

Método alternativo para evaluar la velocidad instantánea en un laboratorio de docencia, mediante el uso de nuevas tecnologías

S. Robles G.^a, H. Villa M.^b, E. Álvarez R.^{a,c} y I. Morales F.^a

^aDepartamento de Física, Universidad de Sonora,

^bDepartamento de Matemáticas, Universidad de Sonora,

^cPosgrado en Materiales, Universidad de Sonora

Recibido el 26 de mayo de 2003; aceptado el 9 de julio de 2003

Actualmente, la mayoría de las disciplinas están influenciadas por la presencia de nuevas herramientas tecnológicas que obligan a revisar y cambiar los procesos tradicionales de enseñanza aprendizaje y la física experimental no está al margen de este nuevo escenario. En este trabajo se reporta el desarrollo de una herramienta computacional para medir la velocidad instantánea, de tal manera que es posible desarrollar en un laboratorio introductorio experimentos sobre cinemática en una y dos dimensiones, sobre dinámica y sobre la energía mecánica. El programa ha sido probado con resultados positivos durante los últimos dos semestres en los cursos de mecánica clásica que impartimos y es uno de los principales resultados en la revisión de la guía de experimentos del Laboratorio de Mecánica Clásica del Departamento de Física de la Universidad de Sonora.

Descriptores: Física experimental; herramienta computacional; *applets*; experimentos de cinemática; ley de la conservación de la energía.

In these days, new technological tools are driving changes in most of the disciplines forcing a revision in the traditional processes of teaching and learning and experimental physics is not out of this trend. In this work, we are reporting a computational tool to measure the instant speed allowing us to develop a set of experiments about kinematic in one and two dimensions, about dynamic and about mechanical energy. The program has been tested with positive results during the last two academic periods in the classical mechanics courses we taught and represents one of the main results in the revision of the experimental guide for the laboratory of the classical mechanics courses of the Physics Department at Universidad de Sonora.

Keywords: Computational tools; experimental physics; *applets*; experiments on cinematic; law of mechanical energy conservation.

PACS: 01.50.Lc, 07.05.-t, 07.05.Fb

1. Introducción

En el laboratorio de mecánica se desarrollan experimentos relacionados con los temas de cinemática, dinámica y leyes de conservación de la energía. Estos experimentos tienen como una de las premisas básicas la determinación de la velocidad del móvil bajo estudio. Así, en los experimentos de dinámica, es necesario determinar la velocidad instantánea del objeto bajo estudio para conocer su aceleración y la relación de ésta con las fuerzas que actúan sobre el objeto.

De manera similar, cuando se estudian las leyes de conservación de la energía es necesario conocer la velocidad instantánea para evaluar la energía cinética y estudiar la relación de ésta con el trabajo realizado por la fuerza total que actúa sobre el móvil.

Desde hace décadas, en los laboratorios de docencia se han venido utilizando dos métodos para medir la velocidad instantánea de un objeto para el que se conoce la posición en diversos instantes de tiempo: el método de la tangente y el de la velocidad media para intervalos pequeños.

En el método de la tangente, se traza una curva de aproximación para la gráfica de la posición vs tiempo. En dicha curva se seleccionan los tiempos para los que se quiere obtener la velocidad instantánea y se traza una recta tangente a la curva en cada uno de esos tiempos; enseguida se determina la pendiente para cada recta tangente y se obtiene con ello la velocidad instantánea correspondiente a cada tiempo. Como

el trazado de la recta tangente es una estimación que depende del juicio personal del operador, esta técnica es imprecisa.

El método de la velocidad media consiste en, primero, calcular la velocidad media del objeto en el intervalo de tiempo más pequeño que las mediciones de posición y tiempo lo permiten, suponiendo que dicho intervalo es suficientemente pequeño como para considerar que la velocidad media es aproximadamente igual a la velocidad instantánea en uno de los extremos de ese intervalo. En esta técnica la exactitud depende de la resolución con la que se puede medir el intervalo de tiempo más pequeño.

