

Introducción a la deformación plástica por movimiento de dislocaciones mediante el uso de analogías y el concepto de energía

P. Ugalde y A. Canales

*Departamento de Materiales (CBI), Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco
Av. San Pablo 180, Col. Reynosa, 02200 México, D.F., Mexico*

A. Mendoza-Allende y J.A. Montemayor-Aldrete
*Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México
Apartado Postal 20-364, 01000 México, D.F., Mexico*

Recibido el 11 de junio de 1998; aceptado el 7 de abril de 1999

Se desarrollan matemáticamente varias analogías para introducir el movimiento de las dislocaciones. El método utilizado se basa en el uso del principio de conservación de energía y de la segunda ley de Newton al igual que los métodos que usualmente se utilizan para introducir dichos conceptos. Las analogías utilizadas permiten la asimilación sólida de los conceptos por parte de los estudiantes al relacionar conceptos nuevos con conceptos y fenómenos previamente conocidos por ellos.

Descriptores: Dislocaciones; deformación plástica

Some analogies for the dislocations movement are mathematically developed. Our approach is based on the conservation energy principle and in the Newton second law as well as the usual way to introduce such concepts. The use of well chosen analogies allows to obtain sound relationships between new concepts and concepts previously understood by the students.

Keywords: Dislocations; plastic deformation

PACS: 62.20.Hg; 81.40.Lm

1. Introducción

Las propiedades elásticas y plásticas de los materiales cristalinos son fundamentales para diversos usos en nuestra civilización. La deformación plástica de los metales intrigó a la humanidad por milenios, se fue aprendiendo empíricamente a utilizarlos en diferentes condiciones, sin embargo nadie sabía de qué dependían sus propiedades hasta principios del siglo XX.

Después de 1912, con el descubrimiento por Von Laue de la difracción de rayos X en los materiales cristalinos, se entendió que dichos materiales están compuestos de átomos arreglados en redes geométricas tridimensionales. A partir de este momento, en principio, se tuvieron los elementos básicos para comenzar a desarrollar explicaciones microscópicas del módulo de Young y de multitud de propiedades mecánicas de los sólidos cristalinos.

En 1926, Frenkel [1] aportó un modelo para tratar de explicar el esfuerzo de cedencia de los metales. El modelo consiste en deslizar una capa atómica sobre la capa atómica subyacente, posteriormente se desarrollaron variaciones del modelo de Frenkel, pero todos aportaban esfuerzos teóricos entre 3000 y cien mil veces mayores que los experimentales. En 1925, Polanyi [2] deformó monocristales metálicos y encontró que la deformación en frío producía un incremento de la resistencia a la tensión, efecto no considerado en la teoría de Frenkel. Conforme transcurrió el tiempo fue cada vez más claro que se requería desarrollar un nuevo concepto (radical-

mente diferente) para explicar la deformación plástica y el endurecimiento por deformación a bajas temperaturas.

En 1934, Polanyi [3], Taylor [4] y Orowan [5], de manera independiente, propusieron el concepto de dislocación de borde; en 1939, Burgers [6] propuso el concepto de dislocación de tornillo; dichos conceptos permiten explicar la discrepancia entre el esfuerzo teórico aportado por Frenkel y los resultados experimentales.

Hasta aquí una síntesis apretada de la historia del surgimiento del concepto de dislocación. Por cuanto se refiere a la presentación de dicho concepto a estudiantes de maestría en ciencia de materiales y de ingeniería de materiales o metalurgia, la experiencia de dificultades para su asimilación y comprensión profunda es la siguiente:

- 1) La primera vez que se les presenta el concepto se observan dificultades en el alumno, por la gran cantidad de conceptos y términos técnicos asociados que conlleva la idea general y la dificultad de asociarlos a conceptos previos o a imágenes fáciles de entender y retener.
- 2) Mientras que es intuitivamente entendible el deslizamiento de planos atómicos sobre planos atómicos (modelo de Frenkel), no ocurre lo mismo con el concepto de deslizamiento de la dislocación de borde. Entre otras cosas, no es claro para el estudiante que lo que se traslada a lo largo de todo el cristal es el defecto y que su efecto final es que un semiplano atómico sobresalga una distancia atómica, sobre la superficie previa.

El alumno tiende a fijarse en los átomos presentes en el semiplano que define el defecto, antes de que éste se comience a deslizar bajo la acción de un esfuerzo de corte.

- 3) Cuando han superado las dificultades anteriores, aprende a fijarse en la línea de la dislocación y en su movimiento en el caso de la de borde. Posteriormente se le presenta el movimiento de la dislocación de tornillo y se entera de que el flujo de materia avanza en dirección perpendicular al avance de la línea de la dislocación y esto lo confunde, pues es distinto al caso de borde.
- 4) El concepto de tensión lineal de las dislocaciones curvas normalmente se le dificulta al estudiante y sólo lo acepta por repetición, sin comprenderlo a fondo.
- 5) En los libros de texto hasta donde sabemos [7–19] no se presenta una relación lógica, suave y continua entre la presentación del concepto inicial de dislocación y la formulación de una teoría de esfuerzo de cedencia.

Para tratar de superar algunos de estos problemas muchos de los textos introductorios al tema [7, 8, 11–14, 20] recurren al uso cualitativo de analogías tomadas de la naturaleza o de eventos cercanos a la vida cotidiana.

El objetivo del presente trabajo es explicar cuantitativamente varias analogías relacionadas con dislocaciones mediante la utilización del principio de conservación de energía y la segunda ley de Newton, que también se utilizan para el análisis del movimiento de las dislocaciones. La intención de este análisis es ayudar al estudiante a comprender más fácilmente el concepto del movimiento de la dislocación.

