

# Óptica difractiva: una revisión al diseño y construcción de sistemas ópticos empleando lentes difractivas

J. Castro-Ramos, S. Vázquez-Montiel, J. Hernández-de-la-Cruz, O. García-Lievanos y W. Calleja-Arriaga  
*Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica,  
Apartado Postal 51 y 217, 72000, Puebla, Pue. México,  
e-mail:jcastro@inaoep.mx*

Recibido el 20 de diciembre de 2005; aceptado el 10 de noviembre de 2006

Hoy en día la óptica difractiva está teniendo un gran auge en la construcción de sistemas ópticos formadores de imagen, debido principalmente a las ventajas que se obtienen en la calidad de la imagen y al empleo de una menor cantidad de elementos ópticos. Así, los elementos ópticos difractivos (EOD) han alcanzado un gran impacto que va en incremento día a día; una clara muestra son los artículos científicos de investigación y divulgación [1-3] que han aparecido por parte de compañías transnacionales como CANON, KODAK y NYKON, entre otras, las cuales mencionan una gran cantidad de proyectos en los que planean construir y evaluar cámaras digitales, proyectores de cristal líquido y otros equipos formadores de imagen, todo ello mediante el empleo de EOD. Bajo el contexto anterior se plantea en este artículo hacer una revisión de los fundamentos en los que se basa la óptica difractiva, los métodos que se utilizan para diseñar los sistemas ópticos empleando elementos ópticos difractivos, así como la descripción de las técnicas más comunes para su fabricación y el empleo que tienen estos sistemas ópticos.

*Descriptores:* Elementos ópticos difractivos; microcomponentes ópticos; diseño ópticos; litografía ópticos.

Nowadays diffractive optics in the fabrication of imaging optical systems is having a boom due to many advantages over the image quality and the use of less optical elements. Diffractive Optical Elements (DOE's) are showing a huge growth in the optical industry and it goes in increasing day to day. Transnational companies like CANON, KODAK and NYON refer to great quantity of projects for building imaging equipment, digital cameras; liquid crystal projectors among others by means of using DOE's, already their results have been appearing in a lot of published papers and technical reports [1-3]. Due to above written, a review on fundamental concepts in which the diffractive optics is based is explained. The methods employed to design optical systems by using diffractive optical elements are check over, the most common techniques to produce such elements are also reviewed. Finally some applications based on DOE's are explored in this paper.

*Keywords:* Diffractive optical elements; integrated optics; optical design; photolithography.

PACS: 01.30.Rr; 07.60.-j; 42.15.Eq; 42.0.Lx

## 1. Introducción

El primer elemento óptico difractivo “la placa zonal”, el cual consiste en un conjunto de regiones circulares opacas y transparentes, fue realizado quizá por Lord Rayleigh en 1871 [4]. Este sistema funciona como una lente que tiene un conjunto infinito de focos a lo largo de su eje óptico, cada uno de los cuales contiene una cierta fracción de la energía incidente. Desafortunadamente, el foco principal sólo contenía el 10 % de la energía total incidente y el resto de la energía era distribuida entre los otros órdenes difractados. Ésta era la principal propiedad de la placa zonal de Fresnel, con lo cual se daba lugar a una pobre calidad en la imagen.

En 1918 Wood fabricó la placa zonal de Fresnel (o placa zonal de fase invertida) [4] que captó un redituable 40 % de energía en el foco principal. Ese tipo de placa fue construida reemplazando las regiones opacas con un material transparente de cierto grosor óptico. Mientras la eficiencia en los órdenes de difracción fue mejorada sustancialmente, hubo una gran señal de fondo que tendió a reducir el contraste de la imagen.

A principios de los años 50 y 60's, varios investigadores consideraron cortes en forma de dientes de sierra (*blazing*) en la placa zonal, con la finalidad de incrementar la cantidad de energía que se concentra en un orden de difracción particular. De manera teórica, dentro de la aproximación escalar, era

posible alcanzar una eficiencia de difracción del 100 % en un foco dado, haciendo uso de este tipo de lente de Fresnel (*blazed*). Desafortunadamente, la tecnología para la fabricación de este tipo de elemento difractivo, en aquellos años no estaba disponible para producirlos en cantidades significativas.

A finales de 1960, Lesem, Hirsch y Jordan desarrollaron el *kinofom*; elemento óptico difractivo cuyo control de fase se hace modulando el perfil de una superficie óptica, esto es, modulando el espesor de la misma. Durante este periodo se iniciaron varias técnicas de fabricación, las cuales serán detalladas más adelante, con ellas surgió un gran interés en el inicio de la construcción de la óptica difractiva en relieve de superficies. De particular interés fue el método para crear el perfil de la superficie, basado en un conjunto de máscaras fotolitográficas binarias desarrollado en los años 70's [5,6]. Sin embargo, el auge de la óptica difractiva llegó realmente en los años 80's, cuando el término de óptica binaria recibió gran atención gracias al excelente trabajo que fue realizado en el MIT Lincoln Laboratory [7,8]. Este trabajo hizo posible la fabricación de lentes de Fresnel con una eficiencia de difracción aproximadamente del 90 %. Actualmente las superficies de relieve de los EOD, son fabricadas por procesos fotolitográficos y grabados de plasma, lo cual produce superficies suaves y bien definidas, con eficiencias de alrededor del 94 % [9].

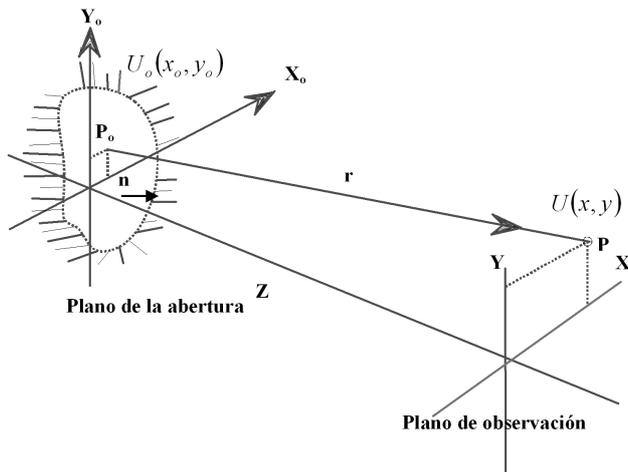


FIGURA 1. Configuración de los planos de apertura y de observación.

En este artículo presentamos una revisión, de las técnicas de diseño y fabricación más relevantes que se utilizan actualmente para desarrollar y aplicar los EOD. El trabajo inicia en la Sec. 2, donde se presentan los fundamentos de la teoría escalar de la difracción, de Fresnel y Fraunhofer. En la Sec. 3 se presentan las propiedades de transmisión y fase de los EOD, mientras que en la Secs. 4 y 5 se presentan los métodos para fabricar y probar los EOD's. El artículo concluye en la Sec. 6 donde se presentan las aplicaciones más usuales de los EOD y finalmente se detalla un ejemplo muy particular de un EOD, el cual empieza desde el diseño hasta su construcción.

## 2. Difracción de Fresnel y de Fraunhofer

De acuerdo con Goodman [10], la difracción no es ni reflexión ni refracción. El término difracción viene del latín *diffractus*, que significa quebrar o desviar. La difracción es junto con la interferencia un fenómeno típicamente ondulatorio y se observa cuando en su propagación una onda se distorsiona al incidir en un obstáculo cuyas dimensiones son comparables a la longitud de onda de la radiación incidente. Este fenómeno de la difracción tiene su explicación en el principio enunciado por Christian Huygens en 1690, el cual dice que cada punto de un frente de onda primario sirve como fuente de onditas esféricas secundarias, tales que el frente de onda primario un tiempo más tarde es la envolvente de esas onditas. Además las onditas avanzan con una rapidez y frecuencia igual a la de la onda primaria en cada punto del espacio. Así mismo podemos hablar de difracción de campo cercano o de Fresnel y de campo lejano o de Fraunhofer. Consideremos la difracción de un frente de onda monocromático debido a una abertura finita, en una pantalla opaca infinita, como se muestra en la Fig. 1.