Los defectos en precisión y exactitud de estas técnicas para calcular la velocidad instantánea son importantes, sobre todo para aquellos experimentos en los cuales la velocidad instantánea es utilizada para calcular otras variables relevantes en el experimento. En este sentido y dado que en la actualidad la mayoría de las disciplinas son influenciadas con la presencia de nuevas herramientas tecnológicas, y que la física experimental no está al margen de este nuevo escenario [1-4], en el Departamento de Física de la Universidad de Sonora se desarrolló un método de medición indirecta de la velocidad instantánea con ayuda de una herramienta computacional creada especialmente para este propósito. Este trabajo se realizó dentro de la revisión y actualización de la guía de experimentos del Laboratorio de Mecánica.

El resultado es que utilizando un generador de chispas, un riel de aire, una regla y papel fax para registrar la posición

de un objeto con respecto al tiempo y, utilizando el programa antes mencionado, es posible la medición indirecta de la velocidad.

La utilización de este equipo, apoyado con el uso de la computadora ofrece ventajas. Entre éstas, la más importante, desde el punto de vista didáctico, es la transparencia del procedimiento para la adquisición de los datos experimentales, pues no se emplean elementos electrónicos, que dan mejores mediciones, pero que para los estudiantes de este nivel de enseñanza, sólo quedan como números sin entenderse el proceso por el cual se obtuvieron. Otras ventajas son la facilidad de su reproducción y su bajo costo de construcción.

Así, con estos materiales y con el método de medición indirecto de velocidades instantáneas que aquí se reporta, es posible realizar un conjunto de experimentos relativos a cinemática en una y dos dimensiones, dinámica y leyes de conservación. Todos estos experimentos tienen como eje central el cálculo de la velocidad instantánea del móvil, que se hace con ayuda de una herramienta computacional fácil de utilizar.

Este método de medición de la velocidad instantánea nos ha permitido incorporar un total de 10 experimentos que abarcan el estudio de los movimientos rectilíneo uniforme, velocidad instantánea, movimiento con aceleración constante, y como un caso especial, se realiza el experimento de caída libre para medir la aceleración de la gravedad. En dos dimensiones se estudia el movimiento de un proyectil. En dinámica se verifica experimentalmente la segunda ley de Newton y en el tema del trabajo y la energía se verifica el teorema de la variación de la energía cinética, la conservación de la energía mecánica y se evalúa la disipación de la energía mecánica [5,6].

Finalmente, es importante mencionar que la totalidad del equipo requerido para realizar los 10 experimentos mencionados fue diseñado y construido en el Departamento de Física de la Universidad de Sonora, y nuestra experiencia en este campo data desde 1983 [7].

2. Resultados

De acuerdo a su definición [8]

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

la medición de la velocidad instantánea de un objeto requiere el conocimiento de la posición del móvil para diferentes tiempos y se puede medir en cualquier punto mediante la evaluación de la derivada de la posición con respecto al tiempo.

Supongamos que se desea calcular la velocidad instantánea en el punto (t_i, x_i) . El procedimiento es el siguiente:

1. Con ayuda de un generador de chispas, se marca sobre una cinta de papel la posición de un objeto en instantes de tiempo separados por $1/60$ de segundo, tal como se ilustra en la Fig. 1. Es decir $t_i - t_{i+1} = 1/60$ de segundo, para $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$.
2. Se mide el desplazamiento y el intervalo de tiempo entre el punto seleccionado y todos los puntos marcados

antes del punto x_i (que en la figura corresponde a aproximarse por la izquierda) y se calcula la velocidad media $[\Delta x / \Delta t]$ para intervalos de tiempo cada vez más pequeños hasta llegar al punto más próximo (en nuestro laboratorio, separado por $1/60$ s).

3. Lo mismo se hace después del punto x_i (que corresponde a acercarse al punto de interés por la derecha).
4. Se grafican los valores de la velocidad media en el eje vertical contra los intervalos de tiempo. En la Fig. 2 se muestra un ejemplo.
5. A los puntos $(\Delta t_1, v_{m1}), (\Delta t_2, v_{m2}), \dots$ de la gráfica construida en el punto anterior se les ajusta una recta con el método de mínimos cuadrados, donde

$$\Delta t_1 = t_i - t_{i-1}, \quad \Delta t_2 = t_i - t_{i-2} \dots$$

y

$$v_{m1} = \frac{x_i - x_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}, \quad v_{m2} = \frac{x_i - x_{i-2}}{t_i - t_{i-2}} \dots$$

6. El valor de la velocidad instantánea se obtiene en el cruce de la recta ajustada con el eje vertical, que corresponde al valor límite cuando el intervalo de tiempo es igual a cero.

