

## Reconstrucción 3D de la sagita de una superficie en rotación

V.I. Moreno Oliva, C.I. Robledo Sánchez, A. Cordero Dávila y P. Nanco Hernández  
*Facultad De Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla,*  
*Apartado Postal 1152, Puebla, Pue., México,*  
*e-mail: vmoreno@fcfm.buap.mx, crobledo@fcfm.buap.mx,*  
*acordero@fcfm.buap.mx, pnanco@fcfm.buap.mx*

A. Jaramillo Núñez  
*Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica*  
*Apartado Postal 51 y 216, Puebla, Pue., México, 72000*  
*e-mail: ajaramil@inaoep.mx*

Recibido el 4 de julio de 2005; aceptado el 5 de octubre de 2005

Se describe un instrumento de contacto óptico para reconstruir en 3D la sagita de superficies no reflectoras tanto cóncavas como convexas. El instrumento mide la sagita proyectando la imagen de una rendija sobre la superficie a evaluar. Para obtener la sagita en 3D el instrumento se traslada en la dirección  $X$  y la superficie de prueba gira a una velocidad angular constante. Se alcanza una resolución de hasta  $2.5\mu\text{m}$  en  $Z$  y  $1\mu\text{m}$  en  $X$ .

*Descriptor:* Metrología; perfilometría.

An instrument of optical contact is described to obtain the values of zagita in 3D of concave and convex nonreflecting surfaces. The system measure the zagita imaging a thin variable slit over the surface test. To obtain 3D information the instrument is translated in  $X$  direction and the surface test is rotated a constant angular velocity. With this system is reached a resolution of  $2.5\mu\text{m}$  in  $Z$  and  $1\mu\text{m}$  in  $X$ .

*Keywords:* Metrology; profilometry.

PACS: 42.79.-e; 06.20.-f

### 1. Introducción

Varios métodos han sido propuestos para determinar el perfil de superficies en 3D. Estos métodos pueden ser básicamente clasificados en cuatro categorías: los basados en dispositivos mecánicos, los basados en arreglos interferométricos [1], los basados en la proyección de luz estructurada [2-4] sobre la superficie de prueba y otros que emplean el fenómeno de la reflexión [5, 6]. Los de la primera clasificación presentan el problema de rayar la superficie de prueba como los palpadores mecánicos, además de introducir errores en la medición cuando se miden superficies con pendientes grandes, ya que la dirección de presión del husillo del palpador no es la misma, así como tampoco el punto de contacto conforme la pendiente aumenta. Los de la segunda clasificación presentan la ventaja de que las mediciones son con resolución alta, pero presentan la desventaja de la inestabilidad además que requieren técnicas de estabilización electrónica, técnicas fotográficas de alta velocidad [7] y requieren una alineación estricta. Los de la tercera clasificación tienen el problema de la baja resolución que se alcanza, pero tienen la ventaja de no dañar las superficies de prueba. Dentro de estos métodos se consideran los que emplean técnicas de Moiré [8, 9]. El método presentado en este trabajo corresponde a la penúltima clasificación. La técnica presentada proporciona un método alternativo para medir el perfil de superficies en 3D, tanto cóncavas como convexas no reflectoras, y consiste en el seguimiento de una línea proyectada sobre la superficie de prueba cuando ésta gira con una velocidad angular constante.

El arreglo es fácil adaptarlo a una máquina pulidora, lo que lo hace un instrumento muy útil durante la etapa de esmerilado de la superficie antes de que esté completamente pulida. El arreglo es un instrumento híbrido, ya que depende de un sistema mecánico de movimiento en los ejes  $X, Z$ . Éste se puede emplear para medir superficies pequeñas y tan grandes como el sistema mecánico de traslación lo permita.

