

# La construcción del objeto físico en la enseñanza de la termodinámica y la mecánica

Marco Antonio Martínez Negrete

*Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México  
04510 México, D.F., Mexico*

Recibido el 16 de noviembre de 1998; aceptado el 16 de febrero de 1999

El aprendizaje significativo de los conceptos de la física tiene como posibles consecuencias, según sus teóricos, una comprensión y permanencia en la memoria del estudiante superiores a las ocasionadas por otras formas de aprendizaje. La máxima discriminación entre algún concepto científico y sus preconceptos es una de las variables importantes para que el estudiante, expuesto a ambos, logre aprender significativamente el concepto científico que se enseña en el aula. Por esto es necesario definir lo más precisamente posible el objeto físico (el cual está formado por conceptos, axiomas, aparato matemático, leyes deducidas y comportamiento experimental), con el propósito de contrastarlo eficazmente con los preconceptos del alumno. La suposición básica del presente trabajo es que la construcción epistemológica del objeto científico, que se detalla adelante, logra una de las descripciones más nítidas de la teoría y de los conceptos científicos que se desean enseñar en el aula. En el texto siguiente se describe la construcción epistemológica al nivel universitario de tres objetos físicos: el termodinámico, el mecánico newtoniano y el mecánico einsteiniano, con el propósito de ayudar al profesor de la asignatura a integrar su archivo de objetos físicos a ser contrastados con los "preobjetos" del estudiante.

*Descriptores:* Termodinámica; mecánica; aprendizaje significativo

According to its supporters, some of the possible consequences of the meaningful learning theory of physical concepts are a better understanding and a longer retention of them in the memory of the student, superior to those achieved by other forms of learning. The exposure to the maximum discrimination between a physical concept and its precepts is one of the relevant variables in the process of meaningful learning of that concept by the student. Consequently, it is necessary to define as precisely as possible the physical object under consideration (consisting of concepts, axioms, mathematical apparatus, deduced laws and experimental behavior) in order to produce an appropriate contrast with the precepts of the pupils. The main contention of the present writing is that the epistemological construction of the physical object (detailed below) is the procedure which produces one of the neatest descriptions of the physical theory and its scientific concepts to be taught in the classroom. The following text details the epistemological construction at the undergraduated level of three physical objects in thermodynamics, newtonian and einsteinian mechanics, respectively. They will possibly help the teacher of the subject to integrate a collection of physical objects to be contrasted with the corresponding "preobjects" of the student.

*Keywords:* Thermodynamics; mechanics; meaningful learning

PACS: 01.40.Gm

## 1. Introducción

Un problema central a resolver en la enseñanza de la física es el de la comprensión de los conceptos científicos como normalmente se los acepta por la comunidad de sus practicantes y su retención en la memoria de un estudiante por ejemplo de licenciatura. Varias son las teorías que se ocupan de la solución del problema que se menciona [1] y, en todas, es importante que el objeto físico a enseñar esté explícita y coherentemente bien definido pues no tiene sentido la enseñanza de algo borroso y confuso.

En particular, en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel [2] la máxima discriminación que se establece en el proceso de enseñanza entre el objeto científico y los preconceptos que sobre él se tienen es una de las condiciones más relevantes a las que un estudiante debe someterse, tanto para lograr una comprensión correcta cuanto duradera del nuevo conocimiento. Por esto aquí se abordan los elementos esenciales de la construcción de tres objetos físicos en mecánica

clásica, mecánica relativista y termodinámica, para que sirvan de acervo a los profesores de estas asignaturas interesados en mejorar sus métodos de enseñanza.

En la construcción del conocimiento en física el científico considerado individual o colectivamente, con o sin sus aparatos de detección y medición y los objetos físicos, forman una diada insoluble.

El "objeto físico" comúnmente llamado el "sistema físico", es un ente con propiedades sujeto-invariantes. Es decir, las características y los axiomas o postulados que definen al objeto físico son aquellos que permanecen iguales independientemente del sujeto (S) que los determine. Dado que en física la medición juega un papel central en la formulación y en las predicciones de una teoría el ente "sujeto" comprende, además del científico, a sus aparatos experimentales de observación y/o medición. Los instrumentos del científico son la extensión de sus sentidos, que garantizan la universalidad de su percepción

La condición de sujeto-invariancia (S-invariancia) es una limitante especial y fuerte, por lo que no cualquier objeto resulta digno de la atención de la comunidad de los físicos. Por no satisfacer esta condición el objeto de la “fusión en frío” simplemente no existe como tema válido de estudio ya que no es S-invariante, ni experimental ni teóricamente. Por razones parecidas el objeto superconductor cerámico de alta temperatura sólo existe experimentalmente, pero no teóricamente; se trata de algo así como un semi-objeto en vías de unificación con el cual todavía no se pueden fabricar dispositivos técnicos predecibles.

Otra condición esencial que el objeto físico debe satisfacer es la exhibición de una contrastación favorable con el experimento. Es decir, las predicciones que resultan de la teoría deben manifestarse experimentalmente y el comportamiento experimental debe explicarse teóricamente. La violación de este criterio es a la larga una de las razones principales por las que la historia de la ciencia está llena de objetos físicos desahuciados, como por ejemplo el sistema planetario ptolemaico o el calórico.

El sistema físico es un objeto que es definido o construido por un sujeto, pero que paradójicamente es al mismo tiempo S-invariante. En el siglo pasado a los objetos o a los conceptos con estas propiedades se les daba el calificativo de “absolutos”. La búsqueda y el entendimiento de los absolutos ha sido y sigue siendo uno de los afanes en que el ser humano más sistemáticamente se apasiona.

