

## Medición del módulo de Young en el hule látex usando ESPI

J.A. Rayas, R. Rodríguez-Vera y A. Martínez  
*Centro de Investigaciones en Óptica, A.C.,  
Apartado Postal 1-948, 37150 León, Gto. México,  
e-mail: jrayas@cio.mx, rarove@cio.mx y amalia@cio.mx*

Recibido el 28 de abril de 2003; aceptado el 18 de julio de 2003

Es conocido que el módulo de elasticidad o módulo de Young relaciona el esfuerzo con la deformación unitaria que experimenta un objeto al ser sometido a cargas externas. En este trabajo se presenta la implementación de la interferometría electrónica de patrones de moteado (ESPI) como técnica para medir las deformaciones que sufre el hule látex al ser sometido a cargas de tensión. Aunado a la medición de las cargas tensionantes (mediante un dinamómetro digital), se determina el módulo de Young del objeto bajo prueba. El valor determinado mediante la técnica ESPI es comparado con uno obtenido mediante un ensayo a tensión realizado en un dispositivo diseñado y construido en el laboratorio (el cual es equivalente a una máquina de ensayos comercial); corroborando así la veracidad de la técnica ESPI usada como extensómetro interferométrico.

*Descriptor:* Metrología óptica; interferometría de moteado; constantes elásticas.

It is well known that the module of elasticity or Young's module relates the stress to the strain that suffers a object, which is yielded to external loads. In this work we show the implementation of the Electronic Speckle Pattern Interferometry (ESPI) as a technique to measure deformations on a piece of latex when it is subjected to external loads. Along with the measurement of tension loads (by means of a digital dynamometer), we determine the Young's module of the object under test. The value determined by using the ESPI technique is compared with that obtained in a device designed and constructed in our laboratory (which is equivalent to a commercial testing machine). It is demonstrated the veracity of the ESPI technique applied as an interferometric extensometer.

*Keywords:* Optical metrology; speckle interferometry; elastic constants.

PACS: 06.20; 07.60.Ly; 62.20.Dc

### 1. Introducción

Cuando se habla sobre mecánica de materiales y módulo de Young, es fácil imaginarse grandes máquinas de ensayos, probetas estandarizadas, mordazas y sobre todo una gran variedad de extensómetros (mecánicos, eléctricos, electrónicos, entre otros).

Para comparar las cualidades mecánicas entre los materiales, se hacen evaluaciones numéricas por medio de pruebas llamadas ensayos (tensión, compresión, torsión, etc.). Existen máquinas modernas, controladas por computadora, que aplican tensión al material de una manera sumamente controlada. La medición de los resultados del ensayo la realizan aparatos específicos; para medir las cargas aplicadas se usan transductores de fuerza llamados *celdas o células de carga*; para cuantificar las deformaciones generadas por la acción de las cargas aplicadas, se usan instrumentos llamados extensómetros (video extensómetros, galgas extensiométricas, calibradores; los mismos desplazamientos que realiza la máquina de ensayos al aplicar la carga sirven para tener una idea general de las deformaciones en toda la muestra, entre otros). Su funcionamiento puede estar basado en principios mecánicos, ópticos o eléctricos.

A partir de la medición de cargas aplicadas y deformaciones resultantes, es posible determinar características mecánicas de los materiales como el módulo de Young y la relación o razón de Poisson, los cuales son importantes en el estudio, caracterización y aplicación de los materiales.

Los extensómetros ópticos tienen la ventaja de medir deformaciones sobre toda la superficie del espécimen (siempre y cuando esté en su campo de visión), además de hacer medidas más fieles de las deformaciones, pues no tienen contacto directo con el objeto. Son ideales para materiales sumamente frágiles y superelásticos como en el caso que nos ocupa. Los video-extensómetros son sistemas de visión digital que, junto a una computadora, amplifican la imagen del espécimen mientras está siendo deformado; el material bajo prueba debe ser marcado con anterioridad para poder localizar fácilmente las deformaciones. Estos extensómetros alcanzan una alta resolución, pero al aumentar ésta disminuye el área de visión ( $0.6\mu\text{m}$  en un área de  $6\text{mm}^2$ ) [1].

Por su parte, la metrología óptica (rama de la óptica que tiene como propósito efectuar medidas usando las ondas de la luz como escala [2]) da solución a los inconvenientes que presentan los video-extensómetros, pues realiza las mediciones por medio de instrumentos llamados interferómetros que operan sobre el principio de interferencia de las ondas luminosas. Esto hace independiente la resolución del área de visión.

En la actualidad, la mecánica de materiales y la metrología óptica pudieran tener, en conjunto, una aplicación importantísima en la caracterización de materiales y en su valoración a sus posibles aplicaciones industriales.

En este contexto, la interferometría electrónica de patrones de moteado [3] (ESPI, por sus siglas en inglés: Electronic Speckle Pattern Interferometry), como prueba óptica no des-

tructiva, es una técnica ideal para la medición de deformaciones micrométricas en materiales que tienen un bajo módulo de elasticidad (materiales superelásticos). Esto se debe a que basa su funcionamiento en la iluminación especial del objeto bajo prueba; por lo que no modifica la forma y la evaluación de éste al intentar medirlo. Además, ESPI permite la detección de la deformación del objeto completo (técnica de campo completo) en tantos puntos como lo permita el sistema de visión [3].

En este trabajo se describe la implementación de la técnica ESPI, usada como “extensómetro interferométrico”. Se miden las deformaciones de una membrana de hule látex a partir de los mapas de desplazamientos obtenidos en un ensayo a tensión. Aunado a la medición de las cargas aplicadas, se determina el módulo de Young (por ser este parámetro una buena referencia en el uso de materiales superelásticos como el hule látex). El tipo de interferómetro ESPI usado corresponde a uno de iluminación dual, el cual es sensible a desplazamientos en plano y puede alcanzar una resolución de  $0.4 \mu\text{m}$  [4]. Los valores obtenidos para el módulo de Young por la técnica ESPI, son comparados con los valores de referencia obtenidos a partir de un dispositivo diseñado y construido, el cual es equivalente a una máquina de ensayos comercial.

Se usa el hule látex como material de prueba por su bajo módulo de elasticidad y dada la gran importancia que ha tomado en la fabricación de diversos productos industriales y la poca información que hay sobre este material; en comparación con el acero y el concreto.

