

Mecánica de las grietas auto-afines en hojas de papel fragilizado

Alexander S. Balankin y Orlando Susarrey H.

SEPI-Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica,
Instituto Politécnico Nacional, México

Armando Bravo O. y Marco A. Galicia

Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Campus Estado de México, Mexico

Recibido el 3 de septiembre de 1996; aceptado el 22 de marzo de 1999

Se estudia el efecto de rugosidad auto-afín en propagación de grietas en materiales frágiles. Se realizaron un conjunto de experimentos con hojas de papel Xerox fragilizado, como un modelo de material perfectamente frágil. Los resultados de las pruebas mecánicas estandarizadas y mediciones fractales son comparadas con predicciones de Mecánica de la Fractura Lineal Elástica (MFLE) y mecánica de las grietas auto-afines en un material elástico. Se encontró que este último concuerda cuantitativamente con experimentos, los cuales difieren drásticamente con las predicciones del MFLE. Por tanto, existe la necesidad de revisar las normas ASTM relacionados con mediciones de la tenacidad de la fractura. Se sugiere un nuevo concepto de "tenacidad de la fractura fractal".

Descriptores: Fractura; fractal; tenacidad

The effect of self-affine roughness on crack mechanics is studied. Experiments were carried out using embrittled Xerox paper sheets as a model perfectly brittle material. Results of standard mechanical tests and fractal measurements are compared with predictions of classical linear elastic fracture mechanics (LEFM) and mechanics of self-affine cracks theories in an elastic material. It is found out that the second one provides quantitative agreement with experiments which dramatically differ from the predictions of LEFM. Hence, the necessity of revising the ASTM standards. The concept of "fractal fracture toughness" is introduced.

Keywords: Fracture; fractal; toughness

PACS: 62.20.Mk; 05.40.+j; 46.30.Nz

1. Introducción

La mecánica de la fractura moderna es un análisis matemático del proceso mecánico que conduce a la propagación de la grieta. La mecánica de la fractura lineal elástica (MFLE) trata a las fracturas como un corte matemático, el cual comienza a moverse cuando una extensión infinitesimal de la grieta libera la energía necesaria para crear una superficie de fractura [1, 2]. Un concepto fundamental para MFLE, basado en la teoría de elasticidad, es el concepto del "factor de intensidad de esfuerzos", K , introducido por Irwin [3]. Mientras este concepto fue originalmente introducido a través de la solución asintótica a un problema elástico con un corte recto, la interpretación física de este concepto está basado en un concepto más general de "rapidez de liberación de energía" en el vértice de la grieta, G , el cual está asociado con la ley fundamental de conservación de la energía [1]. En el caso de fractura frágil en un sólido elástico lineal, los criterios basados en los conceptos del factor de intensidad de esfuerzos y la rapidez de liberación de energía, los cuales son equivalentes [1, 2]. Un buen número de casos exitosos de la aplicación de MFLE ha impulsado la permanencia de esta teoría dentro de la comunidad de ingeniería [2]. Sin embargo, en los últimos años, fue reconocido que algunos conceptos básicos del MFLE no son válidos, aún cuando la respuesta de un material es excepcionalmente frágil en la naturaleza [4–13].

Realmente es esencial para el éxito del MFLE como una teoría predictiva verdadera que el factor de intensidad de esfuerzos realmente controle la fractura [1, 2]. Si los fundamentos físicos y las suposiciones del modelo del MFLE son válidos, tenacidad a la fractura, K_{IC} , así como el valor crítico de la rapidez de la liberación de energía, G_C , deberían ser constantes físicas del material. Sin embargo, el análisis en esta materia [14] muestra que los valores obtenidos de K_{IC} y G_C con pruebas mecánicas estandarizadas en diferentes trabajos, son comúnmente muy diferentes. El rango de diferencia se encontró que fue de más del 100% [6, 14], haciéndose todas las mediciones bajo normas ASTM. Además, los experimentos indican que K_{IC} [6] y G_C [5] dependen de las dimensiones del espécimen. Esto trasciende exactamente en la validez de los procedimientos de prueba estandarizados de fractura y afecta a las mismas bases del MFLE [15].

Es aparente que la ley de conservación de energía es incuestionable. El modelo continuo elástico lineal también es válido para un amplio rango de materiales frágiles con un comportamiento de esfuerzo-deformación elástico lineal. Así, sólo la representación para cortes rectos de fracturas reales puede estar en duda.