2. Análisis

En las siguientes secciones abordaremos cualitativa y cuantitativamente con analogías el movimiento deslizante de una dislocación de borde, el movimiento de una dislocación de tornillo y la tensión lineal de la dislocación curva. Para el movimiento deslizante de una dislocación de borde usaremos el movimiento de oruga (muy similar al de la alfombra y la lombriz) (véase Fig. 1). El movimiento de una dislocación de tornillo estará relacionado con el cierre tipo cremallera de pantalón. Trataremos la analogía del globo elástico para el caso de la tensión lineal de la dislocación curva y, finalmente, relacionaremos de forma sencilla y lógica lo anterior para el esfuerzo de cedencia como función de la densidad de dislocaciones.

2.1. Dislocación de borde

A continuación describiremos brevemente algunos aspectos de la dislocación de borde. En la Fig. 2 se exhibe el arreglo atómico en un plano normal a una dislocación de borde. El arreglo atómico produce esfuerzos compresivos arriba del plano de deslizamiento y de tensión abajo del plano que delimita el plano de átomos extra.

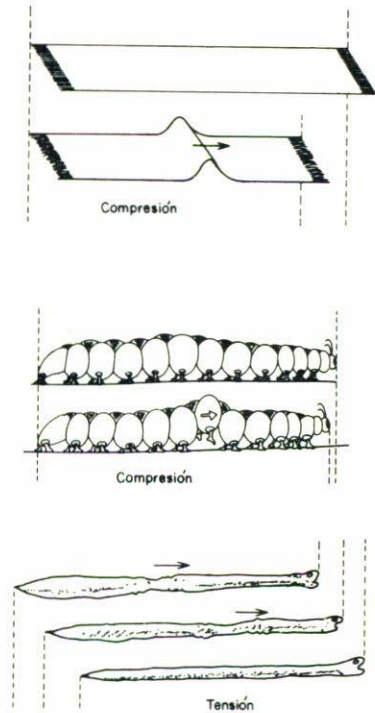


FIGURA 1. Analogías para el deslizamiento de una dislocación de borde. Desplazamiento esquemático de la alfombra, la oruga, y de la lombriz (dentro de un tubo de tierra). Todos los desplazamientos se basan en el movimiento de una onda a través del material o animalito.

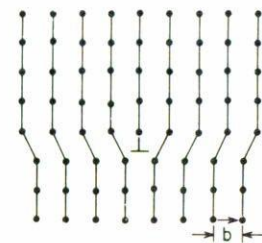


FIGURA 2. Arreglo atómico en un plano perpendicular a una dislocación de borde.

Bajo la acción de un esfuerzo de corte τ , la dislocación de borde se desplaza en dirección del vector de Burgers, b . Esto ocurre a través del mecanismo que se muestra en las Figs. 3a y 3b. En la Fig. 3b se observa que la acción del esfuerzo de corte arriba del plano de deslizamiento mueve ligeramente hacia la derecha los átomos respecto de su posición de equilibrio. Debajo del plano de deslizamiento el esfuerzo de corte mueve ligeramente hacia la izquierda todos los átomos de esa región respecto a su posición de equilibrio. Esto ocurre de tal manera que el semiplano extra 5 se desplaza hacia la derecha, debido a que durante la deformación el plano denotado 6-5' pasa a ser el plano 5-5' y se rompe la continuidad entre el plano 6-5' dando lugar al semiplano extra 6. Como los átomos alrededor de la dislocación están posicionados simétricamente a lados opuestos del plano ex-

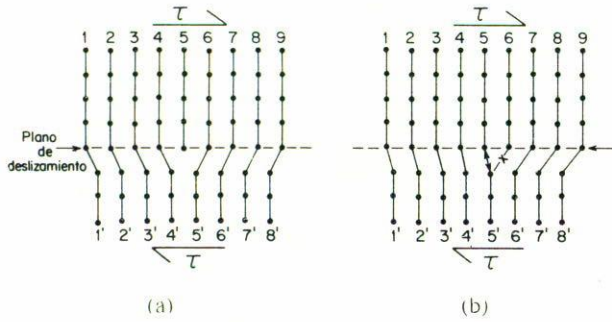


FIGURA 3. (a) Átomos cerca de una dislocación de borde. (b) Movimiento de la dislocación de borde una unidad b hacia la derecha bajo la acción del esfuerzo de corte τ .

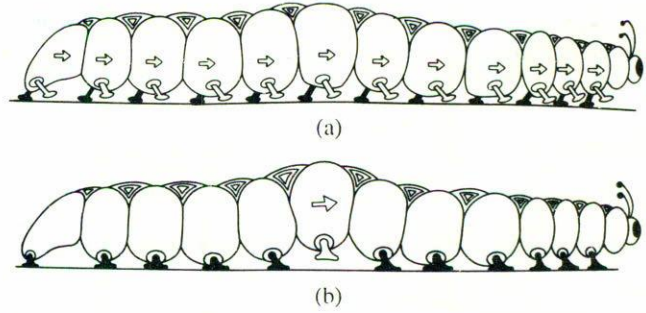


FIGURA 4. (a) Oruga hipotética, la cual avanza en su totalidad un paso de oruga p_{or} , mediante el movimiento de todas sus patas a la vez. (b) Oruga verdadera la cual avanza en su totalidad un paso de oruga por el envío de una onda de compresión que se mueve a lo largo de todo su cuerpo de longitud L_{or} .

tra, entonces fuerzas iguales y opuestas se oponen y apoyan el movimiento de la línea de la dislocación. Por tanto, en primera aproximación a bajas velocidades no existe fuerza atómica neta actuando sobre la dislocación y el esfuerzo requerido para mover un segmento recto de dislocación es cero [7, 10].