## 2. Fundamentos teóricos

### 2.1. Esfuerzo y deformación unitaria

El esfuerzo es una consecuencia de las fuerzas internas que se producen en un cuerpo por la aplicación de cargas exteriores. A la intensidad de la fuerza por unidad del área transversal se le llama *esfuerzo unitario* [5]:

$$\sigma = \frac{dP}{dA}, \quad (1)$$

donde  $\sigma$  es el esfuerzo unitario ( $N/m^2$ ),  $P$  es la carga aplicada ( $N$ ) y  $A$  es el área sobre la cual actúa la carga ( $m^2$ ). Si la resultante de las fuerzas aplicadas pasa por el centroide de la sección considerada, se puede usar la siguiente expresión para calcular el esfuerzo:

$$\sigma = \frac{P}{A}. \quad (2)$$

El cambio de longitud que sufre un objeto bajo esfuerzo, se conoce como *deformación*. La *deformación unitaria* se define como el cambio en la longitud por unidad de longitud:

$$\varepsilon = \frac{d\delta}{dL}, \quad (3)$$

donde  $\varepsilon$  es la deformación unitaria ( $m/m$ ),  $\delta$  es la deformación total ( $m$ ) y  $L$  la longitud original ( $m$ ). Si se cumplen las siguientes condiciones:

- el elemento sometido a tensión debe tener una sección transversal recta constante;
- el material debe ser homogéneo; y
- la fuerza o carga debe ser axial, es decir, producir un esfuerzo uniforme.

De esta manera, la deformación unitaria se puede expresar como

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L}. \quad (4)$$

### 2.2. Ley de Hooke y módulo de Young

Los resultados de un ensayo a tensión suelen representarse en un gráfico XY, donde los esfuerzos se representan en el eje de las ordenadas y la deformación unitaria en el de las abscisas; a este gráfico se le denomina *diagrama esfuerzo-deformación* [6]. Por otro lado, la *elasticidad* es la propiedad que hace que un objeto, que ha sido deformado, regrese a su forma original después de que se han removido las fuerzas deformadoras. Según esta definición, casi todos los materiales son elásticos (hasta cierto límite de carga). Robert Hooke estableció que el esfuerzo es proporcional a la deformación ( $\sigma \propto \varepsilon$ ); a esto se le conoce como ley de Hooke [6]. Esta relación es fácilmente identificable en el diagrama esfuerzo-deformación desde el origen y hasta llegar al límite de elasticidad.

La pendiente de este segmento de la gráfica es el *módulo de elasticidad* del material en cuestión y se representa por la letra  $E$  [6]. Por consiguiente,

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (5)$$

Aunque da la impresión de ser una medida de las propiedades elásticas de los materiales,  $E$  es una medida de su rigidez; entre mayor es el valor de esta constante, mayor es la rigidez del material. Esta constante de proporcionalidad fue calculada a principios del siglo XIV por Thomas Young [6]; por lo que también es llamada *módulo de Young* y corresponde a la constante de proporcionalidad que relaciona el esfuerzo y la deformación unitaria (mientras el material no exceda su límite elástico). El módulo de Young de un material cualquiera puede cambiar con la temperatura

### 2.3. El fenómeno de moteado

Cuando utilizamos un haz de luz coherente para iluminar un objeto rugoso, es posible apreciar en su superficie un patrón aleatorio de manchas. En la Fig. 1a se muestra una probeta de hule látex siendo iluminada con un haz láser, y en la Fig. 1b la misma probeta, pero ahora está siendo iluminada con una lámpara incandescente. En el caso de la iluminación láser se puede notar fácilmente este fenómeno que se conoce como “patrón de moteado”. Dicho patrón no aparece en el caso de la iluminación con la lámpara incandescente.

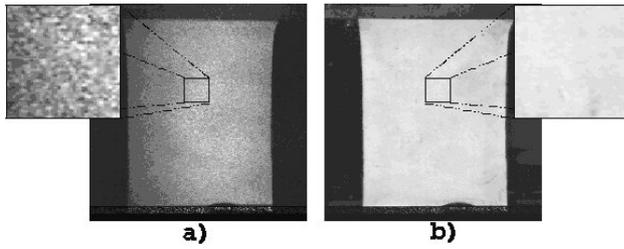


FIGURA 1. a) Iluminación con láser y b) Iluminación con lámpara incandescente.

La aparición de este fenómeno se debe a la coherencia de la fuente de iluminación y a que la variación de rugosidad de la superficie es mayor que la longitud de onda ( $\lambda$ ) de la luz láser con que es iluminada [7]. Esta iluminación es reflejada desde la superficie rugosa de la probeta hacia todas las direcciones haciendo interferencia aleatoria y formando el patrón de moteado. Existen dos maneras para poder obtener patrones de moteado [7]; en los arreglos *objetivos* existe una propagación libre de las ondas reflejadas desde la muestra rugosa hasta el plano de registro del patrón de moteado. Los arreglos *subjetivos* usan un sistema óptico (lente de video) para hacer el registro del patrón.

Cada mota presenta un perfil casi gaussiano en el plano imagen y tiene un diámetro que está dado por [4]

$$S \approx 1.22\lambda F_{\#}(M + 1), \tag{6}$$

donde  $F_{\#}$  es la apertura numérica del sistema óptico y  $M$  es la amplificación del sistema óptico. A su vez, la apertura numérica de la lente de video está dada por  $F_{\#} = f/D$ , donde  $f$  es la distancia focal de la lente y  $D$  el diámetro de su pupila de entrada.

**2.4. Interferometría electrónica de patrones de moteado (ESPI)**

Los métodos de interferometría de moteado se basan en la adición de un segundo frente de onda (de referencia), que puede ser especular o moteado, al patrón de moteado del objeto [8]. Como la finalidad es hacerlos interferir, el haz objeto y el de referencia deben proceder de la misma fuente láser. Como resultado, el patrón de moteado estará formado por la interferencia de dos haces coherentes entre sí.

Cuando el objeto sufre deformaciones, la adición de un haz de referencia tiene como consecuencia un cambio en el comportamiento del patrón de moteado. La intensidad en el patrón resultante depende de la distribución relativa de la fase de la adición de los haces. Si el objeto es deformado, la fase relativa de los dos campos cambia, causando una variación de intensidad del patrón resultante.

Considerando el interferómetro de la Fig. 2, la intensidad de algún punto P(x,y) del objeto en el plano imagen (superficie del detector) está dada por [8]

$$I_i(x, y) = I_A(x, y) + I_B(x, y) + 2\sqrt{I_A I_B} \cos(\Psi). \tag{7}$$

Después de un cambio en la fase entre los dos frentes de ondas, esta distribución estará dada por

$$I_f(x, y) = I_A(x, y) + I_B(x, y) + 2\sqrt{I_A I_B} \cos(\Psi + \Delta\phi), \tag{8}$$

donde  $I_A$  e  $I_B$  son las intensidades de los haces y  $\psi$  es la diferencia de la fase aleatoria entre los haces. La diferencia de fase adicional  $\Delta\phi$  puede ser introducida por deformación o desplazamiento del objeto bajo prueba.

