

## Análisis numérico de la prueba de la estrella

O. Totolhua Paleta, F. Renero Carrillo, F. Gracia Témich y A. Cornejo Rodríguez  
*Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica,  
Apartado Postal 51 y 216. Puebla, Pue., C.P. 72000, Mex.,  
e-mail: totolhua@inaoep.mx*

Recibido el 13 de febrero de 2003; aceptado el 2 de junio de 2003

En este trabajo, describimos un método de análisis numérico para la prueba de la estrella empleando MatLab (ANPEM), aplicada a telescopios reflectores. ANPEM encuentra la diferencia de los centros en imágenes desenfocadas, que conforman donas, obtenidas con un telescopio newtoniano y un telescopio astronómico Ritchey Chrétienne de 14 y 211 centímetros de diámetro, respectivamente; este último instalado en el observatorio Guillermo Haro, perteneciente al INAOE. ANPEM identifica cuantitativamente la simetría de la dona en diferentes etapas de la alineación del telescopio reflector con obstrucción central, razón principal del presente trabajo. Como resultado del experimento, ANPEM encuentra los centros de las donas con diferencias de 12 a  $60\mu\text{m}$  comparados con las diferencias ideales calculados por computadora para un telescopio newtoniano.

*Descriptor:* Óptica geométrica; bordes y efectos de frontera reflexión y refracción; formación de imágenes y procesamiento.

In this paper, we present one method of numeric analysis for the star test with MatLab (ANPEM), applied to reflecting telescope. ANPEM finds the difference between centers of the images of the annulus obtained with a Newtonian telescope and a Ritchey Chretien telescope with 14 and 211 cm of diameter respectively. ANPEM allows to identify quantitative the symmetry of the annulus for each reflector telescope with a central obstruction. ANPEM finds the centres of the annulus with difference between 12 to  $60\mu\text{m}$  compared with the ideal numerical differences calculated with PC for the Newtonian telescope.

*Keywords:* Geometrical optics; edge and boundary effects; reflection and refraction; image forming and processing.

PACS: 42.15.-i; 42.25.Gy; 42.30 Va

### 1. Introducción

Existen en la literatura diferentes pruebas para alinear la óptica de los telescopios astronómicos, éstas se pueden clasificar en *pruebas geométricas* e *interferométricas*. Para telescopios reflectores tipo Ritchey Chretien, con dos espejos hiperbólicos, uno de los procedimientos para alinear la óptica es aplicar la prueba de la dona [1], la cual consiste en observar la imagen de una estrella fuera de foco, este desenfocamiento produce una imagen con la estructura de una “dona” o toroide, de ahí su nombre. Esta dona puede ser observada en planos extra e intrafocales, la finalidad con este proceso para obtener la alineación del telescopio es alcanzar una simetría en la dona, tanto en geometría como en la distribución de la energía. Para lograr este objetivo los espejos deben alinearse, es decir, sus ejes ópticos deben coincidir entre ellos con el eje mecánico del telescopio. Esta prueba se ha usado en general cualitativamente [1-3]; sin embargo, Luna *et al.* [4] hacen un análisis cuantitativo para la prueba de la estrella.

Usando imágenes de donas, que son digitalizadas con una cámara CCD, y el lenguaje de programación MatLab, desarrollamos un programa de computadora que analiza la simetría de las donas, calculando los centroides de las mismas. Hemos llamado al programa ANPEM de las siglas análisis numérico para la prueba de la estrella con MatLab.

Demostraremos en el desarrollo del trabajo la capacidad de ANPEM para analizar las donas obtenidas con los telescopios de 14 y 211 centímetros de diámetro, tipo newtoniano y Ritchey Chretien, respectivamente. Los resultados muestran que los centros obtenidos con ANPEM presentan dife-

rencias entre 12 y  $60\mu\text{m}$ , comparados con las diferencias ideales simuladas en computadora para telescopio newtoniano, superando a los resultados obtenidos con otros programas de cómputo similares, como son: el desarrollado por Luna [1], siguiendo el algoritmo de Cordero *et al.* [5] y Matrox Inspector.