2.1.1. Aspectos cualitativos de las analogías de la alfombra, la lombriz y la oruga

En este caso los tres tipos de desplazamiento, según sea alfombra pesada, lombriz u oruga tienen en común que se basan en el movimiento de una onda a través de todo el material o animalito (véase Fig. 1), característica en común con el movimiento de los átomos que intervienen en el movimiento de una dislocación.

El uso de tal o cual analogía para describir un fenómeno, dependerá de cual de ellas se apegue más a lo esencial del fenómeno que se necesita describir. A continuación examinamos brevemente cada una de las tres posibilidades antes mencionadas. La analogía de la alfombra sólo puede ser cualitativa, por cuanto no es inmediata la relación que existe entre el tamaño de la onda creada (por ejemplo, con las manos) y la fuerza requerida para actuar durante todo el recorrido de la onda hasta que ésta sale del otro lado de la alfombra. La analogía de la lombriz presenta problemas por cuanto no es claro que la zona de tensión sea constante durante su desplazamiento a través del cuerpo de la lombriz. En el caso de la oruga la analogía sí es cuantificable por cuanto podemos contar el número de pasos, al igual que puede hacerse en la red cristalina en el caso de la dislocación.

La analogía de la oruga se maneja en la literatura como sigue: el movimiento de una dislocación positiva de borde se liga al movimiento de una oruga, la cual avanza en total un paso de oruga al formar en su cola una pequeña región de compresión (similar a un semiplano extra de una dislocación de borde) y permitir que esta joroba se mueva a lo largo de todo su cuerpo hasta llegar a la cabeza. Por cada pasaje de la onda de la cola a la cabeza de oruga avanza un paso de oruga, p_{or} . Esto es análogo al desplazamiento igual en magnitud al vector de Burgers asociado con el desplazamiento de la dislocación a través del cristal.

2.1.2. Desarrollo matemático de la analogía de la oruga

A continuación desarrollaremos matemáticamente la analogía de la oruga, extendiéndola además a un caso no considerado previamente en la literatura: el movimiento hipotético de n patas de la oruga a la vez.

Primero analizaremos el caso de la oruga hipotética la cual para avanzar en su totalidad un paso de oruga p_{or} requiere mover simultáneamente todas sus $n/2$ patitas de uno de sus lados (véase la Fig. 4a). Para avanzar una distancia p_{or} , tendría que mover todas sus patas en un intervalo de tiempo ($\Delta t_{p_{or}}$). La fuerza necesaria para mover cada pata $\approx F_{p_{or}}$. Por tanto, para mover n patas a la vez requiere una fuerza $nF_{p_{or}}$ que actúe en un $\Delta t_{p_{or}}$. La energía requerida para que la oruga avance un paso es,

$$W_{p_{or}} = \left(\frac{n}{2} F_{p_{or}}\right) * p_{or} + \left(\frac{n}{2} F_{p_{or}}\right) * p_{or}, \quad (1)$$

y la potencia utilizada es,

$$P_{p_{or}} = \frac{W_{p_{or}}}{\Delta t_{p_{or}}} = \frac{nF_{p_{or}} * p_{or}}{\Delta t_{p_{or}}}. \quad (2)$$

Ahora analicemos la situación de la oruga verdadera (véase Fig. 4b). Ésta se desplaza moviendo sólo un par de patitas a la vez, y esta onda ha de recorrer toda la longitud de la oruga para que ésta avance p_{or} . Tenemos que la fuerza para mover un par de patas es $2 F_{p_{or}}$ y mueve un par de patitas dentro de un tiempo $\Delta t_{p_{or}}$, por tanto el trabajo requerido para que la oruga verdadera avance p_{or} (equivalente a una distancia b en el cristal) sería

$$\begin{aligned} W'_{p_{or}} &\equiv 2F_{p_{or}} * \left(\frac{np_{or}}{2}\right) \\ &= nF_{p_{or}} p_{or} \\ &\cong W_{p_{or}} \end{aligned} \quad (3)$$

Las Ecs. (1) y (3) son iguales; se emplea la misma energía en recorrer la misma distancia por los dos modelos de oruga,

sólo que la oruga verdadera requiere n veces menos potencia que la que mueve n patas a la vez.

$$P'_{or} = \frac{W'_{por}}{n\Delta t_{or}} = \frac{1}{n} P_{or}. \quad (4)$$

Con este simple modelo vemos varias cosas interesantes:

- 1) Los eventos de movimientos en bloque, y a través del movimiento de la onda o dislocación, obedecen la siguiente relación

$$F_{or} * (np_{or}) = nF_{or} * p_{or} \quad (5)$$

o

$$F_{or} = nF_{or} \left(\frac{p_{or}}{L_{or}} \right) \quad (5a)$$

donde

$$L_{or} \equiv np_{or}. \quad (5b)$$

La Ec. (5), por analogía al caso de dislocaciones, implica que se requiere una fuerza muy grande que actúe sobre todos los átomos del cristal para desplazarlos una magnitud del vector de Burgers b , y que se requiere una fuerza pequeña para mover una dislocación a lo largo de todo el cristal de longitud L y producir el mismo efecto, aunque para ello se emplee un tiempo proporcionalmente mayor L/p_{or} veces que si actuara la fuerza grande. Además con todas sus consecuencias, la Ec. (5) es formalmente igual a la ley de la palanca de Arquímedes [21].

