ($t = 0$) el campo en el semiconductor es uniforme $E_0 = V/d$ y más tarde se reduce lentamente (en varios tiempos de Maxwell) estableciéndose el estado estacionario en el cual el campo disminuye linealmente dentro de la región empobrecida situada cerca del electrodo negativo. El espesor de esta región L se puede determinar por la Ec. (10). En esta parte del trabajo describiremos el proceso transitorio de apantallamiento, que lleva al estado estacionario.

Vamos a suponer que en el cristal ocurre la generación de electrones libres, su arrastre por el campo eléctrico y su captura irreversible por los centros profundos. La generación es uniforme, o sea su velocidad $g(t)$ no depende de la coordenada z y el tiempo de vida de los electrones τ es una constante, que no depende de z , ni de t . La generación de electrones puede ocurrir bajo iluminación, como también en la oscuridad. En el primer caso $g(t) = k\beta I(t)$, donde k es el coeficiente de absorción de la luz absorbida uniformemente en todo el espesor, β es la eficiencia cuántica de los electrones, o sea el número de los electrones emitidos por un fotón, $I(t)$ es la intensidad de la iluminación, o sea el número de fotones que inciden en la unidad de área en unidad de tiempo

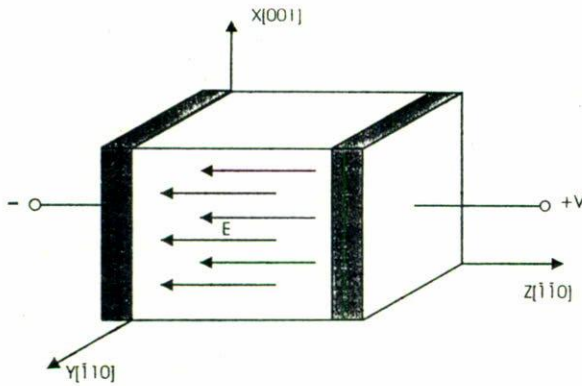


FIGURA 3. Esquema de la aplicación del voltaje externo a la muestra cristalina orientada en el espacio.

teniendo en cuenta el coeficiente de reflexión. En el segundo caso la generación de electrones en la oscuridad puede ocurrir debido a ionización térmica de los centros de captura no profundos, que contienen electrones gracias a la acción anterior de la luz, en este caso $g(t) = n_c(t)/\tau_t$, donde $n_c(t)$ es la concentración de los electrones capturados por los centros no profundos, τ_t es la constante de tiempo de la ionización de los niveles no profundos.

Todos estos procesos se tienen en cuenta en la ecuación cinética para la concentración de los electrones libres:

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial t} = g(t) - \frac{n(z, t)}{\tau} + \text{div } j. \quad (13)$$

El sentido físico de esta ecuación es el siguiente: la velocidad de aparición o desaparición de los electrones en un punto dado z del espacio se determina por la velocidad de generación $g(t)$ o por recombinación $n(z, t)/\tau$, y también por la entrada o salida de los electrones de las otras zonas cercanas a las proximidades Δz del punto z del cristal, debido a la diferencia en los flujos de electrones, debidos a los procesos de arrastre y difusión en las fronteras de Δz . A la Ec. (13) hay que añadir la expresión para la densidad de corriente (2), ecuación de Poisson (3) y ecuación de continuidad (4). Escribiendo este sistema de ecuaciones para el caso del silicato de bismuto, en la Ec. (2) despreciaremos la corriente de Maxwell, lo cual es válido para tiempos suficientemente grandes $t \gg \tau$ en materiales de alta resistividad, donde los tiempos de Maxwell $\tau_M \sim 1$ s son considerablemente mayores que el tiempo de vida de electrones $\tau \sim 10^{-3}$ s. También despreciaremos la corriente dada por la difusión, lo cual es válido para campos suficientemente grandes (10^6 V/m). En la Ec. (12) consideraremos que $\partial n/\partial t = 0$, lo que también se justifica por $\tau_M \gg \tau$.

Nuestro sistema de ecuaciones se transforma en

$$g(t) - \frac{n(z, t)}{\tau} + \mu \frac{\partial [E(z, t)n(z, t)]}{\partial z} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial E(z, t)}{\partial z} = \frac{\rho(z, t)}{\epsilon \epsilon_0}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \rho(z, t)}{\partial t} = -e\mu \frac{\partial [E(z, t)n(z, t)]}{\partial z}, \quad (16)$$

Al sistema de Ecs. (14)–(16) hay que añadir las siguientes condiciones iniciales y de frontera:

$$\int_0^d E(z, t) dz = -V, \quad (17)$$

$$n(0, t) = 0, \quad (18)$$

$$\rho(z, 0) = 0. \quad (19)$$

El sentido físico de estas condiciones es el siguiente: la Ec. (17) significa que se mantiene constante la diferencia de potencial en el contacto metal-semiconductor; la Ec. (18) significa que no hay inyección de electrones del metal al semiconductor; y la Ec. (19) significa que no hay carga volumétrica en la muestra antes de aplicar el voltaje en $t = 0$, o lo que es lo mismo la homogeneidad del campo $E_0 = V/d$ en el momento $t = 0$.