### 2. Teoría

La Fig. 1 presenta un diagrama del arreglo del perfilómetro, así como el de medición. La imagen de una rendija es proyectada sobre la superficie de prueba (SP) a un ángulo  $\theta$  y la imagen es captada a su vez por una cámara CCD a un ángulo de observación  $\alpha$ . Cuando el sistema se traslada o barre la SP sobre el eje  $X$ , se observa un desplazamiento lateral  $d$  de la imagen de la rendija cuando esta toca una altura distinta del plano de referencia, es decir, de la Fig. 1b la imagen de la rendija proyectada por el objetivo de microscopio  $I_{ref}$  ahora cae desenfocada en el punto  $I_2$  sobre la superficie de prueba, y en el plano de la CCD  $I'_{ref}$  se traslada a  $I'_2$ . Considerando la Fig. 1b, se obtiene que el desplazamiento lateral que sufre la imagen de la rendija está relacionado con la profundidad  $Z$  en la forma

$$Z = \frac{d}{\cos \alpha (\tan \theta + \tan \alpha)}. \quad (1)$$

Usando la Ec.(1) se puede determinar la altura de la sagita de la SP con solo medir el desplazamiento lateral  $d$ , en la ima-

gen que capta la cámara CCD. Con la Ec.(1) se puede hacer el análisis de la sensibilidad en la medición de la profundidad, esto es, considerando una posición de proyección  $\theta$  y una profundidad  $Z$  fijas, podemos encontrar el ángulo adecuado de observación tal que exista mayor sensibilidad en la medición. Esto se consigue obteniendo  $(\delta d/\delta \alpha)_{Z,\theta} = 0$ , de esta manera se encuentra que la mayor sensibilidad del arreglo para medir  $d$  se obtiene en el punto máximo de la curva  $d(\theta)$ , esto se logra para un valor de

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{1}{\tan \theta} \right), \quad (2)$$

lo que significa que de acuerdo a la expresión (2)  $\alpha + \theta = 90^\circ$ , aunque experimentalmente colocar los elementos en esta configuración de mayor sensibilidad resulta impráctico al evaluar superficies con pendientes grandes. La menor sensibilidad en la medición se consigue cuando  $\alpha = 0$ .

Por lo tanto colocar los elementos en la configuración descrita como en la Fig. 1a, se logra mayor sensibilidad en la observación de los desplazamientos laterales de la imagen de la rendija debido a cambios de altura en la SP. Experimentalmente el sistema óptico de proyección y la cámara CCD forman una sola unidad del sistema.

La reconstrucción 3D de la SP en movimiento se logra realizando un barrido a manera de anillos circulares por cada punto  $Z$  del perfil, esto es, se hace girar la SP a una velocidad angular constante  $\omega$  y con un software se miden los desplazamientos laterales de la imagen de la rendija ( $d'$ ) sobre la trayectoria circular descrita a una velocidad de adquisición de 0.05 seg. Este software se basa en la estimación del centroide de la imagen de la rendija determinando la posición de los desplazamientos laterales en tiempo real. La manera de cómo se reconstruye la sagita en 3D de la SP es considerando el dibujo de la Fig. 2 donde las coordenadas del punto  $P$

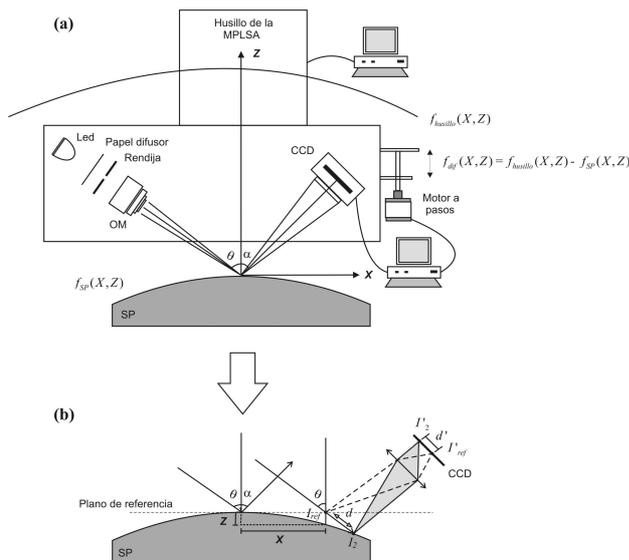


FIGURA 1. a) Esquema del perfilómetro, y b) diagrama de medición.

