

Medición de la longitud focal de una lente con el patrón de difracción de una abertura y una cámara CCD

E. Pino Mota y C.I. Robledo Sánchez

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Puebla

Apartado postal 1152, 72000 Puebla, Pue., Mexico

e-mail: crobledo@fcfm.buap.mx

Recibido el 25 de noviembre de 1998; aceptado el 10 de marzo de 1999

Conociendo la expresión analítica del espectro de difracción de Fraunhofer de un objeto, es posible realizar distintas tareas metroológicas. En el presente trabajo se describe una metodología sencilla para obtener teóricamente y experimentalmente la distancia focal efectiva de una lente biconvexa. Se discuten los errores de este método y la precisión que es posible alcanzar con el mismo.

Descriptores: Difracción de Fraunhofer; metrología; longitud focal efectiva

When the analytical solution for the Fraunhofer diffraction of an aperture is known, it is possible to use that expression to solve some metrological problems. In this work, we obtain theoretically and experimentally the effective focal length of a biconvex lens; errors and accuracy in this method are discussed.

Keywords: Fraunhofer diffraction; metrology; effective focal length

PACS: 42.25.Fx; 42.62.Eh

1. Introducción

En instrumentación óptica es necesario obtener la longitud focal de lentes con alta precisión. Un instrumento usado para realizar este tipo de medición es el banco nodal [1]. La medición de la longitud focal efectiva de una lente con este instrumento requiere la localización de los planos principales, lo cual no es una tarea fácil para una persona no experta.

Existen varios métodos para medir la distancia focal, así, Glatt y Kafri [2] usan deflectometría de Moiré para este propósito, Calzadilla *et al.* [3] reportaron recientemente un método basado en la medición de la intensidad transmitida a través de una lente, el problema es que la técnica descrita solo puede ser utilizada para determinar distancias focales pequeñas.

A su vez, Horner demostró [4] la invariancia de la determinación de la distancia focal de una lente respecto a la colimación del haz incidente sobre la misma, cuando para ese efecto se utiliza el espectro de difracción lejano de una rendija.

En este trabajo se recurre al enfoque desarrollado por Horner, pero con algunas mejoras consistentes en la incorporación de una cámara CCD para realizar la lectura del patrón de difracción, así como una plataforma micrométrica móvil y una computadora personal. Se analizan también los errores del método y el límite de precisión que es posible obtener. La ventaja de este método es que no requiere de una buena colimación del haz con que se realiza la medición, tampoco se requiere la determinación de los planos principales de la lente. Como se mostrará, con el mismo se logra una alta precisión en la medición de la distancia focal efectiva de lentes

y es de fácil instalación en un laboratorio de pruebas. Con el uso de una cámara CCD es posible automatizar la lectura de la distancia focal, para este fin es necesario determinar el tamaño de los píxeles de la misma. A continuación se describe brevemente su fundamento.

2. Teoría

Asumiendo una transmitancia unitaria de la rendija, como se sabe, la intensidad del patrón de difracción en el plano focal de la lente, es igual según [1] a

$$I(x) = a^2 \text{senc}^2 \left(\frac{\pi ax}{\lambda f} \right), \quad (1)$$

donde x es la coordenada espacial del patrón de difracción, f la longitud focal de la lente, λ es la longitud de onda de la radiación y a es el ancho de la rendija. Como los ceros de la función ocurren en valores de $\pi ax/\lambda f$ igual a $n\pi$ donde $n = 0, 1, \dots$; cada franja brillante tiene un espesor dado por la expresión

$$s = \frac{\lambda f}{a}. \quad (2)$$

Como se puede observar de la ecuación anterior, conociendo la longitud de onda λ , el ancho de la rendija a y midiendo el ancho de una franja brillante es posible determinar la distancia focal de la lente. Realizando varias mediciones de s en el patrón de difracción, la misma es obtenida estadísticamente.

