ENSEÑANZA

REVISTA MEXICANA DE FÍSICA **45** (4) 423–432

AGOSTO 1999

Espectro de Higgs en modelos extendidos

D.A. López Falcón*

Instituto de Física "Luis Rivera Terrazas", Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,
Apartado postal J-48, 72570 Puebla, Puebla, Mexico

Recibido el 16 de octubre de 1998; aceptado el 22 de marzo de 1999

Se presenta el análisis del espectro de varios sectores de Higgs en modelos extendidos, mediante su implementación en *Mathematica*†. El espectro de Higgs es necesario para estudiar aspectos fenomenológicos, sin embargo esto no se hace aquí. Por simplicidad, al principio se supondrá que los potenciales de Higgs conservan CP y la supresión de las corrientes neutras que cambian sabor (FCNC) será impuesta por simetrías discretas apropiadas. Las modificaciones al potencial en el caso que incluye violación CP y FCNC, son también mostradas en un caso simple.

Descriptores: Extensiones sector Higgs

The analysis of the spectrum of various Higgs sectors on extended models is shown, by means of it implementation on *Mathematica*†. The Higgs spectrum is needed to study phenomenological aspects, however this is not made here. For simplicity, at first the Higgs potentials will be assumed to be CP-conserving, and the suppression of flavour-changing neutral currents (FCNC) are imposed by suitable discrete symmetries. The modifications to the potential in the case including CP-violation and/or FCNC, also are shown in a simple case.

Keywords: Higgs sector extensions

PACS: 12.60.F; 14.80.C; 14.80.B

1. Introducción

Debido a que las interacciones débiles involucran bosones vectoriales intermediarios ($W^{\pm}$, Z) y fermiones quirales masivos, y por la necesidad de generar estos términos de masa sin estropear la renormalizabilidad de la teoría SU(2)$\otimes$U(1), surge la idea de considerar mecanismos para corregir estos problemas. La solución más aceptada a este problema es el mecanismo de rompimiento espontáneo de las simetrías de norma [1]. En el modelo estándar (SM) de las interacciones fundamentales (fuerte, débil y electromagnética), cuyo grupo es SU(3)$_C\otimes$SU(2)$_L\otimes$U(1)$_Y$, donde $Y = 2(Q - I_3)$ es el generador del grupo U(1) (llamada hipercarga débil), mientras que Q es la carga eléctrica e I es el isoespín débil, se implementa el mecanismo de rompimiento de la simetría SU(2)$_L\otimes$U(1)$_Y$ $\rightarrow$U(1)$_{EM}$ mediante un solo doblete de Higgs Φ que es responsable, al desarrollar un valor de expectación en el vacío (VEV), $\langle\Phi\rangle_0 \neq 0$, de que dichos bosones de norma intermediarios y los fermiones adquieran masa. En este caso, se predice una partícula escalar llamada Higgs, como remanente físico del mecanismo.

Las extensiones al SM, proporcionan espectros con más de un Higgs, a los que se denomina sector de Higgs. Éste debe satisfacer en general las siguientes características: (*i*) conservación de la simetría asociada al electromagnetismo (que implica masa del fotón nula, *i.e.* $m_\gamma = 0$); (*ii*) conservación de la simetría custodial [$\rho \equiv m_W^2/(m_Z^2 cos^2\theta_w) = 1$]; (*iii*) supresión de corrientes neutras que cambian sabor (NO FCNC); y (*iv*) reproducir correctamente la violación de la simetría CP observada.

En este trabajo mostraremos los resultados obtenidos de la implementación en *Mathematica* del método general para obtener el espectro de distintos sectores de Higgs en modelos extendidos, suponiendo primeramente que CP se conserva e imponiendo, cuando sea necesario, simetrías discretas tal que se supriman las FCNC, aunque la generalización es fácil de implementar. Es pertinente señalar que salvo para los modelos que sólo involucran dobletes (Sec. 3), el procedimiento para hallar los espectros de Higgs no ha sido presentado explícitamente en la literatura actual; y siendo este un aspecto fundamental para la fenomenología de cualquier modelo, resulta ilustrativo y conveniente hacerlo aquí.

Es conveniente dividir las posibles representaciones de Higgs de nuestro interés en dobletes y tripletes. La notación es D_Y para un doblete con $I = 1/2$ y T_Y para un triplete con $I = 1$, donde Y denota la hipercarga asociada. Todas las representaciones son complejas a menos que se especifique lo contrario. Además, a excepción de los modelos $1D_1 1T_2$ y $1D_1 1T_0 1T_2$, que ya han sido propuestos y analizados en ciertos aspectos como se verá más adelante, los demás modelos resultan novedosos.

En la siguiente sección se presentará en forma general el método para obtener el espectro del sector de Higgs de cualquier modelo. Después se procederá a resolver y analizar varios ejemplos: en la Sec. 3 se analizarán modelos con solo dobletes, el SM así como el modelo con dos dobletes. En la Sec. 4, se discutirán modelos que incluyen tripletes de Higgs. A continuación, se mostrarán las modificaciones que implica considerar violación de CP y FCNC en el potencial de Higgs. Finalmente se resumirán los principales resultados obtenidos.

2. El método general

Como ya se dijo, la imposición de simetría local implica la existencia de partículas vectoriales sin masa. Si queremos evitar esta característica de la teoría de norma y obtener bosones vectoriales masivos, la simetría de norma debe ser rota de alguna forma. Si se introducen términos de rompimiento explícito en la forma de masas de bosones de norma se altera el comportamiento a altas energías de la teoría de tal forma que la renormalizabilidad se pierde. Se puede contemplar la posibilidad del rompimiento espontáneo de la simetría. Así, se tiene la situación de una simetría oculta: el lagrangiano es aún completamente invariante bajo las transformaciones de simetría pero la dinámica es tal que el vacío, el estado base, no es un singlete del grupo de simetría. La elección de uno de todos los posibles estados base degenerados como el vacío físico rompe la simetría. Esto implica la existencia de un conjunto de bosones escalares sin masa (bosones de Goldston). Si consideramos los bosones de norma sin masa y los bosones de Goldston como defectos de la teoría, cada uno se vuelve la corrección del otro. Ambos desaparecen del espectro físico combinándolos para formar partículas vectoriales masivas, sin arruinar el buen comportamiento a altas energías de la teoría simétrica. Este importante fenómeno fue sugerido por primera vez por Anderson (1958) en varios casos de la física de materia condensada no relativista, que pueden ser interpretados como debidos a fotones masivos. Particularmente en superconductividad se tiene el fenómeno de exclusión del flujo magnético (el efecto Meissner) y éste corresponde a un campo electromagnético de rango finito, por tanto, un "fotón masivo". La componente longitudinal extra está de hecho acoplada a la fluctuación de la densidad colectiva del sistema electrónico —la oscilación del plasma. La generalización a teoría de campos relativista fue realizada finalmente por Higgs (1966) y se le refiere como fenómeno de Higgs.