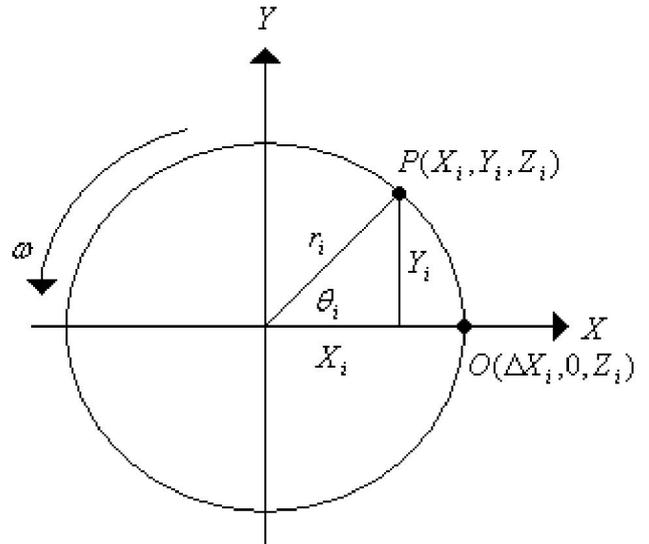


FIGURA 2. Esquema de recuperación de datos para reconstrucción en 3D de la superficie en movimiento.

se determinan como

$$\begin{aligned} X_i &= r_i \cos \theta_i, \\ Y_i &= r_i \sin \theta_i, \\ Z_i &= Z_i + \Delta Z_i. \end{aligned} \quad (3)$$

La altura  $Z_i$  al girar la superficie el ángulo  $\theta_i$  cambia por  $\Delta Z_i$  al haber un cambio de altura, éste está determinado por el desplazamiento lateral de la imagen  $d'$ , y es calculado usando la relación

$$\Delta Z_i = m_i d'_i, \quad (4)$$

donde  $d'$  es el desplazamiento lateral de la imagen de la rendija con respecto a su posición anterior, éste se obtiene calculando la diferencia de los centroides  $\bar{X}_{ci} - \bar{X}_{ci+1}$  de la rendija para la posición angular  $i+1$  e  $i$ . Los cambios se estiman con

$$\bar{X} = \frac{\sum_{j=j-N/2}^{j=j+N/2} j I_j}{\sum_{j=j-N/2}^{j=j+N/2} I_j}, \quad (5)$$

$j$  es el píxel  $j$ -ésimo,  $I_j$  es la intensidad del píxel  $j$ -ésimo, y  $N$  es el rango de píxeles seleccionados, mayor al grosor de la imagen de la rendija.

En el factor  $m_i$  se incluyen la amplificación de la lente de la cámara CCD y la transformación correcta de unidades de píxeles a milímetros.  $m_i$  se obtiene para cada incremento  $\Delta X_i$  medido en píxeles y una altura  $\Delta Z_i$  medida en milímetros como  $\Delta Z_i / \Delta X_i$ . La resolución experimental para  $Z$  con este método se obtiene evaluando  $m_i d'$ , considerando  $d'$  de un píxel esta resolución en milímetros es

$$\text{resolucion} = (1\text{pixel}) * m_i. \quad (6)$$

El perfilómetro se construyó para medir superficies convexas y cóncavas no reflectoras, por estas características el instrumento es útil para evaluar superficies antes de haber sido

pulidas, es decir, en la etapa del generado. El instrumento se adaptó al husillo de la Máquina Pulidora del Laboratorio de Superficies Asféricas (MPLSA) del INAOE con el fin de evaluar un molde metálico cóncavo y una superficie convexa de fibra de carbono construida con el molde cóncavo. Para este tipo de superficies es difícil aplicar los métodos de evaluación conocidos ya que muchas veces la SP debe ser reflectora y cóncava.

El propósito de adaptar el instrumento al husillo es trasladarlo sobre una trayectoria ideal  $f_{\text{husillo}}(X, Z)$ , y con el perfilómetro sólo se miden las diferencias de la trayectoria ideal con el perfil de la SP,  $f_{SP}(X, Z)$ .