- 2) Para deformar plásticamente un cristal con defectos (dislocaciones) se requiere (b/L) menos potencia que para deformar de acuerdo con un modelo tipo Frenkel. Y que para este caso, como para el de la oruga, si se toma en cuenta un ritmo constante de avance del defecto, aquí tenemos un proceso de mínima disipación de energía como se esperaría de acuerdo con la termodinámica de procesos irreversibles [22, 23]. En ambos casos se tienen mecanismos de mínimo uso de energía por unidad de tiempo para el transporte de masa.

2.1.3. Esfuerzo de corte y fuerza microscópica sobre una dislocación recta de borde

Ahora, analizaremos la relación que existe entre esfuerzo de corte que actúa sobre una superficie cristalina, τ , y la fuerza microscópica que produce sobre una dislocación de borde (véase la Fig. 5a). Una dislocación se desliza de lado a lado del cristal y barre un área A , con ello produce un corte de la parte superior del cristal de magnitud (b) . Una dislocación que barre una porción $(dsd\ell/A)$ producirá un corte $(dsd\ell/A)b$ (véase la Fig. 5b).

El trabajo macroscópico, dW_{macro} , que realiza el esfuerzo de corte τ , cuando una dislocación de longitud ds avanza

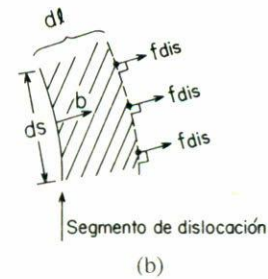
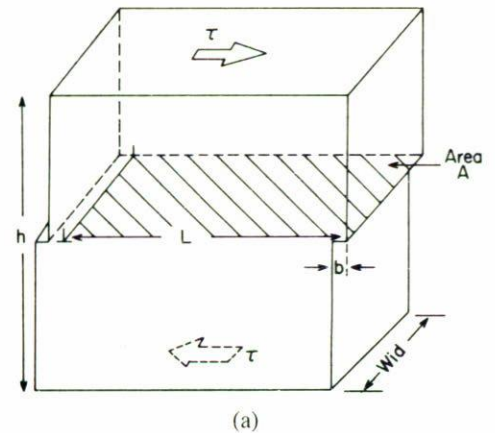


FIGURA 5. (a) Una dislocación de borde se mueve en su plano de deslizamiento bajo la acción de un esfuerzo de corte τ el cual actúa sobre la superficie A del monocristal. (b) Segmento de dislocación de longitud ds el cual desliza una distancia $d\ell$ bajo la acción de un esfuerzo de corte τ .

una distancia $d\ell$ viene dada por

$$dW_{macro} = F_{macro} * \left(\frac{dsd\ell}{A} \right) b. \quad (6)$$

Por otro lado, el trabajo por unidad de longitud de la dislocación, al deslizar una distancia $d\ell$ viene dado por:

$$\frac{dW_{micro}}{ds} = f_{dis} * d\ell, \quad (7)$$

donde f_{dis} es la fuerza microscópica que actúa sobre la unidad de longitud de la dislocación.

Si el proceso es cuasiestático y no hay disipación de energía tenemos que $dW_{macro} = dW_{micro}$, y entonces

$$f_{dis} = \tau b, \quad (8)$$

donde hemos utilizado la definición de esfuerzo de corte $\tau = F_{macro}/A$, con F_{macro} paralela al plano A . Hasta aquí la exposición clásica del concepto [10]. Sin embargo la Ec. (8) puede expresarse de otra manera como veremos a continuación: el área A , que aparece en la definición de τ es igual al producto de L y W_{id} , $A = L * W_{id}$. Si definimos la fuerza total, F_{micro} , que actúa sobre una dislocación de longitud W_{id} tenemos que F_{micro} se escribe como

$$F_{micro} \equiv f_{dis}W_{id}, \quad (9)$$

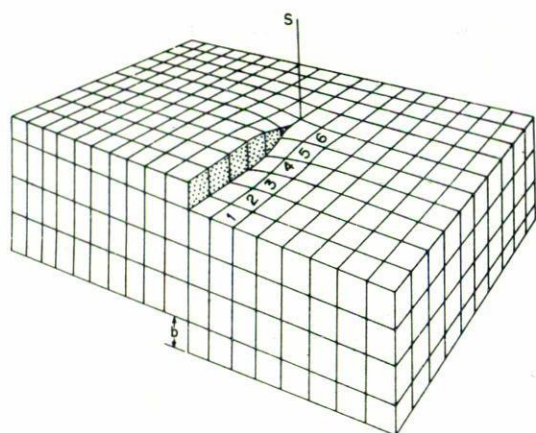


FIGURA 6. Una dislocación de tornillo en un cristal cúbico simple.

Con lo cual la Ec. (8) se puede reexpresar

$$dW = F_{\text{micro}}L = F_{\text{macro}}b, \quad (10)$$

o, dicho de otra manera

$$\frac{F_{\text{micro}}}{F_{\text{macro}}} = \frac{b}{L}. \quad (11)$$

Si en la Ec. (5) consideramos que nF_{or} es el equivalente de la fuerza F_{macro} en el caso de la dislocación y F_{or} el de la fuerza microscópica que actúa sobre la dislocación, entonces es inmediato que hemos explicado matemáticamente, con el desarrollo de una analogía, el desplazamiento de una dislocación de borde y hemos facilitado el proceso de aprendizaje de este aspecto del concepto.