La incertidumbre en la medición de la distancia focal Δf depende de los errores en las mediciones del ancho de la rendija, en la longitud de onda y el ancho de cada franja en el

patrón de difracción; la misma resulta ser

$$\Delta f = \left| \frac{as}{\lambda^2} \right| \Delta \lambda + \left| \frac{s}{\lambda} \right| \Delta a + \left| \frac{a}{\lambda} \right| \Delta s; \quad (3)$$

en esta ecuación $\Delta \lambda$ es la incertidumbre en la longitud de onda, Δs es la incertidumbre en el ancho de una franja brillante en el patrón de difracción y Δa es la incertidumbre en el ancho de la rendija. En la Ec. (3) se tienen tres contribuciones a la incertidumbre total de la distancia focal. El primer término se refiere a la contribución por parte de la longitud de onda. Como la radiación usada es de un laser de He-Ne y para este tipo de laser un valor común de la estabilidad en frecuencia es de 4×10^{-7} , el error calculado para λ es de 2.6×10^{-13} m. Por consiguiente, el primer término de la Ec. (3) puede ser despreciado, quedando únicamente las incertidumbres en a y en s , entonces

$$\Delta f = \left| \frac{s}{\lambda} \right| \Delta a + \left| \frac{a}{\lambda} \right| \Delta s. \quad (4)$$

Consecuentemente, la precisión en la determinación de la distancia focal va a depender de la precisión con que se determinen el ancho de la rendija y el ancho de la franja brillante del patrón de difracción. El error relativo $\Delta f/f$ que se obtiene a partir de la Ec. (4) es igual a

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{|\Delta a|}{a} + \frac{|\Delta s|}{s}. \quad (5)$$

El mínimo valor de $\Delta f/f$ se obtiene derivando respecto a s e igualando a cero. Para realizar estas operaciones se sustituye a por $\lambda f/s$ en la Ec. (5). Después de realizar las operaciones indicadas se encuentra que el mínimo de $\Delta f/f$ se alcanza bajo la condición

$$s = a \frac{|\Delta s|}{|\Delta a|}. \quad (6)$$

Al sustituir el resultado de la Ec. (6) en la Ec. (5) se obtiene

$$\left(\frac{\Delta f}{f} \right)_{\min} = 2 \frac{|\Delta a|}{a} = 2 \frac{|\Delta s|}{s}, \quad (7)$$

lo que indica que una mejor precisión en la medición de f debe obtenerse si aumentamos el ancho de la rendija o la precisión con la que se determina; de igual forma, aumentando la precisión en la medición del grosor de la franja de difracción o haciendo la medición en un patrón más extendido, se alcanza una distancia focal más precisa.

3. Procedimiento experimental

El arreglo experimental para medir la distancia focal efectiva (f_{efec}) de una lente se muestra en la Fig. 1. La fuente de iluminación es un laser de He-Ne con $0.6328 \mu\text{m}$ de longitud de onda. El haz es expandido con un objetivo de microscopio de $40\times$, filtrado con un microagujero de $10 \mu\text{m}$ de diámetro y colimado con una lente de 50 cm. de distancia focal. Como abertura difractora se usa una rendija rectangular de $920.0 \mu\text{m}$ de ancho colocada detrás de la lente de prueba.

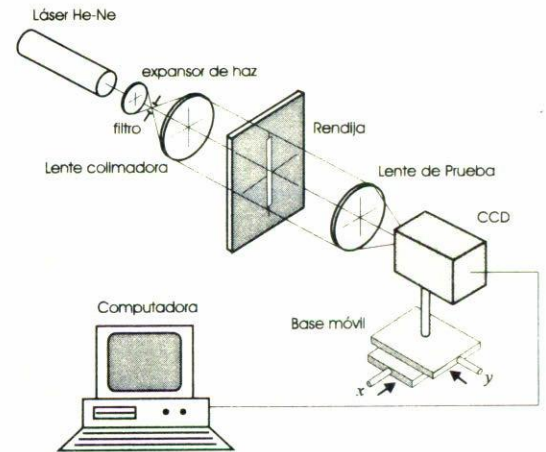


FIGURA 1. Arreglo experimental para determinar la distancia focal efectiva de una lente usando el patrón de difracción de una rendija y una cámara CCD.

El patrón de difracción de Fraunhofer de la rendija se obtiene por la lente de prueba, la cual funciona como una lente transformadora de Fourier; el espectro es captado con una cámara CCD, la cual está montada en una plataforma de traslación con movimientos en x y en y , los cuales sirven para colocar la cámara en el punto de mejor definición del patrón de difracción, los movimientos se regulan por medio de tornillos micrométricos de la marca Mitutoyo. En estos tornillos la mínima lectura es de $1 \mu\text{m}$. Montar la cámara CCD sobre la plataforma de traslación tiene el fin de calibrar la separación que tienen los pixeles con una escala conocida, en este caso la de los tornillos micrométricos. Este paso es necesario cuando no se conoce la separación de pixeles en la cámara CCD o bien no se confía en las especificaciones dadas por el fabricante. Ya establecida la separación de los pixeles en la cámara CCD, las mediciones se realizan directamente contando el número de pixeles y convirtiendo esta lectura a unidades de longitud. Para facilitar el conteo de pixeles se introdujo un indicador individual de los mismos. El período P de los pixeles en la cámara CCD se realizó trasladando el tornillo micrométrico una cierta distancia Δx , provocando que en el área sensible de la cámara CCD se detectara un corrimiento relativo del patrón de difracción, se midió entonces cuantos pixeles n se trasladó el patrón de difracción. El período P de los pixeles se calcula como $\Delta x/n$. Para nuestra cámara P fue de $16.82 \mu\text{m}$.