En lo que sigue se ofrecerán ejemplos de construcción de objetos físicos y de absolutos en dos ciencias: la termodinámica y la mecánica, para su empleo opcional en la enseñanza.

## 2. El objeto termodinámico y algunos de sus absolutos

### 2.1. Construcción del objeto termodinámico

Como se dijo antes el objeto físico, a pesar de su esencia S-invariante, no deja de ser una construcción del S. En el caso de la termodinámica éste cumple los pasos del procedimiento siguiente:

*i)* Define la extensión del sistema de estudio en macro, meso o microscópico y las variables iniciales de estado.

*ii)* Especifica las características de las fronteras de separación entre el objeto y los otros objetos, en cuanto a intercambios de energía, masa, carga u otras propiedades relevantes. Se construyen así las paredes abáticas, diatérmicas, permeables, impermeables, fijas, móviles, etc.

Mediante estos dos pasos S construye un “objeto físico preliminar”  $O(p)$ , que no es más que el “sistema físico” común que se define al inicio en todos los textos de termodinámica.

*iii)* Postula un conjunto de axiomas que norman las interacciones entre los objetos y que son enunciaciones de S-invariancia. La aplicación de los axiomas a  $O(p)$  lo enriquece

TABLA I. La construcción del objeto a partir de los axiomas de la termodinámica.

axioma	variable	objeto enriquecido
	X,Y	$O(p)$
A0	temperatura	$O(p0)$
A1	energía interna	$O(p01)$
A2	entropía relativa	$O(p012)$
A3	entropía absoluta	$O(p0123)$

con nuevas propiedades intrínsecas, objetivas o “absolutas” según la notación del siglo pasado. De este modo:

El axioma de transitividad o “ley cero”, A0, postulado como válido para todo S permite deducir que  $O(p)$  tiene a la temperatura como una propiedad intrínseca. El  $O(p)$  de la termodinámica deviene así en una nueva construcción  $O(p0)$  que, además de las variables objetivas iniciales de estado tiene también a la temperatura como una de ellas.

El axioma adiabático o de conservación de energía o “primera ley”, A1, postulado como válido para todo S equivale a construir un nuevo objeto  $O(p01)$ , que tiene como variables de estado las iniciales, la temperatura y la energía interna  $U$ .

El axioma de Kelvin-Planck o de Clausius o “segunda ley”, A2, aplicado a cualquier  $O(p01)$  y postulado como S-invariante define un nuevo objeto  $O(p012)$ , el que a las variables de estado anteriores suma la entropía. Este objeto, sin embargo, no es completamente S-invariante pues la entropía está determinada hasta una constante arbitraria que puede ser cualquiera, dependiendo del S que la fije. La subjetividad se resuelve mediante el tercer axioma A3 o “tercera ley”, que en la formulación de Planck (Ref. 6, pág. 274) establece que: “... as the temperature diminishes indefinitely, the entropy of a chemical homogeneous body of finite density approaches indefinitely near to the value zero”. Con este axioma se elimina la constante arbitraria, consiguiéndose así el objeto final  $O(p0123)$ . Este objeto es el que opera en un reactor químico en donde las reacciones ocurren con una “constante de reacción” dada objetivamente para ciertas temperaturas y presiones, sin que sus valores tengan la arbitrariedad proveniente de la constante de la entropía. Lo expresado se puede resumir en la Tabla I.

Ahora bien, la termodinámica como teoría física consta de los cuatro axiomas y el objeto  $O(p0123)$  al cual se aplican y al que en lo sucesivo denotaremos por O, solamente. Pero la teoría física no nada más consta de estos ingredientes ya que en la derivación de las propiedades de O a partir de los axiomas se utilizó un aparato matemático, el cual se supone que es también un instrumento válido de objetivación. Sucesivamente, este aparato juega un papel esencial en las “predicciones” de la teoría, que no son más que las consecuencias en forma de “leyes” resultantes de la dupla “aparato matemático-axiomas”, aplicada a O. Por tanto se está aceptando implícitamente un postulado que es conveniente hacer explícito, al que se podría llamar “principio de objetividad

extendida" [20], pues cuando por algún motivo la teoría falla en alguna predicción la culpa podría ser adjudicable al aparato matemático y no nada más a los axiomas o al experimento.

## 2.2. Algunos absolutos u objetividades en la termodinámica

### 2.2.1. La temperatura absoluta $T$ o de Kelvin

Del A2 se deduce que la temperatura de un sistema termodinámico se puede determinar mediante cualquier motor de Carnot que funcione entre un foco térmico a la temperatura del sistema en cuestión y un foco a la temperatura de un sistema fijo, reproducible, universal, es decir S-invariante, por ejemplo el agua en su punto triple. Entonces, si por S se considera el conjunto (potencialmente infinito) de experimentadores y motores de Carnot de cualquier diseño y sustancia que trabaja, la lectura de la temperatura del sistema de interés ser la más S-invariante, objetiva o "absoluta" posible.

Si acaso se utiliza un gas como sustancia que trabaja en el motor de Carnot, entonces la lectura coincidirá ( $T = \theta_{ideal}$ ) [3] con el valor dado por un termómetro de gas cuando la densidad se hace tender a cero [4]. El hecho de que las lecturas de todos los S constituídos por los experimentadores provistos con un termómetro de un cierto gas tiendan al mismo valor (condición de S-invariancia) al extrapolarse la densidad a cero, es una manifestación de una lectura objetiva aunque "relativamente absoluta", pues es "menos" absoluta que la lectura de todo experimentador provisto de un motor de Carnot que incluye a todas las sustancias y a todos los diseños. En otras palabras lo objetivo, universal o absoluto es relativo, y viceversa.