De esta manera, teóricamente el problema está formulado completamente es decir, con base en las leyes físicas generales y con el modelo propuesto se compuso un sistema de ecuaciones diferenciales [Ecs. (14)–(16)] con sus respectivas condiciones de frontera Ecs. (17) y (18) e iniciales Ec. (19). Sin embargo, la solución exacta de este sistema es imposible debido a la presencia de los términos no lineales en las Ecs. (14)–(16). La solución numérica exacta de este sistema se puede encontrar en las Refs. 6 y 7. Las distribuciones del campo para diferentes tiempos están representados gráficamente en la Fig. 4. Aquí nos limitaremos a una solución aproximada, la cual es correcta en la etapa inicial de evolución del campo eléctrico, cuando la intensidad del campo en el volumen se diferencia poco de la distribución homogénea inicial de E_0 . Vamos a suponer que el arrastre de los electrones sucede cuando el campo es homogéneo, lo cual significa que en las Ecs. (14)–(16) tenemos

$$\mu \frac{\partial [E(z, t)n(z, t)]}{\partial z} = \mu E_0 \frac{\partial [n(z, t)]}{\partial z}, \quad (20)$$

entonces, de la Ec. (14), considerando la Ec. (18) para la concentración de electrones, tenemos

$$\mu E_0 \frac{dn(z, t)}{dz} - \frac{n(z, t)}{\tau} + g(t) = 0. \quad (21)$$

Su solución:

$$n(z, t) = g(t)\tau[1 - \exp(-z/l)], \quad (22)$$

donde $l = \mu|E_0|\tau$ es el largo de arrastre de electrones en el campo homogéneo. El comando del programa "Matemática" correspondiente es:

DSolve[{m Eo n'[z] - n[z]/T+g== 0, n[0] == 0},n[z],z].

Introduciendo la Ec. (22) en la Ec. (16) y teniendo en cuenta la condición inicial [Ec. (19)] tenemos

$$\rho(z, t) = e \exp(-z/l) \int_0^t g(t) dt. \quad (23)$$

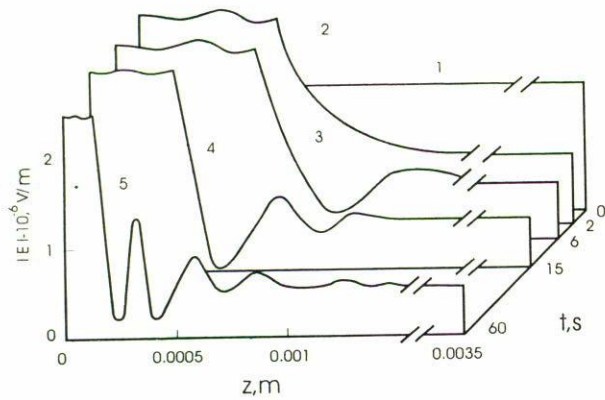


FIGURA 4. Distribución de la intensidad del campo eléctrico en $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ después de aplicar el voltaje externo para distintos tiempos t : 1- 0 s, 2- 2 s, 3- 6 s, 4- 15 s, 5- 60 s.

El comando en “Matemática” es:

$\text{DSolve}\{p'[t] - c g[t] \text{Exp}[-z/l] == 0, p(0) == 0\}, p[t], t$, donde $p = \rho$.

De (15) y (23) considerando (17) tenemos la expresión para el campo:

$$E(z, t) = \frac{e}{\epsilon \epsilon_0} \exp(-z/l) \int_0^t g(t) dt + E_1(t), \quad (24)$$

donde

$$E_1(t) = |E_0| - \frac{e}{\epsilon} \epsilon_0 \left(\frac{l^2}{d}\right) [1 - \exp(-d/l)] \int_0^t g(t) dt.$$

Para representar gráficamente las soluciones obtenidas para la carga y campo eléctrico es cómodo escribirlos, midiendo el tiempo en las unidades del tiempo de Maxwell [1]: $\tau_M(t) = \epsilon \epsilon_0 / \sigma = (\epsilon \epsilon_0) / [e \mu \tau g(t)]$. Tenemos, entonces,

$$\rho(z, t) = \epsilon \epsilon_0 \left(\frac{E_0}{l}\right) \exp\left(\frac{-z}{l}\right) \int_0^t \frac{dt}{\tau_M(t)}, \quad (25)$$

$$\frac{E(z, t)}{E_0} = 1 + \left\{ \exp\left(\frac{-z}{l}\right) - \left(\frac{l}{d}\right) \left[1 - \exp\left(\frac{-d}{l}\right)\right] \right\} \times \int_0^t dt / \tau_M(t). \quad (26)$$

En la Fig. 5 están representadas las distribuciones del campo, correspondientes a la solución de la Ec. (26) para la muestra de silicato de bismuto con el espesor $d = 4$ mm, con el largo de arrastre de electrones $l = 1$ mm en el campo $E_0 = V/d = 1.1 \times 10^6$ V/m y con el tiempo de Maxwell $\tau_M = 1$ s. Para hacer estos gráficos fue usado el siguiente comando del programa “Matemática”:

$l = 110^{-3}$; $d = 410^{-3}$; $x = \text{Exp}[-z/l]$; $a = 1 - \text{Exp}[-d/l]$; $f = x - a * l/d$
 $\text{Plot}\{1, 1+f/2, 1+f, 1+2f, 1+3f\}, \{z, 0, d\}$ AxesLabel-> $\{“z, m”, “|E/E_0|”\}$.