### 3. Arreglo experimental

#### 3.1. Sistema óptico

En la Fig. 1 se muestra el arreglo experimental propuesto. El sistema consta de un objetivo de microscopio (OM) 5X con una distancia de trabajo de 2 cm, una rendija de abertura variable (Edmund), un led de alta intensidad como fuente de iluminación y una cámara CCD modelo 15-CJ25 (*COP security*) con una pequeña lente de enfoque (3.8 mm/f2.0), para digitalizar la imagen se usó la tarjeta CX100 (IMAGE-NATION). El objetivo de microscopio se usa con el fin de proyectar sobre la SP la imagen de la rendija, la cual a su vez es captada por la cámara CCD. El uso de la rendija variable permite modificar el grosor de la imagen de la rendija en la SP para hacer esta imagen observada por la CCD del orden de 1 pixel.

El arreglo se traslada sobre el eje  $X$  debido al movimiento del husillo siguiendo una trayectoria ideal  $f_{\text{husillo}}(X, Z)$ , si la SP presenta discrepancias en la altura con respecto a esta trayectoria, el efecto observado es el desplazamiento lateral de la imagen de la rendija acompañada de un desenfoque, este desplazamiento y desenfoque es medido con el sistema mecánico de movimiento en  $Z$  propio del instrumento, corrigiendo el desenfoque y regresando la imagen a su posición de referencia; de esta manera, se evalúa el perfil o trayectoria de la SP  $f_{SP}(X, Z)$ .

Para la reconstrucción en 3D, la tornamesa de la MPLSA hace girar la SP a una velocidad angular constante  $\omega$ . Las diferencias en altura en esa trayectoria circular se determinan con las Ecs. (3) para reconstruir la sagita de la SP.

#### 3.2. Sistema mecánico

El instrumento es montado en el husillo de la MPLSA solo con el fin de mover el sistema de medición sobre una trayectoria ideal  $f_{\text{husillo}}(X, Z)$ . El software de control del husillo es independiente al sistema de movimiento mecánico del perfilómetro. Este sistema mecánico consiste en la adaptación de un motor a pasos modelo M061-LE02 de SLO-SYN, al tornillo de una montura desplazable que mueve el perfilómetro en el eje  $Z$ , tal como se muestra en la Fig. 1. Las coordenadas de la trayectoria  $f_{\text{husillo}}(X, Z)$  ideales son ingresadas al

software de control del husillo, y únicamente las diferencias entre la trayectoria ideal y el perfil de la SP  $f_{SP}(X, Z)$  son medidas con el movimiento del motor a pasos adaptado al perfilómetro con

$$f_{\text{dif}}(X, Z) = f_{\text{husillo}}(X, Z) - f_{SP}(X, Z). \quad (7)$$

La resolución en los ejes  $X$  y  $Z$  con la que se posiciona el husillo de la MPLSA es de  $1\mu\text{m}$ , y la resolución de  $f_{\text{dif}}(X, Z)$  es de  $2.5\mu\text{m}$ .

## 4. Resultados

Experimentalmente el sistema es colocado de tal manera que la proyección de la imagen de la rendija sea al centro de la SP, que es donde se toma el origen del sistema de referencia  $(X, Y, Z)$ . Las coordenadas de la imagen de la rendija se leen de la imagen tomada con la cámara CCD usando un programa en lenguaje C. El programa captura 600 imágenes cuando la SP gira a 2 rev/min., esta velocidad de adquisición es realizada sin problemas de emborronamiento por efecto del giro de la SP. La densidad de datos de muestreo por anillo depende de la velocidad de giro de la SP. Cada desplazamiento de la línea se registra grabando consecutivamente imagen por imagen a la velocidad que permita el procesador de la PC.

La resolución del sistema, Ec. (6) puede aumentar o disminuir ya sea acercando o alejando la CCD de la SP.

Se reportan los resultados de la evaluación de dos SP de 39cm de diámetro con un radio de curvatura teórico de 312.564mm, una esférica cóncava de acero y otra de fibra de carbono convexa generada a partir de la superficie de acero empleada como molde. La trayectoria ideal o de referencia para el movimiento del husillo de la MPLSA, se calculó con la expresión

$$Z_{\text{husillo}} = \frac{cX^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2X^2}}, \quad (8)$$

donde  $c = 1/R$  y  $k$  es la constante de conicidad de la SP. La magnitud de  $R$  usada fue de 312.564mm,  $k$  igual a 0.0, que corresponde a la constante de conicidad de una superficie esférica.