Para obtener el espectro del sector de Higgs se siguen los siguientes pasos [2]:

1. Formular el potencial de Higgs del modelo en cuestión como función de los campos de las representaciones correspondientes
$$V(\phi_i).$$
2. Obtener la condición de mínimo de dicho potencial
$$\partial_{\phi_i} V|_{\langle\Phi\rangle_0} = 0,$$
donde $\langle\Phi\rangle_0$ es el valor de expectación en el vacío (VEV) de la representación de Higgs usada para romper la simetría. Verificando que dicho VEV no rompe $\mathrm{U}(1)_{EM}$ [3].
3. Escribir la matriz de masas cuadradas para los campos físicos, arreglando en una matriz las segundas derivadas del potencial de Higgs evaluadas en los VEV y usando la condición de mínimo anterior:
$$M_{ij}^2 = \partial^2_{\phi_i,\phi_j} V|_{\langle\Phi\rangle_0}.$$
4. Diagonalizar esta matriz de masas cuadradas; lo cual se simplifica observando las distintas mezclas entre los campos de las representaciones de Higgs que resulten. De esto se obtienen los eigenvalores (masas de los Higgs) y los eigenvectores, que nos dará información sobre la composición de cada uno, lo cual es relevante para el estudio fenomenológico.

En general será posible separar la matriz de masa en sectores neutro y cargado [debido a la invariabilidad $\mathrm{U}(1)_{EM}$]; por otra parte, cuando se conserva CP, la matriz de masa del sector neutro podrá separarse a su vez en sus partes real e imaginaria.

3. Modelos con dobletes

El uso de un doblete es el mínimo contenido de escalares para romper correctamente la simetría $\mathrm{SU}(2)_L \otimes \mathrm{U}(1)_Y \to \mathrm{U}(1)_{EM}$. Sin embargo, no hay una razón que impida o restrinja el uso de más de un doblete.

Los modelos que sólo incluyen dobletes, conservan una simetría global denominada custodial de forma natural [4]. Por simetría custodial a nivel árbol entendemos simplemente que las hipercargas Y y los VEV de todos los multipletes de Higgs son elegidos tal que $\rho = 1$. También son estos modelos los que resultan en supersimetría (SUSY) [5].

3.1. El modelo estándar (SM) $1D_1$

Primero vamos a revisar el caso más simple, que es el SM. Como mencionamos anteriormente el SM, requiere un solo doblete escalar de $\mathrm{SU}(2)_L$, el cual se define por

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \tag{1}$$

donde ϕ^+ y ϕ^0 son campos complejos, que en término de campos reales se escriben como

$$\phi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2), \tag{2}$$

$$\phi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 + i\phi_4). \tag{3}$$

A lo largo del artículo tomaremos la siguiente convención de fase para los campos del doblete: $\phi^{+*} = \phi^-$. De tal forma que el conjugado hermítico del doblete es

$$\Phi^\dagger = (\phi^-, \phi^{0*}).$$

El potencial de Higgs para el SM es

$$V = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2.$$

Cuando $\mu^2 < 0$, la condición de mínimo del potencial resulta en:

$$\phi^\dagger \phi = \frac{-\mu^2}{2\lambda} = \frac{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2}{2}.$$

Debemos elegir una dirección, en el espacio $SU(2)_L$ o sea, romper espontáneamente la simetría. La elección apropiada es la que entonces llamamos el vacío, $\langle\Phi\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\binom{0}{v}$, *i.e.*, $\phi_3 = v$, $\phi_1 = \phi_2 = \phi_4 = 0$.

La matriz de masa cuadrada resulta ser

$$M^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2v^2\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

que ya es diagonal y evidentemente sus eigenvalores son

$$m_{G^\pm} = 0,\ m_h^2 = 2v^2\lambda \quad \text{y} \quad m_{G^0} = 0$$

es decir, tenemos los 3 bosones de Goldston $(G^\pm,\ G^0)$ y 1 Higgs neutro (h).

3.2. El modelo con 2 dobletes $(2D_1)$

Este modelo es la extensión más simple al SM, sin involucrar otras representaciones distintas al doblete, por lo que se satisface obviamente la propiedad ya mencionada de conservar de forma natural la simetría custodial ($\rho = 1$). Además da pauta al llamado modelo estándar mínimo supersimétrico (MSSM) [5].

Ahora usamos 2 dobletes para construir el potencial, así que duplicamos (1) como

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix}, \qquad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \tag{4}$$

y por supuesto, (2) y (3) involucran ahora 8 campos reales en total

$$\phi_1^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2), \qquad \phi_2^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_5 + i\phi_6), \tag{5}$$

$$\phi_1^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 + i\phi_4), \qquad \phi_2^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_7 + i\phi_8). \tag{6}$$

La convención de fase es igual para los campos de ambos dobletes, tal que $\phi_1^{+*} = \phi_1^-$ y $\phi_2^{+*} = \phi_2^-$.

El potencial de Higgs más general que puede ser construido con 2 dobletes de igual hipercarga $(2D_1)$, sujeto a la condición de renormalizabilidad y hermiticidad, es

$$V = \mu_1^2\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \lambda_1(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2 + \mu_2^2\Phi_2^\dagger\Phi_2 + \lambda_2(\Phi_2^\dagger\Phi_2)^2 + \lambda_3\Phi_1^\dagger\Phi_1\Phi_2^\dagger\Phi_2 + \lambda_4\Phi_1^\dagger\Phi_2\Phi_2^\dagger\Phi_1 + (\mu_{12}^2\Phi_1^\dagger\Phi_2 + \mu_{12}^{2\,*}\Phi_2^\dagger\Phi_1)$$
$$+ \frac{1}{2}[\lambda_5(\Phi_1^\dagger\Phi_2)^2 + \lambda_5^*(\Phi_2^\dagger\Phi_1)^2] + \Phi_1^\dagger\Phi_1(\lambda_6\Phi_1^\dagger\Phi_2 + \lambda_6^*\Phi_2^\dagger\Phi_1) + \Phi_2^\dagger\Phi_2(\lambda_7\Phi_1^\dagger\Phi_2 + \lambda_7^*\Phi_2^\dagger\Phi_1)$$

Los parámetros μ_1^2, μ_2^2, λ_1, λ_2, λ_3 y λ_4 son reales, y si el potencial es invariante de CP, los parámetros μ_{12}^2, λ_5, λ_6 y λ_7 son reales también.

Para evitar FCNC inducidas por los acoplamientos Yukawa con los quarks se impone una simetría discreta, $\Phi_1 \to \Phi_1$ y $\Phi_2 \to -\Phi_2$, al potencial anterior, lo que implica $\mu_{12}^2 = \lambda_6 = \lambda_7 = 0$. Por lo que finalmente el potencial de Higgs en este caso simple es

$$\begin{aligned} V = {}& \mu_1^2\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \lambda_1(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2 + \mu_2^2\Phi_2^\dagger\Phi_2 + \lambda_2(\Phi_2^\dagger\Phi_2)^2 \\ & + \lambda_3\Phi_1^\dagger\Phi_1\Phi_2^\dagger\Phi_2 + \lambda_4\Phi_1^\dagger\Phi_2\Phi_2^\dagger\Phi_1 \\ & + \frac{\lambda_5}{2}[(\Phi_1^\dagger\Phi_2)^2 + (\Phi_2^\dagger\Phi_1)^2] \end{aligned} \tag{7}$$

Ahora elegimos $\langle\Phi_1\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix}$ y $\langle\Phi_2\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix}$.