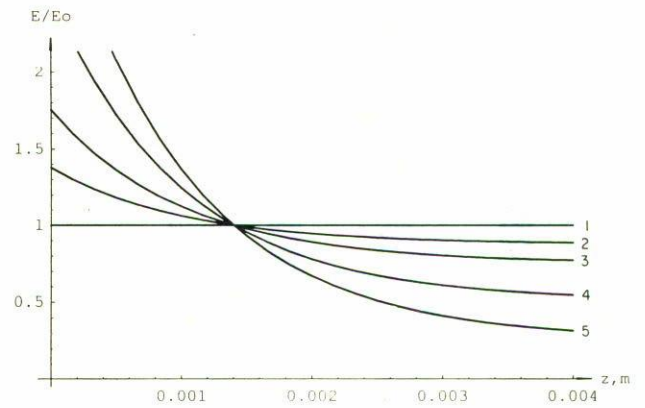


FIGURA 5. Distribución de la intensidad del campo eléctrico de acuerdo a la Ec. (26) para distintos tiempos t : 1- 0, 2- $0.5 \tau_M$, 3- τ_M , 4- $2 \tau_M$, 5- $3 \tau_M$.

Es posible obtener también los gráficos de la dinámica del campo Ec. (26) en el espacio. Para este fin se puede usar el comando:

$l = 110^{-3}$; $d = 410^{-3}$; $x = \text{Exp}[-z/l]$; $a = 1 - \text{Exp}[-d/l]$; $f = x - a * l/d$
 $\text{Plot3D}[1+f, \{z, 0, d\}, \{t, 0, 3\}, \text{ViewPoint} \rightarrow \{2, -4, 2\}, \text{AxesLabel} \rightarrow \{“z, m”, “t/TM”, “|E/E_0|”\}]$

Analizaremos las soluciones presentadas en las Figs. 4 y 5. Ante todo vimos que en el proceso de apantallamiento del campo para tiempos del orden de $\tau_M(t)$, en el semiconductor surge una carga volumétrica positiva a una profundidad del orden de la longitud de arrastre de los electrones, l , en el campo E_0 . El campo en la etapa inicial también disminuye en esta distancia característica. Sin embargo, en las etapas siguientes, cuando $t > \tau_M$ el campo eléctrico ya no es uniforme y consecuentemente el arrastre de los electrones será distinto para distintas coordenadas z . También podemos notar que en los tiempos lo bastante grandes la solución (26) se diferencia notablemente de la solución exacta presentada en la Fig. 4. Para estos tiempos tenemos que analizar las curvas en la Fig. 4, en las cuales podemos concluir que con el tiempo, la región de la carga volumétrica se estrecha y se acerca al electrodo negativo, la densidad de carga en ella aumenta y el campo cada vez más se concentra en esta región cercana al electrodo. Además para tiempos grandes se observa un fenómeno interesante, llamado “estratificación” de carga volumétrica. Esto significa que con el tiempo y con la consecuente generación de portadores, en el material de la región cercana al electrodo negativo, donde la intensidad del campo llega ser grande, aparece otra región, en la cual la intensidad disminuye y después otra donde la intensidad crece otra vez y luego, nuevamente otra región con disminución. O sea en el material aparecen las oscilaciones espaciales de la intensidad del campo. En otras palabras en el material se almacena una estructura multicapa que tiene la carga espacial de distintos signos (estratificación de carga eléctrica) y además con el pasar de tiempo las capas de la carga se desplazan hacia el electrodo negativo y amplifican su

concentración. Si suponemos que la velocidad de generación es constante, o sea $g(t) = \text{const}$, las soluciones obtenidas de las Ecs. (23)–(26) y representadas en las curvas de la Fig. 5 no tendrán estado estacionario, es decir que la densidad de carga espacial en las capas va a aumentar infinitamente y las capas de la carga van a convertirse a infinitamente finas y cercanas al electrodo. Está claro que en la realidad esto no puede suceder. La generación de electrones $g(t)$ va a parar debido a la terminación de la fotoexcitación o al empobrecimiento de niveles donores en los procesos de foto- y termo-ionización. Lo que significa que en el momento en que la generación se detiene, en alguna región con espesor $L < l$ estará almacenada la carga positiva y el sistema llegará a su estado estacionario. De esta forma la carga y el campo eléctrico se concentrarán básicamente en la longitud de Schottky.

De esta manera la descripción teórica de los procesos de generación, recombinación y traslado de carga en los semiconductores de alta resistividad, presentada aquí, demuestra que cuando al semiconductor se le aplica un voltaje externo el campo eléctrico en el volumen del cristal se apantalla y se concentra con el pasar del tiempo en la región cercana al electrodo negativo en los semiconductores de conducción por electrones, mientras que para los semiconductores con conducción por huecos el campo eléctrico se concentra en la región cercana al electrodo positivo. En el marco de un modelo simple, para semiconductores de alta resistividad se describe la dinámica del campo eléctrico. En estado estacionario el ancho de la región de alta intensidad del campo eléctrico está determinado por la longitud de la barrera de Schottky, el cual depende de la concentración de los niveles de impurezas ionizadas por la luz ópticamente.