2.2. Dislocación de tornillo

Si, la dislocación de borde se presenta como un semiplano extra de átomos que se introducen parcialmente dentro de un cristal; la dislocación de tornillo se puede contemplar como un cristal que se corta parcialmente a lo largo de un plano cristalino y luego las superficies así creadas se desplazan a lo largo de dicha superficie una distancia b en el extremo del cristal, como se muestra en la Fig. 6.

En la Fig. 6 se muestra una dislocación de tornillo. Lo primero que se menciona al respecto de este tipo de defecto es que es semejante a una rampa de un edificio de estacionamiento de autos, la cual conecta todos los pisos y los acopla en una cinta espiral ascendente. Nótese que en este caso el vector de Burguers b de la dislocación es paralelo al eje de la línea de la dislocación denotada en este dibujo por $s-s$.

Hasta donde sabemos, ningún libro explica con analogías el movimiento de la dislocación de tornillo, el cual es más difícil de visualizar que el movimiento de la de borde. A continuación describiremos primero el movimiento de una dislocación de tornillo de acuerdo con la teoría de dislocaciones y, posteriormente, propondremos y desarrollaremos matemáticamente una analogía.

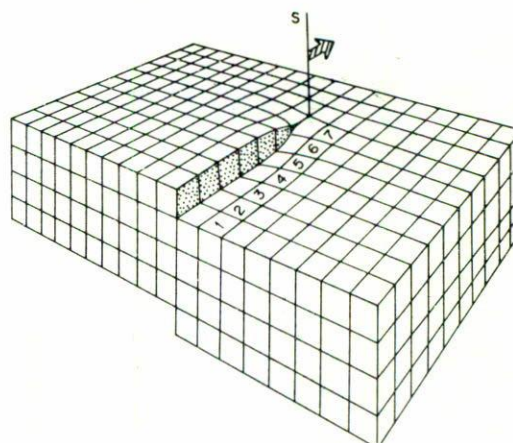


FIGURA 7. Movimiento de una dislocación de tornillo bajo la acción de un esfuerzo de corte τ .

2.2.1. Movimiento de una dislocación de tornillo y fuerzas de corte externas

Bajo la acción de un esfuerzo de corte (como se muestra en la Fig. 7) que actúe en superficies que contengan el vector de Burguers, la línea de la dislocación de tornillo (línea $s-s$) se moverá en dirección perpendicular a la acción de los esfuerzos de corte macroscópicos. A primera vista lo anterior parecería raro, pero esto se debe a que a lo largo de la línea de movimiento de la línea de la dislocación de tornillo no existe transporte de masa. Lo cual está en acuerdo con la ecuación

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r}, \quad (12)$$

donde $\vec{F} = (d/dt)m\vec{v}$.

Del dibujo, y recordando análisis anteriores, es inmediato que si no hay disipación de energía durante un proceso cuasiestático tenemos que $dW_{\text{macro}} = dW_{\text{micro}}$ y,

$$F_{\text{macro}} \left(\frac{W_{\text{id}} * L}{A} \right) b = f_{\text{dis}} * L. \quad (13)$$

Con algo de algebra,

$$f_{\text{dis}} = \tau b, \quad (14)$$

igual que para el caso de la dislocación de borde. En ambos casos f_{dis} es perpendicular a la línea de la dislocación, por lo cual es obvio que para el caso de dislocaciones con carácter mixto (borde y tornillo) f_{dis} será también perpendicular a la línea de la dislocación, y dirigida como en los otros casos hacia la parte no barrida del plano de deslizamiento.

2.2.2. Analogía para el movimiento de una dislocación de tornillo y su desarrollo matemático

Podemos ahora presentar una analogía para el movimiento de una dislocación de tornillo. Ésta consiste en describir el funcionamiento de un cierre-cremallera de un pantalón como si

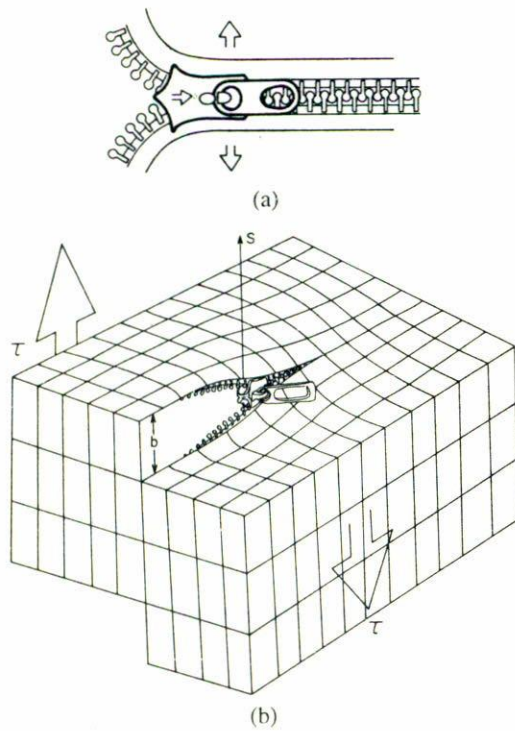


FIGURA 8. (a) Movimiento del cierre-cremallera de un pantalón. (b) Analogía de un cierre-cremallera para describir el movimiento de una dislocación de tornillo, posicionada sobre el cristal que se deforma por el movimiento de una dislocación de tornillo.

fuese la dislocación de tornillo. Hay que tener cuidado con la analogía del cierre-cremallera, pues tomada la cremallera de manera aislada (véase Fig. 8a) no es totalmente adecuada, ya que el cierre al avanzar desplaza la mitad derecha, de la mitad izquierda sobre el mismo plano. En una dislocación de tornillo, la mitad izquierda queda en un plano inferior con respecto a la derecha al avanzar la dislocación (véase Fig. 7). Sin embargo si la cremallera la colocamos acostada en un plano vertical, en donde el carrito de la cremallera corresponda con la línea de la dislocación, tendremos que la analogía es funcional tanto en lo que respecta a la dirección del vector de Burgers, como la dirección de desplazamiento y la línea de la dislocación (véase Fig. 8b).