El patrón de moteado deformado es comparado con el patrón inicial (correlación), mediante la suma o sustracción de intensidades. La correlación de estos patrones da como resultado la aparición de un conjunto de franjas claras y oscuras que corresponden a los sitios de diferencia de la fase igual entre los frentes de onda. Esta diferencia de fase ( $\Delta\phi$ ) se relaciona con la diferencia de camino óptico introducido por el movimiento de la superficie [9], haciendo posible su cuantificación.

Una mejor visibilidad del patrón de franjas se puede observar usando la correlación por sustracción [10]. Ésta consiste en calcular el valor absoluto de la sustracción entre el patrón inicial y el patrón deformado. Esto da como resultado la siguiente relación:

$$|I_f - I_i| = 4\sqrt{I_A I_B} \cdot \left| \sin\left(\frac{2\psi + \Delta\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|. \tag{9}$$

Esta ecuación tiene dos términos que son funciones moduladas entre sí: la primera, con una frecuencia espacial alta (el ruido del moteado); y la segunda, con una frecuencia espacial más baja (las franjas de correlación). Un mínimo de la franja aparece siempre que  $\Delta\phi = 2N\pi$ , donde  $N=0,1,2,\dots$ , es decir, donde quiera que la intensidad del patrón de moteado ha regresado a su valor original.

Como se mencionó anteriormente, esta técnica permite hacer mediciones de campo completo y en tantos puntos como lo determine el sistema de video, haciendo posible la medición de los desplazamientos entre cada uno de estos puntos,

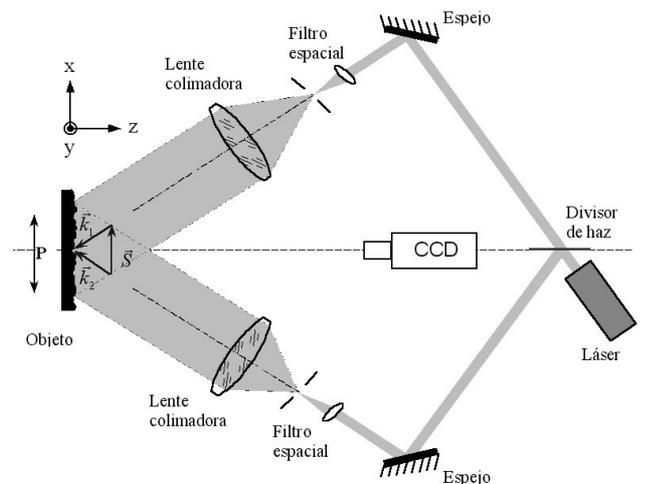


FIGURA 2. Interferómetro sensible a desplazamientos en el plano.

pudiendo así determinar concentraciones de esfuerzos antes de sobrepasar el límite de elasticidad de los materiales. Ésta es una gran ventaja, pues otras técnicas sólo miden la diferencia de la distancia entre dos puntos del objeto y suponen una distribución uniforme de las deformaciones entre estos puntos; teniendo que llegar al punto de ruptura del material para saber en qué parte se concentraban los esfuerzos. Si al someter a cargas a algún material, sus posibles fallas internas repercuten en la deformación de su superficie, ESPI también es capaz de detectar fallas internas [11].

## 2.5. Interferómetro sensible a desplazamientos en el plano

Existen arreglos interferométricos para la medición de deformaciones fuera de plano, deformaciones en plano y la derivada del desplazamiento, entre otros, cuya sensibilidad depende de las geometrías de iluminación y observación [12,13]. La dirección de sensibilidad puede ser definida por un vector unitario  $\vec{S}$  llamado *vector de sensibilidad*. Si establecemos un sistema de coordenadas sobre el objeto (ver Fig. 2), la sensibilidad en plano se refiere a la capacidad del interferómetro para detectar los desplazamientos medidos sobre los ejes  $x$  e  $y$ , la sensibilidad fuera de plano a la capacidad para detectar los desplazamientos sobre el eje  $z$ .

Dado que es de nuestro interés la medición del alargamiento en la probeta de hule látex, se utilizará un interferómetro sensible en plano para poder realizar dichas medidas. En la Fig. 2 se muestra el diagrama de un interferómetro sensible a desplazamientos en el plano. La diferencia de fase ( $\Delta\phi$ ), debida a un desplazamiento ( $\vec{d}$ ) del punto P, se determina por [4]

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{d}, \quad (10)$$

donde  $\vec{k}_1$  y  $\vec{k}_2$  son los vectores de iluminación y  $(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$  es el vector sensibilidad del arreglo, el cual es paralelo al plano del objeto. Según esta geometría y para iluminación colimada, el cambio de fase puede calcularse como [10]

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} u (2 \sin \theta), \quad (11)$$

donde  $u$  es la componente del desplazamiento en la dirección  $x$ ,  $\theta$  es el ángulo de iluminación y  $\lambda$  la longitud de onda de la luz de iluminación.

Debido a la periodicidad de las franjas de interferencia, la componente en el plano puede ser calculada como

$$u = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}, \quad (12)$$

que es la expresión que utilizaremos para determinar, a partir de un patrón de franjas, el desplazamiento de cada punto del objeto en el plano.

## 3. Cálculo de la referencia del módulo de Young

### 3.1. El material bajo prueba

Existe una infinidad de materiales con los cuales desarrollar alguna aplicación práctica. Sean materiales vírgenes o reciclados, puros o mezclados; para decidir sobre sus posibles aplicaciones, es necesario estudiar sus propiedades mecánicas, eléctricas, químicas, etc. En el caso que nos ocupa, los materiales denominados elastómeros o materiales superelásticos, tienen las características necesarias para desarrollar nuestros experimentos y demostrar que ESPI es una excelente técnica para medir deformaciones en ellos.

Los elastómeros son una sustancia polimérica que posee la cualidad de ser muy elásticos (módulo de Young relativamente bajo). De los materiales superelásticos usaremos el más común y de mayor uso: el caucho, mejor conocido como "hule látex".