3. Metodología y resultados experimentales

3.1. Método electro-óptico, instalación experimental y preparación de muestras

El método que se usa en este trabajo incluye el sondeo de la muestra con luz linealmente polarizada en la dirección y $[\bar{1}10]$, perpendicular al campo aplicado (Figs. 3 y 6). Debido al efecto electro-óptico lineal transversal la luz de sondeo en el cristal se modula en fase en concordancia con la distribución de la intensidad del campo eléctrico $E(z, t)$, en la muestra (el campo es paralelo al eje z). La luz que atraviesa a la muestra pasa por el analizador 5 (un polarizador), después del cual la modulación por fase se convierte en modulación por intensidad, pudiéndose medir la distribución de la intensidad de la luz $I(z, t)$. Esta última va a depender de la simetría del cristal, de su orientación, de la geometría del experimento y también de la posible presencia de otros efectos ópticos, tal como la actividad óptica del cristal. En la Fig. 6 se presenta el esquema de la instalación experimental para la medición de la distribución del campo en el cristal. Aquí el elemento 1 representa la fuente de la luz de sondeo, 2 es un lente colimador, 3 es un filtro interferométrico rojo ($\lambda = 0.65 \mu\text{m}$), 4 es un polarizador, 5 es un analizador, 6 es una cámara de video

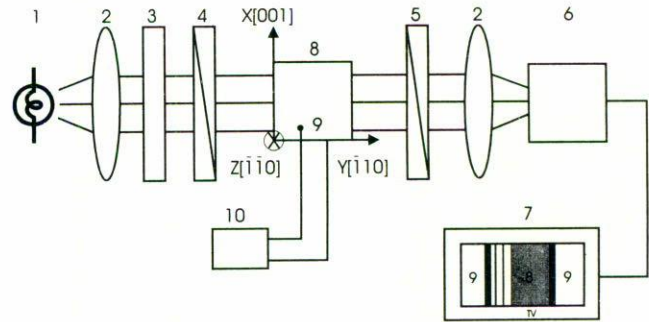


FIGURA 6. Esquema de la instalación experimental para la visualización de la distribución de la luz de sondeo en la muestra cristalina. 1 es la fuente de luz de sondeo, 2 es un lente colimador, 3 es un filtro interferométrico, 4 es un polarizador, 5 es un analizador, 6 es una cámara de video y 7 es un monitor, 8 es el cristal de Silicato de Bismuto, 9 son los electrodos metálicos, 10 es una fuente de voltaje externo.

y 7 es un monitor. La celda de Pockels consiste de un cristal electro-óptico de silicato de bismuto 8, al cual con unos electrodos metálicos 9 se le aplica un voltaje eléctrico de 4.4 kV.

El cristal de silicato de bismuto, que seleccionamos como muestra, es un cristal cúbico sin centro de simetría, que pertenece a la clase de simetría 23 [8]. Para este cristal los coeficientes del tensor del efecto electro-óptico lineal contienen sólo un coeficiente independiente $r_{41} = r_{52} = r_{63}$. Sin embargo, la simetría 23 permite además la presencia de la actividad óptica Ψ , o sea de la rotación dentro del cristal del plano de polarización de la luz de sondeo, la cual en los cristales de silenita presenta un valor considerable (el valor específico de rotación del plano de polarización $\Psi = 20 \text{ grad/mm}$ para la luz roja $\lambda = 0.65 \mu\text{m}$) y por eso tiene que ser considerada junto con el efecto electro-óptico lineal.

La relación entre $I(z, t)$ y $E(z, t)$ será más simple si suponemos que en el cristal sólo se manifiesta el efecto electro-óptico lineal, mientras todos los otros posibles efectos ópticos (tales como actividad óptica) son despreciablemente pequeños. En este caso podemos representar la luz que entra al cristal, como la suma de dos haces linealmente polarizados en direcciones ortogonales, que tienen distintas velocidades dentro del cristal. Gracias a ello, después de pasar por el cristal estos haces van a una diferencia de fase $\Gamma(z, t)$ proporcional a $E(z, t)$. Aquí sólo vamos a describir el caso cuando la orientación del cristal da la diferencia de fase máxima, es decir, cuando el campo eléctrico se aplica en la dirección cristalográfica $[110]$ y la dirección de la luz de sondeo es $[\bar{1}10]$ (Fig. 6). En este caso,

$$\Gamma(z, t) = 2\pi/\lambda n_o^3 r_{41} h E(z, t), \quad (27)$$

donde λ es la longitud de onda de la luz de sondeo, n_o es el índice de refracción en ausencia del campo eléctrico, h es la distancia que atraviesa la luz de sondeo dentro del cristal. La intensidad de la luz después de pasar el analizador será

$$\frac{I(z, t)}{I_o} = \cos^2(\beta - \alpha) - \frac{\sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \Gamma(z, t)}{2}, \quad (28)$$

donde I_0 es la intensidad de la luz de sondeo que incide al cristal, α es el ángulo entre el plano de polarización de la luz después de pasar el polarizador y la bisectriz del ángulo entre los ejes x, z ; β es el ángulo entre el plano del analizador y la dicha bisectriz. De este modo si solo se considera el efecto electro-óptico lineal, la relación entre $I(z, t)$ y $E(z, t)$ se obtiene de las Ecs. (27) y (28). Sin embargo para el cristal de silenita, que es la muestra seleccionada en este trabajo, la expresión (28) no es correcta debido a que junto con la birrefringencia $\Gamma(z, t)$ inducida por el campo eléctrico hay que tener en cuenta la actividad óptica del cristal Ψ .