Analíticamente la difracción de Fresnel o campo cercano es un caso especial de la solución general obtenida por Sommerfeld conocida como la fórmula de difracción de Rayleigh-Sommerfeld [10]:

$$U(P) = \frac{1}{i\lambda} \iint_A U_0(x_o, y_o) \frac{e^{ikr}}{r} \text{Cos}(\hat{\eta}, \hat{r}) dx_o dy_o; \quad (1)$$

ecuación que nos proporciona la amplitud del campo (eléctrico o magnético) difractado de una onda monocromática en el punto de interés  $P$  localizado a lo largo de  $r = \|\vec{r}\|$  debida a una abertura finita. La Ec. (1) se puede interpretar como la superposición de ondas esféricas secundarias que se originan en fuentes secundarias virtuales sobre el plano de la abertura. La amplitud de estas ondas esféricas es proporcional a la amplitud del campo óptico incidente  $U_0(x_o, y_o)$  en la abertura y también es proporcional al factor  $1/\lambda$ , donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la radiación incidente,  $k$  es la magnitud del vector de propagación ( $2\pi/\lambda$ ), e  $i$  es el número imaginario puro. Además la amplitud de estas ondas secundarias se ve afectada por el factor de oblicuidad  $\text{cos}(\hat{\eta}, \hat{r})$ , que describe la dirección de las mismas y que está representado por el coseno del ángulo entre el vector normal a la abertura  $\hat{\eta}$  y el vector de posición  $\hat{r}$ , como se muestra en la Fig. 1.

Si ahora suponemos que la distancia desde el punto en el plano de la abertura de difracción al punto en el plano de observación es mucho mayor que el tamaño de la abertura, entonces

$$1/r \approx 1/z \quad \text{y} \quad \text{cos}(\hat{\eta}, \hat{r}) \approx 1.$$

Hacemos notar que la magnitud del vector de posición  $\vec{r}$  que se encuentra en el exponente no se puede aproximar de la misma manera, como en el denominador del integrando, ya que con variaciones pequeñas de fase el exponente cambia considerablemente [10]. Si hacemos una aproximación en la magnitud del vector de posición  $\vec{r}$  hasta un segundo término usando el teorema del binomio, a partir de la Ec. (1) se puede obtener la amplitud del campo en el plano de observación [10]:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \times \iint_A U_0(x_o, y_o) e^{\frac{ik}{2z}[(x-x_o)^2 + (y-y_o)^2]} dx_o dy_o. \quad (2)$$

Esta ecuación es conocida como la **integral de difracción de Fresnel o de campo cercano**, que representa una superposición de ondas esféricas en la aproximación paraxial. La amplitud de estas ondas es proporcional a la amplitud compleja del campo que incide en la abertura  $U_0(x_o, y_o)$  y al factor  $1/\lambda$ . Igualmente estas ondas tienen un corrimiento de fase de  $\pi/2$  indicado por el factor  $1/i$ .

La difracción de Fraunhofer ocurre cuando el camino óptico de puntos desde la abertura de difracción al punto de observación depende linealmente de las coordenadas de la abertura. Esto puede llevarse a cabo considerando que la fuente y el plano de observación se encuentran muy lejos de la abertura.

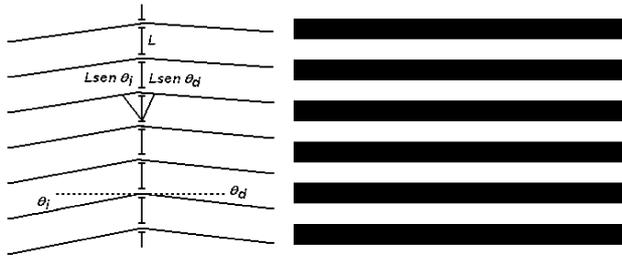


FIGURA 2. Esquema de la rejilla de difracción.

A diferencia de la difracción de Fresnel, la difracción de Fraunhofer tiene lugar en un plano de observación a una distancia todavía mucho más grande comparada con el tamaño de la abertura [10, 11] ( $\approx 1$  Km), por lo que también es llamada difracción de campo lejano. Para determinar la integral de difracción de Fraunhofer, desarrollamos los binomios en la integral de difracción de Fresnel, para campo cercano y de acuerdo con Born & Wolf [11] se acostumbra la siguiente aproximación:

$$z \gg \frac{k}{2} (x_0^2 + y_0^2) \Rightarrow e^{\frac{ik}{2z}(x_0^2 + y_0^2)} \rightarrow 1$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$ , ante esta aproximación se tiene la siguiente ecuación conocida como **la integral de difracción de Fraunhofer o de campo lejano**, expresión que es fácilmente reconocible y se puede escribir en términos de la transformada de Fourier [12]:

$$\begin{aligned} U(x, y) &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)} \\ &\times \int_A \int U_0(x_0, y_0) e^{-i2\pi(u x_0 + v y_0)} dx_0 dy_0 \\ &= \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)} \mathfrak{F}\{U_0(x_0, y_0)\}, \end{aligned} \quad (3)$$

donde se han definido las coordenadas de frecuencia espacial  $u = x/\lambda z$   $v = y/\lambda z$ . Lo anterior significa que la amplitud compleja del patrón de difracción de Fraunhofer es proporcional a la transformada de Fourier de la distribución del campo óptico en el plano de la abertura. Mediante algunas suposiciones, como el hecho de que para ondas planas o esféricas y monocromáticas la distribución de irradiancia del campo es proporcional al modulo cuadrado de la intensidad [11], es decir,

$$I(x, y) = \frac{1}{\lambda^2 z^2} |\mathfrak{F}\{U_0(x_0, y_0)\}|^2. \quad (4)$$

Aprovechando la relación entre la teoría escalar de difracción y del análisis de Fourier, describimos algunos teoremas que serán muy útiles. Sabemos de la Ref. 12, que toda función periódica, real o compleja, se puede expresar como un desarrollo en serie de funciones armónicas seno o coseno o bien como una exponencial compleja, de tal manera que si  $f(t)$  es la función descrita entonces:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i n \omega_0 t}, \quad (5)$$

donde los coeficientes  $C_n$ , la frecuencia  $\omega_0$  y el periodo  $T$  de la función están relacionados por

$$\omega_0 = 2\pi/T, \quad C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-i n \omega_0 t} dt. \quad (6)$$

Existe en el análisis de Fourier un teorema conocido como el de la energía o de Parseval, que nos dice que si una función es real y periódica, entonces

$$\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} [f(t)]^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |C_n|^2, \quad (7)$$

lo que se interpreta como energía total del sistema, esto es, si se supone que  $f(t)$  es el voltaje de una fuente conectada a través de una resistencia de  $1 \Omega$ , entonces la cantidad del lado derecho de la Ec. (7) es la energía total entregada por la fuente; de esto vemos que los coeficientes de la serie de Fourier nos proporcionan la energía total en el plano de observación.

Bajo las consideraciones anteriores se define aquí la eficiencia  $\eta_m$  para un orden de difracción  $m$  como

$$\eta_m = C_m C_m^* = |C_m|^2. \quad (8)$$

que se entiende como la fracción de la energía incidente que es difractada dentro del orden  $m$  en particular. Esta eficiencia está dada por el modulo cuadrado de los coeficientes de Fourier, donde el asterisco denota el complejo conjugado.

### 2.1. Rejilla de difracción

Brevemente podemos decir que una rejilla de difracción es una pieza de material transparente o semitransparente, que está compuesta de un gran número de rendijas paralelas de igual tamaño y situadas a la misma distancia una de la otra. Analicemos como ejemplo de la difracción de Fraunhofer a la rejilla de difracción. Por simplicidad se considera una rejilla unidimensional y el análisis se restringe al plano  $yz$ , la rejilla está colocada a lo largo del eje  $y$ , en  $z = 0$ , la Fig. 2 muestra una vista de perfil y de frente de la rejilla.