La condición de mínimo del potencial resulta en las dos ecuaciones siguientes:

$$2v_1^2\lambda_1 + v_2^2\Sigma_{345} + 2\mu_1^2 = 0$$

y

$$2v_2^2\lambda_2 + v_1^2\Sigma_{345} + 2\mu_2^2 = 0,$$

donde hemos definido $\Sigma_{345} = \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5$; que pueden resolverse para μ_1^2 y μ_2^2, dando

$$\mu_1^2 = -\frac{1}{2}(2v_1^2\lambda_1 + v_2^2\Sigma_{345})$$

y

$$\mu_2^2 = -\frac{1}{2}(2v_2^2\lambda_2 + v_1^2\Sigma_{345}).$$

La matriz de masa cuadrada resulta ser

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}v_2^2\Sigma_{45} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}v_1v_2\Sigma_{45} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}v_2^2\Sigma_{45} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}v_1v_2\Sigma_{45} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2v_1^2\lambda_1 & 0 & 0 & 0 & v_1v_2\Sigma_{345} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -v_2^2\lambda_5 & 0 & 0 & 0 & v_1v_2\lambda_5 \\ \frac{1}{2}v_1v_2\Sigma_{45} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}v_2^2\Sigma_{45} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}v_1v_2\Sigma_{45} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{2}v_1^2\Sigma_{45} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v_1v_2\Sigma_{345} & 0 & 0 & 0 & 2v_2^2\lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & v_1v_2\lambda_5 & 0 & 0 & 0 & -v_1^2\lambda_5 \end{pmatrix},$$

en donde hemos definido ahora $\Sigma_{45} = \lambda_4 + \lambda_5$; de donde podemos observar que existe mezcla entre los campos cargados de ambos dobletes (ϕ_1, ϕ_2 y ϕ_5, ϕ_6), cuya matriz denominaremos

$$M_{\pm}^2 = \Sigma_{45} \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}v_2^2 & 0 & \frac{1}{2}v_1v_2 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2}v_2^2 & 0 & \frac{1}{2}v_1v_2 \\ \frac{1}{2}v_1v_2 & 0 & -\frac{1}{2}v_2^2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}v_1v_2 & 0 & -\frac{1}{2}v_1^2 \end{pmatrix}.$$

También observamos mezcla entre los campos reales neutros de ambos dobletes (ϕ_3 y ϕ_7), cuya matriz llamaremos

$$M_{\mathrm{Re}^0}^2 = \begin{pmatrix} 2v_1^2\lambda_1 & v_1v_2\Sigma_{345} \\ v_1v_2\Sigma_{345} & 2v_2^2\lambda_2 \end{pmatrix};$$

por último, se observa mezcla entre los campos imaginarios neutros de ambos dobletes (ϕ_4 y ϕ_8), cuya matriz es

$$M_{\mathrm{Im}^0}^2 = \lambda_5 \begin{pmatrix} -v_2^2 & v_1v_2 \\ v_1v_2 & -v_1^2 \end{pmatrix}.$$

Procedemos a diagonalizar cada una de estas matrices, los eigenvalores de $M_{\pm}^2$ son

$$m_{G^{\pm}} = 0 \quad \text{y} \quad m_{H^{\pm}}^2 = -\frac{(v_1^2 + v_2^2)}{2}\Sigma_{45},$$

es decir, tenemos 1 par de bosones de Goldston ($G^{\pm}$) y 1 par de Higgs cargados ($H^{\pm}$).

Los eigenvalores de $M_{\mathrm{Re}^0}^2$ son

$$m_{\substack{h^0\\H^0}}^2 = v_1^2\lambda_1 + v_2^2\lambda_2 \mp \sqrt{(v_1^2\lambda_1 - v_2^2\lambda_2)^2 + (v_1v_2\Sigma_{345})^2},$$

así que encontramos 1 par de Higgs neutros (h^0 y H^0).

Los eigenvalores de $M_{\mathrm{Im}^0}^2$ son

$$m_{G^0} = 0 \quad \text{y} \quad m_{A^0}^2 = -(v_1^2 + v_2^2)\lambda_5,$$

por lo tanto hay 1 bosón de Goldston neutro (G^0) y 1 Higgs pseudoescalar neutro (A^0).

4. Modelos con dobletes y tripletes

El uso de tripletes en el sector de Higgs en general, permite la aparición de nuevos aspectos; por ejemplo puede dar lugar a violación de la simetría custodial $\mathrm{SU}(2)_c$, otra aplicación es la de generar masas a los neutrinos así como la leptogénesis.

En particular, el uso de tripletes complejos ha sido propuesto para generar pequeñas masas a los neutrinos de Majorana naturalmente, así como la leptogénesis [6]. Además, ya que el triplete tiene dos unidades de hipercarga débil, aparte de los Higgs neutros y cargados hay también unos doblemente cargados. Lo que tiene una consecuencia fenomenológica importante, que ellos *no pueden acoplarse a los quarks* y por tanto sus efectos dominantes son observados solamente en procesos puramente leptónicos [7]; específicamente, no es posible inducir FCNC.

Por otra parte, de la restricción impuesta por la relación $\rho = 1$, *i.e.*, la simetría custodial, el único modelo construido hasta ahora, tal que satisfaga esto, ha sido el modelo $1D_11T_01T_2$, en el que los tripletes y los VEV de sus miembros neutros son arreglados para conseguirlo [8].

4.1. El modelo con 1 doblete y 1 triplete (real) $1D_11T_0$

Este modelo es la extensión más simple al SM, que involucra tripletes; se hace una analogía con la forma de construir un escalar con un vector en espacios internos [9].

Ahora usamos un doblete y un triplete (real) para construir el potencial, así que además de (1) definimos ahora un triplete (real)

$$\Xi = \begin{pmatrix} \xi^+ \\ \xi^0 \\ \xi^- \end{pmatrix}, \tag{8}$$

donde ξ^+ es un campo complejo, que en términos de campos reales es

$$\xi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(-\xi_1 + i\xi_2), \tag{9}$$

y ξ^0 es un campo real, que denominaremos ξ_3. La correspondiente convención de fase para los campos del triplete es $\xi^{+*} = \xi^-$. De tal forma que el conjugado hermítico del triplete es

$$\Xi^\dagger = (\xi^-, \xi^0, \xi^+).$$

El potencial de Higgs más general es

$$V = \mu_d^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda_1(\Phi^\dagger\Phi)^2 + \mu_t^2\Xi^\dagger\Xi + \lambda_2(\Xi^\dagger\Xi)^2 + \lambda_3\Phi^\dagger\Phi\Xi^\dagger\Xi + \mu_{dt}[\Phi^\dagger(\Xi_{\mathrm{lin}} \cdot \tau)\Phi],$$

donde

$$\Xi_{\mathrm{lin}} = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix} \tag{10}$$

es la forma lineal del triplete y τ es el vector formado por las matrices de espín de Pauli. Observamos que no es necesario imponer simetrías discretas, ya que todos los términos del potencial son incapaces de generar FCNC tal y como sucede *per se* en el SM.

Los VEV son ahora, $\langle\Phi\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 \\ v_d \end{pmatrix}$ y $\langle\Xi\rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_t \\ 0 \end{pmatrix}$.