Del A0 se descubre que la temperatura es una propiedad intrínseca u objetiva de todo sistema termodinámico, y del A2 se deducen dos hechos: la objetividad del cero en la escala absoluta de temperaturas y la existencia del termómetro universal capaz de medirla, el motor de Carnot.

### 2.2.2. El origen absoluto de la entropía

Un ejemplo en donde se demuestra la importancia del origen absoluto para la entropía de cualquier sistema termodinámico es en el cálculo teórico, a partir del A3, del "calor de transformación"  $Q$  del estaño blanco en estaño gris y su comparación con el valor experimental del mismo. De acuerdo con Fermi (*Termodinámica*, editorial Dover, pp. 145–147) el valor teórico de  $Q$  calculado del A3 es de 517 cal., en tanto que el experimental es de 535 cal., por lo que según el célebre físico: "The small difference between the two values can be accounted for by the experimental errors".

### 2.2.3. La radiación de cuerpo negro

Los hechos experimentales que evidencian lo objetivo o absoluto de la radiación de cuerpo negro son los siguientes: Los espectros de radiación observados experimentalmente son los

mismos, independientemente de la forma geométrica y la naturaleza de los sólidos que componen la cavidad. Las curvas espectrales tampoco dependen de la persona que obtenga los resultados.

Entonces, si por S se comprende a un investigador con una cavidad de cierto material y forma geométrica los resultados experimentales aludidos indican que la radiación de cuerpo negro emergente es, por construcción, relativamente al conjunto finito de experimentos realizados objetiva o absoluta. No es necesario postular como un axioma adicional de la termodinámica el que la invarianza relativa se extienda al infinito, puesto que como lo demostró Kirchhoff en el siglo pasado, la invarianza absoluta es una consecuencia del A2. La demostración se efectúa por reducción al absurdo: se suponen dos cavidades cualesquiera que difieren en alguna particularidad subjetiva; se asume que esta diferencia ocasiona una disparidad en la naturaleza de la radiación en las cavidades, de tal manera que al ponerlas en contacto mediante un filtro se produce "espontáneamente" un gradiente de temperaturas entre ambas, lo cual viola el A2. La demostración se repite para cualquier otra diferencia subjetiva entre las cavidades por lo que la radiación de cuerpo negro resulta S-invariante.

La explicación teórica de la absolutez y la forma del espectro de la radiación de cuerpo negro fue, como se sabe, uno de los problemas que más atrajeron la atención de los físicos a finales del siglo pasado; su solución condujo al descubrimiento de la mecánica cuántica en el presente siglo.

### 2.2.4. La paradoja de Gibbs

Esta paradoja tiene la virtud de mostrar claramente la intervención del sujeto tanto en su formulación como en las soluciones que le han dado físicos notables y libros de texto de amplio uso, si bien la definición del S, cuando explícita, puede diferir según cada autor. Sin embargo, si se aspira a una formulación objetivista (S-invariante) de la termodinámica la solución a la paradoja de Gibbs tiene que delimitar sin confusiones el papel del S en su formulación y solución, para que la paradoja tenga solución.

En forma simplificada la paradoja suele presentarse así: sean dos gases ideales diferentes A y B que se mezclan en cantidades de una mol cada uno, a partir de estados iniciales con las mismas presiones y temperaturas; en estas circunstancias el cambio de entropía es [5]:

$$\Delta S^{AB} = 2R \ln 2. \quad (1)$$

Esta expresión para el cambio de entropía de la mezcla es independiente de la identidad de los gases, lo cual implica que siempre debe cumplirse que  $\Delta S^{AB}$  es diferente de cero; pero es claro que si la identidad de A es igual a la de B no hay mezcla ni cambio de entropía por lo que debería valer que:

$$\Delta S^{AB} = 0. \quad (2)$$

El que (1) difiera de (2) constituye la paradoja de Gibbs.

En este punto las explicaciones a la paradoja de Gibbs admite dos presentaciones. Por un lado está la común, que es cuando A y B se refieren a la constitución química de los gases y, por otro, cuando A y B denotan gases químicamente semejantes pero que difieren en alguna propiedad física como el espín. Según el caso las soluciones que se han intentado son diferentes.

#### 2.2.4.1. La presentación común

Los clásicos piensan del modo siguiente:

M. Planck [6]: "By making the two gases the same, there is evidently no increase of the entropy, since no change of state ensues. It follows that the chemical difference of two gases, or, in general, of two substances, cannot be represented by a continuous variable; but that here we can speak only of a discontinuous relation, either of equality or inequality".

Aquí Planck no resuelve la paradoja, sólo afirma que no debería presentarse.

A. Sommerfeld [7]: "On going over to the limit of identical molecules equation  $\Delta S^{AB} = 2R \ln 2$  would, apparently, remain unchanged. This is absurd, because when the partitions are removed from compartments enclosing completely identical molecules there is no diffusion. *The process of going over to the limit is inadmissible.* It contradicts *the atomistic nature of matter* and it is inconsistent with the fact that there is no continuous transition between different kinds of molecules (e.g. the atoms H and He)". (Lo resaltado es de Sommerfeld).