Se realizaron dos barridos perpendiculares entre si a las SP, los perfiles de las dos SP y la trayectoria ideal se muestran en la Fig. 3 para los dos ejes perpendiculares. Las diferencias

TABLA I. Radios de curvatura promedio de las dos SP en los dos ejes perpendiculares, así como su desviación estándar.

Superficies de prueba	Radios de Curvatura eje $X$ (milímetros)	Radios de Curvatura eje $Y$ (milímetros)
Molde de acero	314.646	317.155
	$\sigma = 6.59$	$\sigma = 12.19$
Fibra de Carbono	308.518	311.746
	$\sigma = 23.61$	$\sigma = 2.81$

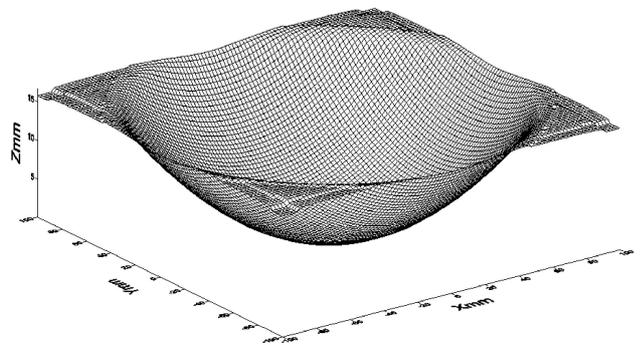
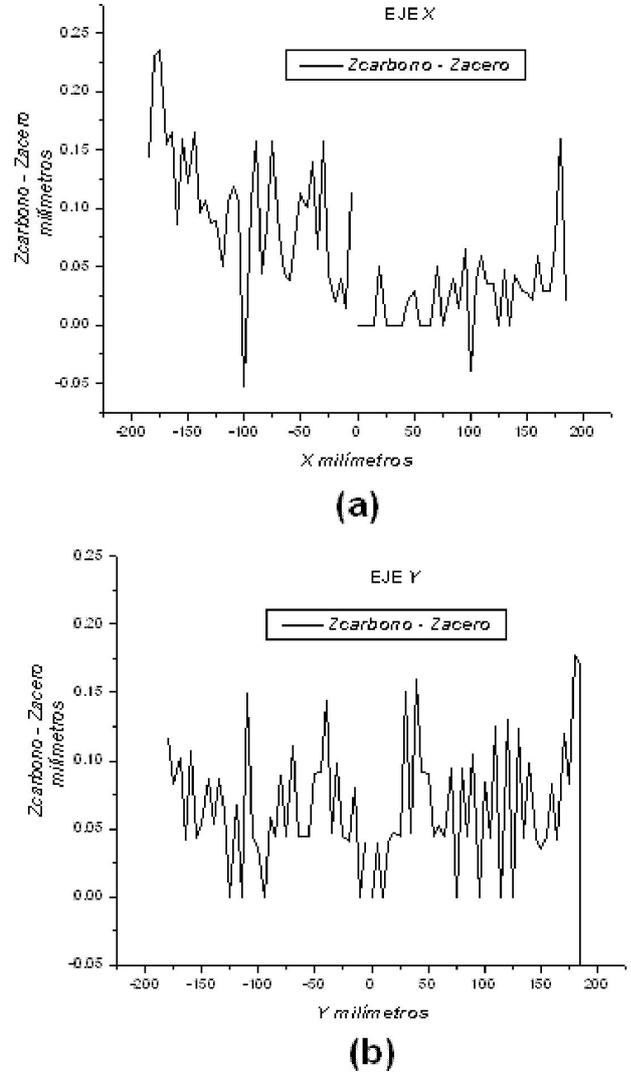
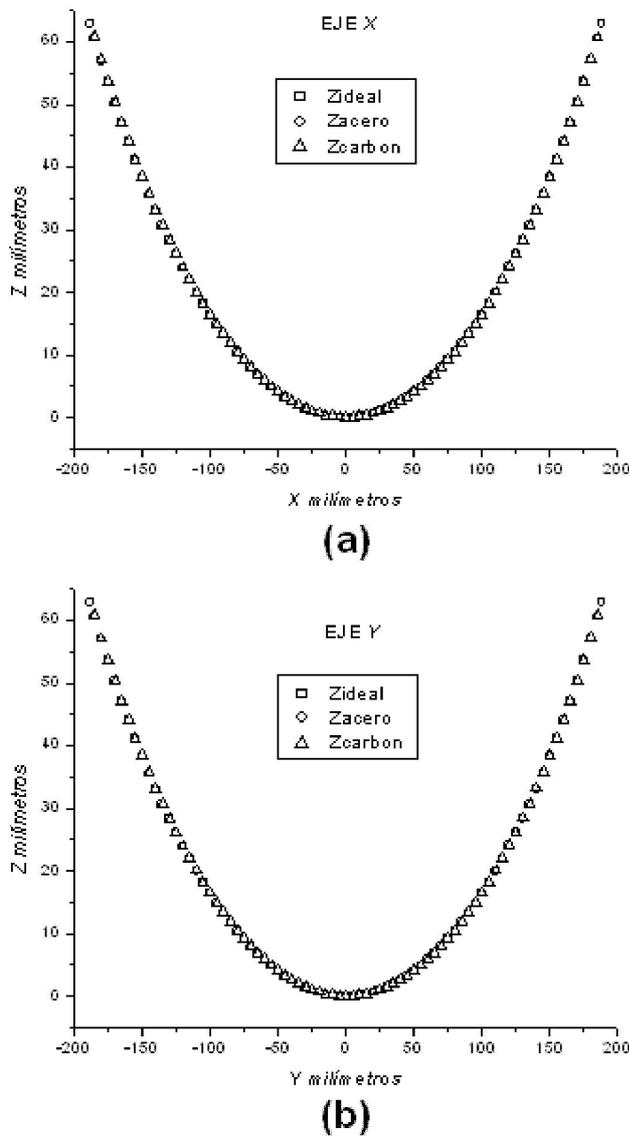
medidas entre las dos SP se muestran en la Fig. 4 y la reconstrucción en 3D de la SP de acero se muestra en la Fig. 5. De los datos obtenidos se determinaron los radios de curvatura promedio en los dos ejes perpendiculares de las SP, la Tabla I muestra estos resultados incluyendo su desviación estándar.