Definamos, como es común, la función de transmitancia de un objeto como la razón del campo óptico saliente y el campo incidente. Supongamos que la rejilla de difracción tiene un periodo fundamental  $L$ , lo que lleva a escribir la función de transmisión  $U(y)$  para la rejilla como  $U(y) = U(y + L)$ . Debido a la periodicidad,  $U(y)$  se puede expresar como se describió en la sección anterior, en términos de una serie de Fourier:

$$U(y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp(i2\pi m f_0 y), \quad (9)$$

donde  $f_0 = 1/L$  es la frecuencia espacial de la rejilla y los coeficientes  $C_m$  están dados por la Ec. (6).

Si  $U(y)$  es una función puramente real y positiva, entonces la rejilla es una *rejilla de amplitud*, mientras que si  $U(y)$  es una función compleja es una *rejilla de fase*. En general  $U(y)$  puede tener tanto componentes de amplitud y fase. Sin embargo, para muchas aplicaciones practicas, es importante maximizar la transmisión del sistema, así que los elementos de fase son preferidos. Supongamos que una onda plana de amplitud unitaria que incide a un ángulo  $\theta_i$  con respecto al eje  $z$  (ver Fig. 2) en la rejilla, en el plano  $z = 0$ , tiene la forma dada por [13]

$$U_{\text{onda plana}}(y, z = 0) = \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_v/n} y \sin(\theta_i)\right), \quad (10)$$

donde  $n$  es el índice de refracción del sustrato en el que se graba la rejilla,  $n'$  es el índice de refracción del medio después de que la luz atraviesa la rejilla,  $\theta_i$  es el ángulo con el que incide la luz y  $\lambda_v$  es la longitud de onda de la radiación incidente. El campo transmitido por la rejilla  $U_t(y, z = 0)$ , es el producto entre el campo incidente y la función de transmitancia, así tenemos que

$$\begin{aligned} U_t(y, z = 0) &= U_{\text{onda plana}}(y, z = 0) \bullet U(y) \\ &= \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda_v/n} y \sin(\theta_i)\right) \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp(i2\pi m f_o y) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp\left[i2\pi y \left(\frac{\text{sen}(\theta_i)}{\lambda_v/n} + m f_o\right)\right] \\ &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp\left[i2\pi y \frac{\text{sen}(\theta_d)}{\lambda_v/n'}\right]. \end{aligned} \quad (11)$$

La expresión anterior representa el campo óptico difractado por una rejilla de frecuencia  $f_0$  como una serie de ondas planas con amplitudes iguales a los coeficientes de Fourier  $C_m$ , donde los ángulos de propagación de la onda plana incidente y emergente de la rejilla se pueden obtener a partir de la Ec. (11) y están relacionados de la siguiente forma:

$$\frac{\text{sen}(\theta_d)}{\lambda_v/n'} = \frac{\text{sen}(\theta_i)}{\lambda_v/n} + m f_o, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty. \quad (12)$$

La Ec. (12) es conocida como ecuación de la rejilla, esto significa que si un haz de luz monocromático de ondas planas incide sobre la rejilla la luz se difractará en cada una de las líneas de la rejilla, emanando de cada una de ellas una serie infinita de haces colimados como se muestra en la Fig. 2. La frecuencia de la rejilla determina la dirección de la propagación de los órdenes difractados, mientras que las propiedades de transmisión de un periodo individual determinan la distribución de energía entre los varios órdenes difractados, es decir, la distribución de energía entre los órdenes será función del único periodo de la función de transmitancia.

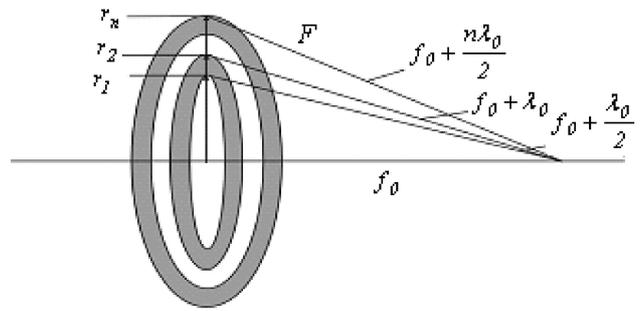


FIGURA 3. Placa zonal con radio  $r_n$  iluminada con una onda plana.

2.2. La placa zonal

Ahora tomemos a la placa zonal como ejemplo de la difracción de Fresnel. Consideremos una abertura dividida en regiones anulares como las de la Fig. 3, es decir, una pantalla de rendijas estrechas de círculos concéntricos si la pantalla es iluminada por una onda plana monocromática de longitud de onda  $\lambda_0$ . En el punto P enfrente de la pantalla las ondas que emergen de cada una de las ranuras están en fase, si la diferencia de camino óptico es un múltiplo entero  $n$  de la longitud de onda, i.e.,  $l_n - f_0 = n\lambda$ , del teorema de Pitágoras vemos que el radio de los círculos concéntricos es calculado como  $r_n = \sqrt{l_n^2 - f_0^2}$ , o bien

$$r_n = \sqrt{(n\lambda)^2 + 2f_0 n \lambda} \quad n = 0, 1, 2, \dots, \infty. \quad (13)$$

De esta ecuación vemos que las rendijas circulares concéntricas son capaces de enfocar una onda monocromática plana en pequeñas regiones con mucha intensidad. Si suponemos que los anchos de las rendijas concéntricas abarcan todos los rayos de luz constructivos en el punto focal, entonces las rendijas deberían llegar a tener medio periodo de las zonas circulares, las cuales se definen como zonas de Fresnel. Si las aberturas circulares son divididas en zonas de Fresnel y las zonas alternas son cubiertas con un material opaco, tenemos lo que es llamado una placa zonal de Fresnel. Además, si la transmitancia de una placa zonal de Fresnel varía sinusoidalmente, obtenemos lo que se conoce como una lente zonal de Fresnel.

Según la definición anterior la transmitancia  $t(x, y)$  de una placa zonal de Fresnel en amplitud es una función de  $r^2$  y se puede escribir como  $t(r^2) = |A(r^2)| e^{i\varphi(r^2)}$ , donde  $\varphi(r^2)$  representa la variación de la fase introducida por la placa zonal. Debido a su periodicidad en  $r^2$ , la función de transmitancia se puede representar como una suma de series de Fourier, de tal manera que haciendo uso de la Ec. (5) dicha función queda expresada mediante [14]

$$\begin{aligned} t(r^2) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{i \frac{2\pi n r^2}{p}}, \quad \text{con} \\ A_n &= \frac{1}{p} \int_{x_0}^{x_0+p} t(r^2) e^{-i \frac{2\pi n x}{p}} dx. \end{aligned} \quad (14)$$

Por otro lado la aproximación cuadrática de una onda esférica divergente que proviene de un punto situado a una distancia  $z$  del plano  $(x, y)$  es considerado como [10]

$$\exp \left[ \frac{ik}{2z} (x^2 + y^2) \right] = \exp \left[ \frac{ikr^2}{2z} \right];$$

comparando con la función de la placa zonal de Fresnel

$$\exp \left( i \frac{2\pi nr^2}{p} \right)$$

se tiene que

$$\exp \left[ \frac{i2\pi nr^2}{p} \right] = \exp \left[ \frac{ikr^2}{2z} \right].$$

De aquí que  $z = f = p/2\lambda n$ , representan los focos de una onda esférica convergente o divergente.