Si se tiene la idea de automatizar el proceso de determinación de la distancia focal las mediciones se pueden realizar haciendo la lectura de las distancias en pixeles y transformándolas a unidades de longitud con ayuda del período calculado.

La lente de prueba es una lente de Newport Corporation. Dado que la distancia focal medida dependerá de que la cámara CCD se encuentre en el foco de la lente de prueba, en el experimento fueron considerados posibles desenfoques moviendo la cámara hacia delante y hacia atrás respecto del punto en el que se observó el mejor cuadro de difracción.

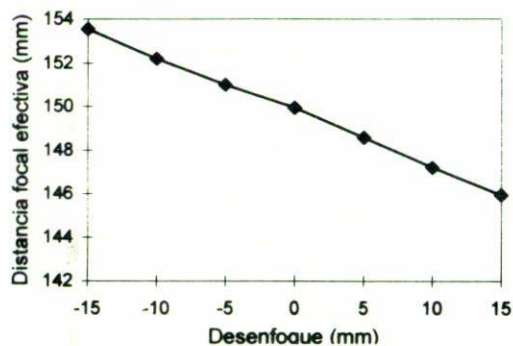


FIGURA 2. Influencia del enfoque en la determinación de la distancia focal efectiva de una lente.

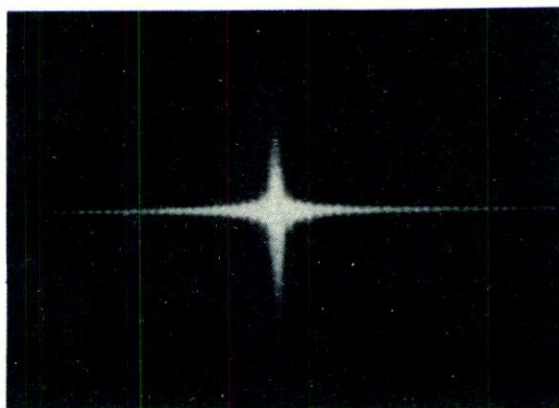
4. Resultados y discusión

Las distancias focales efectivas obtenidas para las distintas posiciones se muestran en la gráfica de la Fig. 2. Como puede observarse, la influencia del desenfoco es muy grande, por lo que resulta necesario obtener siempre la imagen en foco.

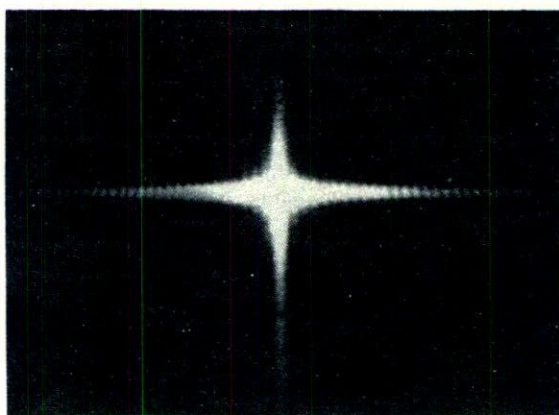
En la Fig. 3 se muestran tres fotografías del espectro de difracción captadas por la cámara CCD y fotografiadas del monitor, la Fig. 3a corresponde a un buen enfoque, la Fig. 3b a un desenfoco regular (10 mm) y la Fig. 3c a un desenfoco severo (15 mm, 10% de la distancia focal). La distancia focal de la lente de prueba especificada por el fabricante fue de 150.0 mm, con un error del 1.0%. Podemos observar en la Fig. 2 que la distancia focal más cercana al dato del fabricante es la obtenida de un cuadro de difracción con menor desenfoco el cual corresponde a la imagen de la Fig. 3a. Trasladando la cámara sobre el eje y (Fig. 1) se obtienen cuadros desenfocados haciendo crecer el error en la distancia focal.