Las propiedades físicas del hule látex (entre ellas el módulo de Young) varían drásticamente con la temperatura. A bajas temperaturas se vuelve rígido y calentando a más de 100 °C se ablanda y sufre alteraciones permanentes. Debido a esto se estableció una temperatura de 24 °C (temperatura ambiente) para realizar los experimentos.

Como la finalidad del ensayo es calcular el módulo de Young del material en cuestión y esto se puede hacer sin pasar de su límite de elasticidad, se usó una membrana en forma rectangular en lugar de una probeta estandarizada. Esta membrana se obtuvo de un globo como los que se usan en las fiestas infantiles.

### 3.2. Diseño del dispositivo de ensayo

Obviamente, la manera más sencilla de realizar la medición del módulo de Young de un material por medio de un ensayo a tensión, es "con una máquina de ensayos a tensión". Por la falta de una máquina de este tipo, se diseñó y construyó un dispositivo capaz de realizar dicho ensayo. Los elementos utilizados en la construcción del dispositivo son:

- Dinamómetro digital (marca EXTECH INSTRUMENTS modelo FG-5000):

Se usó para cuantificar las cargas aplicadas en el ensayo; el principio de funcionamiento es con base en una celda de carga que puede usarse a tensión y compresión. El intervalo de medición es de 0 a 49 N con una precisión (a 23°C) de  $\pm 0.4\%$  y una resolución de 0.01 N. La frecuencia de medición es de 1.6 muestras por segundo.

- Calibrador digital (marca MITUTOYO modelo CD-6°C):

Como extensómetro se usó un calibrador digital. El intervalo de medición es de 0 a 150 mm con una precisión (a 20°C) de  $\pm 0.02$  mm y una resolución de

0.01 mm. Según el fabricante, la velocidad de respuesta es ilimitada.

- Montura de translación motorizada (marca STANDA modelo 8MT173-100):

La montura de translación lineal que se usó para aplicar la tensión es una plataforma deslizante (sobre balines) con correderas laterales en forma de “V” (haciendo posible su uso tanto en forma horizontal como vertical). La transmisión del movimiento es a base de un tornillo sinfín que está conectado directamente a un motor a pasos. Este tornillo tiene un paso de 0.5 mm y está pre-cargado con un resorte con el propósito de proporcionar movimientos suaves y finos en ambas direcciones. La capacidad de carga de la montura en posición vertical es de 5 Kg. El motor cuenta con 200 pasos por revolución y es controlado desde una PC.

- Varias monturas mecánicas:

La estructura de la “máquina de ensayos a tensión” se construyó con bases, postes, porta postes, nueces, entre otros elementos mecánicos, que generalmente se usan para armar arreglos ópticos en el laboratorio.

Como resultado de la integración de estos instrumentos y elementos estructurales, tenemos la pequeña máquina de ensayos a tensión presentada en la Fig. 3 y que cuenta con las siguientes características:

- Capacidad de carga: 49 N
- Resolución de carga: 0.01 N
- Intervalo de velocidad: 0.001 a 45 mm/min

#### 4. Generación de datos experimentales

En la búsqueda bibliográfica realizada no se encontró un valor de referencia del módulo de Young para el hule látex con el cual corroborar el obtenido por la técnica de ESPI. Entonces se propone la técnica de diseñar una máquina de ensayo para la medición del módulo de Young.

##### 4.1. Medición del módulo de Young utilizando la máquina de ensayo construida

Después de recortar la membrana de hule látex del globo (forma rectangular de 63mm por 100mm y un espesor de 0.33mm), fue colocada en la máquina de ensayo; teniendo cuidado de que los lados más largos fueran paralelos con la dirección de aplicación de las cargas. Las cargas son controladas desde una PC y aplicadas mediante el dinamómetro digital que es desplazado por la montura motorizada. Para realizar el ensayo se seleccionó una velocidad de 30 mm/min.

El registro de los datos de salida del ensayo, tanto de las cargas aplicadas como de las deformaciones obtenidas, se hizo mediante una cámara de video enfocada sobre los indicadores digitales de los dos instrumentos en cuestión. De esta

manera se obtuvieron las dos variables (cargas y deformación) al mismo tiempo. En la Fig. 4 se muestra la probeta antes y después de ser deformada.

Por la forma en la que está dispuesto el dinamómetro, éste mide la fuerza que se cuelga de su “celda de carga” y dicha fuerza está compuesta por el peso de la parte móvil del dispositivo de ensayo y el esfuerzo de la probeta. Como el peso de la parte móvil es constante en todo el experimento, simplemente se aplicó una pequeña precarga a la probeta y

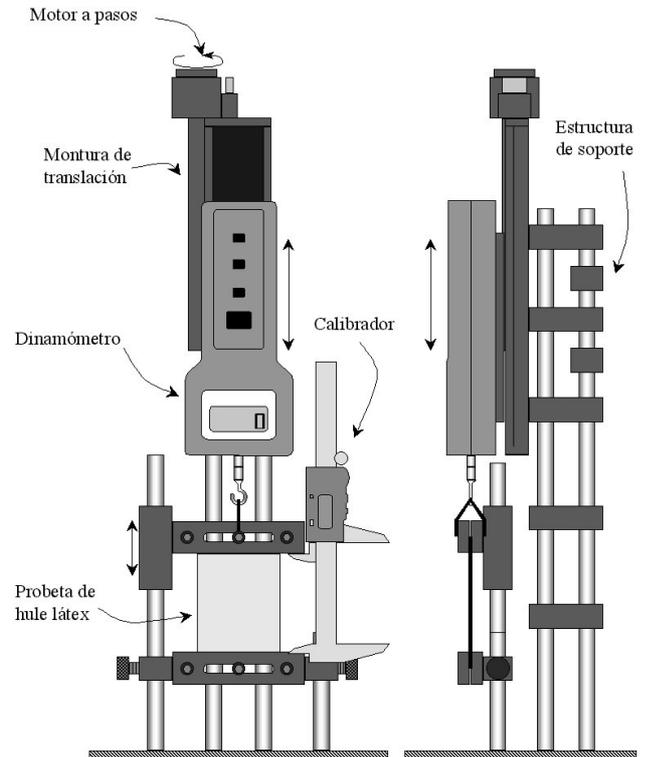


FIGURA 3. Esquema de construcción de la pequeña máquina de ensayos a tensión construida.