Se puede observar que una placa zonal periódica en  $r^2$ , al iluminarla con una onda plana monocromática, dará lugar a una serie de ondas esféricas que convergen o divergen de puntos  $f_n$ , tales que  $f_n = p/2\lambda n$ . Para cada  $n = \pm 1$  se obtiene el denominado foco principal o simplemente foco de la placa zonal y para  $n \neq \pm 1$  se tienen las distancias focales secundarias. La luz no difractada que pasa a través de la PZF forma el orden cero. La expresión  $f_n = p/2\lambda n$  nos dice que una placa zonal es un elemento con cromatismo pronunciado, ya que cada uno de los focos es inversamente proporcional a la longitud de onda  $\lambda$  de iluminación y que la longitud focal para el color rojo será más corta que para el color azul.

Derivemos de una manera más formal una ecuación para las coordenadas  $z$  de los planos focales y para las amplitudes de los órdenes difractados usando la teoría escalar de la difracción.

Denotamos por  $t(x, y)$  la función compleja de transmitancia de la PZF. Ya que ésta tiene simetría radial podemos escribir

$$t(r^2) = t(x^2 + y^2) = t(r^2 + mr_p^2). \quad (15)$$

En esta ecuación  $m$  denota un entero arbitrario  $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots etc.$  Si suponemos que la placa zonal está en la posición  $z = 0$  y además es iluminada por una onda plana, entonces la amplitud compleja  $U(x', y', z')$  del campo óptico difractado en algún plano  $z \geq 0$  está dada por la integral de difracción de Fresnel [Ec. (2)]. Al sustituir la Ec. (14) en la Ec. (2) se tiene

$$U(x', y', z) = \sum_s A_s e^{\frac{i\pi}{\lambda z_s} (x'^2 + y'^2)} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi \left( \frac{s}{r_p^2} + \frac{1}{2\lambda z} \right) (x^2 + y^2)} e^{i \frac{2\pi}{\lambda z} (xx' + yy')} dx dy. \quad (16)$$

En el origen, esto es, en  $x' = y' = 0$ , tenemos

$$U(0, 0, z) = \sum_s A_s \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi \left( \frac{s}{r_p^2} + \frac{1}{2\lambda z} \right) (x^2 + y^2)} dx dy. \quad (17)$$

Si ahora  $s/r_p^2 + 1/2\lambda z = 0$  tenemos picos que son los focos para la PZF, para  $z = z_s, z_s = -(r_p^2)/(2s\lambda) s = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  Lo cual ésta de acuerdo a lo mencionado líneas arriba donde el periodo fundamental  $p = r_p^2$ . Se debe notar que para  $s = 0, z_s < 0$ , corresponde a una onda esférica divergente de la PZF, y los valores negativos de  $s$  dan las coordenadas  $z$  de los planos focales de la PZF. Los planos  $z = z_p$  son los planos focales de la PZF, recordando la definición de la  $\delta$  de Dirac, la Ec. (16) se puede escribir como

$$U(x', y', z) = A_s e^{\frac{i\pi}{\lambda z_s} (x'^2 + y'^2)} \delta \left( \frac{x'}{\lambda z_s}, \frac{y'}{\lambda z_s} \right) + \sum_{m \neq s} A_m. \quad (18)$$

Los coeficientes de Fourier dan los valores de la amplitud de los focos de la PZF. La amplitud de la onda enfocada en el plano  $z_s$  es  $A_s$ . La suma en la Ec. (18) para  $m \neq s$  representan las ondas que son difractadas dentro de los otros planos  $z = z_m$ .

En esta sección hemos revisado de manera muy general la difracción de Fresnel y Fraunhofer, como ejemplo específico de ellas, hemos analizado la rejilla de difracción y la placa zonal Fresnel. En la siguiente sección se analizarán las propiedades de las lentes difractivas, deducidas en base a lo revisado en esta sección.

### 3. Lentes difractivas

En esta sección analizaremos los modelos que se han establecido para el diseño de lentes difractivas. Empezaremos con el análisis del funcionamiento de los elementos difractivos y su comparación con el funcionamiento de las lentes convencionales, la representación general de la fase de los elementos difractivos, las aberraciones de primer y tercer orden de las lentes difractivas. Finalmente, se explicarán las ventajas que se obtienen al combinar las lentes difractivas con lentes convencionales.

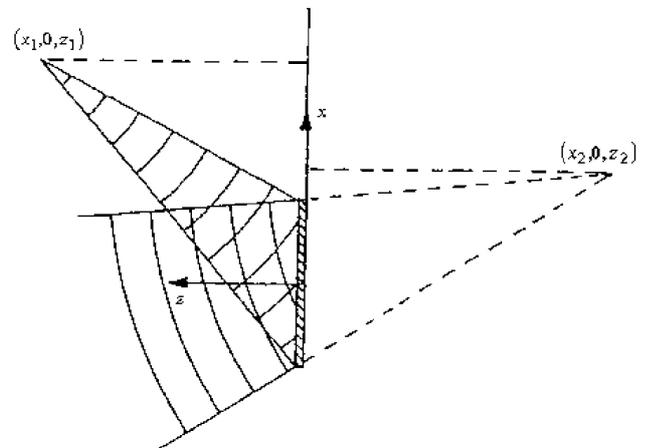


FIGURA 4. Exposición geométrica del holograma

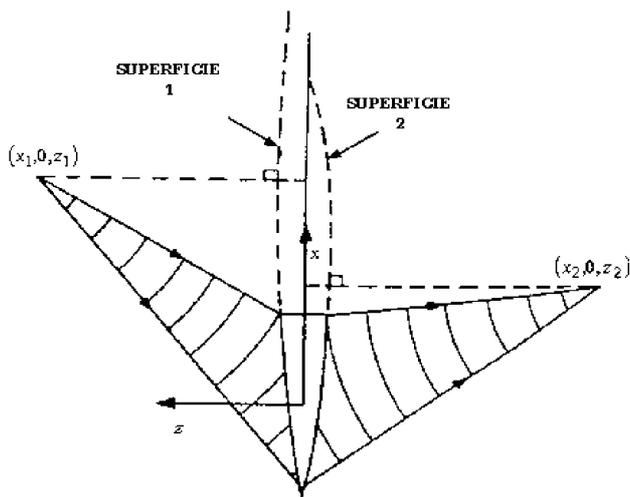


FIGURA 5. Lente equivalente de un elemento óptico holográfico.

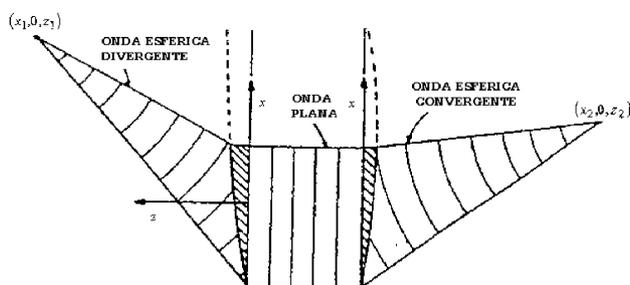


FIGURA 6. Vista ampliada de una lente equivalente.

**3.1. Descripción de elementos ópticos difractivos y holográficos como lentes**

Un elemento óptico difractivo (EOD) es una nueva clase de óptica que opera sobre el principio de la difracción. Los elementos ópticos convencionales usan su forma para desviar la luz. La óptica difractiva trabaja por dividir las ondas, entrantes de luz en un gran número de ondas las cuales al recombinarse forman ondas completamente nuevas como se explicó en la teoría de difracción. De manera general, una lente difractiva consiste en una serie de anillos radiales o zonas de ancho decreciente tal y como una placa zonal.

Existen algunas maneras de explicar el funcionamiento de una lente difractiva; daremos aquí la más aceptada. Es un hecho conocido que para un cierto orden de difracción, un Elemento holográfico o difractivo puede ser considerado como una lente convencional donde el índice de refracción se aproxima a infinito y las curvaturas y espesor se aproximan a cero, de tal manera que el elemento holográfico permanece finito [15].

Los elementos holográficos son expuestos normalmente usando dos ondas esféricas, como se muestra en la Fig. 4.