Realmente, hasta ahora es reconocido que las superficies de fractura pueden ser consideradas como objetos auto-afines [9–13]. La rugosidad auto-afín de la fractura lleva a un cambio en el comportamiento del esfuerzo en el vértice de la

grieta con un amplio pero delimitado intervalo de escalas de longitud [4]:

$$\ell_0 < r < \xi_C, \quad (1)$$

donde r es la distancia desde el vértice de la grieta, ℓ_0 es el límite máximo medible y ξ_C es la longitud de correlación auto-afín [19].

La mecánica de las grietas auto-afines en sólidos linealmente elásticos fue desarrollada en trabajos anteriores [15, 20, 21]. Esta teoría permite una formulación matemática suficientemente rigurosa que satisface los requerimientos adoptados en mecánica clásica de los sólidos. Además, fue mostrado [21] que el MFLE puede ser tratado como un caso especial de mecánica de las grietas auto-afines.

Los problemas de mecánica que involucran grietas auto-afines muestran un comportamiento del esfuerzo en el vértice de la grieta del tipo ley de potencia,

$$\sigma_{ij} = K_f \left(\frac{r}{\ell_0} \right)^{-\alpha} \quad (2)$$

dentro del intervalo (1), donde

$$\alpha = \frac{dH - (d-1)}{2H}; \quad \text{si } H > H^* = \frac{d-1}{d}, \quad (3)$$

o

$$\alpha = 0; \quad \text{si } H \leq H^*, \quad (4)$$

donde d es la dimensión del problema elástico que se está considerando, H es el exponente de la rugosidad de la fractura, también llamado el exponente Hurst [19] y K_f es el "factor de intensidad de esfuerzos fractal" [4]. Mientras que a distancias $r \gg \xi_C$ del vértice de la grieta se restablece el comportamiento asintótico en la ley del inverso de la raíz cuadrada del esfuerzo en el vértice de la grieta,

$$\sigma_{ij} \simeq \frac{K_I}{\sqrt{r}}, \quad (5)$$

donde K_I es el factor de intensidad de esfuerzos para el modo I de la fractura [1].

Nótese que este resultado difiere drásticamente con las predicciones del MFLE para un problema con una grieta rugosa, pero con un perfil suficientemente liso (diferenciable). Entonces, de acuerdo al principio de Saint Venant [1], el comportamiento asintótico clásico (2) se restituye a distancias $r > r_{\text{rmf}}$, donde r_{rmf} es la amplitud promedio de la rugosidad de la grieta, también llamada "rugosidad saturada" (rmf). Para fracturas reales en sólidos frágiles $r_{\text{rmf}} \ll \xi_C$ [16]. Desafortunadamente el comportamiento del esfuerzo (2)–(4), así como el comportamiento clásico (5), no pueden ser probados de manera cuantitativa por observaciones experimentales directas, las cuales sólo dan resultados cualitativos [4]. Sin embargo, la validez de (2)–(4) pueden ser verificados por comparación entre las predicciones de mecánica de la fractura auto-afín y los resultados de pruebas mecánicas estandarizadas. El propósito de este trabajo es hacer tal comparación.

2. Experimentos: resultados y discusión

Es fácil entender que el concepto del "factor de intensidad de esfuerzos" común, K , como un coeficiente en la asíntota de esfuerzos (5) no puede ser introducido en el intervalo (1). En consecuencia, hablando explícitamente, los experimentos en diferentes tamaños de probeta, los cuales no son muy grandes (el tamaño absoluto de la probeta no está completamente especificado por la norma ASTM [22]) lleva a resultados físicamente inválidos. Esta puede ser la razón de la variación en los valores de "tenacidad medida a la fractura" y la "rapidez de liberación de energía" con respecto a las dimensiones de las pruebas.

Realmente mientras el concepto de tenacidad a la fractura, K_{IC} , como un valor umbral del convencional factor de intensidad de esfuerzos, K_I , no es válido dentro del intervalo de fractura auto-afín (1), los datos del pruebas mecánicas estandarizadas pueden ser usados para calcular la "tenacidad efectiva a la fractura", $K_C = k\sigma_i\sqrt{\ell}$, donde σ_i es el valor del esfuerzo asociado con la iniciación del crecimiento de la grieta, ℓ es la longitud de la grieta y k es un factor geométrico adimensional, determinado por la geometría de la problema y la relación de Poisson ν (ver Ref. 1).