### 2. Análisis numérico

Las Figs. 1 muestran las imágenes de las donas para los casos (a) ideal y (b) para un telescopio newtoniano alineado experimentalmente en el laboratorio con un espejo primario de 14 centímetros de diámetro ( $f/8.5$ ). La Fig. 2(a) muestra la dona para un telescopio Ritchey Chretien con diámetro del espejo primario de 211 centímetros ( $f/12$ ) desalineado, y la Fig. 2(b) la dona con el telescopio alineado; las dos últimas imágenes fueron obtenidas con un CCD Hitachi modelo KPD581 en el observatorio astronómico Guillermo Haro, ubicado en Cananea, Sonora perteneciente al INAOE.

Los programas o códigos para computadora constituyen en general una herramienta que facilita, como en este caso, el proceso de alineación de telescopios. Existen programas comerciales (librerías de Alcon, Matrox Inspector, etc.) que permiten realizar este proceso. Sin embargo, es necesaria la experiencia del usuario para obtener resultados aceptables. En este trabajo presentamos los resultados de un programa de cómputo que encuentra de manera automática la diferencia entre los centros de las donas, facilitando la toma de decisiones para poder alinear la óptica del telescopio.

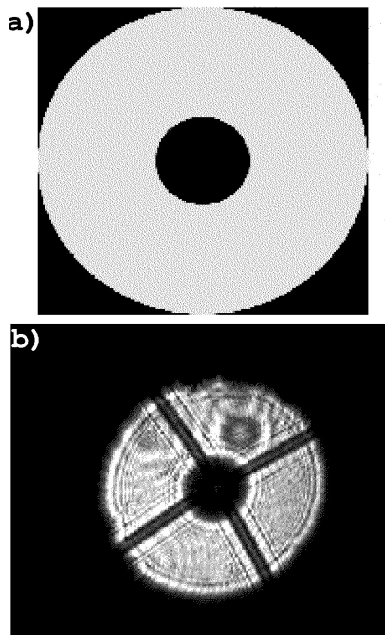


FIGURA 1. Imágenes desenfocadas de donas: (a) simuladas (b) de un telescopio newtoniano de 14cm de diámetro.

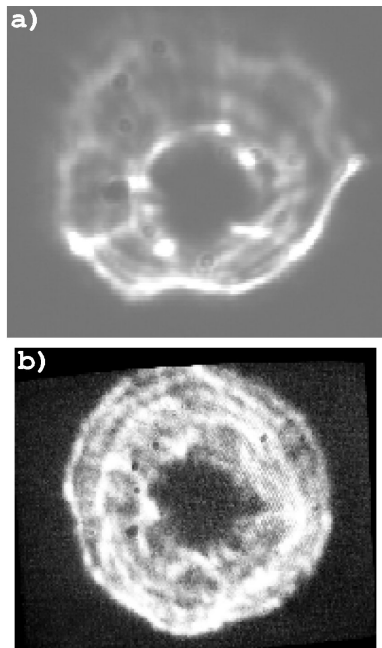


FIGURA 2. Imágenes desenfocadas donas con un telescopio Ritchey Chretien de 211cm de diámetro, del observatorio Guillermo Haro (a) desalineado y (b) alineado.

El diagrama de flujo del programa ANPEM se muestra en la Fig. 3. El programa lee el archivo de la imagen a analizar, acepta extensiones Tiff, Jpg, Bmp, Giff. Se obtiene el promedio en intensidad de toda la imagen, haciendo un barrido *pixel a pixel*, además calcula la desviación estándar de los valores obtenidos de las intensidades de la imagen; esto último se hace debido a que la imagen de la dona tiene ruido azaroso diferente para cada imagen. Con los valores de promedio y desviación estándar se propone un valor de umbral, el cual es

obtenido experimentalmente, y es aplicado directamente como dato de entrada a la rutina de perfiles, lográndose de esta forma discriminar estrictamente los bordes de las donas en las imágenes que analizamos. La definición de umbral, constituye el aspecto modular para lograr buenos resultados en la definición de las circunferencias de las donas, y concretamente de los centros de las mismas.