Cualquier holograma plano que es expuesto usando dos ondas esféricas que interfieren, puede ser representado exactamente por dos lentes plano convexas en contacto, donde las superficies convexas son hiperboloides y el índice se aproxima

ma a infinito. En la Fig. 5 se presenta la lente equivalente de un elemento óptico holográfico, formado con las características anteriores.

La Fig. 6 muestra una vista ampliada del modelo de dos lentes. La lente de la izquierda es plano hiperbólica, ésta transforma la onda esférica divergente del punto  $(x_1, 0, z_1)$  dentro de una onda plana propagándose en la dirección  $z$  [16]. La lente plana hiperbólica de la derecha transforma la onda plana en una onda esférica convergente, enfocando en el punto  $(x_2, 0, z_2)$ . Los hiperboloides que describen las superficies 1 y 2 son descritos, respectivamente, por

$$y^2 + (x - x_1)^2 = (n_0^2 - 1) z^2 - 2(n_0 - 1) 2z_1,$$

$$y^2 + (x - x_2)^2 = (n_0^2 - 1) z^2 - 2(n_0 - 1) 2z_2. \quad (19)$$

Estas superficies tienen radios de curvatura medidos a partir de sus vértices, dados por

$$r_1 = (n_0 - 1) z_1 \approx n_0 z_1, \quad (20)$$

$$r_2 = (n_0 - 1) z_2 \approx n_0 z_2,$$

y constantes de conicidad

$$k_1 = k_2 = -n_0^2, \quad (21)$$

donde  $n_0$  es el índice de refracción asociado con la longitud de onda de exposición  $\lambda_0$ . Tal como ha sido comprobado por Sweatt [15], la teoría mencionada se satisface completamente al realizar un trazo de rayos a través de un elemento holográfico empleando la teoría de la difracción [17].

**3.2. Lentes difractivas y su función de fase**

En algunas aplicaciones, una componente óptica puede requerir el uso de una superficie difractiva combinada con una lente clásica convencional. En otros casos los requerimientos pueden ser satisfechos con solo un elemento difractivo. Una lente difractiva es un elemento óptico que funciona de manera similar a una lente convencional (refractiva-reflectiva). Este elemento óptico utiliza alguna estructura periódica fundamental junto con la naturaleza ondulatoria de la luz a fin de cambiar la dirección de propagación de la luz de manera controlada. Este elemento consiste en zonas que retardan la luz incidente por modulación del perfil de la superficie, es decir, la función de fase que caracteriza este elemento óptico hace que la luz incidente interfiera y forme al final el frente de onda deseado.

Para obtener el frente de onda deseado, después de pasar por el sistema óptico difractivo, es necesario conocer la función de fase de este elemento, la cual permitirá modular la luz. Supongamos que iluminamos un elemento de fase con un frente de onda esférico incidente  $\phi_i(x, y)$ , este elemento genera una onda de salida  $\phi_s(x, y)$ , el cual queda determinado por su función fase (ver Fig. 7):

$$\phi_s(x, y) = \phi_i(x, y) + \phi(x, y). \quad (22)$$

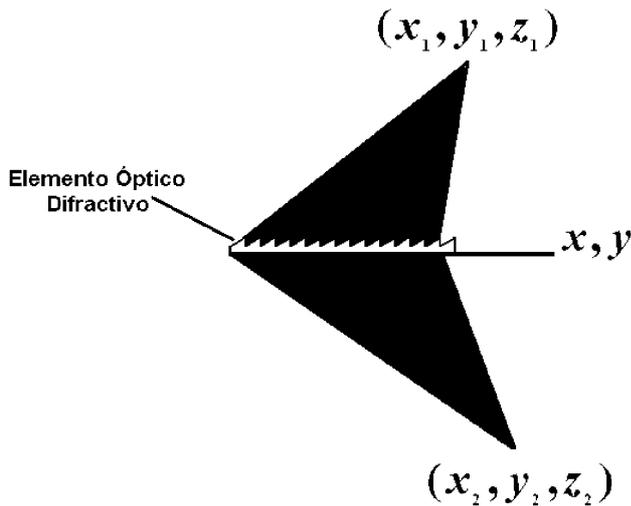


FIGURA 7. Elemento difractivo que forma un punto imagen  $(x_2, y_2, z_2)$  del punto objeto  $(x_1, y_1, z_1)$ .

De esta ecuación se puede obtener la función de fase del elemento difractivo  $\phi(x, y)$ , la cual es descrita por la ecuación

$$\phi(x, y) = \phi_s(x, y) - \phi_i(x, y). \tag{23}$$

Con ayuda de la siguiente expresión podemos determinar las fases  $\phi_i(x, y)$  y  $\phi_s(x, y)$  para la onda de entrada y salida a partir de la geometría de la Fig. 7:

$$\phi_i(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + z_i^2}, \tag{24}$$

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda de diseño, el término que acompaña la raíz cuadrada que se encuentra del lado derecho de la Ec. (24) indica el camino óptico de la luz (donde el índice de refracción es 1) y el subíndice  $i = 1, 2$  indica las coordenadas del punto objeto e imagen, respectivamente.

Para el caso más general, la función de fase  $\phi(x, y)$  del elemento óptico difractivo es expresada como [18]

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sum_m \sum_n a_{mn} x^m y^n, \tag{25}$$

donde el factor  $a_{mn}$  representan los coeficientes de la función fase que quedan determinados si se conoce la posición del objeto e imagen y  $x, y$  son las coordenadas en el elemento óptico difractivo. Cuando se tiene simetría rotacional en el EOD la Ec. (25) se reduce a la siguiente expresión:

$$\phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( a_2 (x + y) + a_4 (x + y)^2 + a_6 (x + y)^3 + a_8 (x + y)^4 + \dots \right). \tag{26}$$

Ésta es una expresión más simple de trabajar, desde el punto de vista en que el número de coeficientes a encontrar es menor que en la Ec. (25).

Para diseñar un EOD basta con encontrar la función de fase  $\phi(x, y)$  que module el frente de onda incidente y obtener así el frente de onda deseado. Una vez que se obtiene la

función de fase, la estructura física de la lente difractiva es calculada mediante la función de perfil

$$h \left( r = \sqrt{x^2 + y^2} \right) = \left( \frac{\lambda_0}{n(\lambda_0) - 1} \right) \text{ mód} \left[ \frac{\phi(r, \lambda_0)}{2\pi} \right],$$

donde la altura máxima del perfil de la superficie corresponde a una fase de  $2\pi$  y es igual a

$$h_{\text{máx}} = \lambda_0 / [n(\lambda_0) - 1]$$

En la siguiente sección se describirán dos métodos para encontrar los coeficientes  $a_i$  de la función de fase dada por la Ec. (26).

### 3.2.1. Placa zonal y sus aberraciones

Con la finalidad de entender que significado tiene cada coeficiente de la Ec. (26), tomemos como modelo a la placa zonal. Supongamos que iluminamos a la placa zonal de radio  $r_n$  con una onda plana o con luz colimada monocromática de longitud de onda  $\lambda$  (ver Fig. 3).

Los radios  $r_n$  de cada zona se pueden calcular considerando que la diferencia de camino óptico entre un rayo que pasa por el centro y otro rayo que pasa en el borde de la placa zonal de radio  $r_n$  sea de  $n\lambda/2$ . Así, tenemos de la Ec. (13) que

$$r_n = \sqrt{n\lambda f + \frac{n^2 \lambda^2}{4}},$$

donde  $f$  es la distancia focal de la placa zonal y  $n$  es el número total de anillos.

Se pueden encontrar las aberraciones de tercer orden en una placa zonal similarmente a como se hace para el caso de una superficie refractiva. Desarrollando en una serie binomial la diferencia de camino óptico de los rayos  $F - f$  [19] (ver Fig. 3), para obtener finalmente

$$DCO = \frac{r_n^2}{2f} - \frac{r_n^4}{8f^3} + \frac{r_n^6}{16f^5} - \frac{5r_n^8}{128f^7} + \dots \tag{27}$$

Haciendo la comparación con la Ec. (26), tenemos que el primer término  $a_2 = 1/2f$  tiene una dependencia en  $r_n^2$  y depende de las propiedades paraxiales de la placa zonal; éstos son, el número de anillos, el semidiámetro de la lente, la longitud de onda de iluminación y la distancia focal de la lente.