La condición de mínimo del potencial resulta en las dos siguientes ecuaciones:

$$v_d^2\lambda_1 + v_t^2\lambda_3 + \mu_d^2 - v_t\mu_{dt} = 0$$

y

$$4v_t^3\lambda_2 - \frac{1}{2}v_d^2\mu_{dt} + v_t(v_d^2\lambda_3 + 2\mu_t^2) = 0,$$

que pueden resolverse para μ_d y μ_t, dando

$$\mu_d^2 = -(v_d^2\lambda_1 + v_t^2\lambda_3 - v_t\mu_{dt})$$

y

$$\mu_t = -\frac{1}{4}\left(8v_t^2\lambda_2 + 2v_d^2\lambda_3 - \frac{v_d^2\mu_{dt}}{v_t}\right).$$

La matriz de masa cuadrada resulta ser:

$$\begin{pmatrix} 2v_t\mu_{dt} & 0 & 0 & 0 & v_d\mu_{dt} & 0 & 0 \\ 0 & 2v_t\mu_{dt} & 0 & 0 & 0 & -v_d\mu_{dt} & 0 \\ 0 & 0 & 2v_d^2\lambda_1 & 0 & 0 & 0 & v_d(2v_t\lambda_3-\mu_{dt}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_d\mu_{dt} & 0 & 0 & 0 & \dfrac{v_d^2\mu_{dt}}{2v_t} & 0 & 0 \\ 0 & -v_d\mu_{dt} & 0 & 0 & 0 & \dfrac{v_d^2\mu_{dt}}{2v_t} & 0 \\ 0 & 0 & v_d(2v_t\lambda_3-\mu_{dt}) & 0 & 0 & 0 & 8v_t^2\lambda_2+\dfrac{v_d^2\mu_{dt}}{2v_t} \end{pmatrix},$$

de donde podemos observar que existe mezcla entre los campos cargados del doblete y el triplete (ϕ_1, ϕ_2, y ξ_1, ξ_2), cuya matriz denominaremos

$$M_{\pm}^2 = \mu_{dt}\begin{pmatrix} 2v_t & 0 & v_d & 0 \\ 0 & 2v_t & 0 & -v_d \\ v_d & 0 & \dfrac{v_d^2}{2v_t} & 0 \\ 0 & -v_d & 0 & \dfrac{v_d^2}{2v_t} \end{pmatrix}.$$

También observamos mezcla entre los campos reales neutros del doblete y el triplete (ϕ_3 y ξ_3), cuya matriz llamaremos

$$M_{\mathrm{Re}^0}^2 = \begin{pmatrix} 2v_d^2\lambda_1 & v_d(2v_t\lambda_3-\mu_{dt}) \\ v_d(2v_t\lambda_3-\mu_{dt}) & 8v_t^2\lambda_2+\dfrac{v_d^2\mu_{dt}}{2v_t} \end{pmatrix};$$

por último se observa que el campo imaginario neutro del doblete (ϕ_4), no se mezcla y produce un eigenvalor nulo, que es precisamente 1 bosón de Goldston neutro (G^0).

Procedemos a diagonalizar cada una de estas matrices, los eigenvalores de $M_{\pm}^2$ son

$$m_{G^\pm} = 0 \quad \text{y} \quad m_{H^\pm}^2 = \frac{(v_d^2+4v_t^2)}{2v_t}\mu_{dt}$$

es decir, tenemos 1 par de bosones de Goldston ($G^\pm$) y 1 par de Higgs cargados ($H^\pm$).

Los eigenvalores de $M_{\mathrm{Re}^0}^2$ son

$$m_{\substack{h^0 \\ H^0}}^2 = \frac{1}{4v_t}\Big[16v_t^3\lambda_2 + v_d^2(4v_t\lambda_1+\mu_{dt}) \mp \sqrt{256v_t^6\lambda_2^2 + v_d^4(-4v_t\lambda_1+\mu_{dt})^2 - 16v_d^2v_t^2(4v_t^2(2\lambda_1\lambda_2-\lambda_3^2) - 2v_t(\lambda_2-2\lambda_3)\mu_{dt} - \mu_{dt}^2)}\Big],$$

es decir, tenemos 1 par de Higgs neutros (h^0 y H^0).

4.2. El modelo con 1 doblete y 1 triplete $1D_1 1T_2$

Este modelo es una simple y económica extensión, que permite pequeñas masas a los neutrinos de Majorana naturalmente, así como la leptogénesis [6]. Además, ya que el triplete tiene dos unidades de hipercarga débil, aparte de los Higgs neutros y cargados hay también unos doblemente cargados, lo que tiene una consecuencia fenomenológica importante, que ellos *no pueden acoplarse a los quarks* y por tanto sus efectos dominantes son observados solamente en procesos puramente leptónicos [7]; específicamente, no es posible inducir FCNC.

Ahora usamos 1 doblete y 1 triplete para construir el potencial, así que en vez de (8) definimos ahora un triplete

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi^{++} \\ \psi^{+} \\ \psi^{0} \end{pmatrix}, \tag{11}$$

donde ψ^{++}, ψ^+ y ψ^0 son campos complejos, que en términos de campos reales son

$$\psi^{++} = \psi_1 + i\psi_2, \tag{12}$$

$$\psi^{+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_3 + i\psi_4), \tag{13}$$

$$\psi^{0} = \psi_5 + i\psi_6, \tag{14}$$

La correspondiente convención de fase para los campos del triplete es $\psi^{++*} = \psi^{--}$ y $\psi^{+*} = \psi^{-}$. De tal forma que el conjugado hermítico del triplete es

$$\Psi^\dagger = (\psi^{--}, \psi^{-}, \psi^{0*}).$$

Además, ahora usaremos también la representación matricial de este triplete, dada por

$$\Psi_M = \begin{pmatrix} \dfrac{\psi^+}{\sqrt{2}} & \psi^{++} \\ \psi^0 & \dfrac{\psi^+}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \tag{15}$$

así como el doblete conjugado de carga (e hipercarga) dado por

$$\tilde{\Phi} = i\tau_2\Phi^*. \tag{16}$$

El potencial de Higgs en general es en este caso

$$V = \mu_d^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda_1(\Phi^\dagger\Phi)^2 + \mu_t^2\Psi^\dagger\Psi + \lambda_2(\Psi^\dagger\Psi)^2 + \lambda_3\Phi^\dagger\Phi\Psi^\dagger\Psi + \mu_{dt}(\Phi^\dagger\cdot\Psi_M\cdot\tilde{\Phi} + \tilde{\Phi}^\dagger\cdot\Psi_M^\dagger\cdot\Phi).$$

Los VEV son ahora, $\langle\Phi\rangle_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0\\ v_d\end{pmatrix}$ y $\langle\Psi\rangle_0 = \begin{pmatrix}0\\0\\v_t\end{pmatrix}$.