Una alternativa a la gráfica obtenida en el punto 4, es graficar la velocidad media contra el valor absoluto del intervalo de tiempo. En este caso la gráfica que se obtiene es como la mostrada en la Fig. 3. Los puntos circulares corresponden a intervalos de tiempo anteriores al punto (t_i, x_i) , mientras que los puntos triangulares corresponden a intervalos de tiempo evaluados posteriores al punto (t_i, x_i) . Utilizando regresión lineal, se procede a ajustar una recta sobre cada conjunto de puntos. La velocidad instantánea en el punto (t_i, x_i) , está dada por el valor de la velocidad media, donde ambas rectas se cruzan con el eje vertical. Lo anterior corresponde al teorema del cálculo que dice que la derivada de una función existe cuando el límite por la izquierda es igual al límite por la derecha [9]. Este procedimiento es conveniente para complementar la enseñanza del concepto de derivada.

En nuestros experimentos los cálculos de la velocidad instantánea se basan en una gráfica como la mostrada en la Fig. 2, por lo que el valor de la velocidad es único.

3. Tecnología computacional

Medir la velocidad instantánea con el método descrito anteriormente para todos los puntos marcados en la cinta de papel, involucra repetir los pasos antes descritos para un número suficiente de puntos con el fin de obtener un valor de la velocidad aceptable, requiriéndose una buena dosis de paciencia y mucho cuidado para no cometer errores (en un riel de un metro de longitud, se pueden tener hasta 50 puntos).

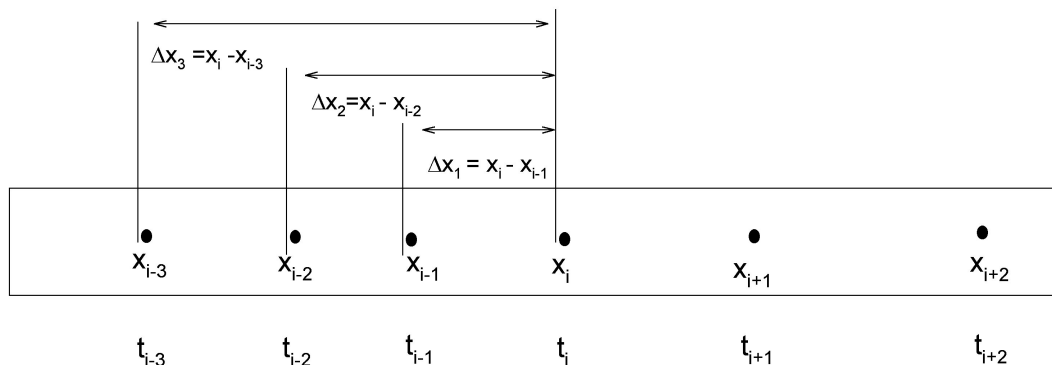


FIGURA 1. Desplazamientos para diferentes intervalos de tiempo.

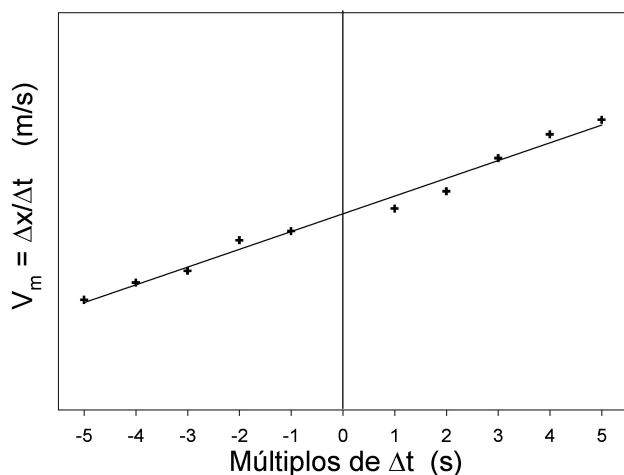


FIGURA 2. Gráfica de la velocidad media para diferentes intervalos de tiempo.