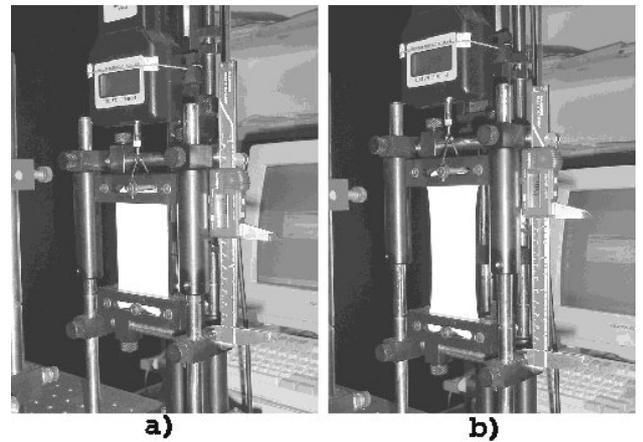


FIGURA 4. Probeta; a) antes y b) después de aplicar las cargas.

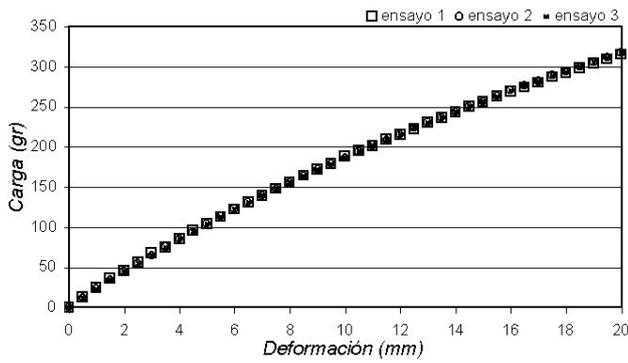


FIGURA 5. Resultados de los ensayos a tensión, mostrando la repetibilidad del experimento.

se colocó en ceros el dinamómetro y el calibrador. El experimento se realizó tres veces consecutivas para poder obtener un promedio de los resultados y así reducir errores. Los resultados obtenidos de los 3 ensayos se presentan en la gráfica de la Fig. 5, donde se puede observar que las variaciones entre estos ensayos son muy pequeñas, por lo que podemos afirmar que el experimento tiene repetibilidad.

En este experimento tomaremos en cuenta únicamente la parte central de la probeta para hacer nuestros cálculos. En la Fig. 4 se observa fácilmente que la geometría de la probeta va cambiando a lo largo del ensayo; para tener una medida más precisa del área transversal de la probeta en cada punto del ensayo, medimos su ancho y espesor antes y después de aplicar la totalidad de las cargas. Por estar trabajando en el intervalo elástico del material, se supone que el cambio en dichas medidas es proporcional al alargamiento de la probeta (razón de Poisson). El espesor de la muestra al inicio del ensayo es de 0.33 mm y al final es de 0.29 mm. El ancho al inicio es de 63.3 mm y al final es de 56.5 mm;

Teniendo las cargas aplicadas y el área transversal de la probeta en cada punto del ensayo, podemos calcular el esfuerzo unitario de la probeta de hule látex en la parte central de la misma usando la Ec. (2).

Para el cálculo del módulo de Young es necesario medir la deformación unitaria de la probeta; que se calcula usando la Ec. (4). La longitud original de la probeta es de 0.1m, pero debido a la sujeción de las mordazas y la precarga, la longitud que tomaremos en cuenta es de 0.0752m, que es la distancia entre mordazas. En la Tabla I se muestran los valores de los esfuerzos, las deformaciones y el módulo de elasticidad -calculado con la Ec. (5)- correspondiente en cada parte del ensayo. Con los datos de esta tabla, se construyó el diagrama esfuerzo-deformación correspondiente, representado en la Fig. 6. En esta gráfica también se ilustra una aproximación lineal a los valores del esfuerzo-deformación; con lo que corroboramos que se está trabajando en la región elástica del material.

TABLE I. Valores de esfuerzo, deformación y módulo de Young para el hule látex.

| Esfuerzo    | Deformación Unitaria | Módulo de Elasticidad |
|-------------|----------------------|-----------------------|
| ( $N/m^2$ ) | ( $m/m$ )            | ( $KPa$ )             |
| 0.0000      | 0.0000000            | 0.0                   |
| 5823.3039   | 0.0066489            | 875.8                 |
| 11080.4883  | 0.0132979            | 833.3                 |
| 16716.6975  | 0.0199468            | 838.1                 |
| 21617.3536  | 0.0265957            | 812.8                 |
| 26735.7090  | 0.0332447            | 804.2                 |
| 31913.3234  | 0.0398936            | 800.0                 |
| 36825.0893  | 0.0465426            | 791.2                 |
| 42121.6593  | 0.0531915            | 791.9                 |
| 46985.2614  | 0.0598404            | 785.2                 |
| 51739.6307  | 0.0664894            | 778.2                 |
| 56716.2019  | 0.0731383            | 775.5                 |
| 61583.0753  | 0.0797872            | 771.8                 |
| 66338.0321  | 0.0864362            | 767.5                 |
| 70978.8119  | 0.0930851            | 762.5                 |
| 75844.7554  | 0.0997340            | 760.5                 |
| 80424.1273  | 0.1063830            | 756.0                 |
| 84884.3719  | 0.1130319            | 751.0                 |
| 89744.8560  | 0.1196809            | 749.9                 |
| 93962.7428  | 0.1263298            | 743.8                 |
| 98934.3763  | 0.1329787            | 744.0                 |
| 103610.6248 | 0.1396277            | 742.0                 |
| 107807.6030 | 0.1462766            | 737.0                 |
| 112591.9560 | 0.1529255            | 736.3                 |
| 116711.5595 | 0.1595745            | 731.4                 |
| 121787.3553 | 0.1662234            | 732.7                 |
| 126193.2378 | 0.1728723            | 730.0                 |
| 130467.7163 | 0.1795213            | 726.8                 |
| 135162.7866 | 0.1861702            | 726.0                 |
| 139913.9677 | 0.1928191            | 725.6                 |
| 144160.3761 | 0.1994681            | 722.7                 |
| 148834.2054 | 0.2061170            | 722.1                 |
| 153564.1168 | 0.2127660            | 721.8                 |
| 157778.5433 | 0.2194149            | 719.1                 |
| 162043.3747 | 0.2260638            | 716.8                 |
| 167132.1847 | 0.2327128            | 718.2                 |
| 171115.9968 | 0.2393617            | 714.9                 |
| 175734.5267 | 0.2460106            | 714.3                 |
| 180408.9064 | 0.2526596            | 714.0                 |
| 184743.4849 | 0.2593085            | 712.4                 |
| 189728.9014 | 0.2659574            | 713.4                 |

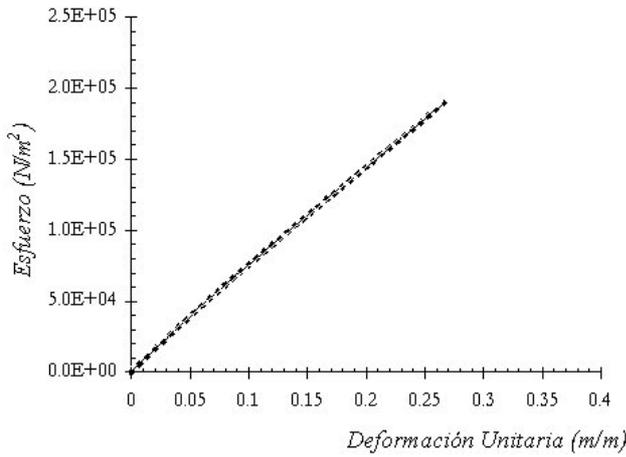


FIGURA 6. Diagrama esfuerzo-deformación para el hule látex.