La condición de mínimo del potencial resulta en las dos ecuaciones siguientes

$$v_d^2\lambda_1 + v_t^2\lambda_3 + \mu_d^2 + 2v_t\mu_{dt} = 0$$

y

$$4v_t^3\lambda_2 + v_d^2\mu_{dt} + v_t(v_d^2\lambda_3 + 2\mu_t^2) = 0,$$

que pueden resolverse para μ_d y μ_t, dando

$$\mu_d = -(v_d^2\lambda_1 + v_t^2\lambda_3 + 2v_t\mu_{dt})$$

y

$$\mu_t = -\frac{1}{2}(4v_t^2\lambda_2 + v_d^2\lambda_3 + \frac{v_d^2\mu_{dt}}{v_t}).$$

La matriz de masa cuadrada resulta ser demasiado grande como para escribirla aquí, pero haciendo las observaciones de mezcla en ella, podemos separarla en las siguientes. Ya que existe mezcla entre los campos cargados del doblete y el triplete (ϕ_1, ϕ_2 y ψ_3, ψ_4), tenemos

$$M_\pm^2 = \mu_{dt}\begin{pmatrix} -2v_t & 0 & v_d & 0 \\ 0 & -2v_t & 0 & v_d \\ v_d & 0 & -\frac{v_d^2}{2v_t} & 0 \\ 0 & v_d & 0 & -\frac{v_d^2}{2v_t}\end{pmatrix}.$$

También observamos mezcla entre los campos reales neutros del doblete y el triplete (ϕ_3 y ψ_5), cuya matriz llamaremos

$$M_{\mathrm{Re}^0}^2 = \begin{pmatrix} 2v_d^2\lambda_1 & 2v_d(v_t\lambda_3 + \mu_{dt}) \\ 2v_d(v_t\lambda_3 + \mu_{dt}) & 8v_t^2\lambda_2 - \frac{v_d^2\mu_{dt}}{v_t}\end{pmatrix},$$

así mismo se observa que hay mezcla entre los campos imaginarios neutros del doblete y el triplete (ϕ_4 y ψ_6), cuya matriz es

$$M_{\mathrm{Im}^0}^2 = \mu_{dt}\begin{pmatrix} -4v_t & 2v_d \\ 2v_d & -\frac{v_d^2}{v_t}\end{pmatrix}.$$

Por último se observa que los campos doblemente cargados del triplete (ψ_1 y ψ_2) no se mezclan y producen una matriz diagonal

$$M_{\pm\pm}^2 = -\frac{v_d^2}{v_t}\mu_{dt}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}.$$

Procedemos a diagonalizar cada una de estas matrices, los eigenvalores de $M_{\pm\pm}^2$ obviamente son

$$m_{H^{\pm\pm}}^2 = -\frac{v_d^2}{v_t}\mu_{dt},$$

es decir, tenemos 1 par de Higgs doblemente cargados ($H^{\pm\pm}$).

Los eigenvalores de $M_\pm^2$ son

$$m_{G^\pm} = 0 \quad \text{y} \quad m_{H^\pm}^2 = -\frac{(v_d^2 + 4v_t^2)}{2v_t}\mu_{dt},$$

es decir, tenemos 1 par de bosones de Goldston ($G^\pm$) y 1 par de Higgs cargados ($H^\pm$).

Los eigenvalores de $M_{\mathrm{Re}^0}^2$ son

$$m^2_{\substack{h^0\\H^0}} = \frac{1}{2v_t}\Big[8v_t^3\lambda_2 + v_d^2(2v_t\lambda_1 - \mu_{dt}) \mp \sqrt{64v_t^6\lambda_2^2 + v_d^4(2v_t\lambda_1 + \mu_{dt})^2 - 16v_d^2v_t^2(v_t^2(2\lambda_1\lambda_2 - \lambda_3^2) + v_t(\lambda_2 - 2\lambda_3)\mu_{dt} - \mu_{dt}^2)}\Big],$$

es decir, tenemos 1 par de Higgs neutros (h^0 y H^0).

Los eigenvalores de $M_{\mathrm{Im}^0}^2$ son

$$m_{G^0} = 0 \quad \text{y} \quad m_{A^0}^2 = -\frac{(v_d^2 + 4v_t^2)}{v_t}\mu_{dt}$$

por lo tanto hay 1 bosón de Goldston neutro (G^0) y 1 Higgs pseudoescalar neutro (A^0).

4.3. El modelo con 2 dobletes y 1 triplete (real) $2D_1 1T_0$

Este modelo es la forma más simple de extender el MSSM, involucrando tripletes. Además, es factible que su fenomenología proporcione pruebas a la simetría custodial SU(2)$_c$ [10].

Ahora usamos 2 dobletes y 1 triplete (real) para construir el potencial, así que usamos (4) y (8). Sus expresiones en términos de campos reales están dadas por (5), (6) y (9), respectivamente. Así como la forma lineal del triplete (real) (10). Con las correspondientes convenciones de fase ya mencionadas.

El potencial de Higgs que usaremos es

$$
\begin{aligned}
V &= \mu_1^2\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \lambda_1(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2 + \mu_2^2\Phi_2^\dagger\Phi_2 + \lambda_2(\Phi_2^\dagger\Phi_2)^2 \\
&\quad + \lambda_3\Phi_1^\dagger\Phi_1\Phi_2^\dagger\Phi_2 + \lambda_4\Phi_1^\dagger\Phi_2\Phi_2^\dagger\Phi_1 + \frac{1}{2}\lambda_5[(\Phi_1^\dagger\Phi_2)^2 \\
&\quad + (\Phi_2^\dagger\Phi_1)^2] + \mu_t^2\Xi^\dagger\Xi + \lambda_6(\Xi^\dagger\Xi)^2 + \lambda_7\Phi_1^\dagger\Phi_1\Xi^\dagger\Xi \\
&\quad + \lambda_8\Phi_2^\dagger\Phi_2\Xi^\dagger\Xi + \mu_{dt}[\Phi_1^\dagger(\Xi_{\text{lin}}\cdot\tau)\Phi_1 \\
&\quad + \Phi_2^\dagger(\Xi_{\text{lin}}\cdot\tau)\Phi_2]
\end{aligned}
$$

el cual, es invariante de CP y no induce FCNC, en forma análoga a la que se mostró en las Secs. 3.2 y 4.1.

Los VEV son como ya se han elegido antes para estas representaciones.

La condición de mínimo del potencial resulta en las tres siguientes ecuaciones:

$$
\begin{aligned}
2v_1^2\lambda_1 + v_2^2\Sigma_{345} + 2(v_t^2\lambda_7 + \mu_1^2 - v_t\mu_{dt}) &= 0, \\
2v_2^2\lambda_2 + v_1^2\Sigma_{345} + 2(v_t^2\lambda_8 + \mu_2^2 - v_t\mu_{dt}) &= 0
\end{aligned}
$$

y

$$
4v_t^3\lambda_6 - \frac{(v_1^2+v_2^2)}{2}\mu_{dt} + v_t(v_1^2\lambda_7 + v_2^2\lambda_8 + 2\mu_t^2) = 0,
$$

que pueden resolverse para μ_1, μ_2 y μ_t, dando

$$
\begin{aligned}
\mu_1 &= -\frac{1}{2}[2v_1^2\lambda_1 + v_2^2\Sigma_{345} + 2v_t(v_t\lambda_7 + \mu_{dt})], \\
\mu_2 &= -\frac{1}{2}[2v_2^2\lambda_2 + v_1^2\Sigma_{345} + 2v_t(v_t\lambda_8 + \mu_{dt})]
\end{aligned}
$$

y

$$
\mu_t = -\frac{1}{4}[8v_t^2\lambda_6 + 2v_1^2\lambda_7 + 2v_2^2\lambda_8 - \mu_{dt}\frac{(v_1^2+v_2^2)}{v_t}].
$$