En el segundo término de la Ec. (27),  $r_n^4/8f^3$ ,  $a_4 = -1/8f^3$ , se observa que tiene una dependencia a la cuarta potencia del radio de la placa zonal que, comparando con las aberraciones de Seidel [11], se puede decir que corresponde a la aberración esférica de tercer orden del frente de onda. Los términos de orden mayor indican la cantidad de aberración esférica de alto orden.

Las expresiones para las aberraciones fuera de eje en la placa zonal se pueden encontrar considerando que se ilumina la placa con luz colimada a un ángulo  $\alpha$  (ver Fig. 8).

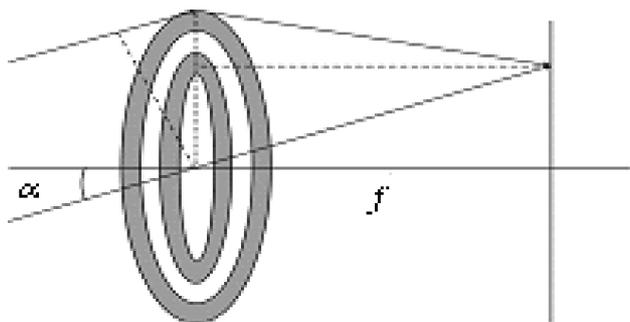


FIGURA 8. Placa zonal iluminada con luz colimada inclinada un ángulo  $\alpha$ .

La diferencia de camino óptico (DCO) entre un rayo que pasa por el borde y otro que pasa por el centro [20] de la placa zonal es

$$DCO = r_n \text{sen}(\alpha) + f \left[ 1 + \left( \tan \alpha - \frac{r_n}{f} \right)^2 \right]^{1/2} - f \left[ 1 + \tan^2 \alpha \right]^{1/2}. \quad (28)$$

Nuevamente,  $r_n$  es el semidiámetro y  $f$  es la distancia focal de la placa zonal.

Con la finalidad de obtener las aberraciones de Seidel fuera de eje, se hace un desarrollo binomial a las expresiones que se encuentran entre paréntesis en la Ec. (28) y sus correspondientes en series de potencias a las funciones  $\text{sen}(\alpha)$  y  $\tan(\alpha)$ , para finalmente obtener

$$DCO = \frac{r_n^2}{2f} - \frac{r_n^4}{8f^3} + \frac{r_n^3 \alpha}{2f^2} - \frac{3r_n^2 \alpha^2}{4f} + \dots \quad (29)$$

Se puede observar que las primeras dos expresiones corresponden a los mismos términos que en la Ec. (29) ya descritas anteriormente.

El tercer término de la Ec. (29) tiene una dependencia a la primera potencia con el ángulo de campo  $\alpha$  y a la tercera potencia del semidiámetro de la pupila, por consiguiente se le atribuye a esta expresión la aberración de coma. En el cuarto término está inmerso el astigmatismo y la curvatura de Petzval. Se divide este término en dos expresiones y haciendo una analogía con los términos correspondientes al astigmatismo y curvatura de Petzval para las aberraciones de Seidel de una superficie refractiva, tenemos que  $-(r_n^2 \alpha^2)/2f$  representa el astigmatismo y  $-(r_n^2 \alpha^2)/4f$  a la curvatura de Petzval. Puede notarse que no existe el término de distorsión y que por consiguiente la imagen que se forma por la placa zonal está libre de esta aberración a lo largo del campo.

### 3.2.2. Modelo de Sweatt

Como se ha descrito anteriormente, una lente difractiva es una rejilla de difracción con frecuencia variable. Una alternativa para diseñar este tipo de lentes es usar el modelo matemático propuesto por Sweatt [15]. Este autor propone que una lente difractiva se puede analizar como una lente delgada

refractiva, pero con la diferencia de que esta lente debe tener un índice de refracción muy grande, por ejemplo 10,000 [21]. Una ventaja principal de usar este modelo, es que nos permite diseñar las lentes difractivas aplicando el trazo de rayos para superficies convencionales. Dicho en otras palabras, este modelo permite derivar las expresiones para los coeficientes de las aberraciones a tercer orden para una lente difractiva, directamente de las ecuaciones de lentes delgadas convencionales [20,21].

En las lentes convencionales las curvaturas son usadas como variables en el proceso de optimización, en las lentes difractivas, el coeficiente  $a_2$  de la Ec. (26) está relacionado íntimamente con las propiedades paraxiales de la lente difractiva, como se vio en la sección anterior y se calcula de la siguiente manera:

$$a_2 = -\frac{1}{2f}, \quad (30)$$

donde  $f$  es la distancia focal de la lente difractiva.

Los coeficientes  $a_4, a_6, \dots$  son los grados de libertad del diseñador. Turunen y Wyrowski [22] nos dicen que el espesor introducido por aquellos términos adicionales de asfericidad [Ec. (31)], puede ser fácilmente convertido a valores de los coeficientes de la fase difractiva.

De acuerdo con la relación lineal que existe entre el índice de refracción y la potencia de la lente, el índice de refracción como una función de la longitud de onda puede ser escrito como

$$n_s(\lambda) = \frac{\lambda}{\lambda_0} [n_s(\lambda_0) - 1] + 1,$$

donde el subíndice  $s$  se refiere al modelo de Sweatt,  $\lambda_0$  es la longitud de onda de diseño y en el cual se está suponiendo que corresponde al primer orden de difracción.

Por otra parte, supongamos que la sagita de la superficie se puede describir como

$$z(r) = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (cr)^2}} + dr^4 + er^6 + \dots, \quad (31)$$

donde  $c, d, e, \dots$  son constantes; para una lente de espesor  $z(r)$  tenemos que la diferencia de camino óptico puede ser expresada como  $-\Delta n z(r)$ , donde  $\Delta n = \pm [n_s(\lambda) - n]$  representa el cambio de índice de refracción que ocurre al pasar de un medio a otro. El signo  $+$  es empleado cuando la superficie esférica está en la primera superficie de la lente y el signo  $-$  corresponde cuando la superficie esférica está en la segunda superficie de la lente,  $n$  es el índice de refracción del medio que rodea la lente, en este caso es aire y, por lo tanto, es aproximadamente igual a 1,  $n_s$  es el índice de refracción antes mencionado.

Expandiendo el primer término en una serie de Taylor y agrupándolos con los términos de la misma potencia, los coeficientes de la lente difractiva pueden ser re-escritos como

$$\begin{aligned} a_4 &= [n_s(\lambda_0) - 1] \left( \frac{c^3}{8} + d \right), \\ a_6 &= [n_s(\lambda_0) - 1] \left( \frac{c^5}{16} + e \right), \end{aligned} \quad (32)$$

$d$  y  $e$  son los coeficiente de asfericidad,  $c$  es la curvatura de la superficie donde será grabada la lente difractiva del sustrato.