Con la rutina de MatLab, que calcula los perfiles de la imagen bajo análisis [6-8], se capturan las posiciones de los bordes exterior e interior de la dona para una línea en la imagen, y de esta manera obtenemos valores discretos en intensidad y posición respectivamente. Este procedimiento se repite barriendo todas las líneas de la imagen. Una vez que se tienen los valores discretos, se hace la distinción entre borde interior y exterior. Finalmente los valores para todos los puntos de los bordes interior y exterior son ajustados, por separado, a una circunferencia, para después obtener la diferencia entre los centros en dos direcciones perpendiculares a lo largo de los ejes *x* e *y*, para después calcular la distancia euclidiana que denota la diferencia entre los centros de la dona.

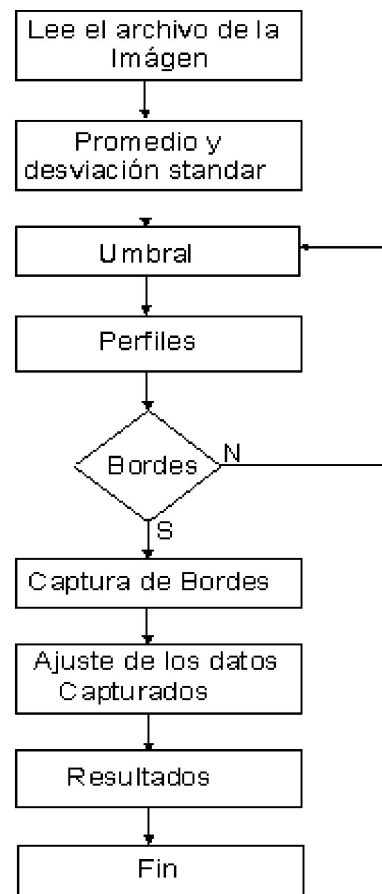


FIGURA 3. Diagrama de flujo del algoritmo ANPEM para encontrar la diferencia de centros de los bordes interior y exterior.

### 3. Método para hallar el centro de la circunferencia

Con los valores obtenidos a partir del procedimiento de los perfiles, conocemos ya las coordenadas de cada punto para el borde exterior y sólo nos resta encontrar la circunferencia que mejor se adecúa a dichos valores; para esto usamos la ecuación general para las cónicas [9]

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + \alpha x + \beta y + \delta = 0. \tag{1}$$

Para el caso de una circunferencia  $A = C = 1$ , y de la simetría de las imágenes 4a, 5a y 6a tenemos

$$x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \delta = 0, \tag{2}$$

donde  $\alpha = -2h$ ,  $\beta = -2k$  y  $\delta = h^2 + k^2 - r^2$ ;  $r$ ,  $h$  y  $k$  son el valor del radio, y las coordenadas del centro de la circunferencia, respectivamente.

Debido a que tenemos ya los bordes de la donas podemos generar un sistema de  $n$  ecuaciones con tres incógnitas, la cual es

$$x_i^2 + y_i^2 + \alpha x_i + \beta y_i + \delta = 0, \tag{3}$$

con  $i = 1, \dots, n$ .

Definiendo las matrices del tipo,

$$A = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \delta \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} -(x_1^2 + y_1^2) \\ -(x_2^2 + y_2^2) \\ -(x_3^2 + y_3^2) \\ \vdots \\ -(x_n^2 + y_n^2) \end{bmatrix}, \tag{4}$$

obtenemos el sistema expresado como

$$AX = Y. \tag{5}$$

La solución para los parámetros  $\delta$ ,  $\alpha$  y  $\beta$ , a su vez, puede ser expresada como

$$X = (A'A)^{-1} * A'*Y, \tag{6}$$

donde  $A'$  es la matriz transpuesta de  $A$ . Una vez que conocemos  $X$ , conocemos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\delta$ , y por tanto podemos conocer de manera directa el centro y el radio de la circunferencia que buscamos.