En este caso, cuando el cristal es ópticamente activo, podemos representar la luz que entra al cristal, como suma de dos haces elípticamente polarizados, que tienen distintas velocidades dentro del cristal. Gracias a esto, después de pasar por el cristal tales haces van a tener una diferencia de fase $\Delta(z, t)$, de modo que

$$\Delta^2 = \Gamma^2 + (2\Psi)^2. \tag{29}$$

La relación entre $I(z, t)$ y $\Delta(z, t)$ es bastante compleja, sin embargo, en los casos particulares, importantes desde el punto de vista práctico, es posible simplificarla: así cuando los polarizadores se instalan en paralelo, es decir, $\alpha = \beta = 45^\circ$,

$$\frac{I(z, t)}{I_0} = \cos^2 \frac{\Delta}{2}. \tag{30}$$

Cuando los polarizadores se instalan perpendicularmente, es decir, $\alpha = -\beta = 45^\circ$:

$$\frac{I(z, t)}{I_0} = \sin^2 \frac{\Delta}{2}. \tag{31}$$

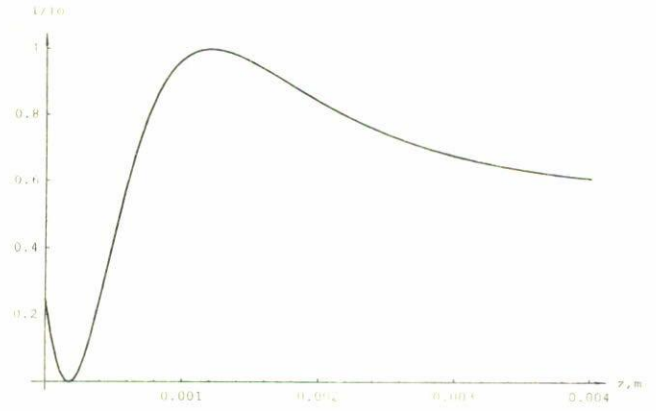
En este trabajo los polarizadores están instalados en paralelo (para obtener la imagen del cristal obscuro sin el campo eléctrico, $\Psi = 270$ grad) y por eso usaremos la expresión (30).

3.2. Resultados experimentales que se espera obtener

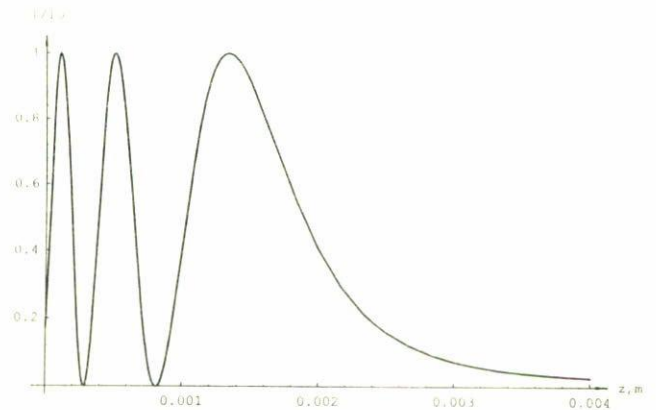
Para encontrar la distribución de la intensidad de la luz de sondeo $I(z, t)$ en el caso de que la distribución del campo en el cristal sea similar a la presentada en la Fig. 5, hay que encontrar la solución de la Ec. (26) en la Ec. (27) y después en las Ecs. (29) y (31). En la Fig. 7 se presentan los gráficos $I(z, t)/I_0$, obtenidos de este modo con el programa "Matemática" con los siguiente comandos (curva c):

```
l = 110^-3 ; d = 410^-3; x =Exp[-z/l]; a = 1 - Exp[-d/l]; f = x - a * l/d; t = 5;
b = (0.75 10^-6)^2 (1 + t*f);
Ga = b*(14 10^-3) * (5.3 10^-11) * 2 * Pi / (0.65 10^-6);
Dd = {Ga^2 + (2 * 1.5 * Pi)^2}^0.5; Int = (Cos[Dd/2])^2;
Plot[Int, {z, 0, d}, AxesLabel-> {"z, m", "I/I_0"}]
```

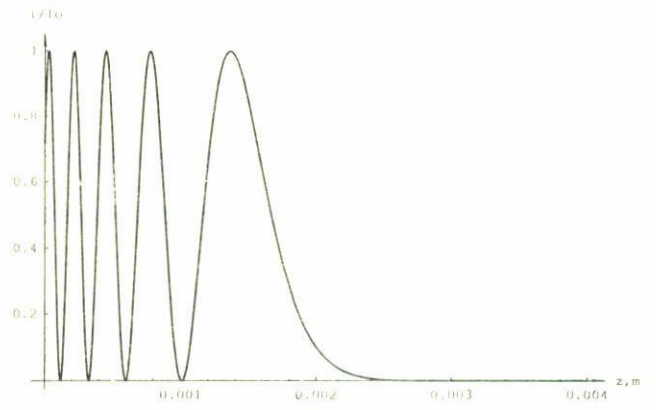
donde $Ga = \Gamma$, $Dd = \Delta$, $Int = I(z, t)/I_0$.