Vale el mismo comentario que para Planck

M.W. Zemansky [8]: "La (paradoja de Gibbs) fue resuelta por Bridgman de la siguiente forma: el reconocimiento de que dos gases son distintos requiere de un conjunto de operaciones experimentales. Estas operaciones son tanto más difíciles cuanto más análogos son los gases; pero, por lo menos en principio, las operaciones son posibles. En el límite, cuando los gases son idénticos, hay una discontinuidad en las operaciones instrumentales, *ya que no existe operación instrumental alguna mediante la cual puedan distinguirse los gases.* Por consiguiente, debe esperarse una discontinuidad en una función, tal como la de la variación de entropía" (Resaltado nuestro).

La versión "operacionalista" de Bridgman resalta la parte instrumentalista del S en la solución de la paradoja y, de acuerdo con el subrayado que se hizo arriba, se eleva a la categoría de objetividad (S-invariancia). Pero aunque se detecta la existencia de la discontinuidad, no se explica su tamaño ni se indica como puede incluirse en la teoría que conduce a (1) y (2).

En estas opiniones se mezclan las descripciones mesoscópicas y microscópicas del objeto termodinámico por la referencia a la estructura atómica de la materia, y la argumentación pretende evitar la paradoja por referencia al postulado de que la materia está compuesta de átomos distintos y de que, por tanto, "nadie" puede convertir una clase en otra sin pagar las por otra parte incuantificadas consecuencias. Aquí la palabra "nadie" sugiere la garantía de objetividad en la solución parcial de la paradoja.

R.E. Sonntag, G.J. Van Wylene [9]: "... we know that if 1 mol of nitrogen is mixed with another mol of nitrogen, there is no increase in entropy. The question is how dissimilar must the gases be to have an increase in entropy? *The answer lies in our ability to distinguish between the two gases. The entropy increases whenever we can distinguish between the gases being mixed. When we cannot distinguish between the gases, there is no increase in entropy*" (Resaltado nuestro).

Esta formulación es definitivamente inaceptable por su redacción subjetivista, pues el cambio discontinuo en la entropía no debe depender de si se es o no capaz experimentalmente de distinguir un gas de otro, sino de si en realidad se mezclan gases iguales o distintos.

W. Pauli [10]: "The increase in entropy is always finite, even if the two gases are only infinitesimally different. However, if the two gases are the same, then the change in entropy is zero. Therefore, it is not allowed to let the difference between two gases gradually vanish. (This is important in quantum theory)".

Pauli apunta hacia el papel que la mecánica cuántica puede jugar en la solución de la paradoja de Gibbs. El "it is not allowed" de la expresión es un postulado de objetividad. Su afirmación de que no es posible reducir gradualmente a cero la diferencia química entre los dos gases será delimitada y finalmente rechazada por Landé, enseguida.

#### 2.2.4.2. Otras presentaciones

La paradoja de Gibbs se puede resolver cambiando del objeto termodinámico al objeto de la mecánica estadística, tal y como se hace en la mayoría de los textos de esta última disciplina. La paradoja desaparece, según la común argumentación, cuando se pasa del caso clásico en que las partículas del gas se consideran distinguibles, a la situación cuántica en que las partículas se conciben como indistinguibles.

A. Landé [11], sin embargo, presenta la solución a la paradoja de Gibbs más como aplicación de un cierto principio de continuidad, aplicado en este caso a la entropía, que como una manifestación de la naturaleza cuántica de las partículas. Según Landé el principio de continuidad fue formulado inicialmente por Leibnitz de la siguiente forma: "Cuando los casos se aproximan uno a otro continuamente, y por fin se

funden entre sí, los acontecimientos de la sucesión hacen lo mismo”.

Según este mismo físico la paradoja de Gibbs es una paradoja de discontinuidad “. . . que la teoría clásica no puede resolver con el argumento de que ella no existe, porque en la naturaleza dos especies gaseosas ofrecen siempre una diferencia finita o ninguna, debido a que las diferencias entre las masas gaseosas están determinadas por números enteros”. Quienes esgrimen este argumento también infieren que “no tendríamos que preocuparnos de la paradoja”, lo cual significa para Landé “. . . más bien acabar discursivamente con la paradoja que resolverla”. Agrega, sin embargo, que: “Es cierto que no cabe igualar en forma gradual las especies distintas de átomos o moléculas de gas; pero este argumento falla para diferentes estados, A y B, del mismo tipo de átomos. . .” (resaltado de Landé). Sus consideraciones enfocadas a resolver esta falla aplicando el principio de continuidad, lo llevan a considerar la difusión de dos masas gaseosas que tienen una cierta “igualdad parcial  $P$ ,” obteniendo la siguiente expresión para el cambio continuo de entropía en la mezcla:

$$\Delta S = R[2 \ln 2 - (1 - P) \ln(1 - P) - (1 + P) \ln(1 + P)].$$

Esta expresión resuelve adecuadamente la paradoja de Gibbs, tanto si se trata de la difusión de dos gases químicamente iguales ( $P = 1$ ) o diferentes ( $P = 0$ ), o si siendo químicamente iguales difieren, por ejemplo, en los valores del espín alrededor de un eje como en el caso de la plata. En todas las situaciones la expresión cubre una variación no discreta de  $\Delta S$  según la variación continua de  $P$  entre los valores 0 y 1, de conformidad con el principio de continuidad de Leibnitz.