Las exposiciones anteriores, nos permiten apuntar que si hay conservación de energía (no hay disipación de energía durante el proceso cuasiestático de apertura del cierre), tenemos que al completar un recorrido de distancia L , realizado por el cierre del carrito bajo la acción de una fuerza, f_{cierre} , tendremos que este trabajo será igual al trabajo realizado por la fuerza en el pantalón F_{pant} sobre una distancia b .

$$F_{\text{pant}}b = f_{\text{cierre}}L, \tag{15}$$

donde b es la máxima abertura lateral del cierre (donde se ha considerado que durante la operación del cierre-cremallera, el botón superior del pantalón está abotonado e impide mayor desplazamiento lateral de las hileras de dientes). La Ec. (14) es equivalente a la Ec. (12) y hemos aportado por tanto una analogía para el desplazamiento de la dislocación de tornillo.

2.3. Tensión lineal de las dislocaciones

En las siguientes subsecciones abordaremos el concepto de tensión lineal de las dislocaciones de acuerdo con la teoría de dislocaciones, posteriormente desarrollaremos una analogía de tensión superficial de un globo elástico, veremos también un caso aproximado de transformación de energía empleada en barrer un área y trabajo realizado contra la tensión lineal de la dislocación. Por último, cerramos la sección con una demostración sencilla de la expresión de Taylor para el esfuerzo de cedencia como función del endurecimiento o de la densidad de dislocaciones.

2.3.1. Tensión lineal de las dislocaciones y los esfuerzos de corte externos. (Fuerza en Equilibrio)

Según el nivel del curso, en algunos casos se les informa a los estudiantes [7–9] y en otros se les demuestra [10, 24, 25] que la energía por unidad de longitud de dislocación, u , viene dada aproximadamente por,

$$u \cong \frac{Gb^2}{2}, \tag{16}$$

donde G es el módulo de corte del material. Por tanto, la energía elástica de una dislocación aumenta con su longitud, la cual debe ser incrementada realizando un trabajo por parte de las fuerzas externas. Entonces como un resorte posee tensión lineal, la cual intenta minimizar su energía elástica de deformación acortando su longitud. La tensión lineal tiene unidades de energía por unidad de longitud y es análoga a la energía superficial de una burbuja de jabón [10, 24].

Si analizamos las condiciones de equilibrio mecánico entre las fuerzas por unidad de longitud $f_{\text{dis}} = \tau b$ que tiende a desplazar la dislocación a radios mayores y la fuerza de tensión línea $2\Gamma \text{sen}(d\theta/2)$ (véase Fig. 9) que tiende a retener, y enderezar al segmento de dislocación de longitud ds , tenemos $F_{\text{neta}} = 0$, y entonces

$$(\tau b) ds = 2\Gamma \text{sen}(d\theta/2) \tag{17}$$

o para $d\theta$ pequeños,

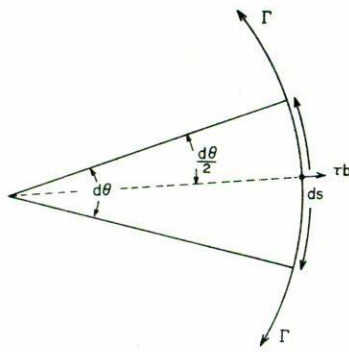
$$\tau = \frac{\Gamma}{bR}. \tag{18}$$

(Si consideramos $\Gamma \cong u$ (ambas tienen el mismo significado) entonces con la Ec. (15) la Ec. (16) se presenta así:

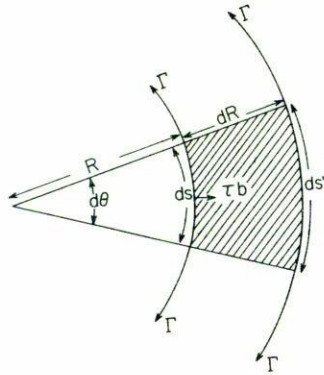
$$\tau \cong \frac{Gb}{2R}. \tag{19}$$

2.3.2. Analogía del globo elástico

En diversos textos se maneja cualitativamente dicha analogía (véase el libro de Weertman en la página 52, Ref. 24). Una razón importante para utilizar dicha analogía es que, si obser-



(a)



(b)

FIGURA 9. (a) Fuerzas actuantes sobre una dislocación curvada. (b) Trabajo realizado en barrer un área por una dislocación curvada.

vamos el movimiento de expansión de un globo debido a una presión interna e imaginamos que el globo es intersectado por un plano virtual, que no afecte su movimiento, veríamos que el movimiento de la línea de intersección del globo con el plano describiría cualitativamente la expansión de una espira circular de dislocación en el plano de deslizamiento. Cabe destacar que en ningún texto se maneja con detalle dicha analogía y se conecta con un análisis del deslizamiento de una dislocación, que es lo que aquí haremos.

En la Fig. 10 presentamos un globo elástico, el cual es inflado con aire a presión P , el globo pasa de un radio R a un radio $R + dR$ en condiciones cercanas al equilibrio. Para que ello ocurra la presión debe realizar un trabajo contra la tensión superficial T ; si no ocurre disipación de energía durante el proceso de expansión del globo tenemos que

$$P dV = T dA, \quad (20)$$

donde dV es el diferencial de volumen, que para una esfera es $4\pi R^2 dR$ y dA es el diferencial de área, que para una esfera es $8\pi R dR$, entonces

$$T = PR/2 \quad (21)$$

o,

$$P = 2T/R. \quad (22)$$

Nótese el parecido de ésta con la Ec. (16).