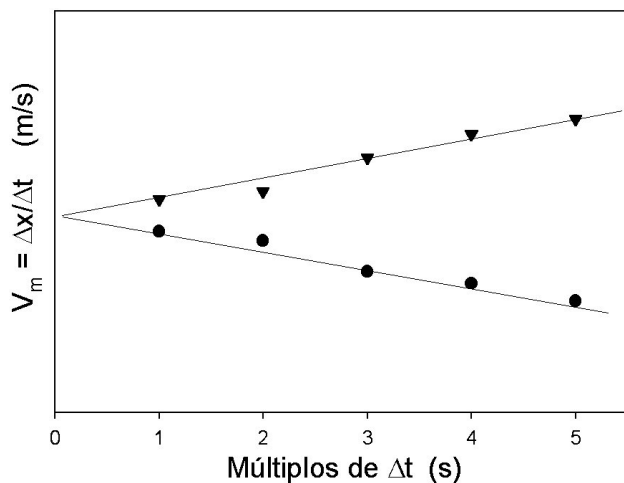


FIGURA 3. Gráficas del límite por la izquierda y el límite por la derecha.

Con objeto de agilizar estos cálculos se desarrolló una herramienta computacional que permite obtener los valores de la velocidad en forma inmediata para todos los puntos y además, sin errores. Esto permite que los resultados se pue-

dan contrastar con los obtenidos por diferentes equipos de alumnos y la discusión en clase.

La herramienta computacional se desarrolló utilizando el lenguaje de programación Java, que permite aprovechar el Internet para que los alumnos hagan sus cálculos desde cualquier lugar. Esta selección obedece a que Java es neutral a la arquitectura, y por lo tanto portable, ideal para programar en Internet y porque cuenta con librerías y clases que permiten realizar cálculos matemáticos y para hacer fácilmente interfaces gráficas. Además el ambiente de desarrollo está disponible en forma gratuita en la página de Java de Sun Microsystems (<http://java.sun.com>).

3.1. Descripción funcional

La herramienta para calcular la velocidad instantánea está visible en la página del laboratorio de mecánica (<http://www.fisica.uson.mx/mecanica>). Al entrar se presenta un menú con las siguientes opciones: análisis estadístico de mediciones, regresión lineal, cálculo de la velocidad y estudio de proyectiles.

3.2. Herramienta para velocidad instantánea

Este *applet* calcula la derivada de la posición con respecto al tiempo y muestra los valores de la velocidad en todos los puntos. El *applet* permite seleccionar un punto para estudiar cómo se calcula la derivada. En el primer caso se puede generar las gráficas de la posición y la velocidad en función del tiempo y, en el segundo caso, se puede generar la gráfica de la velocidad media contra Δt para ilustrar los procesos de límite por la izquierda y límite por la derecha.

El programa presenta dos áreas de texto, dos campos de texto y cuatro botones. En el área de texto de "Datos" se escriben los valores correspondientes al tiempo y la posición. Al oprimir el botón "Calcular", el *applet* escribe los resultados en el área de texto de "Resultados". Además, en el campo de texto "Pulsos/seg" se puede especificar el número de pulsos por segundo del generador de chispas. En el campo de texto "Punto de interés" se puede especificar en cuál de los puntos el programa calculará el valor de la velocidad instantánea con

su incertidumbre y los valores de la velocidad media para los diferentes intervalos de tiempo entre el punto seleccionado y los demás. El botón “Graficar” despliega la gráfica correspondiente (véase la Fig. 4).

En caso de no indicarse algún punto de interés, el *applet* calcula la velocidad instantánea para todos los puntos y se puede graficar como se muestra en la Fig. 5.

4. Dos experimentos típicos

Mostraremos los resultados que se obtienen en dos experimentos que ahora se realizan en nuestro laboratorio de mecánica y de los cuales se obtienen resultados bastante aceptables: caída libre y disipación de energía mecánica.

Esta selección obedece a dos razones: la precisión de los resultados y al hecho de que al combinar nuestra herramienta computacional con una hoja de cálculo, permite visualizar los fenómenos físicos como procesos; es decir, se puede seguir el desarrollo, entre el inicio y el fin del fenómeno, punto a punto, como si se tratara de funciones continuas.

4.1. Caída libre

Con relación al experimento de caída libre, en la Tabla I se presenta la posición para diferentes instantes de tiempo de un objeto metálico que se deja caer en un montaje que hemos desarrollado para nuestro laboratorio y que se muestra en la Fig. 6. En este experimento la posición se mide con respecto al último punto.