Este mismo procedimiento se repite para el borde interior, y finalmente se obtiene la diferencia entre los centros para ambos bordes, considerando estos últimos como las circunferencias que mejor se adecúan a los datos experimentales.

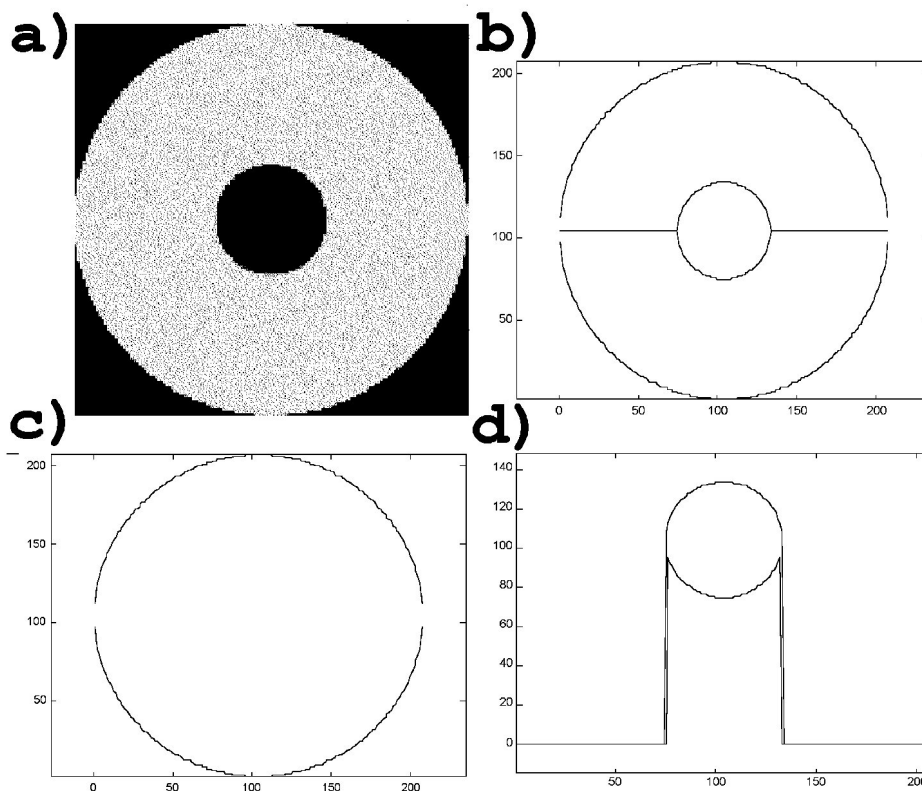


FIGURA 4. Bordes para una dona ideal con ANPEM.