3.2.3. *Aberraciones de Seidel para lentes difractivas*

Generalmente la imagen producida por un sistema óptico nunca está libre de errores ópticos geométricos, habitualmente denominados aberraciones. Fue Ludwig Von Seidel en 1856 el primero en describir matemáticamente las imágenes producidas por un sistema óptico y que hoy en día se conoce como aberraciones de Seidel, las cuales corresponden a las aberraciones monocromáticas de tercer orden, a saber: aberración esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión. Los coeficientes para las aberraciones de Seidel de una lente difractiva, se pueden obtener directamente de las aberraciones de Seidel para lentes delgadas [20]:

$$W(h, \rho, \cos \phi) = \frac{1}{8}S_I\rho^4 + \frac{1}{2}S_{II}h\rho^3 \cos \phi + \frac{1}{2}S_{III}h^2\rho^2 \cos^2 \phi + \frac{1}{4}(S_{III} + S_{IV})h^2\rho^2 + \frac{1}{2}S_Vh^3\rho \cos \phi, \tag{33}$$

donde  $h$  es la altura objeto normalizado,  $\rho$  y  $\phi$  son coordenadas polares medidas en la pupila de entrada y  $S_I, S_{II}, S_{III}, S_{IV}, S_V$  son las sumas de Seidel. Cuando el diafragma de abertura está colocado sobre la lente, cada una representa a las diferentes aberraciones primarias: esférica, coma, astigmatismo, curvatura de campo y distorsión respectivamente, las cuales son expresadas mediante las siguientes ecuaciones:

Aberración esférica

$$S_I = \frac{1}{4}y^4k^3 \left[ \left( \frac{n}{n-1} \right)^2 + \frac{n+2}{n(n-1)^2}B^2 + \frac{4(n+1)}{n(n+1)}BC + \frac{3n+2}{n}C^2 \right]. \tag{34}$$

Coma

$$S_{II} = -\frac{1}{2}y^2k^2H \left[ \frac{n+1}{n(n-1)}B + \frac{2n+1}{n}C \right]. \tag{35}$$

Astigmatismo

$$S_{III} = H^2k. \tag{36}$$

Curvatura de campo

$$S_{IV} = \frac{H^2k}{n}. \tag{37}$$

Distorsión

$$S_V = 0. \tag{38}$$

En todas estas ecuaciones  $n$  es el índice de refracción,  $y$  es la altura del rayo marginal paraxial en la lente,  $k$  es la potencia de la lente expresadas en términos de sus curvaturas  $k = (n-1)(c_1 - c_2)$ ,  $H$  es el invariante de Lagrange.

$B$  y  $C$  son el factor de forma y de conjugados o amplificación dados como

$$B = \frac{c_1 + c_2}{c_1 - c_2} \quad y \quad C = \frac{u + u'}{u - u'}, \tag{39}$$

$u$  y  $u'$  son los ángulos del rayo paraxial marginal inicial y final en la lente.

Considerando que el índice de refracción tiende a infinito [21] y agregando un coeficiente asférico de cuarto orden a la aberración esférica [22], obtenemos la Ec. (40):

$$S_I = \frac{y^4k^3}{4} \left[ \left( \frac{n}{n-1} \right)^2 + \frac{n+2}{n(n-1)^2} \times \left( B + \frac{2(n^2-1)}{n+2}C \right)^2 - \frac{n}{n+2}C^2 \right] + 8dy^4\Delta(n), \tag{40}$$

o directamente en términos del coeficiente  $a_4$  obtenemos las aberraciones de Seidel a tercer orden para los EODs:

$$\left. \begin{aligned} S_I &= \frac{y^4k^3}{4} [1+B^2+4BC+3C^2] - 8a_4y^4m\lambda_0, \quad (a) \\ S_{II} &= -\frac{y^2k^2H}{2} [B+2C], \quad (b) \\ S_{III} &= H^2k, \quad (c) \\ S_{IV} &= 0, \quad (d) \\ S_V &= 0, \quad (e) \end{aligned} \right\} \tag{41}$$

Dado que el índice de refracción tiende a infinito,  $c_1$  y  $c_2$  deben tender a la curvatura del sustrato  $c_s$ , que es la curvatura donde será grabada la lente difractiva. Nosotros necesitamos redefinir el factor de forma  $B$  para que no quede indeterminado:

$$B = \frac{c_1 + c_2}{(n-1)(c_1 - c_2)} = \frac{c_1 + c_2}{k} = \frac{2c_s}{k}, \tag{42}$$

y las curvaturas que representan a una lente difractiva como una lente convencional se calculan como

$$c_{1,2} = c_s \pm \frac{k_0}{2[n_s(\lambda_0) - 1]}; \tag{43}$$

recordando que el lente tendría un índice de refracción mayor de 10000.

3.3. **Propiedades cromáticas de las lentes difractivas y corrección**

Como se explicó en la Sec. 3.2.2, el índice de refracción para las propiedades cromáticas se puede describir como una función de la longitud de onda:

$$n_s(\lambda) = m \frac{\lambda}{\lambda_0} [n_s(\lambda_0) - 1] + 1, \tag{44}$$

donde el subíndice  $s$  se refiere al modelo “Sweatt” [15],  $m$  es el orden de difracción y  $\lambda_0$  es la longitud de onda del diseño. De la Ec. (44) podemos derivar las expresiones del número de Abbe y de la dispersión relativa parcial para las lentes difractivas:

$$V_d = \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C} \quad \text{y} \quad P_d = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_F - \lambda_C}. \quad (45)$$

Para el visible,  $V_d = -3.45$ . Con lo cual se muestra que las lentes difractivas tienen dispersiones opuestas a las lentes convencionales ( $V_d > 0$ ). Estas ecuaciones se utilizan en el diseño a primer orden en los sistemas que contienen lentes difractivas, dándonos la facilidad de tratarlas como lentes convencionales con su respectivo número de Abbe. La corrección de la aberración cromática, usando únicamente lentes difractivas, se hace tomando la ecuación de la potencia para dos lentes delgadas separadas y proponiendo que las potencias para dos longitudes de onda sean iguales,

$$\frac{\lambda_F}{\lambda_d f_{d1}} + \frac{\lambda_F}{\lambda_d f_{d2}} - \frac{d}{f_{d1} f_{d2}} \frac{\lambda_F^2}{\lambda_d^2} = \frac{\lambda_C}{\lambda_d f_{d1}} + \frac{\lambda_C}{\lambda_d f_{d2}} - \frac{d}{f_{d1} f_{d2}} \frac{\lambda_C^2}{\lambda_d^2}. \quad (46)$$

encontrando que la separación que deben tener para cumplir lo anterior es

$$d = (f_{d1} + f_{d2}) \left[ \frac{\lambda_d}{\lambda_F + \lambda_C} \right]. \quad (47)$$

Para el caso del visible se podría aproximar bastante bien por

$$d \approx (f_{d1} + f_{d2}) \frac{1}{2}. \quad (48)$$

Otra manera de corregir la aberración cromática es combinando lentes difractivas con lentes convencionales, con lo que se obtienen las denominadas lentes híbridas (refractivo – difractivo), las cuales se describen a continuación.

### 3.3.1. Lentes híbridas (refractivo–difractivo)

Los elementos híbridos son principalmente utilizados para mejorar su funcionalidad por separado. La adición de una lente difractiva a una lente refractiva trajo como consecuencia una mejora en las propiedades dispersivas de ambas, aumentó los grados de libertad en el diseño de sistemas, con una contribución casi nula en el volumen y peso total del sistema, tal como es el caso de los dobletes híbridos [22-24]. En éstos, la potencia de la parte refractiva y la parte difractiva que compensan la aberración cromática se hace con las ecuaciones convencionales considerando el número de Abbe de un elemento difractivo [Ec. (45)]. Ya que la dispersión de la lente difractiva es de signo opuesto a las lentes convencionales, un doblete acromático positivo se puede lograr con las distancias focales positivas en ambas lentes; ésta es una diferencia con los dobletes que son hechos sólo con lentes convencionales, donde un doblete acromático se hace combinando una lente fuertemente positiva de baja dispersión con una

lente débilmente negativa con una dispersión grande. Típicamente el poder del lente con dispersión baja es 2.5 veces el poder total del doblete, lo cual limita la fabricación de dobletes acromáticos con grandes aberturas. Para el caso del doblete híbrido el poder de la lente de vidrio es menor que el poder total del doblete, por lo tanto es posible hacer dobletes híbridos con grandes aberturas, en adición al reducir las curvaturas facilita la corrección de las aberraciones monocromáticas. La desventaja que presentan los dobletes híbridos es que tienen un espectro secundario grande, pero reducen la necesidad de usar vidrios exóticos con propiedades acromáticas grandes, comparadas con los dobletes convencionales como se puede observar en la Fig. 9; pero esta desventaja puede ser minimizada con tripletes acromáticos híbridos. Comúnmente, los vidrios Crown son utilizados para dobletes híbridos.