La predicción básica del MFLE es que el valor experimental de K_C será una constante independiente del tamaño de la prueba, K_{IC} , cuando es medida con pruebas mecánicas estandarizadas (ver por ejemplo, normas ASTM [22]). En tal caso, los experimentos sobre piezas similares de diferentes tamaños dará el mismo valor de K_C , esto es,

$$K_C(\lambda\ell) = K_C(\ell), \quad (6)$$

donde λ es el factor de escala del tamaño de la muestra (ver Fig. 1b).

En contraste a esto, dentro del marco de la mecánica de las grietas auto-afines, es fácil demostrar [15] que la "tenacidad efectiva a la fractura" se reducirá a

$$K_C(\lambda\ell) = \lambda^n K_C(\ell) \quad \text{donde } n = \frac{(d-1)(1-H)}{2H}, \quad (7)$$

para $\ell_0 < \lambda\ell < \xi_C$, $\lambda \geq 1$ y $H > H^*$. La rapidez de liberación de energía asociada con la propagación de la grieta auto-afín también será medible como $G_C(\lambda\Delta\ell) = \lambda^{2n} G_C(\Delta\ell)$, donde $\Delta\ell$ es el aumento de longitud de la grieta.

De esta forma las diferencias entre las predicciones de MFLE y la mecánica de las grietas auto-afines se pueden notar fácilmente. Además, la buena medición fractal desarrollada para la geometría de la grieta [9, 10] arroja datos para la verificación cuantitativa y la validación de la Ec. (7).

Al parecer las hojas de papel fragilizado es un perfecto candidato para el estudio del efecto de rugosidad de la grieta en mecánica de la fractura^a. En primer lugar, después de cierto tratamiento térmico, los hojas del papel Xerox muestra-

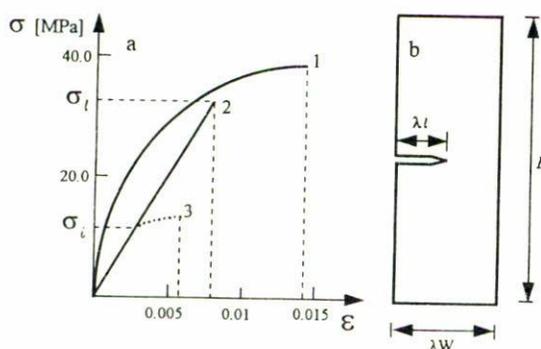


FIGURA 1. a) Curvas esfuerzo-deformación uniaxial para hojas de papel Xerox antes (1) y después (2) del horneado; y respuesta del espécimen con muesca de $\ell = 4$ mm y ancho $W = 16$ mm (3); y b) configuración de la muestra con muesca simple de un filo.

ron una respuesta al esfuerzo-deformación uniaxial elástica lineal y una perfecta fractura frágil (ver Fig. 1a). En segundo lugar, el espesor de los especímenes probados siempre fueron al menos 100 veces menos que el ancho de la probeta, W , así que bajo tensión uniaxial en todos los experimentos se mantuvo un estado de esfuerzos planos. Finalmente las líneas de ruptura en las hojas de papel poseen una geometría auto-afín, dentro de un amplio rango de longitudes de escala (1), donde $\ell_0 \sim 1$ mm y $\xi_C \sim 10$ cm $\gg r_{\text{rmf}} \sim 0.5$ cm [17]. Además, en la literatura existe información mucho más sólida acerca de la topografía estadística de superficies de grieta en hojas de papel que para cualquier otro material [10, 17].

El papel comercial es difícil de describir y por ende se tuvo que evaluar a más de 10 diferentes tipos de papel. Generalmente la respuesta esfuerzo-deformación de una hoja de papel a cargas de tensión uniaxiales es en parte elástica y en parte plástica (ver Fig. 1a). Probablemente las fibras de papel individuales por sí mismas son el origen de la elasticidad, mientras que el deslizamiento de las fibras sobre las otras contribuye principalmente a la plasticidad. Para evitar la plasticidad del papel se tuvo que fragilizarlo, horneándolo a temperaturas cercanas al punto de ignición autógena. Un número de diferentes métodos de fragilizado de papel fueron evaluados con el propósito de seleccionar la hoja de papel con diagrama esfuerzo-deformación idealmente lineal y con fractura perfectamente frágil.

Así, en nuestros experimentos fueron usadas hojas de papel Xerox con un espesor de $h = 0.1$ mm que fueron horneadas durante 9 minutos a 290°C . Las hojas de papel tienen propiedades mecánicas extremadamente variables, dependiendo de su historia de preparación, temperatura y humedad durante la prueba. Para evitar el efecto de esos factores todos los experimentos se llevaron a cabo en las mismas condiciones, temperatura de 22°C y humedad relativa de 38%.