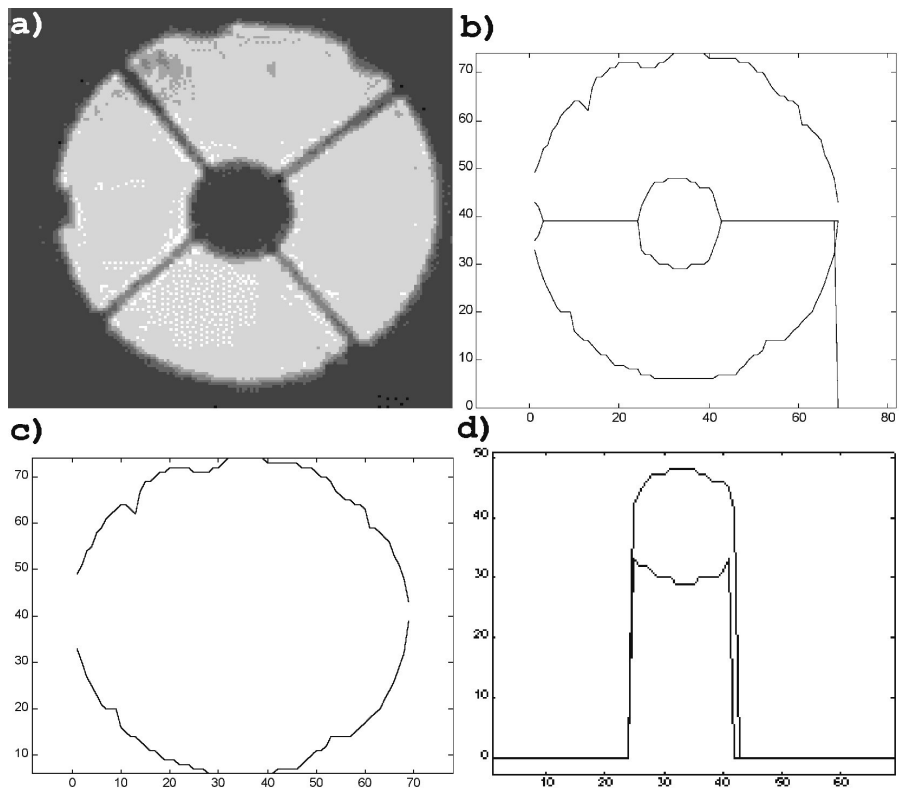


FIGURA 5. Bordes para una dona observada con un telescopio newtoniano empleado en el laboratorio con 14 cm de diámetro (f/8.5), con el algoritmo ANPEM.

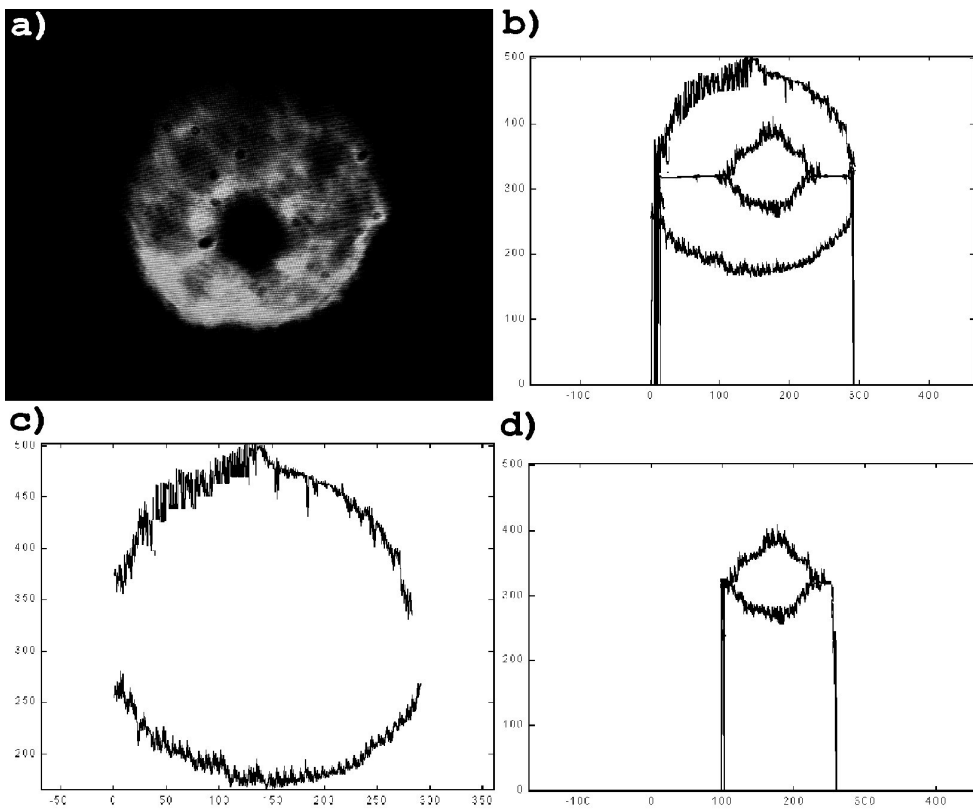


FIGURA 6. Bordes para una dona observada con un telescopio Ritchey Chretien de 211cm de diámetro (f/12) de Cananea Sonora, con el algoritmo ANPEM.