**5. Conclusiones**

Se construyó un perfilómetro para reconstruir la sagita en 3D de superficies no reflectoras tanto cóncavas como convexas en rotación. La reconstrucción se logró proyectando la imagen de una rendija sobre la SP. El sistema fué adaptado al husillo de la MPLSA del INAOE. El perfilómetro se desplaza por una trayectoria ideal que se obtiene por el movimiento del husillo de la MPLSA y con éste se miden las diferencias

de la trayectoria ideal con el perfil de la SP. Girando la tornamesa de la MPLSA es posible reconstruir en 3D la SP.

Con este instrumento se puede controlar el proceso de esmerilado antes de que la superficie llegue a su etapa final de pulido, donde es muy reflectora. El perfilómetro es útil aún para superficies reflectoras usando alguna capa de material opaco.



## Agradecimientos

V.I. Moreno Oliva agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico a través

de una beca de doctorado y a Ana María Zárate Rivera por su colaboración en la elaboración del presente manuscrito.

- 
1. Y. Wang, *Opt. Eng.*, **42** (2003) 3013.
  2. J. Tay, C. Quan, T. Wu y Y. Huang, *Opt. Eng.* **43** (2004) 1152.
  3. X. Su, W. Song, Y. Caoy L. Xiang, *Opt. Eng.* **43** (2004) 708.
  4. L. Jin, Y. Otani y T. Yushizawa, *Opt. Eng.* **40** (2001) 1383.
  5. B. Garcia, M. Cywiak y M. Servin, *Opt. Eng.* **42** (2003) 3004.
  6. S. Chu y M Butler, *J. Opt. Soc. Am.* **24** (1999) 457.
  7. J. Liu y I. Yamaguchi, *Appl. Opt.* **39** (2000) 104.
  8. C. Robledo y V. Moreno, *Análisis de superficies no reflectoras basado en topografía moiré*, Tesis de maestría. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP (2003).
  9. J. Zhong, *Opt. Eng.* **40** (2001) 1377.