Como se mencionó anteriormente, el módulo de Young ( $E$ ) es la pendiente de la línea esfuerzo-deformación. El valor de la pendiente se calculará por el método de mínimos cuadrados [14] y está dado por la ecuación

$$m = \frac{n \sum xy - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}, \quad (13)$$

donde  $m$  es la pendiente,  $n$  el número de intervalos del ensayo,  $x$  representa cada uno de los valores de la deformación unitaria y la  $y$  cada uno de los valores del esfuerzo.

Aplicando la ecuación anterior tenemos que el valor del módulo de Young es de 703.3 KPa. Para complementar el resultado, daremos un margen de error que será la desviación estándar de los valores de  $E$  en la Tabla I, y que está dada por

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}; \quad (14)$$

con lo que se calcula una desviación estándar igual a 39.7. Por lo tanto, el valor de referencia del módulo de Young del hule látex, a 24°C, es igual a **703.3 ± 39.7 KPa**.

**4.2. Medición del módulo de Young utilizando la técnica de ESPI**

Las deformaciones a medir son producidas por el mismo dispositivo que se usó para determinar el valor de referencia. El objeto bajo prueba es, también, la misma probeta de hule látex, por lo que únicamente se tuvo que armar un interferómetro sensible a desplazamientos en el plano (en el eje  $y$ ). Cabe mencionar que para este experimento se eliminó el calibrador del arreglo. En la Fig. 7 se muestra el esquema del arreglo que se construyó para este fin.

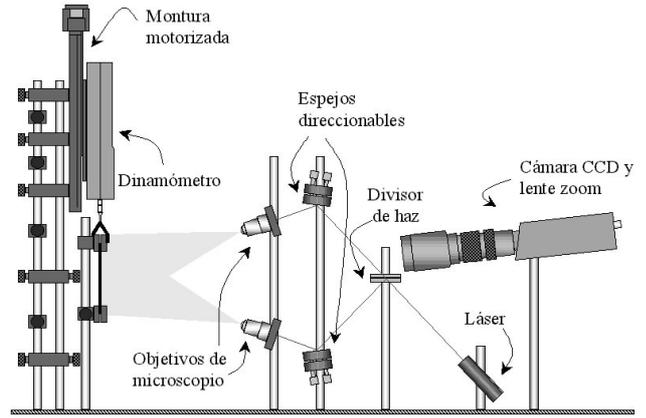


FIGURA 7. Esquema del arreglo interferométrico.

El ángulo de incidencia  $\theta$  de los haces de iluminación divergente es de 16°. La fuente de iluminación de este interferómetro es un diodo láser cuya longitud de onda es de 657.6 nm con una potencia de 25 mW. El sistema de video para la captura de los patrones de moteado está constituido por una cámara CCD con 640 x 480 *pixeles*, una tarjeta digitalizadora monocromática de la marca Matrox y *software* que permite guardar los datos en forma de arreglo de *bits* (8 *bits* por elemento) en 256 niveles de gris.

El objeto bajo prueba fue sometido a una fuerza de 17.6 N con la finalidad de tensarla y no tener deformaciones fuera de plano. En esta posición se colocó en cero el dinamómetro y se grabó el patrón de moteado correspondiente; al que llamaremos patrón de referencia.

Como las cargas están siendo aplicadas por un motor de pasos (200 pasos por revolución y un desplazamiento lineal de  $\approx 0.5mm$  por revolución), es posible aplicar deformaciones que estén dentro del intervalo de medición de esta técnica. Cabe mencionar que las cargas aplicadas por el motor actúan primero sobre el dinamómetro y éste las trasmite a la probeta, ignorando qué deformación pueda existir en los elementos que constituyen el dinamómetro.

Se aplicaron 20 deformaciones consecutivas en intervalos de dos pasos (del motor), cada una de las cuales está seguida por el registro del patrón de moteado correspondiente, dejando el proceso de los datos para después de finalizar el registro de todos los patrones. Las fuerzas medidas en el dinamómetro van de cero al iniciar el experimento hasta 1 gramo fuerza (0.00980665 N) después de aplicar los 20 intervalos. Como la resolución del dinamómetro es precisamente de 1 gramo fuerza, supondremos una relación lineal entre intervalos y carga, dentro de la parte lineal de la curva característica esfuerzo-deformación. Una vez grabados los patrones de moteado se correlacionan por sustracción. El patrón de moteado de referencia es correlacionado con cada uno de los patrones que tienen una deformación. Este proceso se realizó en una PC.

El resultado de la sustracción de los patrones de moteado es un mapa de *bits* de valores muy bajos (regularmente entre 0 y 50), por lo que es necesario multiplicar el valor de

cada *pixel* para aumentar la visibilidad del patrón; en este caso se usó un factor de 4. La Fig. 8 muestra los patrones de franjas resultantes. Dichos patrones están ordenados de manera ascendente, entre mayor es la carga, mayor es el número de franjas. La transformación de mapas de franjas en mapas de desplazamientos, donde cada elemento (*pixel*) del mapa representa el valor de la deformación en el punto respectivo del objeto bajo prueba, se puede realizar mediante técnicas de reconstrucción de la fase [15]. Estas técnicas son bastante útiles para representaciones gráficas de deformaciones complicadas, donde se puede observar a simple vista el tipo de deformación resultante.

Por la simpleza en los patrones de franjas obtenidos en nuestro caso, solamente utilizaremos el “conteo de franjas” como técnica para dar un valor a la deformación total de la muestra en la dirección de sensibilidad del interferómetro. El conteo de franjas por patrón se realizó en el paquete MATHCAD con el algoritmo de la Fig. 9. Parámetros similares se usan para todos los patrones.