Con estos datos, el *applet* para calcular la velocidad instantánea tiene los resultados mostrados en la Tabla II. Al graficar los valores de la velocidad instantánea, mostrados en la Tabla II, contra el tiempo, se obtiene la gráfica mostrada en la Fig. 7. En dicha gráfica, la pendiente de la recta ajustada utilizando mínimos cuadrados equivale a la aceleración debida a la fuerza de gravedad, $g = 9.76 \text{ m/s}^2$ que representa un valor estimado de g con un error del 0.5 %, respecto al valor reportado en los libros de texto [8].

TABLE I.

punto	tiempo (s)	posición (cm)
0	0/60	24.15
1	1/60	23.00
2	2/60	21.55
3	3/60	19.80
4	4/60	17.80
5	5/60	15.40
6	6/60	12.85
7	7/60	10.05
8	8/60	6.95
9	9/60	3.55
10	10/60	0.00

TABLE II.

punto	tiempo (s)	velocidad (m/s)
0	0/60	-0.61
1	1/60	-0.79
2	2/60	-0.96
3	3/60	-1.13
4	4/60	-1.30
5	5/60	-1.46
6	6/60	-1.62
7	7/60	-1.78
8	8/60	-1.94
9	9/60	-2.09
10	10/60	-2.23

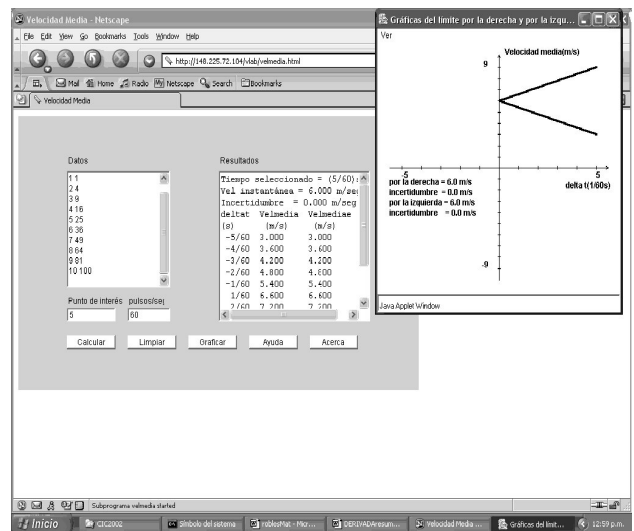


FIGURA 4. Gráfica que muestra los límites por la izquierda y la derecha.

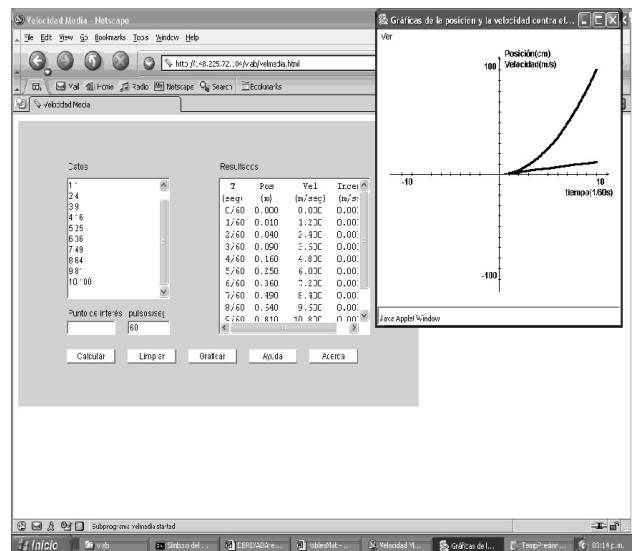


FIGURA 5. Resultados y gráficas de la posición y la velocidad.

4.2. Disipación de energía mecánica

Cuando un móvil se desliza sobre un plano inclinado con fricción, el trabajo realizado por la fuerza (conservativa) de gravedad está dado por

$$W = mgsen\theta(x_f - x_i),$$

donde $x_f - x_i$ representa el desplazamiento del objeto a lo largo del plano inclinado y $mgsen\theta$ es la componente de la fuerza de gravedad en la dirección del desplazamiento (véase la Fig. 8).