En el capítulo citado del libro de Landé, del que se ha tomado lo anterior, se presentan dos proposiciones interesantes adicionales para un estudiante de física: por un lado que la solución a la paradoja de Gibbs no requiere de un planteamiento cuántico y, por otro, que las relaciones entre entropía e información están plagadas de subjetivismos inaceptables, como el de Rosenfeld citado como referencia 7 en el libro: “El conocimiento imperfecto define el comportamiento termodinámico de un sistema. . . y la irreversibilidad proviene de un conocimiento imperfecto de las condiciones iniciales”. Ni el comportamiento termodinámico de un sistema depende de si el investigador es un sabio o un ignorante al momento de hacer un experimento, ni la solidificación de agua líquida en hielo depende de si el sujeto sabía o no a la perfección las condiciones iniciales del agua.

### 3. El objeto mecánico y algunos de sus absolutos

#### 3.1. Construcción del objeto en la mecánica

Como en la termodinámica, el objeto de la mecánica se construye a partir de una serie preliminar de propiedades, que son las mismas para cualquier “observador” o  $S$ , seguido de la

postulación de un conjunto pequeño de axiomas que enriquecen las propiedades o variables del  $O(p)$ . Mientras que los axiomas de la termodinámica resuelven las condiciones de transformación de las sustancias y la energía en los cambios de estado, en la mecánica los axiomas se orientan a la determinación del movimiento de los objetos a partir de las condiciones iniciales.

El  $O(p)$  de la mecánica se define como un ente mesoscópico, descriptible por dimensiones puntiformes si se trata de una partícula, o por dimensiones finitas si es el caso de un cuerpo “rígido”. A cada una de estas partículas se les asocian posiciones y movimientos cuantificables vectorialmente, como velocidades y aceleraciones, las que varían en el tiempo. La objetividad de estas y otras variables se desprende de los axiomas o postulados que constituyen la ciencia de la mecánica.

Las posiciones, velocidades, aceleraciones y el tiempo, son cantidades determinadas por cada  $S$  observador. Su significado cuantitativo lo adquieren de las medidas que se toman en un “marco de referencia espacial” y en un “marco temporal”. Reglas y relojes son los instrumentos experimentales en cada caso. Se supondrá que el  $S$  consta del observador, el marco de referencia y los aparatos experimentales de medición y observación que en él se emplean.

En estos términos el axioma A1 postula la existencia objetiva de un conjunto de marcos de referencia especiales muy importantes, en cuanto a que los axiomas restantes de la mecánica serán invariantes frente a ellos: los marcos inerciales de referencia (MIR).

Dado un MIR, el número posible de otros MIR es infinito: cualquier marco de referencia que se desplace a velocidad constante con respecto al primero, es también un MIR. La inercialidad es simétrica y transitiva.

Ahora bien, si el objeto de la mecánica se va a definir por el  $O(p)$  y todos los axiomas que a él se aplican, entonces el A1 equivale a postular que el objeto es invariante frente al conjunto infinito de los MIR. Y, si en la definición de  $S$  se incluye al MIR, el objeto de la mecánica será propiamente  $S$ -invariante.

En este punto la mecánica se divide en dos: la mecánica newtoniana o clásica y la mecánica einsteniana o relativista, según el tipo de transformaciones que conectan a un MIR con otro, y frente a las cuales el objeto permanece invariante. En el primer caso el objeto mecánico es invariante frente a las transformaciones de Galileo, mientras que en el segundo lo es frente a las transformaciones de Lorentz. Como se sabe, algunas de las diferencias fundamentales entre un objeto y otro son que, mientras el objeto newtoniano tiene una longitud invariante, el objeto einsteniano no (contracción de Lorentz-Fitzgerald), y mientras el objeto de Newton transcurre en un tiempo universal o absoluto, el objeto de Einstein lo hace según la pauta alterada con respecto al otro de su propio reloj (paradoja de los gemelos).

3.1.1. El objeto newtoniano

En la mecánica de Newton el objeto físico es invariante frente a las transformaciones de Galileo entre sistemas inerciales de referencia que, por A1, existen objetivamente. Las transformaciones en las coordenadas de una partícula entre un sistema de referencia y otro están dadas por [12]:

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t; \quad t = t', \tag{3}$$

en donde las cantidades primadas se refieren al segundo sistema inercial de referencia.  $\vec{V}$  es la velocidad relativa del sistema primado con respecto al primero y  $t$  es el tiempo.

De (3) se concluye que  $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$ , y que

$$\vec{a} = \vec{a}'. \tag{4}$$

El hecho anterior es fundamental pues expresa que la aceleración de la partícula es invariante de Galileo; su valor es el mismo en cualquier MIR. Como S incluye al MIR entonces  $\vec{a}$  es un absoluto de la mecánica clásica, en un sentido semejante a como se manejaron los “absolutos” en termodinámica.

Basándose en el hecho de que la aceleración es absoluta u objetiva, se puede postular secuencialmente un axioma de transitividad, A0, para construir a la masa de la partícula como una más de sus propiedades intrínsecas. Como Mach bien demostró en su crítica de la mecánica [13], Newton dá en sus Principia una definición tautológica de la masa en términos del volumen y la densidad. Por esto, se requiere de un procedimiento independiente de éstas dos últimas variables para adecuadamente definir a la masa. Siguiendo a Lindsay y Margenau [14] tal procedimiento puede reescribirse de la siguiente manera:

Supóngase que la acción mutua entre dos partículas A y B se sitúa en un MIR. Experimentalmente se encuentra que, en consonancia con el A1, el efecto mecánico entre las dos partículas se revela en su objetividad por el cociente de las aceleraciones  $\vec{a}_{AB}$  (aceleración de A producida por B) y  $\vec{a}_{BA}$  (aceleración de B producida por A). Generalizando las evidencias experimentales preliminares se postula ahora que la razón  $\vec{a}_{AB}/(-\vec{a}_{BA})$  es un escalar constante positivo, independiente de la posición, el tiempo y la velocidad relativas de las partículas (siempre y cuando la velocidad sea mucho menor que la velocidad de la luz). Matemáticamente, la suposición básica queda como:

$$\frac{\vec{a}_{AB}}{-\vec{a}_{BA}} = M_{BA}, \tag{5}$$

Esta ecuación, que matemáticamente se lee correctamente como  $\vec{a}_{AB} = -M_{BA}\vec{a}_{BA}$ , que expresa la interacción mecánica entre A y B bajo todas las suposiciones dadas, se expresará simbólicamente por:

$$A \sim B,$$

$M_{BA}$  es una cantidad S-invariante y su significado emerge en la mecánica al considerar la interacción de otra partícula C

con A y B, respectivamente. En cada caso se tienen relaciones semejantes a (5):

$$\begin{aligned} A \sim C, \quad \frac{\vec{a}_{AC}}{-\vec{a}_{CA}} &= M_{CA}; \\ B \sim C, \quad \frac{\vec{a}_{BC}}{-\vec{a}_{CB}} &= M_{CB}. \end{aligned} \tag{6}$$

El axioma A0 de Mach o de transitividad postula que las constantes  $M_{CA}$  y  $M_{CB}$  no son independientes, sino que mantienen una relación válida para cualesquiera tres partículas A, B y C:

$$M_{CB} = \frac{M_{CA}}{M_{BA}}. \tag{7}$$

Esta relación es S-invariante porque vale para cualquier experimentador, MIR y cualesquiera tres partículas interactuantes que el científico seleccione. Se verá enseguida que, al igual que el A0 de transitividad en la termodinámica conduce a la existencia objetiva de la temperatura, el A0 en la mecánica permite descubrir a la masa como una propiedad intrínseca del O(p). Para mostrar esto sustitúyase (7) en la segunda ecuación de (6):

$$M_{BA}\vec{a}_{AB} = -M_{CA}\vec{a}_{CB}. \tag{8}$$

Si se escoge a la partícula A como patrón o estándar, la ecuación (8) ofrece la posibilidad de asociar a cada otra partícula B, C, D, ... (por ejemplo a la B) un parámetro ( $M_{BA}$ ), cuyo valor no depende de la partícula con la que interactúa (por ejemplo la C). Por esto, se puede decir que cada partícula B, C, D, ... está provista de una propiedad intrínseca llamada masa  $M_{BA}, M_{CA}, M_{DA}, \dots$  que caracteriza su interacción ( $\sim$ ) con cualquier otra partícula. Como todas las masas están referidas al mismo estándar A universal asumido por toda la comunidad de físicos y, por tanto, S-independiente en este sentido, se quita la referencia al estándar y las masas ahora objetivadas se reescriben como  $m_B, m_C, m_D, \dots$ . Con esto, la Ec. (8) se convierte en:

$$m_B\vec{a}_{BC} = -m_C\vec{a}_{CB}, \tag{9}$$

la cual enfatiza su carácter antisimétrico en B y C.

Según Lindsay y Margenau la presentación que hacen de la masa sigue muy de cerca el planteamiento de Mach, aunque ellos resaltan el carácter postulacional de la construcción. En el presente escrito se enfatiza, a su vez, la objetividad resultante de dicha construcción.

La conexión subsiguiente entre masa e inercia, ésta como una medida de la resistencia al cambio de la condición de movimiento de una partícula en un MIR, requiere de la introducción de un nuevo concepto asociado a dicha resistencia, que tome en cuenta la Ec. (9). Cada término de la ecuación correspondiente a cada partícula dá una medida de la interacción con la otra, traducible en un cambio del estado de movimiento. Siguiendo a Newton se selecciona a  $\vec{p} = m\vec{v}$  (cantidad de movimiento, momento o impulso lineal) como

TABLA II. Construcción del objeto de la mecánica según Mach, en que A3 ("tercera ley de Newton") es un axioma derivado de A1, A0 y A2.

axioma	variable	objeto enriquecido
	posición, velocidad	O(p)
A1	(MIR) aceleración	O(p1)
A0	masa	O(p10)
A2	fuerza	O(p102)

una cantidad apropiada para medir tal cambio, pues la Ec. (9) es equivalente a:

$$\left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)_{BC} = -\left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)_{CB} \quad (10)$$

Se postula ahora que cada  $(d\vec{p}/dt)$  es producida por la acción de la otra partícula, mediante un agente vectorial denominado "fuerza"  $\vec{f}$ , la cual depende de la posición relativa de las partículas  $\vec{r}$ , a veces de las velocidades relativas  $\vec{v}$  y del tiempo. La fuerza tiene una expresión especial según el tipo de interacción entre los cuerpos, y es un invariante de Galileo. Entonces, al efecto de C sobre B se le llamar la fuerza que C ejerce sobre B y se denotará por  $\vec{f}_{BC}(\vec{r}, \vec{v}, t)$ , siendo  $\vec{r}$  y  $\vec{v}$  la posición y la velocidad de B respecto de C, respectivamente. Este nuevo postulado es el axioma A2 de la mecánica clásica:

$$A2: \vec{f}_{BC}(\vec{r}, \vec{v}, t) = \left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)_{BC} = m_B \vec{a}_{BC} \quad (11)$$

La segunda igualdad vale para cuando la masa es constante.