(a)



(b)



(c)

FIGURA 7. Distribución de la intensidad de la luz de sondeo en el cristal después de aplicar el voltaje externo de acuerdo con las Ecs. (26), (27) y (31): a) $t = 0.5 \tau_M$, b) $t = 3 \tau_M$, c) $t = 5 \tau_M$.

La forma de la función $I(z, t)/I_0$ presenta máximos y mínimos múltiples, esto se debe al hecho de que en el plano del analizador ocurre la interferencia de las componentes de los haces con polarizaciones ortogonales a la dirección de la polarización permitida. De las Ecs. (26) y (30) podemos notar que en el momento inicial $t = 0$, cuando el campo es uniforme, la distribución de la intensidad de la luz también es uniforme. Con el pasar del tiempo y como consecuencia de que en el cristal se forma una distribución del campo, en el

cual su valor absoluto disminuye linealmente del electrodo negativo hacia el espesor de la muestra, en la luz de sondeo surgen unas franjas claras y oscuras paralelas a los electrodos (eje x). Este fenómeno se llama interferencia de la luz polarizada y está bien estudiado en la cuña de cuarzo [9], donde las franjas surgen debido al cambio lineal del espesor de la placa de cuarzo, la cual además está debidamente cortada de un monocristal de cuarzo que tiene birrefringencia, en la cuña estas franjas se denominan como franjas del igual espesor. En nuestro caso en vez de una cuña tenemos una birrefringencia inducida por el campo eléctrico que disminuye aproximadamente en forma lineal, es por eso que las franjas de interferencia que aparecen con el tiempo las podemos por analogía llamar franjas de igual campo.

3.3. Condiciones experimentales, resultados y su discusión

Los estudios de los espectros de la fotoconductividad, de la foto- y termo-luminiscencia, de la absorción óptica y de las corrientes termo-estimuladas muestran que en la banda prohibida de las silenitas, como en los semiconductores clásicos, están presentes varios centros localizados que pueden generar o absorber portadores libres en el material [10]. En la Fig. 8 se presentan las transiciones electrónicas, más probables cuando la muestra se ilumina uniformemente con una luz verde-azul (a), sin iluminación alguna (b) y con una iluminación con la luz roja (c).

(a) En la Fig. 8a, la iluminación con la luz verde-azul, con energía de los fotones igual a la energía de los centros-A más profundos, provoca las transiciones electrónicas de estos niveles, los cuales son característicos para las silenitas, a la banda de conducción, lo que lleva a la aparición de los electrones libres y de los huecos localizados en los centros-A. La concentración de los centros A se estima de $\sim 10^{19} \text{cm}^{-3}$, mientras que la profundidad de estos niveles es de 2.6 eV (la banda prohibida de las silenitas es de ~ 3.25 eV). Estos electrones libres pueden ser atrapados otra vez en los centros-A, así como también en los niveles de las trampas. El modelo que estamos describiendo, incluye dos tipos de trampas para los electrones: trampas profundas (TP) con profundidades entre 1.5–2 eV y concentraciones entre 10^{15} – 10^{16}cm^{-3} , la excitación térmica de estas trampas está prácticamente excluida, y también se incluyen las trampas poco profundas (TPP) con profundidades de 0.7 eV y concentraciones de $\sim 10^{14} \text{cm}^{-3}$, las cuales tienen el tiempo de ionización térmica $\tau_t \sim 10$ s. Si los niveles de TP están vacíos, el proceso más probable será el de captura de los electrones de la banda de conducción a las TP, al pasar el tiempo estos centros se van llenando y la probabilidad de captura disminuye. Al mismo tiempo la captura por TPP y por los centros-A aumenta llegando a ser los procesos dominantes (la luz traspasa a los electrones de estos centros otra vez a la banda de conducción). Como consecuencia de esto, el tiempo de vida de los electrones crece y llega a $\tau \sim 10^{-5}$ s. De este modo, como resultado de la iluminación con la luz verde-azul en el estado estacionario,

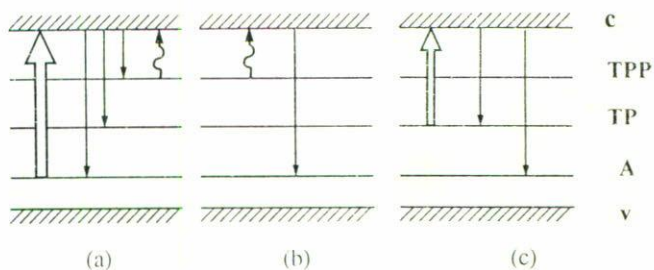


FIGURA 8. Principales tipos de transición electrónica en el cristal BSO, (a) bajo excitación con luz azul-verde, (b) en condiciones de oscuridad, (c) bajo excitación con luz roja.

en los centros-A se acumulan los huecos y en los niveles TP y TPP los electrones quedando llenos los niveles TP. Evidentemente sin campo eléctrico externo la muestra estará eléctricamente neutra.