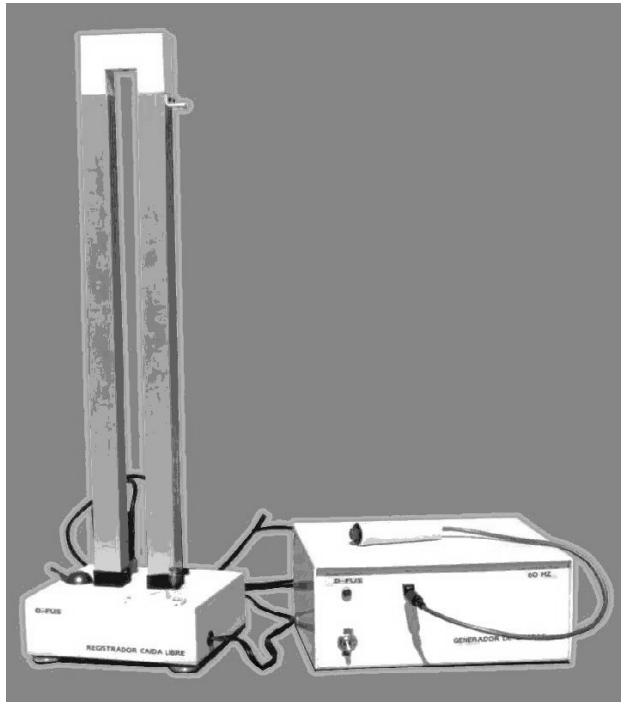


FIGURA 6. Equipo para estudiar un objeto en caída libre.

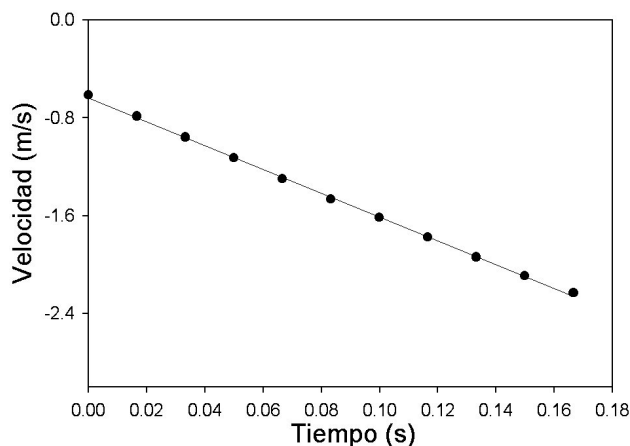


FIGURA 7. Variación de la velocidad instantánea conforme el cuerpo cae libremente.

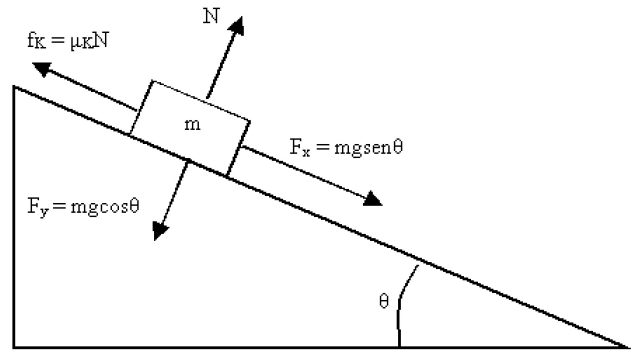


FIGURA 8. Fuerzas que actúan sobre un cuerpo que se desliza sobre un plano inclinado con fricción.

Por otro lado, el trabajo de la fuerza (no conservativa) de fricción está dado por

$$W_{nc} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d,$$

donde $f_k = \mu_k N$ es la fuerza de fricción cinética, d es la distancia recorrida sobre el riel, μ_k es el coeficiente de fricción cinético y N es la fuerza normal dada por $N = mg \cos \theta$.

A partir de la segunda ley de Newton, tenemos

$$ma = F_g - \mu_k N,$$

donde $F_g = mgsen\theta$. Despejando el coeficiente de fricción μ_k , se obtiene

$$\mu_k = \frac{F_g - ma}{mg \cos \theta}.$$

Durante el desplazamiento hacia abajo, se observa que la velocidad del objeto aumenta gradualmente y su energía cinética dada por

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

también aumenta. Por otro lado, la energía potencial disminuye conforme la altura del objeto disminuye y debido a la fricción, la energía mecánica ($E = K + U$) también disminuye. Es decir,

$$W_{nc} = E_f - E_i,$$

lo que significa que el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es igual al cambio de la energía mecánica total del sistema.