#### 4. Resultados

Los resultados para una dona ideal simulada se muestran en la Fig. 4, para imágenes de telescopios tipo newtoniano y Ritchey Chrêtiene, se muestran en las Figs. 5 y 6. Las Figs. 4a, 5a y 6a son las imágenes a ser analizadas, con el procedimiento de análisis explicado en la Sec. 3. Las Figs. 4b, 5b y 6b muestran los bordes de las donas una vez aplicada la rutina de perfiles. Las Figs. 4c, 4d, 5c, 5d, 6c y 6d muestran los bordes exterior e interior graficados por separados, con los cuales se hallarán dos circunferencias de acuerdo a la Sec. 3, para finalmente obtener la diferencia entre los centros de ambas circunferencias.

La Fig. 7 muestra una gráfica comparando las diferencias de centros para 14 imágenes de donas experimentales con los telescopios de 14 y 211 cm de diámetro tomadas al azar de un banco de imágenes. Esta gráfica no denota un proceso de alineación para algún telescopio, la intención es comparar los resultados numéricos usando ANPEM, Matrox Inspector Versión 3, y el programa desarrollado por Luna [1], observando que las diferencias son de  $1 \sim 6$  *pixeles* para las imágenes procesadas por los tres métodos.

La Fig. 8 muestra la diferencia de centros en un proceso de alineación para un telescopio newtoniano montado en el laboratorio desplazando el espejo secundario plano de su posición de diseño, se utilizó el programa de diseño óptico Oslo para calcular la diferencia de los centros ideales para cada desplazamiento en el eje transversal (ver Fig. 8). Tomando como referencia esos datos, los comparamos con los resultados obtenidos de las imágenes digitalizadas en el experimento con una CCD GP-KR222 Panasonic, donde el tamaño de las imágenes en el monitor son de  $321 \times 241$  *pixeles*; los desplazamientos del espejo secundario se hicieron con un micrómetro. Observamos de la Fig. 8 que ANPEM es el que más se acerca al caso ideal seguido por el método de Luna, finalmente los resultados con Matrox Inspector. Las diferencias entre los centros de los contornos de donas reales e ideales cuando el telescopio está alineado son de  $45 \mu\text{m}$ ,  $24 \mu\text{m}$  y  $12 \mu\text{m}$  usando Matrox Inspector, Luna [1] y ANPEM, respectivamente; para el caso extremo de desplazamiento del espejo secundario de  $10 \mu\text{m}$  la diferencia es del orden de  $75 \mu\text{m}$  para ANPEM, de  $82 \mu\text{m}$  para el método de Luna y de  $152 \mu\text{m}$  para Matrox Inspector. De los resultados se puede inferir que el algoritmo funciona de manera adecuada y supera a los otros dos programas.

Como comprobación de la alineación para el telescopio newtoniano tomamos imágenes de donas en dos etapas diferentes. Las Figs. 9 muestra las donas obtenidas, así como la imagen en foco para la mejor alineación obtenida en el laboratorio iluminado con luz blanca, la cual se toma como referencia. Las Figs. 9a y 9b fueron tomadas dentro del foco a 9 cm y 2 cm, respectivamente; y la Fig. 9c es la imagen en foco; así mismo las Figs. 10 muestran las donas con el telescopio newtoniano desalineado, así como la imagen en foco. Las Figs. 10a y 10b fueron tomadas dentro del foco a 9 cm y 2 cm, respectivamente, y la Fig. 10c es la imagen en foco.