(b) Si después de la iluminación la muestra se mantiene en la oscuridad, la generación térmica a las bandas de conducción de los electrones, capturados por TPP va a continuar. El proceso de la captura por los centros-A también va a continuar. Como consecuencia, en el estado estacionario (o, estrictamente dicho, cuasiestacionario), todos los niveles TPP estarán vacíos, (todos los TP ya están ocupados por los electrones), y la concentración de los huecos en los centros-A será igual que la concentración de los electrones en TP.

(c) La iluminación de la muestra con luz roja (con energía del fotón igual a la profundidad de los TP) lleva a la fotoionización de los TP. Los electrones libres se capturan otra vez por TP o por centros-A. El resultado final de la iluminación con la luz roja es desocupación de casi todas las trampas TP.

La aplicación del campo eléctrico externo, como ya lo hemos explicado, lleva al traslado de la carga en el espacio, como resultado del arrastre de los electrones, los procesos de generación y localización de los portadores de carga ahora están separados en el espacio, lo que lleva con el tiempo a la acumulación en la muestra de la carga volumétrica y a la formación de una distribución no uniforme del campo.

De todo lo anteriormente expresado está claro que la dinámica del campo en las silenitas depende de las condiciones, en las cuales estaba la muestra, tales como de la iluminación previa con luz de distintos rangos espectrales y de su posterior permanencia en la oscuridad y también de las condiciones experimentales, como el valor del voltaje aplicado, del tiempo de aplicación, de los electrodos que se usan, de la geometría y del rango espectral de la luz de fotoexcitación, de la temperatura, etc. Describiremos los resultados experimentales que se han obtenido en una geometría simple, cuando el campo eléctrico externo se aplica con ayuda de los electrodos planos y la fotoexcitación produce un haz ancho de luz verde-azul uniformemente absorbido.

Primeramente describiremos un resultado trivial. Si el cristal de silenita durante un tiempo largo (10 min.) se ilumina con un haz uniforme de luz roja, que se absorbe poco,

y después en el mismo momento de apagar la luz se aplica a la muestra un voltaje externo, en la oscuridad, va a surgir un campo eléctrico uniforme E_0 , que será constante durante un tiempo relativamente largo (~ 10 min.). Verificar esto es posible en una instalación, como la presentada en la Fig. 1 con pulsos cortos de luz de sondeo ($\Delta t = 0.5$ s), que encendemos durante un tiempo aleatorio t ($0 < t < 10$ min.) después de aplicar un campo eléctrico externo. En estas condiciones cada vez que se enciende la luz, en la pantalla del monitor se observa que el cristal es uniformemente transparente y su transparencia no cambia con el tiempo. Este resultado se puede explicar de la siguiente manera: como resultado de la iluminación previa del cristal con luz roja, TP y TPP están vacías y en la oscuridad después de aplicar el campo eléctrico no vamos a tener generación de electrones. Sin portadores de carga la muestra será aislante y el campo eléctrico externo creará en ella un campo eléctrico uniforme $E_0 = V/d$, el cual a su vez debido al efecto electro-óptico transversal va a proporcionar transparencia uniforme del cristal a la luz polarizada de sondeo.

El resultado que contiene más información lo podemos obtener si previamente iluminamos la muestra con la luz verde-azul y después en la oscuridad aplicamos un campo eléctrico externo. Bajo estas condiciones el cristal será uniformemente transparente en el momento inicial, sin embargo después, la distribución de la intensidad de la luz de sondeo será más compleja. Como podemos ver en la serie de fotografías (Fig. 9), que fueron obtenidas con la cámara de video, cerca del electrodo negativo se forma una zona transparente y cerca del positivo una oscura. Con el pasar del tiempo en la zona del cristal cercana al electrodo negativo surgen unas franjas claras y oscuras, las cuales pueden ser interpretadas como franjas de interferencia de la luz polarizada de sondeo. Con el pasar del tiempo el número n de estas franjas aumenta y además ellas se mueven paulatinamente hacia el electrodo negativo. Para los tiempos grandes ($t \sim 1$ min.) la imagen se estabiliza, o sea el sistema llega a su estado estacionario. La explicación del resultado obtenido ahora no trae dificultades: la iluminación previa de la muestra con la luz verde-azul lleva a que los electrones llenen a TP y TPP, en la oscuridad después de la aplicación del voltaje externo los TPP se ionizan térmicamente hasta que todos se quedan vacíos. El campo eléctrico arrastra los electrones libres, producto de esta ionización, hacia el electrodo positivo, y en la cercanía del electrodo negativo aparece la carga volumétrica positiva. La razón de generación de los electrones libres $g(t) = n(t)/\tau t$ disminuye paulatinamente hasta 0 y con esto la barrera de Schottky llega a su estado estacionario con la densidad de la carga positiva que se determina de la concentración de TPP. El hecho de que la carga eléctrica y el campo se concentren en la cercanía del electrodo negativo nos dice directamente que los portadores principales de carga en nuestra muestra son los electrones. Podemos obtener conclusiones más profundas si comparamos las fotografías experimentalmente obtenidas (Fig. 9) con los resultados de nuestros cálculos teóricos para la distribución de intensidad de la luz de sondeo (Fig. 7). La