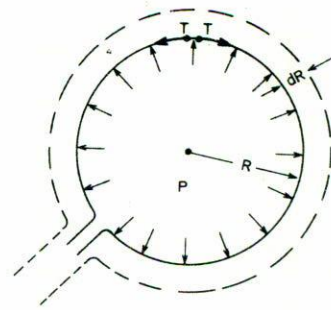


FIGURA 10. Globo elástico inflado bajo presión interna P . (esquemático).

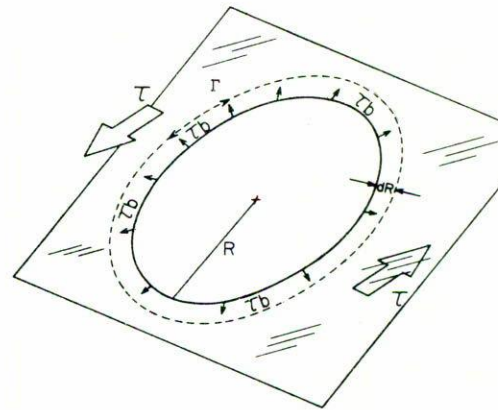


FIGURA 11. Espira circular de dislocación expandiéndose bajo la acción de un esfuerzo de corte τ .

2.3.3. Tensión lineal de las dislocaciones, esfuerzos de corte y conservación de energía

Si aplicamos el mismo espíritu de la analogía del globo elástico e imaginamos un corte del globo elástico por el plano de deslizamiento de la dislocación, entonces, para el caso de las dislocaciones, desarrollamos los conceptos equivalentes y tendremos que una dislocación en forma de espira circular de radio R (véase la Fig. 11) en su deslizamiento pasa, dentro de un Δt , a tener un radio $R + dR$ en condiciones cercanas al equilibrio. Si la dislocación curva presenta una tensión lineal Γ [energía por unidad de longitud]; entonces el trabajo realizado por $f_{dis} = \tau b$, donde f_{dis} es la fuerza que actúa sobre la unidad de longitud de la dislocación, al barrer el área comprendida entre R y $R + dR$, deberá ser igual al trabajo realizado contra la tensión lineal para alargar la longitud total de la espira de $2\pi R$ a $2\pi(R + dR)$, esto en caso de que no exista disipación de energía lo cual puede lograrse cuando la deformación ocurre cuasiestáticamente. De esta manera

$$(2\pi R dR)\tau b = (2\pi dR)\Gamma, \quad (23)$$

con lo cual

$$\tau = \frac{\Gamma}{bR}. \quad (24)$$

Esta expresión es idéntica a la lograda por medio del equilibrio de fuerzas [Ec. (16)]. Sin embargo, a diferencia de la manera usual de demostrar la Ec. (22), la ganancia conceptual aquí es que queda claro que cuando no existe disipación de energía al deslizar la dislocación (deslizamiento cuasiestático) el trabajo realizado por el esfuerzo de corte en barrer un área, se transforma en un incremento en la longitud de las dislocaciones. También se podría haber utilizado la Fig. 9a para ilustrar el mismo enfoque. En efecto de la Fig. 9b es inmediato que el trabajo realizado por el esfuerzo de corte τ , sobre un elemento de dislocación de longitud ds al barrer el área $dsdl$ debe ser igual al trabajo realizado contra la tensión lineal Γ , para cambiar la longitud del arco de círculo de $ds \cong Rd\theta$ a $ds' \cong (R + dl)d\theta$.

2.3.4. Esfuerzo de cedencia en función de la densidad de dislocaciones

Cuando se aplica un esfuerzo a una muestra para deformarla plásticamente en una prueba de tracción a velocidad de cabezal constante (o en su caso a rapidez de deformación constante), la muestra primero se deforma elásticamente y posteriormente el esfuerzo aplicado de manera creciente, comienza a abombar las dislocaciones sujetas entre obstáculos naturales, que en un material puro son otras dislocaciones. Esta deformación por abombamiento de las dislocaciones es anelástica, por lo tanto recuperable totalmente en caso de retiro de esfuerzo aplicado, sólo que la recuperación ocurre a velocidades mucho menores que la velocidad del sonido en el medio, como es el caso de la recuperación elástica. Este abombamiento en una prueba de tensión es progresivo, al sobrepasar las dislocaciones un radio igual a la mitad de la separación media entre obstáculos, la deformación se convierte en plástica y de ser reversible pasa a adquirir un carácter de proceso irreversible. Al valor límite del esfuerzo se le conoce como esfuerzo de cedencia σ_c .