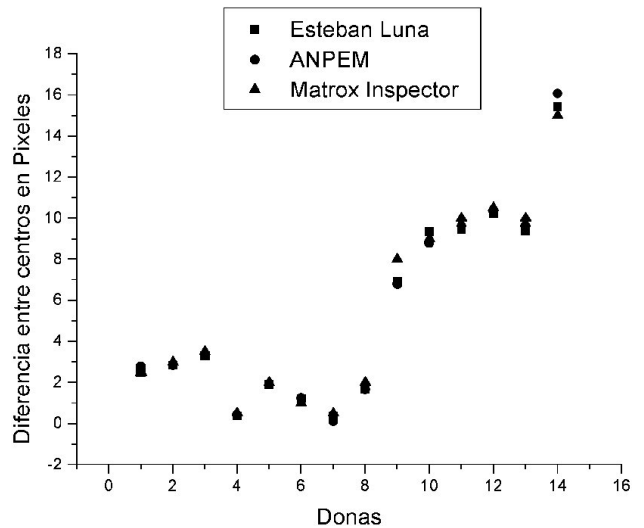


FIGURA 7. Diferencias de centros usando los programas de Luna [1], Matrox Inspector y ANPEM contra 14 donas tomadas al azar para telescopios tipo newtoniano y Ritchey Chrêtiene.

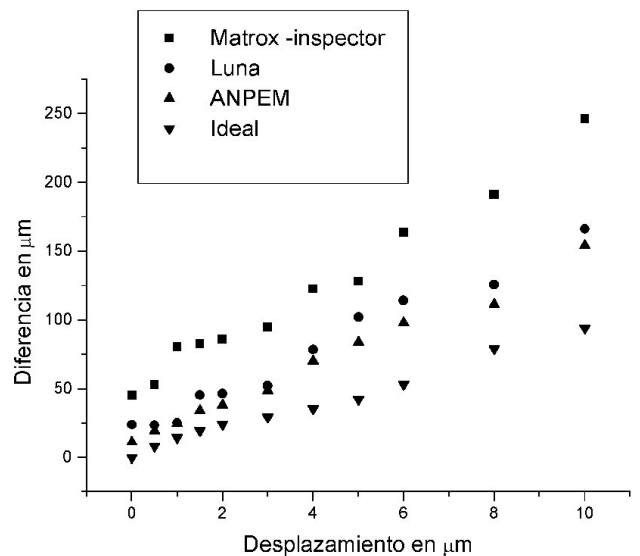


FIGURA 8. Diferencias de centros en  $\mu\text{m}$  para los casos ideal y real, en un proceso de alineación de un telescopio tipo newtoniano con diámetro de 14cm ( $f/8.5$ ) en el laboratorio.

Se pueden observar diferencias respecto del círculo interior de la dona para la Fig. 9a y la Fig. 10a. Para el caso de la Fig. 9b y 10b los fenómenos de difracción son más evidentes; en el caso de la Fig. 10 observamos claramente una dona asimétrica como resultado del desplazamiento del espejo secundario, y por tanto la desalineación del telescopio.

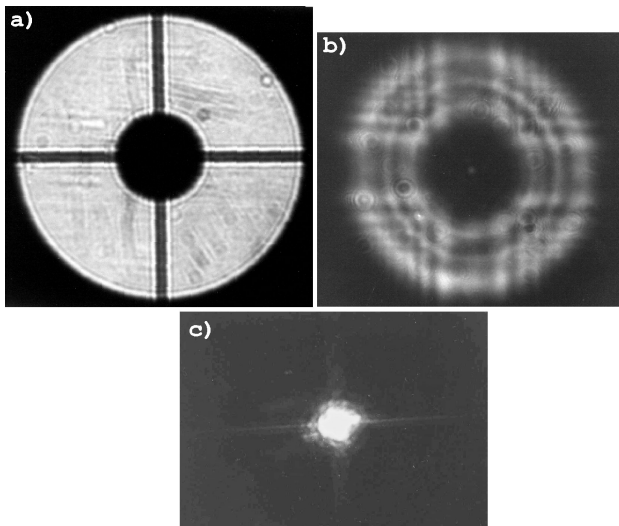


FIGURA 9. Imágenes de donas con el telescopio alineado tomadas en dos planos diferentes y su imagen en foco.