Nuevamente, la matriz de masa cuadrada resulta ser demasiado grande como para escribirla aquí, pero haciendo las observaciones de mezcla en ella, podemos separarla en las siguientes. Ya que existe mezcla entre los campos cargados de los dobletes y el triplete (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_5, ϕ_6, y ξ_1, ξ_2), tenemos la matriz $M_\pm^2$

$$
\begin{pmatrix}
\frac{1}{2}(-v_2^2\Sigma_{45} + 4v_t\mu_{dt}) & 0 & \frac{v_1v_2}{2}\Sigma_{45} & 0 & v_1\mu_{dt} & 0 \\
0 & \frac{1}{2}(-v_2^2\Sigma_{45} + 4v_t\mu_{dt}) & 0 & \frac{v_1v_2}{2}\Sigma_{45} & 0 & -v_1\mu_{dt} \\
\frac{v_1v_2}{2}\Sigma_{45} & 0 & \frac{1}{2}(-v_1^2\Sigma_{45} + 4v_t\mu_{dt}) & 0 & v_2\mu_{dt} & \\
0 & \frac{v_1v_2}{2}\Sigma_{45} & 0 & \frac{1}{2}(-v_1^2\Sigma_{45} + 4v_t\mu_{dt}) & 0 & -v_2\mu_{dt} \\
v_1\mu_{dt} & 0 & v_2\mu_{dt} & 0 & \frac{v_1^2+v_2^2}{2v_t}\mu_{dt} & 0 \\
0 & -v_1\mu_{dt} & 0 & -v_2\mu_{dt} & 0 & \frac{v_1^2+v_2^2}{2v_t}\mu_{dt}
\end{pmatrix}.
$$

También observamos mezcla entre los campos reales neutros de los dobletes y el triplete (ϕ_3, ϕ_7, y ξ_3), cuya matriz llamaremos

$$
M_{\text{Re}^0}^2 = \begin{pmatrix}
2v_1^2\lambda_1 & v_1v_2\Sigma_{345} & v_1(2v_t\lambda_7 - \mu_{dt}) \\
v_1v_2\Sigma_{345} & 2v_2^2\lambda_2 & v_2(2v_t\lambda_8 - \mu_{dt}) \\
v_1(2v_t\lambda_7 - \mu_{dt}) & v_2(2v_t\lambda_8 - \mu_{dt}) & 8v_t^2\lambda_6 + \mu_{dt}\frac{(v_1^2+v_2^2)}{2v_t}
\end{pmatrix}.
$$

Por último, se observa mezcla entre los campos imaginario neutro de los dobletes (ϕ_4 y ϕ_8), que da la matriz

$$
M_{\text{Im}^0}^2 = \lambda_5\begin{pmatrix} -v_2^2 & v_1v_2 \\ v_1v_2 & -v_1^2 \end{pmatrix}.
$$

Procedemos a diagonalizar cada una de estas matrices, los eigenvalores de $M_\pm^2$ son

$$
m_{G^\pm} = 0, \qquad m_{H_1^\pm}^2 = \frac{(v_1^2+v_2^2+4v_t^2)}{2v_t}\mu_{dt}
$$

$$
\text{y} \qquad m_{H_2^\pm}^2 = 2v_t\mu_{dt} - \frac{(v_1^2+v_2^2)}{2}\Sigma_{45},
$$

es decir, tenemos 1 par de bosones de Goldston ($G^\pm$) y 2 pares de Higgs cargados ($H_{1,2}^\pm$).

Los eigenvalores de $M_{\text{Re}^0}^2$ son expresiones demasiado extensas para escribirlas aquí, pero son todos distintos de cero, por lo que obtenemos 3 Higgs neutros ($H_{1,2,3}^0$).

Los eigenvalores de $M_{\text{Im}^0}^2$ son

$$
m_{G^0} = 0 \quad \text{y} \quad m_{A^0}^2 = -(v_1^2+v_2^2)\lambda_5
$$

por lo tanto hay 1 bosón de Goldston neutro (G^0) y 1 Higgs pseudoescalar neutro (A^0).

4.4. El modelo con un doblete, un triplete (real) y un triplete $1D_1 1T_0 1T_2$

Este modelo preserva naturalmente la simetría custodial, ya que ambos tripletes juntos forman una representación $(1,1)$ de $\mathrm{SU}(2)_L \otimes \mathrm{SU}(2)_R$ y puede entenderse como una generalización directa del SM en la que el doblete forma una representación $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ [8]. Además posee las consecuencias fenomenológicas del Higgs doblemente cargado, que ya se mencionaron [7]. Específicamente, la imposibilidad de acoplarse a quarks, por lo que consecuentemente, no se puede inducir FCNC.

Ahora usamos un doblete (1), un triplete (real) (8) y un triplete (11) para construir el potencial, así como el doblete conjugado de carga (16), la representación lineal del triplete (real) (10) y la representación matricial del triplete (15).

El potencial de Higgs es

$$\begin{aligned} V &= \mu_d^2 \Phi^\dagger\Phi + \lambda_1(\Phi^\dagger\Phi)^2 + \mu_{tr}^2 \Xi^\dagger\Xi + \lambda_2(\Xi^\dagger\Xi)^2 + \mu_{tc}^2\Psi^\dagger\Psi \\ &+ \lambda_3(\Psi^\dagger\Psi)^2 + \lambda_4\Phi^\dagger\Phi\Xi^\dagger\Xi + \lambda_5\Phi^\dagger\Phi\Psi^\dagger\Psi + \lambda_6\Psi^\dagger\Psi\Xi^\dagger\Xi \\ &+ \mu_{\mathrm{dtr}}[\Phi^\dagger(\Xi_{\mathrm{lin}}\cdot\tau)\Phi] + \mu_{dtc}(\Phi^\dagger\cdot\Psi_M\cdot\tilde{\Phi} + \tilde{\Phi}^\dagger\cdot\Psi_M\cdot\Phi). \end{aligned}$$

Los VEV son como ya se han elegido antes para estas representaciones.

La condición de mínimo del potencial resulta en las tres ecuaciones siguientes

$$v_d^2\lambda_1 + v_{tr}^2\lambda_4 + v_{tc}\lambda_5 + \mu_d^2 + 2v_{tc}\mu_{dtc} - v_{tr}\mu_{dtr} = 0,$$

$$4v_{tr}^3\lambda_2 - \frac{1}{2}v_d^2\mu_{dtr} + v_{tr}[v_d^2\lambda_4 + 2(v_{tc}^2\lambda_6 + \mu_{tr}^2)] = 0$$

y

$$4v_{tc}^3\lambda_3 + v_d^2\mu_{dtc} + v_{tc}[v_d^2\lambda_5 + 2(v_{tr}^2\lambda_6 + \mu_{tc}^2)] = 0,$$

que pueden resolverse para μ_d, μ_{tr} y μ_{tc}, dando

$$\mu_d = -(v_d^2\lambda_1 + v_{tr}^2\lambda_4 + 2v_{tc}\mu_{dtc} - v_{tr}\mu_{dtr}),$$

$$\mu_{tr} = -\frac{1}{4}(8v_{tr}^2\lambda_2 + 2v_d^2\lambda_4 + 4v_{tc}^2\lambda_6 - \frac{v_d^2}{v_{tr}}\mu_{dtr})$$

y

$$\mu_{tc} = -\frac{1}{2}\Big(4v_{tc}^2\lambda_3 + v_d^2\lambda_5 + 2v_{tr}^2\lambda_6 + \frac{v_d^2}{v_{tc}}\mu_{dtc}\Big).$$