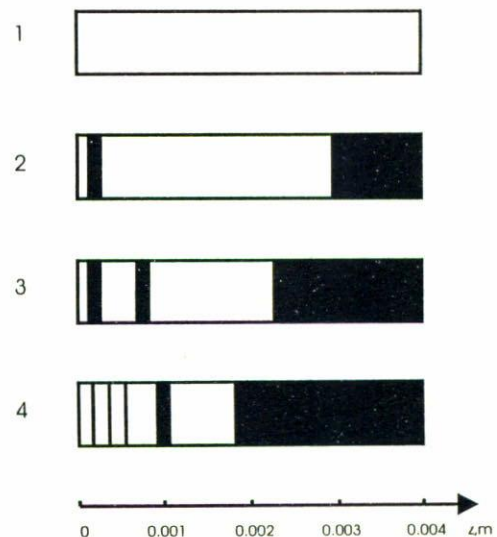


FIGURA 9. Esquema de la imagen de la muestra cristalina BSO con ayuda de la luz de sondeo después de aplicar el voltaje externo para distintos tiempos t : 1- 0 s, 2- 4 s, 3- 30 s, 4- 50 s.

coincidencia cualitativa de los resultados experimentales y teóricos nos dice que entendemos correctamente los procesos de transporte de carga, que determinan la dinámica del campo. Para los tiempos pequeños ($t < \tau_M$) también se observa una buena coincidencia cuantitativa, sin embargo para los tiempos grandes ($t > \tau_M$) la coincidencia no es tan buena. En realidad (ver Fig. 9) el ancho de la región de la carga volumétrica, 0.6 mm, (la región en la cual se observan las líneas de interferencia) es un poco menor que esta región de la Fig. 7, donde su espesor es mayor que 1mm. La no coincidencia se debe al hecho que las curvas de la Fig. 7 fueron obtenidas en base a la solución aproximada (26), la cual es correcta solo para los momentos iniciales $t < \tau_M$, cuando $E \sim E_0$. Una buena coincidencia de los resultados experimentales (Fig. 9) con los teóricos puede ser obtenida para una solución exacta numérica (Fig. 9) para los siguientes valores: el largo de arrastre del electrón $l = 1 \pm 0.1$ mm y el tiempo de Maxwell $\tau_M = 10 \pm 1$ s. La longitud de Schottky se determinó del ancho de la región de carga volumétrica en el estado estacionario, o sea para $L = 0.6 \pm 0.1$ mm como se puede ver en la Fig. 9.

Resultados más complejos, pero que contienen más información los podemos obtener si después de una larga iluminación (de la muestra) con la luz verde-azul, aplicamos un campo eléctrico en la oscuridad durante un largo tiempo. En este caso TP estarán ocupados por electrones y TPP estarán vacíos. Después de aplicar el campo eléctrico en la muestra surge un campo uniforme E_0 , el cual no va a cambiar debido a la ausencia de la generación de electrones. Ahora, después de aplicar el campo externo podemos “encender” y “apagar” la generación, iluminando al cristal con una luz adicional de distintos rangos espectrales, distinta intensidad y en distinta geometría con el fin de medir la distribución de la luz de sondeo en distintos tiempos. Es posible también hacer otros

experimentos, pero todo esto sobrepasa los límites de los objetivos de este artículo para la educación.

4. Conclusiones

La parte práctica de este trabajo está basada en el análisis de las imágenes obtenidas en distintos tiempos. Por un lado, los

métodos ópticos son fáciles de usar (en nuestro trabajo usamos una cámara de video junto con los dispositivos ópticos estándares), por otro lado estos métodos no solo nos permiten visualizar los procesos en el cristal, sino obtener mucha información sobre él. La visualización a su vez nos permite verificar la veracidad de nuestras conclusiones, así como también la precisión en la determinación de los parámetros del cristal.

-
1. J.P. McKelvey, *Física del estado sólido y de semiconductores*, (Prentice-Hall, México, 1989).
 2. O. Madelung, *Semiconductors, Group IV Elements and III-V Compounds*, (Springer-Verlag, Berlín, 1991).
 3. M.L. Abell and J.P. Braselton, *The Mathematica Handbook*, (AP Professional, 1992).
 4. M.P. Petrov and S.I. Stepanov, *Photorefractive crystals in coherent optical systems*, (Springer-Verlag 1991).
 5. G.R. Zurita y R.P. Sánchez *Rev. Mex. Fís.* **43** (1997) 315.
 6. V.N. Astratov, A.S. Furman, and A.V. Ilinski, *Semiconductors and Insulators: Optica and Spectroscopie Research*, (Yu Y. Kopteu, New York, 1992), p. 271.
 7. V.N. Astratov and A.V. Ilinski, *Ferroelectrics* **75** (1987) 251.
 8. A.S. Sonin and A.S. Vasilevskaya, *Electro-optic Crystals*, (Moscow, Atomizdat, 1971).
 9. E.A. Wood, *Crystals and light*, 2nd. Edition, (New York, Dover Publications, Inc. 1977).
 10. V.N. Astratov and A.V. Ilinski, *Ferroelectrics* **75** (1987) 251.