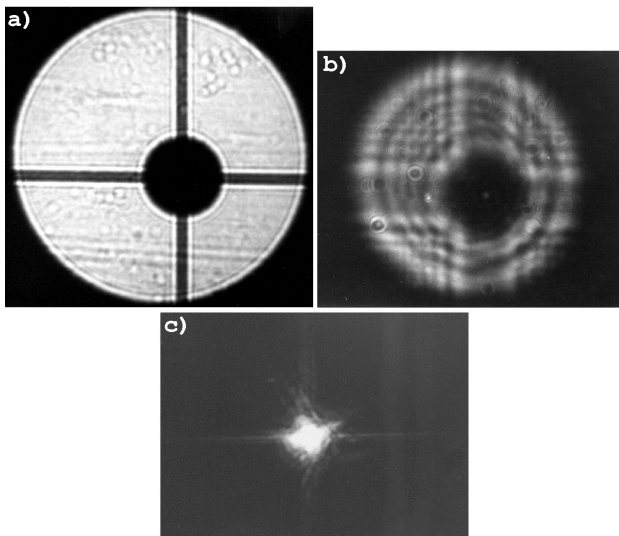


FIGURA 10. Imágenes de donas con el telescopio desalineado tomadas en dos planos diferentes y su imagen en foco.

## 5. Conclusiones

Se presentó un método numérico para la búsqueda de los centros de las imágenes desenfocadas de telescopios llamadas "donas". El objetivo de esta metodología es aplicarla a la prueba de la dona o de la estrella [10], la cual facilita la alineación de las componentes de telescopios reflectores, y tener así un proceso de alineación automática.

El algoritmo desarrollado llamado ANPEM ha demostrado ser un programa de cómputo que da resultados más cercanos al valor ideal obtenido por simulación, y comparado con dos programas de cómputo, uno comercial Matrox Inspector, y uno más desarrollado por Luna [1]. Las diferencias entre los resultados obtenidos por ANPEM para el caso ideal de alineación son  $12\mu\text{m}$  y de  $60\mu\text{m}$  para el caso extremo.

Además, como se aprecia en la Fig. 6 para el caso del telescopio Ritchey Chretiené, instalado en el observatorio Guillermo Haro, a pesar de tener imágenes ruidosas, el algoritmo ANPEM da resultados satisfactorios.

## Agradecimientos

Omar Totolhua Paleta y Félix Gracia Témich agradecen a CONACyT por el apoyo económico a través de las becas crédito 136469 y 118624, respectivamente. Los autores agradecen a Gustavo Rodríguez, Fermín Granados, Ana María Zárate, Héctor Rojas, Armando Rojas, Oscar Flores y Perla García por sus sugerencias, así como también a los técnicos del taller de óptica y al personal de la coordinación de óptica del INAOE por todas las facilidades otorgadas. Omar Totolhua agradece a Claudia del Pilar Jiménez Monzon por su valioso apoyo en la realización de este trabajo. Este trabajo fue parcialmente apoyado por el proyecto de CONACyT 34139-A.

1. E. Luna, *Alineación automática de telescopios*, Tesis Doctoral INAOE, (1996).
2. O. Totolhua, A. Jaramillo y F. Granados, "Alineación del Telescopio del observatorio Guillermo Haro", *Rep. Técnico 0229 INAOE*, (2000).
3. F. Granados, P. García, F. Gracia y O. Totolhua, *Alineación del Telescopio del observatorio astrofísico Guillermo Haro*, *Rep. Técnico 0230 INAOE*, (2001).
4. E. Luna, A. Cordero, J. Valdez, L. Gutiérrez y L. Salas, *PASP* **111** (1999) 104.
5. A. Cordero, O. Cardona, A. Cornejo, *Aplied Optics* **32** (1993).
6. <http://www.mathworks.com>
7. O. Totolhua, F. Renero y A. Cornejo, Numeric analysis of the start test of the 2.15 meter Ritchey Chretiené Telescope, *OSA Annual Meeting and Exhibit* (2000).
8. O. Totolhua, F. Renero y A. Cornejo, "Alineación de Telescopios", *II encuentro de investigación INAOE* (2001).
9. Lehmann, *Geometría analítica*, (Noriega Limusa, 1990).
10. W.T. Welford, *Star Test in Optical Shop Testing* (John Wiley and Son, 1978) Chap. 11.