Dos curvas “esfuerzo-deformación” para pruebas de papel Xerox antes y después del tratamiento térmico se muestran la Fig. 1a. Se encontró que el módulo de Young en la dirección longitudinal del papel Xerox horneado, es de 6.2 ± 0.2 GPa y en la dirección transversal es de 1.8 ± 0.1 GPa.

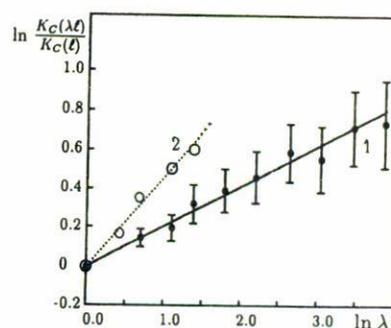


FIGURA 2. Dependencia de la “tenacidad efectiva a la fractura” del tamaño del papel fragilizado. Los puntos son datos experimentales del (1) presente trabajo y (2) de la Ref. 6; las líneas rectas son calculadas por la Ec. (7) con valores de n ajustados por el método de mínimos cuadrados.

El esfuerzo máximo a tensión transversal $\sigma_t = 7 \pm 1$ MPa es menor que el esfuerzo máximo a tensión longitudinal $\sigma_l = 30 \pm 2$ MPa (prueba normalizada en tensión en las muestras con el ancho de 5 mm). Así que el papel posee una anisotropía claramente definida. Se encontró que la relación de Poisson es de $\nu_t = 0.34 \pm 0.04$. También se encontró que las constantes elásticas, así como los esfuerzos últimos a tensión, no dependen del tamaño de la probeta.

La prueba de “tenacidad a la fractura” para hojas de papel, consistió en seleccionar una geometría de espécimen como se muestra en la Fig. 1b. La longitud de todas las probetas fue de $L = 150$ mm y el ancho de una probeta de $W = \lambda w$, donde $w = 4$ mm y los factores de escala $\lambda = 1, 2, 3, 4, 6, 9, 14, 21, 32, 48$. La muesca fue cortada con una navaja de doble filo a la mitad de uno de los lados libres de cada espécimen. La longitud de la muesca fue un cuarto del ancho de espécimen ($\lambda \ell_M = 0.25 W$).

La medición de la tenacidad se llevó a cabo en una máquina de pruebas Instron 4505. Se encontró que la velocidad de tensión en el rango $0.05 \div 1.0$ mm/min. no afecta los resultados experimentales. Además de esos experimentos, fueron realizados otros con velocidad de tensión de 0.2 mm/min. Para experimentos con grandes hojas de papel fueron construidas mordazas especiales con el objeto de evitar el deslizamiento.

La propagación de la grieta a través de las hojas de papel fue videograbada. En todos los experimentos las líneas de ruptura comenzaron realmente desde las muescas. La propagación de la grieta a través de las muestras fue bastante rápida (menor a 1 segundo), pero no ocurrió flexión local.

Al menos 10 probetas de cada tamaño fueron probadas. Las distribuciones de datos para probetas de un tamaño dado se aproximan a las distribuciones normales. Para especímenes con tamaños $W = 4$ mm y $\ell = 1$ mm se obtuvo $K_C = 0.46 \pm 0.04$ MPa \sqrt{m} . Datos experimentales para otras muestras están dados en la Fig. 2 en coordenadas logarítmicas junto con los datos reportados en la Ref. 6.

Se ve fácilmente que en contraste con la predicción (6) del MFLE, “tenacidad efectiva a la fractura”, $K_C(\lambda \ell)$, po-

see una dependencia de la ley de potencia sobre λ . Los valores calculados del exponente n de los datos de la Ref. 6 y del presente trabajo son muy diferentes. Para una verificación cuantitativa de la Ec. (7) se necesita ahora el exponente de rugosidad H para las líneas de ruptura.