De (11) se observa quizá con cierta sorpresa, que el axioma A2 convierte a la Ec. (10) en el tercer axioma A3 de Newton, el que postula que la fuerza que B experimenta por C es igual en magnitud pero de sentido contrario a la que C experimenta por B ( $\vec{f}_{BC} = -\vec{f}_{CB}$ ). En otras palabras el objeto newtoniano se puede construir tanto por el O(p) y los tres axiomas A0, A1 y A2, como por el O(p) y los tres axiomas tradicionales A1, A2 y A3. Esto último es así porque la masa se puede definir en forma no tautológica a partir del A3. Lo expuesto se resume en la Tabla II.

El planteamiento tradicional moderno se resume en la Tabla III.

Desde un punto de vista experimental el objeto de Newton O(p123) = objeto de Mach O(p102).

En resumen, cualquier formulación resuelve el problema de la mecánica en que, dado el estado inicial en términos de su posición y velocidad y las fuerzas actuando sobre la partícula, los estados en cualquier otro tiempo quedan unívocamente definidos resolviendo la Ec. (11). (Newton, al parecer, se planteaba en vez como programa el conocimiento de la expresión para la fuerza, a partir del conocimiento de la trayectoria.)

El hecho significativo de que el objeto mecánico clásico sea un invariante de Galileo, lo expresa un autor conocido en la forma que sigue:

TABLA III. Construcción del objeto de la mecánica según Newton, en que la masa se define sin tautologías mediante el A3.

axioma	variable	objeto enriquecido
	posición, velocidad	O(p)
A1	(MIR) aceleración	O(p1)
A2	fuerza	O(p12)
A3	masa	O(p123)

H. Goldstein [15]: "Todos los fenómenos físicos deben aparecer de igual manera en todos los sistemas que se mueven uniformemente unos respecto a otros. Las medidas efectuadas totalmente *dentro* de un sistema dado no deben permitir que distingamos dicho sistema de los demás que se mueven uniformemente respecto a él. Este *postulado de equivalencia* exige que las leyes físicas deben expresarse de igual manera en todos los sistemas en movimiento uniforme, es decir, deben ser *covariantes* al someterlas a una transformación de Galileo." (Resaltado en el original).

El postulado de equivalencia y la frase "... no debe permitir que distingamos..." son ambos enunciados de S-invariancia.

Por último y de manera semejante que en la termodinámica, en que una violación del A0 se puede interpretar debido a la existencia de un nuevo modo de interacción energética [16], en la mecánica una violación del axioma de Mach podría tener alguna interpretación física. Sea, por ejemplo, el caso de dos partículas eléctricamente cargadas A y B que interactúan con una partícula neutra C; pues bien, de  $A \sim C$  y  $B \sim C$  no se sigue que  $A \sim B$  ni que, por tanto, se cumpla la ecuación de transitividad (7) o el A3. Este hecho ya plantea la necesidad de revisión del concepto de masa para partículas que interactúan electromagnéticamente.

### 3.1.2. El objeto einsteniano

Ya desde un principio el objeto preliminar relativista O(p) se diferencia del objeto preliminar clásico, pues se acepta la existencia de un espacio y un tiempo propios definidos con respecto al MIR del sujeto

Como es conocido, Einstein [17] derivó la relatividad especial de dos axiomas fundamentales: por un lado postulando la invariancia de todo objeto físico, en particular el mecánico, respecto a los sistemas de referencia que se mueven uniformemente unos respecto de otros (principio de relatividad) y, por otro, incluyendo a la luz en el objeto de la mecánica, de tal manera que su valor se mantiene constante en todo MIR. A partir de estos dos postulados infirió las leyes peculiares de transformación del espacio, el tiempo, la aceleración, la masa y la fuerza, y cualquier otro concepto o ente derivado; las leyes de transformación para el espacio y el tiempo resultaron ser las de Lorentz. Todo esto es equivalente a afirmar

que el objeto einsteniano de la mecánica es un invariante de Lorentz, el cual además de partículas incluye a la luz.

Es interesante notar el hecho de que tanto el objeto newtoniano como el einsteiniano de la relatividad especial adolecen de una falta de universalidad, pues ambos solamente son válidos en los MIRs. El objeto de la relatividad general, en cambio, es válido o invariante en todo marco de referencia y, por tanto, es más absoluto, universal u objetivo que los dos anteriores. Es decir, si como antes en el S se incluye el sistema de referencia, se tendría que la S-invariancia de la relatividad general incluye tanto a la S-invariancia de la relatividad restringida como a la de la mecánica newtoniana.

En términos de objetos O se tendrían las siguientes relaciones:

$O(\text{rel. general}) \supset O(\text{rel. especial}) \supset O(\text{mecánico newtoniano})$ .

Aquí el símbolo " $\supset$ " significa que el objeto a su izquierda se reduce al de su derecha en ciertas circunstancias. Por ejemplo

$O(\text{rel. general}) \rightarrow O(\text{rel. especial})$ , cuando  $G(\text{intensidad de campo gravitatorio}) \rightarrow 0$ ;

$O(\text{rel. especial}) \rightarrow O(\text{mecánico newtoniano})$ , cuando  $c(\text{velocidad de la luz}) \rightarrow \infty$ .

El planteamiento einsteniano, por otra parte, reveló unificaciones sorprendentes en un sentido ontológico mucho más profundo que en la mecánica clásica, como la encontrada entre la masa y la energía, la que es resultado de la unificación preliminar establecida entre la mecánica y el electromagnetismo al considerar a la luz como parte del objeto mecánico.

(Es de resaltarse el hecho de que Einstein define la "sincronicidad" en términos de un postulado A0 de transitividad. Ver Ref. 17, p. 40.)