Separando la matriz de masa cuadrada mediante las observaciones de mezcla en ella, obtenemos dada la mezcla entre los campos cargados del doblete y los tripletes (ϕ_1, ϕ_2, ξ_1, ξ_2, y ψ_3, ψ_4), tenemos

$$M_\pm^2 = \begin{pmatrix} 2v_{tr}\mu_{dtr} - 2v_{tc}\mu_{dtc} & 0 & v_d\mu_{dtr} & 0 & v_d\mu_{dtc} & 0 \\ 0 & 2v_{tr}\mu_{dtr} - 2v_{tc}\mu_{dtc} & 0 & -v_d\mu_{dtr} & 0 & v_d\mu_{dtc} \\ v_d\mu_{dtr} & 0 & \frac{v_d^2}{2v_{tr}}\mu_{dtr} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -v_d\mu_{dtr} & 0 & \frac{v_d^2}{2v_{tr}}\mu_{dtr} & 0 & 0 \\ v_d\mu_{dtc} & 0 & 0 & 0 & -\frac{v_d^2}{2v_{tc}}\mu_{dtc} & 0 \\ 0 & v_d\mu_{dtc} & 0 & 0 & 0 & -\frac{v_d^2}{2v_{tc}}\mu_{dtc} \end{pmatrix}.$$

También observamos mezcla entre los campos reales neutros del doblete y los tripletes (ϕ_3, ξ_3 y ψ_5), cuya matriz llamaremos

$$M_{\mathrm{Re}^0}^2 = \begin{pmatrix} 2v_d^2\lambda_1 & v_d(2v_{tr}\lambda_4 - \mu_{dtr}) & 2v_d(v_{tc}\lambda_5 + \mu_{dtc}) \\ v_d(2v_{tr}\lambda_4 - \mu_{dtr}) & 8v_{tr}^2\lambda_2 + \frac{v_d^2}{v_{tr}}\mu_{dtr} & 4v_{tc}v_{tr}\lambda_6 \\ 2v_d(v_{tc}\lambda_5 + \mu_{dtc}) & 4v_{tc}v_{tr}\lambda_6 & 8v_{tc}^2\lambda_3 - \frac{v_d^2}{v_{tc}}\mu_{dtc} \end{pmatrix}.$$

Así mismo se observa que hay mezcla entre los campos imaginarios neutros del doblete y del triplete (ϕ_4 y ψ_6), cuya matriz es

$$M_{\mathrm{Im}^0}^2 = \mu_{dtc}\begin{pmatrix} -4v_{tc} & 2v_d \\ 2v_d & -\frac{v_d^2}{v_{tc}} \end{pmatrix}.$$

Por último se observa que los campos doblemente cargados del triplete (ψ_1 y ψ_2) no se mezclan y producen una matriz diagonal

$$M_{\pm\pm}^2 = -\frac{v_d^2}{v_{tc}}\mu_{dtc}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Procedemos a diagonalizar cada una de estas matrices, los eigenvalores de $M_{\pm\pm}^2$ obviamente son

$$m_{H^{\pm\pm}}^2 = -\frac{v_d^2}{v_{tc}}\mu_{dtc}$$

es decir, tenemos 1 par de Higgs doblemente cargados ($H^{\pm\pm}$).

Los eigenvalores de $M^2_\pm$ son $m_{G^\pm} = 0$ y

$$m^2_{\substack{H_1^\pm \\ H_2^\pm}} = \frac{1}{4v_{ir}v_{cc}}\Big[-4v_{cc}^3 v_{ir}\mu_{dt} + 4v_{cc}v_{ir}^2\mu_{dar} + v_d^2(v_{cc}\mu_{\rm dar} - v_{\rm ir}\mu_{dt}) \mp \sqrt{4v_d^2 v_{\rm tr}v_{tc}[v_d^2 + 4(v_{\rm tr}^2 + v_{tc}^2)]\mu_{\rm dtr}\mu_{dtc} + [v_d^2(v_{\rm tr}\mu_{dtc} - v_{tc}\mu_{\rm dtr}) + 4v_{\rm tr}v_{tc}(v_{tc}\mu_{dtc} - v_{\rm tr}\mu_{dtr})]^2}\Big],$$

es decir, tenemos 1 par de bosones de Goldston ($G^\pm$) y 2 pares de Higgs cargados ($H^\pm_{1,2}$).

Los eigenvalores de $M^2_{\rm Re^0}$ son expresiones demasiado extensas para escribirlas aquí, pero son todos distintos de cero, por lo que obtenemos 3 Higgs neutros ($H^0_{1,2,3}$).

Los eigenvalores de $M^2_{\rm Im^0}$ son

$$m_{G^0} = 0 \text{ y } m^2_{A^0} = -\frac{v_d^2 + 4v_{tc}^2}{v_{tc}}\mu_{dtc}$$

por lo tanto hay 1 bosón de Goldston neutro (G^0) y 1 Higgs pseudoescalar neutro (A^0).

5. Violación de CP y FCNC

Si consideramos la opción de tener términos que violen CP en el potencial y/o induzcan FCNC por los acoplamientos Yukawa. Los eigenestados de masa serán distintos, sin embargo el espectro del sector de Higgs no cambia, es decir, el número de Higgs es el mismo.

Desarrollemos un ejemplo, en el que ambos aspectos pueden contemplarse.

5.1. $2D_1$ con CP y FCNC rotas suavemente

El potencial de Higgs para el modelo $2D_1$ que conserva CP y que satisface NO FCNC, es (7). Sin embargo, la simetría puede ser rota suavemente (es decir, por términos de dimensión 2) y las FCNC podrían aún permanecer ausentes a nivel de árbol. Esto permite $\mu_{12} \neq 0$.

Este será el caso a desarrollar, así pues el potencial es

$$\begin{aligned} V = {} & \mu_1^2\Phi_1^\dagger\Phi_1 + \lambda_1(\Phi_1^\dagger\Phi_1)^2 + \mu_2^2\Phi_2^\dagger\Phi_2 + \lambda_2(\Phi_2^\dagger\Phi_2)^2 \\ & + \lambda_3\Phi_1^\dagger\Phi_1\Phi_2^\dagger\Phi_2 + \lambda_4\Phi_1^\dagger\Phi_2\Phi_2^\dagger\Phi_1 + (\mu_{12}^2\Phi_1^\dagger\Phi_2 \\ & + \mu_{12}^{2\,*}\Phi_2^\dagger\Phi_1) + \frac{1}{2}[\lambda_5(\Phi_1^\dagger\Phi_2)^2 + \lambda_5^*(\Phi_2^\dagger\Phi_1)^2]. \end{aligned}$$

La elección de VEV es como en el caso desarrollado en la Sec. 3.2.