Estudios experimentales han revelando que la propagación de una grieta en una hoja de papel son eventos aleatorios en las fallas locales en el frente del vértice de la grieta, así que las líneas de ruptura se comportan aleatoriamente. Recientemente ha habido mucho progreso en la caracterización estadística de tales patrones aleatorios. En particular, se encontró que las líneas de ruptura en hojas de papel poseen invariancia auto-afín dentro del rango extremadamente amplio de escala de longitud (1). Es decir, el ancho de la escala de la línea de ruptura, $\langle \Delta z \rangle$, con su longitud de proyección Δx es $\langle \Delta z \rangle \sim (\Delta x)^H$, donde el valor del exponente de rugosidad, H , depende de las propiedades mecánicas del papel. Los valores de H reportados en la literatura para diferentes clases de papel están en el rango de $0.5 \leq H \leq 0.9$ [10]. No obstante, H siempre cae dentro de este estrecho rango, y se ha encontrado que las líneas de ruptura en diferentes clases de papel están caracterizadas por diferentes valores de H [17], por lo que no es universal.

Para obtener H , las líneas de ruptura fueron digitalizadas con un scanner de 400 puntos por pulgada y analizados de acuerdo a la ecuación: $\langle \Delta z \rangle \sim (\Delta x)^H$. Para más detalles ver las Refs. 17 y 18. La longitud de la correlación auto-afín, ξ_C , se encontró que es más grande que el máximo ancho de todos los especímenes usados, $\xi_C \geq 19$ cm. Por consiguiente, para todas las muestras probadas $\lambda w = W < \xi_C$. El valor obtenido para el exponente de rugosidad $H = 0.70 \pm 0.04$ coincide con los datos de la Ref. 17 para el papel con respuesta perfectamente frágil.

De acuerdo a la Ec. (7) con $d = 2$ y $H = 0.70 \pm 0.04$, "tenacidad efectiva a la fractura" debería ser graduada o escalada con el exponente $n = 0.22 \pm 0.04$. Esto está en excelente acuerdo con el valor $n = 0.23 \pm 0.06$ obtenido por el ajuste de mínimos cuadrados de datos experimentales para dependencia del K_C con el ancho de la probeta (ver Fig. 2).

Los datos de la Ref. 6 pueden ser también ajustados por la Ec. (7) con $n = 0.46 \pm 0.08$ (ver Fig. 2). Así que de acuerdo

con la segunda relación de la Ec. (7) puede suponerse que en experimentos como los desarrollados en la Ref. 6, el exponente de la rugosidad de fractura es 0.52 ± 0.08 , y es cercano al valor crítico $H^* \doteq 0.5$ para problemas de dos dimensiones [ver Ec. (4)]. Este valor inferior de H está asociado con el menor tiempo de horneado usado por los autores de la Ref. 6. La medición directa del fractal de las líneas de ruptura en hojas de papel Xerox horneadas durante 3 minutos, da un valor de $H = 0.61 \pm 0.07^b$.

3. Conclusiones

Los datos de este trabajo claramente indican que el comportamiento del esfuerzo del vértice de la grieta en papel fragilizado es semejante al comportamiento esperado para grietas auto-afines, el cual difiere dramáticamente de la predicción del MFLE. El exponente del comportamiento de esfuerzos del vértice de la grieta (2)–(4) es gobernado por el exponente de rugosidad de la fractura H , y este último depende de las propiedades del material.

De esta forma, el criterio de fractura en el intervalo (1) puede ser formulado como

$$K_f \equiv \sigma_\infty \ell^\alpha = K_{fC}, \quad (8)$$

donde σ_∞ es el esfuerzo aplicado a una distancia infinita, ℓ es la longitud de proyección de la grieta, α está definido por la Ec. (3) y K_{fC} es "tenacidad a la fractura fractal"^c. Para hojas de papel Xerox fragilizado, se obtuvo que "tenacidad a la fractura fractal" es una constante $K_{fC} = 2.04 \pm 0.06 \text{ MPa} \times m^{0.276}$.

La dependencia en el tamaño de K_C muestra que los resultados de las pruebas mecánicas estandarizadas no son válidas al menos cuando no se usan especímenes suficientemente grandes. Se observa que las normas ASTM para las piezas de prueba para la medición de la fractura deberían ser completadas con la especificación del tamaño absoluto del espécimen, el cual debe ser mayor que la longitud de la correlación auto-afín de la superficie de la fractura rugosa. Tal especificación puede ser formulada con base en un estudio más completo en esta materia.

a Hojas de papel Xerox horneadas durante 3 minutos a una temperatura de 290°C fueron probadas en un trabajo anterior [6]. Mientras que sólo 5 diferentes tamaños de muestras fueron usados, los datos experimentales claramente indican la dependencia de la "tenacidad medida a la fractura" con respecto al tamaño de la prueba (ver Fig. 2). Desafortunadamente, en la Ref. 6 la rugosidad de la grieta no fue estimada, porque los autores no asociaron el efecto del tamaño con la rugosidad de la grieta. Por lo tanto, los datos de esta referencia no pueden ser usados para la comparación cuantitativa de la Ec. (7).