Para calcular el valor de deformación que representa una franja utilizaremos la Ec. (12), donde *u* es el valor buscado. Por lo tanto, la separación entre franja y franja representa

$$u = \frac{\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{0.6576 \mu m}{2 \cdot \sin(16)} = 1.2 \mu m.$$

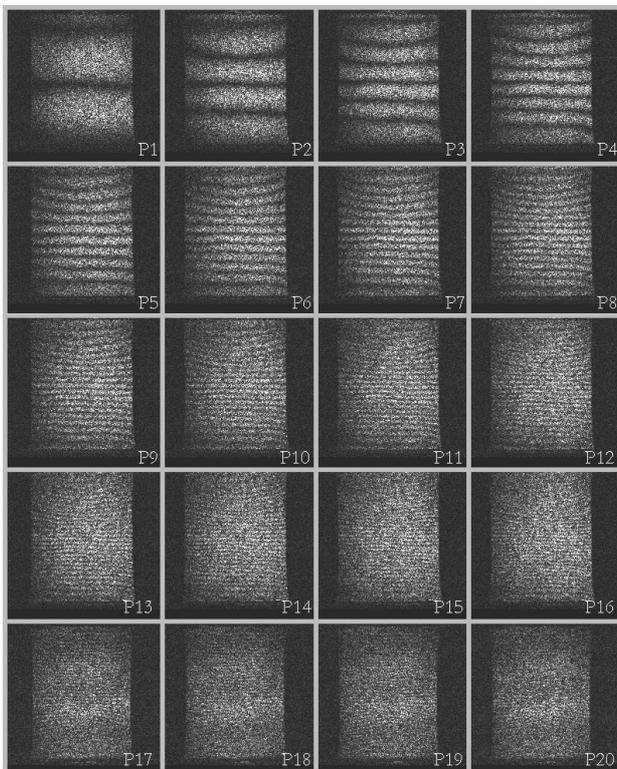


FIGURA 8. Patrones de franjas de deformación de la probeta de hule látex.

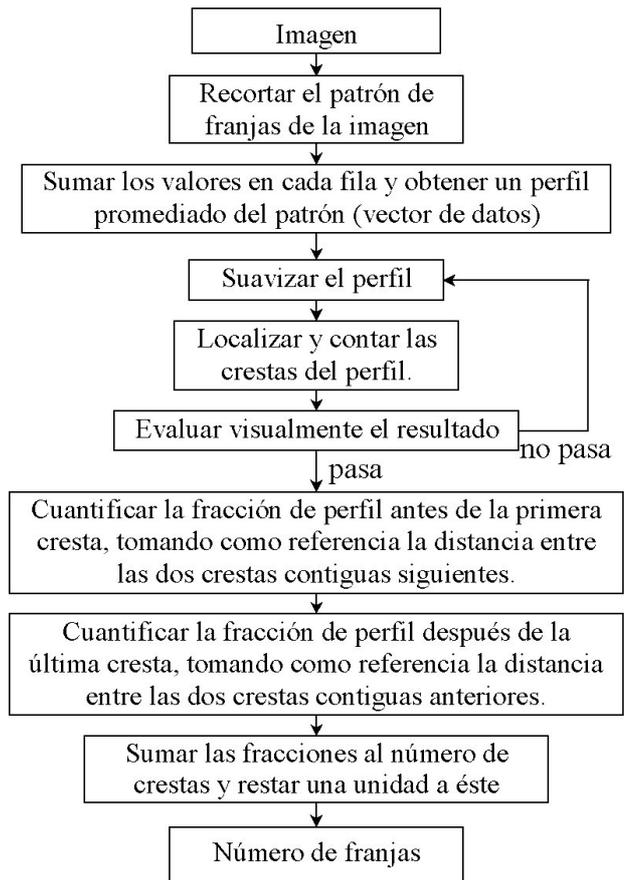


FIGURA 9. Algoritmo usado en el conteo de franjas.

En la Tabla II se presenta el número de franjas y las deformaciones calculadas para cada uno de los patrones de la Fig. 8. Cabe mencionar que el número de franjas del patrón P20 es incontable por haber llegado a la decorrelación total de los patrones de moteado.

Por ser un ensayo en el que las cargas y deformaciones son relativamente pequeñas, usaremos un área transversal constante de  $18.631 \times 10^{-6} \text{ m}^2$  para poder medir el esfuerzo unitario. Las deformaciones unitarias se calculan de la misma manera que para el valor de referencia. El valor de los esfuerzos, las deformaciones unitarias y el módulo de Young se presentan en la Tabla III. De la misma manera que se hizo anteriormente, el valor final del módulo de Young (*E*) será la pendiente de la línea esfuerzo-deformación y la desviación estándar de los valores de *E*, en la Tabla III, será el error asignado a este método. Por lo tanto, el módulo de Young para el hule látex a **24°C** es igual a **874.5 ± 14.5 KPa**; que es muy aproximado al calculado con la máquina de ensayo construida.

### 5. Conclusiones

Se describieron los principios fundamentales de la mecánica de materiales para tener un mejor entendimiento de la parte central del trabajo. Se trató de hacer sencilla y precisa esta

TABLE II. Deformaciones representadas por los patrones de franjas de la Fig. 8

| Patrón | Cargas<br>(gr) | Franjas    | Deformación<br>( $\mu\text{m}$ ) |
|--------|----------------|------------|----------------------------------|
| P1     | 0.05           | 2.19       | 2.63                             |
| P2     | 0.10           | 4.33       | 5.20                             |
| P3     | 0.15           | 6.26       | 7.51                             |
| P4     | 0.20           | 8.26       | 9.92                             |
| P5     | 0.25           | 10.34      | 12.41                            |
| P6     | 0.30           | 12.38      | 14.85                            |
| P7     | 0.35           | 14.15      | 16.98                            |
| P8     | 0.40           | 16.13      | 19.35                            |
| P9     | 0.45           | 18.28      | 21.93                            |
| P10    | 0.50           | 20.15      | 24.18                            |
| P11    | 0.55           | 22.47      | 26.96                            |
| P12    | 0.60           | 24.25      | 29.10                            |
| P13    | 0.65           | 26.24      | 31.48                            |
| P14    | 0.70           | 28.34      | 34.01                            |
| P15    | 0.75           | 30.37      | 36.45                            |
| P16    | 0.80           | 32.70      | 39.24                            |
| P17    | 0.85           | 34.70      | 41.64                            |
| P18    | 0.90           | 36.80      | 44.16                            |
| P19    | 0.95           | 39.00      | 46.80                            |
| P20    | 1.00           | incontable | incontable                       |