En la Tabla III se observa la variación de la energía mecánica y la energía disipada por la fricción conforme el objeto se desliza sobre el riel. La gráfica en la Fig. 9 muestra que la energía mecánica que se disipa a lo largo del riel se convierte en calor debido al trabajo de la fuerza de fricción.

Este ejemplo muestra la utilidad de la herramienta computacional aquí descrita ya que permite analizar el fenómeno de la disipación de energía como un proceso que ocurre durante el deslizamiento de un objeto que se mueve sobre un plano inclinado con fricción, mediante la evaluación del trabajo que realiza la fuerza de rozamiento y la evaluación de la energías cinética y potencial en 40 instantes de tiempo durante los cuales ocurre el deslizamiento.

TABLE III.

tiempo (1/60s)	x (m)	v (m/s)	h (m)	K (J)	U (J)	$E = K + U$ (J)	W_{nc} (J)	$E + W_{nc}$ (J)
0	0.000	0.492	0.932	0.015	1.156	1.171	-0.000	1.173
1	0.009	0.562	0.925	0.020	1.148	1.168	-0.003	1.172
2	0.019	0.635	0.918	0.026	1.138	1.164	-0.007	1.172
3	0.030	0.713	0.910	0.032	1.128	1.160	-0.011	1.173
4	0.044	0.776	0.899	0.038	1.115	1.154	-0.016	1.170
5	0.056	0.847	0.890	0.045	1.104	1.150	-0.02	1.171
6	0.071	0.924	0.879	0.054	1.091	1.145	-0.025	1.171
7	0.087	0.999	0.867	0.063	1.076	1.139	-0.031	1.171
8	0.105	1.071	0.854	0.073	1.059	1.132	-0.037	1.170
9	0.123	1.141	0.840	0.082	1.043	1.125	-0.044	1.170
10	0.142	1.214	0.826	0.093	1.025	1.118	-0.05	1.170
11	0.163	1.290	0.811	0.105	1.006	1.111	-0.058	1.170
12	0.185	1.365	0.794	0.118	0.985	1.103	-0.066	1.170
13	0.208	1.441	0.777	0.131	0.964	1.096	-0.074	1.171
14	0.234	1.518	0.758	0.146	0.940	1.086	-0.083	1.170
15	0.260	1.588	0.739	0.160	0.916	1.076	-0.092	1.169
16	0.286	1.661	0.719	0.175	0.892	1.067	-0.101	1.169
17	0.315	1.736	0.698	0.191	0.866	1.056	-0.112	1.169
18	0.344	1.809	0.676	0.207	0.839	1.046	-0.122	1.169
19	0.375	1.884	0.653	0.225	0.810	1.035	-0.133	1.169
20	0.407	1.959	0.629	0.243	0.781	1.024	-0.144	1.169
21	0.441	2.032	0.604	0.261	0.749	1.011	-0.156	1.168
22	0.475	2.105	0.579	0.80	0.718	0.999	-0.168	1.168
23	0.512	2.175	0.551	0.299	0.684	0.983	-0.182	1.166
24	0.548	2.246	0.525	0.319	0.651	0.970	-0.194	1.165
25	0.586	2.317	0.496	0.340	0.616	0.956	-0.208	1.164
26	0.624	2.392	0.468	0.362	0.581	0.943	-0.221	1.165
27	0.664	2.469	0.438	0.386	0.544	0.930	-0.235	1.166
28	0.706	2.544	0.407	0.410	0.505	0.915	-0.25	1.166
29	0.748	2.622	0.376	0.435	0.466	0.902	-0.265	1.167
30	0.792	2.702	0.343	0.462	0.426	0.888	-0.281	1.169
31	0.837	2.787	0.310	0.492	0.384	0.876	-0.297	1.173
32	0.885	2.870	0.274	0.521	0.340	0.862	-0.314	1.176
33	0.933	2.954	0.239	0.552	0.296	0.848	-0.331	1.179
34	0.983	3.050	0.201	0.589	0.250	0.839	-0.348	1.187
35	1.040	3.121	0.159	0.617	0.197	0.814	-0.369	1.183
36	1.088	3.166	0.123	0.634	0.153	0.788	-0.386	1.173
37	1.142	3.254	0.083	0.670	0.103	0.773	-0.405	1.178
38	1.197	3.334	0.042	0.704	0.053	0.756	-0.424	1.181
39	1.254	3.420	0.000	0.740	0.000	0.740	-0.445	1.185