b En algunos trabajos en esta materia se sugiere que el exponente de rugosidad de fractura H tiene un valor universal para todos

los materiales. Por ejemplo, los autores de la Ref. 23 sugirieron 0.7, en la Ref. 24 fue sugerido otro valor universal de 0.87. Más recientemente, los autores de la Ref. 25 conjeturaron la existencia de dos valores universales, los cuales están asociados con lenta ($H \simeq 0.45$) y rápida ($H = 0.87$) propagación de la grieta. Sin embargo, análisis sobre esta materia [18, 26] han mostrado que H depende de la propiedad del material, del mecanismo de fractura, así como de las observaciones de las escalas. El efecto del tiempo de horneado sobre H además del efecto de la anisotropía mecánica y las interrelaciones entre propiedades mecánicas del papel y las propiedades del fractal de las líneas de ruptura estarán sujetos a un trabajo a futuro.

- c Se ve fácilmente que hay una relación entre K_{fC} y el "coeficiente de difusión fractal de la grieta", D_λ ; el cual fue introducido en la Ref. 27 dentro del modelo de fractura probabilístico [28].
1. G.P. Cherepanov, *Mechanics of Brittle Fracture*, (Mc Graw Hill, New York, 1979).
 2. T.L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*, (CRC Press, Boston, 1991).
 3. G.R. Irwin, *J. Appl. Mech.* **24** (1957) 361.
 4. A.S. Balankin, *Synergetics of Deformed Solid*, (Dep. of Defense USSR Press, Moscow, 1991).
 5. A.R. Rosenfield, *Scr. Metall.* **21** (1987) 1359.
 6. G.B. Sincliar, M. Kondo and R.V. Pieri, *Int. J. Fracture* **72** (1995) R3.
 7. A.S. Balankin and P. Tamayo, *Rev. Mex. Fís.* **40** (1994) 506.
 8. G.P. Cherepanov, A.S. Balankin, and V.S. Ivanova, *Eng. Fracture Mechanics* **51** (1995) 997.
 9. A.S. Balankin, *Eng. Fracture Mechanics* **57** (1997) 135.
 10. A.S. Balankin *et al.*, *Int. J. Fracture* **87** (1997) L 37.
 11. A.S. Balankin and O. Susarrey, *Int. J. Fracture* **81** (1996) R 27.
 12. A.S. Balankin, A. Bravo, M.A. Galicia, and O. Susarrey, *Int. J. Fracture* **79** (1996) R 63.
 13. A.S. Balankin, *Proc. Roy. Soc. (London)* **455** (1999) 1.
 14. S.F. Hoysan and G.B. Sinclair, *Int. J. Fracture* **60** (1993) R 43.
 15. A.S. Balankin, *Int. J. Fracture* **76** (1996) R 56.
 16. V.S. Ivanova, A.S. Balankin, I.J. Bunin, and A.A. Oksogoev, *Synergetics and Fractals in the Material Science*, (Nauka, Moscow, 1994).
 17. J. Kertéz, V.K. Horváth, and F. Weber, *Fractals* **1** (1993) 67.
 18. A.S. Balankin and F. Sandoval, *Rev. Mex. Fís.* **43** (1997) 545.
 19. P. Meakin, *Phys. Rep.* **235** (1993) 189.
 20. A.S. Balankin, *Rev. Mex. Fís.* **41** (1995) 473; **42** (1996) 161.
 21. A.S. Balankin, *Phil. Mag. Lett.* **74** (1996) 415.
 22. *Annual Book of ASTM Standards* **3.01**, ASTM, New York (1987).
 23. A. Hansen, E.L. Hinrichsen and S. Roux, *Phys. Rev. Lett.* **66** (1991) 2476.
 24. K. Maloy, A. Hansen, E. Hinrichsen and S. Roux, *Phys. Lett.* **68** (1992) 213.
 25. E. Bouchaud and S. Navéous, *J. Phys. I France* **5** (1995) 547.
 26. X. Zhang, M.A. Knacksted, D.Y. Chan and L. Paterson, *Europhys. Lett.* **34** (1996) 121.
 27. B. Kunin and M. Gorelik, *J. Appl. Phys.* **70** (1991) 7651.
 28. A. Chudnovsky and B. Kunin, *J. Appl. Phys.* **62** (1987) 4124.