La Ec. (17) nos aporta un criterio matemático para determinar, este esfuerzo de cedencia para el caso de esfuerzo de corte. Por tanto, lo que procede es calcular R como función de la densidad superficial de dislocaciones, ρ , en el plano de deslizamiento. Sabemos que ρ depende de la historia termomecánica del material previa a la prueba de tracción. Si ρ se define como el número N de dislocaciones que cortan un área A en el plano de deslizamiento, tenemos

$$\rho = \frac{N}{A}. \quad (25)$$

Si deseamos averiguar el área media ocupada por cada dislocación, sólo tenemos que escribir $A/N = 1/\rho$. Y si lo que nos interesa es la distancia media $\bar{\delta}$ entre dislocaciones, lo que necesitamos es calcular

$$\bar{\delta} = \frac{1}{\sqrt{\rho}}. \quad (26)$$

Nótese que el cálculo correcto depende del arreglo geométrico de las dislocaciones, pero ésta es una buena estimación. Como $2R = \bar{\delta}$ tenemos que con el uso de la Ec. (24) y la Ec. (16) tenemos

$$\tau_{\text{theo}} = Gb\sqrt{\rho}. \quad (27)$$

Esta ecuación fue obtenida por Taylor en 1934 [4] y permite explicar cuantitativamente los esfuerzos de cedencia experimentales en los materiales de estructura cristalina. Dicha expresión toma en cuenta además cuantitativamente que un mismo material se endurece con la deformación en frío tal y como observó Polanyi en 1925 [2].

3. Conclusiones

Hasta donde sabemos, por primera vez se desarrollan matemáticamente diversas analogías destinadas a facilitar el aprendizaje de los aspectos esenciales del deslizamiento de dislocaciones y los resultados obtenidos se contrastaron con los desarrollos obtenidos de teoría de dislocaciones.

- 1) En particular es interesante ver que el desarrollo de la analogía de la oruga y la comparación con el tratamiento para la oruga hipotética que mueve todas las patas a la vez, aporte un acuerdo formal con las ecuaciones correspondientes al análisis de teoría de dislocaciones, en lo que se refiere a la relación entre el esfuerzo de corte externo y la fuerza por unidad de longitud de la dislocación. El análisis, con el símil de las orugas es tan sencillo e intuitivo que es prácticamente imposible que se olvide o confunda el estudiante acerca de los argumentos correspondientes de teoría de dislocaciones.
- 2) Se desarrolló una analogía para el movimiento de la dislocación de tornillo, la cual cuantitativamente aporta las ecuaciones correspondientes al caso de teoría de dislocaciones, lo cual era de esperarse dados los resultados mencionados en el inciso anterior.
- 3) Se presentó un análisis acerca de la tensión lineal de dislocaciones curvas y los esfuerzos de corte externos. Dicho análisis va precedido de una analogía del globo elástico en expansión bajo la acción de una presión interna. Esta analogía abre el camino para desarrollar un análisis de la energía elástica utilizada en barrer un área por una espira circular que desliza y muestra (en primera aproximación a velocidades bajas), su conversión en un incremento de longitud de dislocación de dicha espira.

1. J. Frenkel, *Z. Phys.* **37** (1926) 572.
2. M. Polanyi, *Zeitschrift für Kristallographie* **61** (1925) 49.
3. M. Polanyi, *Z. Phys.* **89** (1934) 660.
4. G.I. Taylor, *Proc. Roy. Soc.* **A145** (1934) 362.
5. E. Orowan, *Z. Phys.* **89** (1934) 605.
6. J.M. Burgers, *Proc. Kon. Ned. Akad. Wetenschap* **42** (1939) p. 293 and p. 378.
7. C.R. Barrett, W.D. Nix and A.S. Tetelman. *The principles of Engineering Materials*, (Prentice-Hall, Inc. New York, 1973).
8. M.F. Ashby, D.R. Jones, *Engineering Materials*, Vols. 1 and 2, (Pergamon Press, London, 1980).
9. R. Reed-Hill and R. Abbaschian, *Physical Metallurgy Principles*, 3rd edition, (PWS Publishing Company, New York, 1994).
10. G.E. Dieter, *Mechanical Metallurgy*, 3rd edition, (McGraw-Hill, New York, 1985).
11. W.D. Callister Jr., *Materials Science and Engineering an Introduction*, 3rd edition, (John Wiley & Sons. Inc., New York, 1994).
12. J.D. Verhoeven, *Fundamentos de Metalurgia Física*, 1^a Edición (Limusa, México, 1987).
13. S.H. Avner, *Introducción a la Metalurgia Física*, 2^a Edición (McGraw-Hill, México, 1993).
14. J.F. Schackelford, *Ciencia de Materiales para Ingenieros*, Tercera Edición, (Prentice Hall-Hispano-Americana, S.A., México, 1995).
15. W.S. Smith, *Fundamentos de la Ciencia e Ingeniería de Materiales*, 2^a edición, (McGraw-Hill, España, 1993).
16. V. Vlcek, *Materiales para Ingeniería*, 7^a edición (CECSA, México, 1991).
17. Flinn, Trojan, *Materiales para Ingeniería y sus Aplicaciones* 3^a edición (McGraw-Hill, Colombia, 1989).
18. D.R. Askeland, *La Ciencia e Ingeniería de los Materiales*, (Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1987).
19. Z.D. Jastrzebski, *Naturaleza y Propiedades de los Materiales para Ingeniería*, 2^a edición, (Interamericana, México, 1979).
20. Y.E. Gueguzin, *El cristal vivo*, (Mír., Moscú, 1983).
21. G. Gamow, *Biografía de la Física*. (Alianza Editorial, Madrid, 1980) p. 16.
22. I. Prigogine, *Thermodynamics of Irreversible Process*, edited by Charles C. Thomas, (John Wiley & Sons, New York, 1967).
23. P. Glansdorf and I. Prigogine, *Thermodynamic Theory of Structure, Stability and Fluctuations*, (Wiley-Interscience, New York, 1971).
24. J. Weertman and J.R. Weertman, *Elementary Dislocation Theory*, (McMillan Series in Material Science, New York, 1964).
25. J.P. Hirth and J. Lothe, *Theory of Dislocations*, McGraw-Hill Series in Material Science and Engineering (1968).