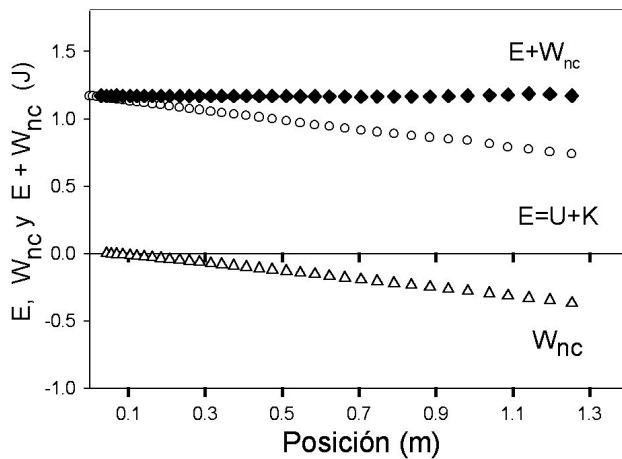


FIGURA 9. Energía mecánica, energía mecánica disipada (trabajo de la fuerza de fricción) y la suma de ambas.

Todo se ha realizado combinando equipo que hace transparente la adquisición de los datos, la herramienta computacional para calcular la velocidad instantánea y una hoja electrónica.

Si en estos experimentos se hicieran los cálculos de la velocidad instantánea “a mano”, el proceso sería extremadamente lento y haría perder la perspectiva de los objetivos y la

discusión de los resultados sería relegada a un segundo plano, lo que los hace, hasta cierto punto, antipedagógicos.

5. Conclusiones

El programa descrito permite evaluar la velocidad instantánea a partir de conocer la posición del móvil para diferentes tiempos, obtenidos estos mediante el uso de instrumentos de medición elementales (regla, papel registro y como reloj un generador de chispas sincronizadas), sin necesidad de recurrir a equipos sofisticados y costosos como interfaces de computadoras, detectores de movimientos etc. que finalmente, en este nivel de enseñanza, operan como “cajas negras”, pero que, sin duda, en otros niveles de enseñanza de la física también son importantes.

Mediante el desarrollo de la herramienta computacional presentada en este trabajo se contribuye, utilizando las nuevas tecnologías, para mejorar los procesos de enseñanza de la física experimental y sobre todo manteniendo el sentido observacional de un laboratorio introductorio de docencia.

Agradecimientos

Los autores agradecen a E. Verdín y E. Salinas sus valiosos comentarios y sugerencias al presente manuscrito.

1. L. Takahashi, *A Friction Experiment. The Physics Teacher* **40** (2002) 374.
2. J. Bill, *Additions to a circular-motion lab. The Physics Teacher* **37** (1999) 545.
3. S. Gil and E. Rodríguez, *Física Recreativa*, <http://www.fisicarecreativa.com/>
4. S. Robles, H.A. Villa, M.E. Álvarez, I.E. Morales, E. Salinas, and E. Verdín López. *Herramientas en línea para un laboratorio de física. Avances en Ciencias de la Computación e Ingeniería de Cómputo XI Congreso Internacional de Computación* (México, D.F., 2002) p. 275.
5. M.E. Álvarez, I. Morales, S. Robles, E. Salinas, E. Verdín, and H. Villa, *Manual de Laboratorio. Versión para el alumno. Mecánica I* (Universidad de Sonora, 2003).
6. M.E. Álvarez, I. Morales, S. Robles, E. Salinas, E. Verdín, and H. Villa, *Manual de Laboratorio. Versión para el maestro. Mecánica I* (Universidad de Sonora, 2003).
7. E. Salinas, E. Verdín, H. Munguia, R. Pérez S., S. Robles, and M.E. Álvarez, *Projectile Motion Board. The Physics Teacher* **24** (1986) 495.
8. R. Resnick, D. Halliday, and K.S. Krane. *Physics, Volume 1* (Fourth Edition John Wiley & Sons, Inc. 1992).
9. E. Swokowsky, *Cálculo con Geometría Analítica* (Ed. Iberoamericana).