TABLE III. Resultados del ensayo (ESPI)

| Patrón | Esfuerzo<br>$N/m^2$ | Deformación<br>Unitaria<br>$m/m$ | Módulo de<br>Young<br>$KPa$ |
|--------|---------------------|----------------------------------|-----------------------------|
|        | 0.000               | 0.0000000                        |                             |
| P1     | 26.318              | 0.0000304                        | 866.72                      |
| P2     | 52.636              | 0.0000641                        | 820.99                      |
| P3     | 78.954              | 0.0000926                        | 852.26                      |
| P4     | 105.272             | 0.0001223                        | 860.92                      |
| P5     | 131.590             | 0.0001530                        | 860.01                      |
| P6     | 157.909             | 0.0001831                        | 862.31                      |
| P7     | 184.227             | 0.0002094                        | 879.97                      |
| P8     | 210.545             | 0.0002387                        | 882.22                      |
| P9     | 236.863             | 0.0002705                        | 875.76                      |
| P10    | 263.181             | 0.0002982                        | 882.71                      |
| P11    | 289.499             | 0.0003324                        | 870.85                      |
| P12    | 315.817             | 0.0003588                        | 880.16                      |
| P13    | 342.135             | 0.0003882                        | 881.30                      |
| P14    | 368.453             | 0.0004193                        | 878.63                      |
| P15    | 394.771             | 0.0004494                        | 878.38                      |
| P16    | 421.090             | 0.0004838                        | 870.29                      |
| P17    | 447.408             | 0.0005134                        | 871.39                      |
| P18    | 473.726             | 0.0005445                        | 870.00                      |
| P19    | 500.044             | 0.0005771                        | 866.53                      |

descripción con la finalidad de no desviar al lector en aspectos de dominio general.

Se calculó, de forma experimental, un valor de referencia del módulo de Young para el hule látex mediante la construcción de una máquina de ensayos y poder comparar los resultados obtenidos con ESPI.

La construcción de un dispositivo de ensayo fue de suma importancia en esta parte del trabajo. El dispositivo para realizar los ensayos a tensión se construyó con elementos propios de laboratorio de metrología óptica, sin tener que hacer algún gasto para la adquisición de equipos extras.

El valor de referencia del módulo de Young calculado concuerda con lo esperado, pues el hule látex es un material superelástico, por lo que su módulo de Young debe ser relativamente bajo. La determinación del módulo de Young, utilizando ESPI, es la contribución más importante de este trabajo, pues se implementa una técnica óptica en una prueba mecánica. En la actualidad ninguna máquina de ensayos mecánicos comercial aplica técnicas interferométricas para la medición de las deformaciones.

La diferencia entre el valor de referencia ( $703.3 \pm 39.7 \text{ KPa}$ ) y el valor calculado con ESPI ( $874.5 \pm 14.5 \text{ KPa}$ ) se puede deber a varios aspectos, algunos pueden ser:

- La resolución del dinamómetro no es lo suficientemente buena para medir cargas pequeñas que deformen la probeta dentro del intervalo de medición de ESPI.
- La posición del punto de observación (cámara CCD) debe estar sobre el eje óptico (ver Fig. 7), pero por la geometría del interferómetro no fue posible colocar la cámara CCD en dicho lugar, introduciendo un error de perspectiva [16], el cual no es considerado en la medición.
- No fue considerado el error introducido por el uso de iluminación divergente [17], la cual fue supuesta colimada.

Dada la mayor resolución en la medición de los desplazamientos con el sistema ESPI respecto a un calibrador digital, el módulo de Young medido por ESPI puede ser tomado como un valor de referencia de mayor precisión.

### Agradecimientos

Los autores agradecen a CONCYTEG (03-04-K118-039, anexo 4) y a CONACYT (33106-E) por su apoyo económico. También se agradece al M.C. René Camacho sus aportaciones al presente trabajo.

1. Instron Corporation, *Guide to Advanced Materials Testing* (Canton Massachusetts, 1997).
2. D. Malacara, *Óptica Tradicional y Moderna* (Fondo de Cultura Económica, México D.F., 1997).
3. R.S. Sirohi y F. Siong Chau, *Optical Methods of Measurement* (Marcel Dekker, New York, 1999)
4. A. Martínez, *Iluminación Esférica en Interferometría de Moiré*, Tesis Doctoral, Centro de Investigaciones en Óptica A.C., León, Guanajuato, (2001).
5. R.W. Fitzgerald, *Mecánica de Materiales* (Alfaomega, México D.F., 1998).
6. A. Pytel y F.L. Singer, *Resistencia de Materiales*, Cuarta Edición (HARLA, México D.F., 1994).
7. K. Gasvik, *Optical Metrology* (John Wiley & Sons, Great Britain, 1987).
8. R. Rodríguez-Vera, J.A. Rayas, Amalia Martínez y A. Dávila, "Algunas Aplicaciones Industriales de la Interferometría Electrónica de Patrones de Moteado", Simposio de Metrología, CENAM, Querétaro, (2001) D3-6.
9. R.S. Sirohi, *Speckle Metrology*, (editor) Marcel Dekker (New York, 1993).
10. R. Martínez-Celorio, *Técnicas Híbridas Espacio-Temporales en Interferometría de Moteado Para la Detección de Fenómenos Continuos*, Tesis Doctoral, Centro de Investigaciones en Óptica A.C., León, Guanajuato, (2001).
11. N. Alcalá Ochoa, R. Rodríguez-Vera y B. Barrientos, *Rev. Mex. Fís.* **46** (2000) 468.
12. H.J. Puga, R. Rodríguez-Vera, Amalia Martínez, *Optics & Laser Technology* **34** (2002) 81.
13. A. Martínez, R. Rodríguez-Vera, J.A. Rayas, H.J. Puga, *Optics & Laser in Engineering* **39** (2003) 525.
14. J. Kennedy, y A. Neville, *Estadística Para Ciencias e Ingeniería*, Segunda Edición (HARLA, México D.F., 1993).
15. D. Malacara, M. Servín, y Z. Malacara, *Interferogram Analysis for Optical Testing* (Marcel Dekker, New York, 1998).
16. H.J. Puga y R. Rodríguez-Vera, *Optical Engineering* **40** (2001) 1598.
17. A. Martínez, R. Rodríguez-Vera, J.A. Rayas y H.J. Puga, *Optics Communications* **223** (2003) 239.