La condición de mínimo del potencial resulta en las tres siguientes ecuaciones independientes:

$$2{\rm Re}\,(\mu_{12})v_2 + v_1(2v_1^2\lambda_1 + v_2^2\Sigma_{34{\rm Re}(\lambda_5)} + 2\mu_1^2) = 0,$$

$$2{\rm Re}\,(\mu_{12})v_1 + v_2(2v_2^2\lambda_2 + v_1^2\Sigma_{34{\rm Re}(\lambda_5)} + 2\mu_2^2) = 0$$

y

$$2{\rm Im}\,(\mu_{12}) + v_1 v_2 {\rm Im}\,(\lambda_5) = 0,$$

donde hemos definido $\Sigma_{34Re(\lambda_5)} = \lambda_3 + \lambda_4 + Re(\lambda_5)$; que pueden resolverse para μ_1, μ_2 e $Im(\mu_{12})$ dando

$$\mu_1 = -\frac{1}{2}[2{\rm Re}(\mu_{12})\frac{v_2}{v_1} + 2v_1^2\lambda_1 + v_2^2\Sigma_{34{\rm Re}(\lambda_5)}],$$

$$\mu_2 = -\frac{1}{2}[2{\rm Re}(\mu_{12})\frac{v_1}{v_2} + 2v_2^2\lambda_2 + v_1^2\Sigma_{34{\rm Re}(\lambda_5)}]$$

y

$${\rm Im}(\mu_{12}) = -\frac{1}{2}{\rm Im}(\lambda_5)v_1 v_2.$$

La matriz de masa cuadrada resulta ser demasiado grande como para escribirla aquí, pero haciendo las observaciones de mezcla en ella, podemos separarla en las siguientes. Ya que existe mezcla entre los campos cargados de ambos dobletes (ϕ_1, ϕ_2 y ϕ_5, ϕ_6), cuya matriz denominaremos

$$M^2_\pm = \frac{2{\rm Re}(\mu_{12}) + [\lambda_4 + {\rm Re}(\lambda_5)]v_1 v_2}{2} \times \begin{pmatrix} -\frac{v_2}{v_1} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{v_2}{v_1} & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -\frac{v_1}{v_2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{v_1}{v_2} \end{pmatrix}.$$

Un hecho físicamente importante es que ahora, no es posible separar la submatriz correspondiente a los campos neutros en reales y neutros (violación de CP), así que ahora tenemos una sola matriz 4×4 que llamamos M_0^2

$$\begin{pmatrix} 2v_1^2\lambda_1 - {\rm Re}(\mu_{12})\frac{v_2}{v_1} & {\rm Im}(\lambda_5)\frac{v_2^2}{2} & {\rm Re}(\mu_{12}) + v_1v_2\Sigma_{34{\rm Re}(\lambda_5)} & -{\rm Im}(\lambda_5)\frac{v_1v_2}{2} \\ {\rm Im}(\lambda_5)\frac{v_2^2}{2} & -\frac{v_2}{v_1}[{\rm Re}(\mu_{12}) + {\rm Re}(\lambda_5)v_1v_2] & {\rm Im}(\lambda_5)\frac{v_1v_2}{2} & {\rm Re}(\mu_{12}) + {\rm Re}(\lambda_5)v_1v_2 \\ {\rm Re}(\mu_{12}) + v_1v_2\Sigma_{34{\rm Re}(\lambda_5)} & {\rm Im}(\lambda_5)\frac{v_1v_2}{2} & 2v_2^2\lambda_2 - {\rm Re}(\mu_{12})\frac{v_1}{v_2} & -{\rm Im}(\lambda_5)\frac{v_1^2}{2} \\ -{\rm Im}(\lambda_5)\frac{v_1v_2}{2} & {\rm Re}(\mu_{12}) + Re(\lambda_5)v_1v_2 & -{\rm Im}(\lambda_5)\frac{v_1^2}{2} & -\frac{v_1}{v_2}[{\rm Re}(\mu_{12}) + {\rm Re}(\lambda_5)v_1v_2] \end{pmatrix}.$$

Procedemos a diagonalizar cada una de estas matrices, los eigenvalores de $M_{\pm}^2$ son

$$m_{G^\pm} = 0 \qquad \text{y}$$

$$m_{H^\pm}^2 = -[2Re(\mu_{12}) + v_1 v_2(Re(\lambda_5) + \lambda_4)]\frac{(v_1^2 + v_2^2)}{2v_1 v_2},$$

es decir, tenemos 1 par de bosones de Goldston ($G^{\pm}$) y 1 par de Higgs cargados ($H^{\pm}$).

Los eigenvalores de M_0^2 son expresiones demasiado extensas para escribirlas aquí, pero resultan distintos de cero, excepto uno, como es necesario para la existencia de 1 bosón de Goldston neutro (G^0), 1 par de Higgs neutros (h^0 y H^0) y 1 Higgs pseudoescalar neutro (A^0).

Así pues, el espectro de Higgs permanece igual en número aunque sus eigenvalores de masa si cambian.

6. Conclusiones

En este artículo se han diagonalizado explícitamente los potenciales de Higgs en varios modelos extendidos, lo cual es importante para poder estudiar la fenomenología de dichos modelos en etapas posteriores [11].

- Se han obtenido los espectros de masa escalares (en subrayado al final de cada modelo).
- Se ha encontrado que el caso en que las partes cargadas no desarrollan un VEV es consistente. Se conserva $U(1)_{EM}$
- Se ha verificado que las partes neutras reales se mezclan entre sí, y que lo mismo ocurre para las partes neutras imaginarias, pero no hay mezcla entre partes neutras reales e imaginarias, a menos que se permita violación de CP (rompimiento espontáneo suave).
- Se halla que el espectro de Higgs es invariante en número aunque por supuesto no lo es en masas, cuando se permite violación de CP y/o FCNC.
- En particular, el modelo $2D_1 1T_0$, gracias a la presencia de la componente triplete (real) permite la existencia a nivel árbol del decaimiento $t \to bWZ$, el cual es una prueba util de la simetría custodial [10].

Agradecimientos

Deseo agradecer al Dr. Lorenzo Díaz Cruz por las útiles discusiones. Este trabajo fue realizado con el auspicio de una beca de posgrado del CONACyT.

∗. Becario del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (México).

†. Disponible en http: //www.ifuap.buap.mx/~dennys/programs/Higgspectrum.html

1. A. Salam, *Proc. 8th Nobel Symposium, (Estocolmo)*, edired by N. Southolm, Almquist, and Wiksell, (Estocolmo, 1968) p. 367; S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 264; S.L. Glashow, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 579.
2. Ver por ejemplo, Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, (Oxford University Press, New York, 1984).
3. J.L. Diaz-Cruz and A.Méndez, *Nucl. Phys.* **B 380** (1992) 39.
4. Para una revisión y referencias, ver J.F. Gunion, G.L. Kane, H.E. Haber, and S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, (Addison-Wesley Publishing Company, Redwood City, CA, 1990).
5. J.F. Gunion and H.E. Haber, *Nucl. Phys.* **B 272** (1986) 1.
6. E. Ma and U. Sarkar, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 5716; G.B. Gelmini and M. Roncadelli, *Phys. Lett.* **99 B** (1981) 411.
7. J.A. Coarasa, A. Méndez, and J. Solà, *Phys. Lett.* **B 374** (1996) 131.
8. Ver, por ejemplo, J.F. Gunion, R. Vega, and J. Wudka, *Phys. Rev.* **D 42** (1990) 1673; M.S. Chanowitz and M. Golden, *Phys. Lett.* **165 B** (1985) 105; H. Georgi and M. Machacek, *Nucl. Phys.* **B 262** (1985) 463.
9. G.L. Kane, *Modern elementary particle physics: the fundamenteal particles and forces*, (Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1993) Apéndice A.
10. D.A. López-Falcón and J.L. Díaz Cruz, por publicarse en *AIP Conf. Proc.: Proceedings of VIII-EMPC*, Oaxaca, México, del 20 al 28 de Noviembre de 1998.
11. J.L. Díaz-Cruz and D.A. López-Falcón, (trabajo en preparación).