#### 4. Conclusiones y recomendaciones para la enseñanza de la Física

Mostrar a un estudiante el procedimiento para la construcción del objeto en cada rama de la física puede ser un recurso didáctico para el aprendizaje significativo de los conceptos

involucrados, al "maximizar" la demarcación entre el objeto científico que se quiere enseñar y el objeto del sentido común o el "preobjeto" que el estudiante posee.

Otra razón crucial por la que se debe hacer al estudiante participe de la construcción epistemológica del objeto físico, es la de lograr la percepción de su responsabilidad en el aprendizaje, la que puede contribuir a cerrar el círculo de realimentación positiva entre el aprendizaje significativo y la motivación de aprender [18].

No hacerlo así, se sugiere, puede implicar que un estudiante por ejemplo de licenciatura en física, a pesar de exponerse a la enseñanza en varias ocasiones de conceptos como fuerza, calor y temperatura, arrastre todavía un manejo incorrecto de tales nociones; y por lo contrario, al exponerlo ante el nuevo y el viejo objeto mejore su aprendizaje del primero [19–21].

Igualmente, es factible pensar que la enseñanza del proceso de construcción epistemológica de los objetos físicos dé al estudiante una significación motivacional adicional al aprendizaje de este objeto, pues la comprensión del origen de las cosas es un factor inherente de interés en el ser humano y, por tanto de fijación de los conocimientos en la memoria.

La construcción epistemológica de los objetos físicos hace posible la conexión con su historia. En mecánica clásica, por caso, el objeto no es solamente una partícula moviéndose en el espacio y en el tiempo, ahora se trata de un proyectil, un planeta o un trompo, provisto de todas las propiedades derivadas de los postulados que satisfacen. Una partícula es toda una teoría detrás, con sus definiciones preliminares, axiomas, aparato matemático, leyes derivadas de los axiomas, etc. Si con este punto de vista se analiza al péndulo, se concluye que éste solamente empezó a existir como objeto de la mecánica a partir de Galileo, y no antes. Explicar este hecho al estudiante seguramente contribuye a que entienda tanto la teoría y la experimentación del péndulo, como sus orígenes históricos, ambos aspectos coadyuvando a la fijación en la memoria de un hecho relevante del aprendizaje significativo de la mecánica clásica. De esta suerte, se espera un entendimiento de la mecánica más profundo e inolvidable.

1. J.B. Araújo y C.B. Chadwick, *Tecnología educacional, teorías de instrucción*, segunda edición, (Paidós Educador, México, 1993).
2. D.P. Ausubel, D. Novack y H. Hanesian, *Psicología educativa, un punto de vista cognoscitivo*, segunda edición, (Trillas, México, 1990).
3. M.W. Zemansky, *Heat and thermodynamics*, 5a edición, (McGraw-Hill, New York, 1968) p. 209.
4. M.W. Zemansky, *Heat and thermodynamics*, 5a edición, (McGraw-Hill, New York, 1968) Fig. 1.5.
5. M.W. Zemansky, *Heat and thermodynamics*, 5a edición, (McGraw-Hill, New York, 1968) p. 562.
6. M. Planck, *Treatise on thermodynamics*, third edition, (Dover Publications, Inc., USA) p. 222
7. A. Sommerfeld, *Thermodynamics and statistical mechanics, Lectures on theoretical physics*, third printing, (Academic Press, New York, 1961) Vol. V, p. 81.
8. M.W. Zemansky, *Heat and thermodynamics*, 5a edición, (McGraw-Hill, New York, 1968) p. 563.
9. R.E. Sonntag and G.J. Van Wylen, *Introduction to thermodynamics, classical and statistical*, third edition, (John Wiley & Sons, New York, 1991) p. 342.
10. W. Pauli, *Thermodynamics and the kinetic theory of gases, Pauli lectures on physics*, second printing, edited by C.P. Enz, (MIT Press, USA, 1978) Vol. 3, p. 48.

11. A. Landé, *Nuevos fundamentos de la mecánica cuántica*, (Editorial Tecnos, Madrid, 1968) Cap. V.
12. H. Goldstein, *Mecánica Clásica*, (Editorial Reverté, S.A., México, 1992) p. 342.
13. E. Mach, *The science of mechanics: A critical and historical account of its development*, (The Open Court Publishing Company, LaSalle, Illinois, USA, 1960).
14. R.B. Lindsay and H. Margenau, *Foundations of physics*, (Dover Publications, Inc., USA, 1957) p. 91.
15. H. Goldstein, *Mecánica clásica*, (Editorial Reverté, S.A., México, 1992) p. 343.
16. B. Bergthorsson, *Am. J. Phys.* **45** (1977) 270.
17. A. Einstein. "On the electrodynamics of moving bodies", en *The principle of relativity*, (Dover Publications, Inc., USA) p. 41.
18. M.A. Moreira, "La teoría de educación de Novack y el modelo de enseñanza-aprendizaje de Gowin, en Subsidios teóricos e metodológicos para pesquisa em ensino de física", (Atas de II ELAPEF, Porto Alegre-Canela, Brasil, 5 al 16 de junio de 1993), p. 142.
19. M.A. Moreira, *Aprendizaje significativo: fundamentación, teoría y estrategias facilitadoras*, (Coordinación de Programas Académicos, UNAM, México, abril de 1995).
20. M.A. Martínez Negrete, *Rev. Mex. Fís.* **42** (1996) 488.
21. M.A. Martínez Negrete, *Rev. Mex. Fís.* **43** (1998) 397.