La distancia focal efectiva de la lente cuando se observa el mejor cuadro de difracción (desenfoco cero) fue de 149.928 mm con una incertidumbre relativa de 0.17%. En la misma, los valores utilizados fueron los siguientes: $\Delta a = 1 \mu\text{m}$, precisión del perfilómetro con que se midió el ancho de la rendija; $\Delta s = 1/16 \mu\text{m}$ (se midió el ancho del espectro de difracción hasta el séptimo orden, a uno y otro lado del orden cero); el ancho s de la franja luminosa fue $103 \mu\text{m}$; la precisión del tornillo micrométrico, como se mencionó, fue de $1 \mu\text{m}$. Queda claro que esta incertidumbre puede ser disminuida aun más si el experimento se monta bajo la condición dada por la Ec.(6); la misma, sin embargo no fue posible realizarla por limitaciones técnicas.

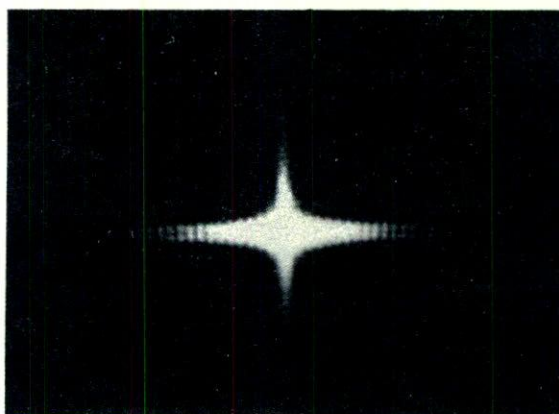
Se verificó también la invariancia del espectro de difracción respecto a la colimación del haz incidente sobre la rendija, para lo cual la lente colimadora se desplazó hacia atrás y hacia delante 5 cm de su posición de colimación con el objeto de provocar que el haz que ilumina la rendija no fuera colimado. En este caso la cámara CCD siempre se colocó en la posición de mejor observación del patrón de difracción. Para este caso los datos de f_{efec} se muestran en la Tabla I.



(a)



(b)



(c)

FIGURA 3. Espectros de difracción obtenidos en posición de (a) enfoque, (b) desenfoco regular y (c) desenfoco severo.

TABLA I. Verificación de la invariancia de la distancia focal respecto a la colimación.

Haz	f_{efec} (mm)
Divergente (-5 cm)	149.020
Colimado	149.928
Convergente (+5 cm)	149.020

La separación entre dos mínimos consecutivos en el caso de haces convergente y divergente fue de $102.500 \mu\text{m}$, y en el caso del haz colimado $103.125 \mu\text{m}$. El ángulo de divergencia del haz fue de 2.0 grados respecto al eje óptico.

5. Conclusiones

Fue demostrado que se puede determinar la distancia focal efectiva de una lente en forma sencilla y rápida. La técnica descrita permite estimar la distancia focal con una elevada precisión y, al incorporar como elemento de detección una cámara CCD, el procedimiento puede automatizarse.

Un resultado importante fue la confirmación de que la determinación de la distancia focal no depende de la colimación

del haz que ilumina la rendija, según se puede constatar en la Tabla I, a diferencia del banco nodal, donde la colimación es importante.

Una aplicación del método puede hallarse en la industria textil para determinar el espesor de fibras sintéticas o naturales con una muy alta precisión. En efecto, si las fibras son estiradas hasta que queden rectas, entonces son complementarias de las rendijas. Otra aplicación ya reportada es para determinar radios de curvatura locales de superficies cóncavas reflectoras [6].

Agradecimientos

Uno de los autores, C.I. Robledo, agradece el apoyo otorgado por el CONACyT mediante el proyecto I26853-E.

-
1. Z. Malacara, "Angle, distance, curvature, and focal length" en *Optical Shop Testing*, edited by D. Malacara, (John Wiley & Son, New York, 1992).
 2. LL. Glatt and O. Kafri, *Appl. Opt.* **26** (1987) 2507.
 3. O. Calzadilla, M.L. Alvarez, M. Yuste, and C. Carreras "Focal length measures in single lenses" en *Memorias del 5o. Encuentro Latinoamericano de Optica, Láseres y sus Aplicaciones*, Habana, Cuba, (1996).
 4. J.L. Horner, *Appl. Opt.* **28** (1989) 1047.
 5. F.T.S. Yu, *Optical Information Processing*, (Wiley-Interscience, New York, 1983).
 6. J. Díaz Anzures y C.I. Robledo Sánchez, "Caracterización de superficies ópticas con difracción", *XL Congreso Nacional de Física*, Monterrey, N.L., Mexico (1997).