## 4. Métodos para fabricar lentes difractivas

Después de que en la sección anterior se ha mostrado cómo determinar los coeficientes de la fase del elemento óptico difractivo, el siguiente paso es construirlo. A pesar de que existe una gran cantidad de técnicas, en esta sección solamente se hace una descripción de los métodos más comunes para fabricarlos. En general, lo que se reproduce en las lentes difractivas es el perfil de fase  $\Phi(y)$ , que no es otra cosa que la modulación en  $2\pi$  de la función de fase  $\phi(y)$  de la lente difractiva. Como se ha explicado en la Sec. 2, los EOD se pueden considerar estructuras de amplitud o bien estructuras de fase; en estos últimos la fase del frente de onda que atraviesa el EOD es modulada y esta modulación de fase es alcanzada por una gran cantidad de medios y métodos.

Si tenemos un EOD delgado inmerso en un medio de índice de refracción  $n_0$ , la diferencia de camino óptico introducido por este elemento es  $(n - n_0)d(y)$ , donde  $d(y)$  es la

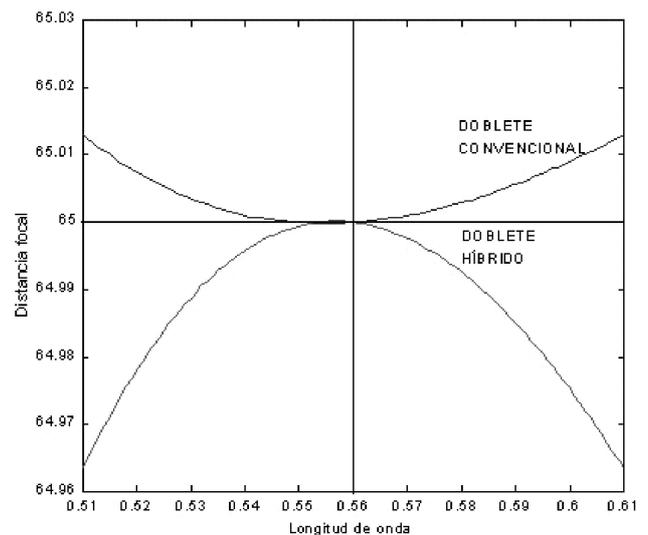


FIGURA 9. Variación de la distancia focal para el doblete híbrido y para el doblete convencional.

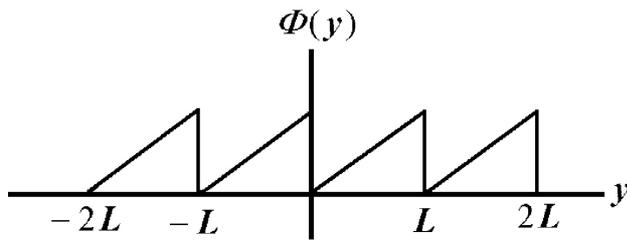


FIGURA 10. Perfil de fase de un EOD diente de sierra "blaze" de periodo L.

tura del relieve. Así se tiene que el perfil de fase para una longitud de onda  $\lambda_0$  es [22]

$$\Phi(y) = \frac{2\pi}{\lambda_0} [n - n_0] d(y). \tag{49}$$

Si hacemos que el perfil de fase  $\Phi(y)$  varíe en  $2\pi$ , es decir, que haya avanzado un periodo espacial (longitud de onda de la radiación incidente), tenemos que la altura máxima del relieve se obtiene al aplicar la ecuación

$$d_{\text{máx}} = \frac{\lambda_0}{n - n_0}. \tag{50}$$

Entonces, el perfil de la superficie de relieve  $h(y)$ , está dado por la siguiente ecuación:

$$h(y) = \frac{\lambda_0}{n - n_0} \text{MOD} \left[ \frac{\Phi(y)}{2\pi} \right], \tag{51}$$

recordando que  $\Phi(y)$  es la función del perfil de fase, que se obtiene de modular la función de fase  $\phi(y)$  del elemento difractivo, por el valor de  $2\pi$  como se muestra en al Fig. 10.

De manera general, la diferencia de fase relativa impartida a la onda de luz incidente es directamente proporcional a la profundidad de la estructura de relieve  $d$  de la superficie local. La relación entre la fase de un EOD y la profundidad de relieve es dada por

$$d(x, y) = \begin{cases} \frac{\phi(x, y)}{2\pi} \frac{\lambda}{(n_1 - n_0)}, & \text{EOD reflexión;} \\ \frac{\phi(x, y)}{2\pi} \frac{\lambda}{2n_0}, & \text{EOD transmisión,} \end{cases} \tag{52}$$

donde  $\phi$  es la profundidad de fase de la estructura en radianes, y  $n_1$  y  $n_0$  son los índices de refracción del material sustrato y el medio que lo rodea a la longitud de onda operante  $\lambda$ .

La fabricación de las superficies con estructura de relieve  $d$  para los EOD se pueden separar en tres estructuras principales:

1. Técnicas litográficas: la superficie de la estructura de relieve con técnicas que hacen uso de polímetros sensibles a la luz y son controlados por grabado, las técnicas que caen en esta categoría incluyen la holografía, escritura directa de haz de electrones, escritura directa de lasers, procedimiento de mascarar binarias y litografía en mascarar de niveles de gris.
2. Maquinado directo: las estructuras de las superficies de relieve son generadas a través de la remoción directa

del material óptico de una manera controlada sin el uso de procesos intermedios. Las técnicas incluidas en esta categoría son trazo mecánico, torneado en diamante, fresado por haz de electrones y ablación láser.

3. Replicado: copias de las estructuras de la superficies de relieve son fabricadas en polímeros u otros materiales de un "molde patrón" producido por alguna técnica como las mencionadas arriba; las técnicas clasificadas en esta categoría son inyección en moldes de plástico, repujado térmico y fundido.

#### 4.1. Técnicas para fabricar elementos ópticos difractivos

La fase deseada de un EOD puede ser generada por una modulación del perfil de la superficie y se puede demostrar que la eficiencia  $\eta_m$  para muchas estructuras periódicas y como un caso particular para la rejilla "kinoform" [8,18] tiene una dependencia con la longitud de onda.

De lo dicho en las Secs. (2), (2.2) y de acuerdo con Swanson [8], supongamos una placa zonal de periodo  $p = r^2$ , la cual es iluminada con radiación electromagnética de dos longitudes de onda, la primera  $\lambda_0$ , lo cual implica que focalizará a una distancia  $f$ , dada por  $2\lambda_0 f = p$ , y la segunda con longitud de onda  $\lambda$ , la cual focaliza en  $2\lambda f = p'$ ; de aquí que hay que determinar los coeficientes  $C_n$  de la función  $e^{i2\pi x/p'}$ . Al aplicar la Ec. (6) a nuestro problema tenemos

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{1}{p} \int_0^p e^{i2\pi x/p'} e^{-i2\pi x/p} dx \\ &= \frac{1}{p} \int_0^p e^{i2\pi(1/p)[(\lambda_0/\lambda) - n]x} dx \\ &= \left\{ \frac{1}{i} 2\pi \left[ \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right) - n \right] \right\} \\ &\quad \times \left\{ e^{i2\pi \left[ \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right) - n \right]} - 1 \right\}. \end{aligned} \tag{53}$$

De acuerdo con la Ec. (8), la eficiencia o intensidad difractada por la placa zonal para cualquier orden de difracción será

$$\begin{aligned} \eta_n &= \left\{ \frac{1}{4\pi^2} \left[ \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right) - n \right]^2 \right\} \\ &\quad \times \left\{ 2 - 2 \cos \left\{ 2\pi \left[ \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right) - n \right] \right\} \right\} \\ &= \text{Senc}^2 \left[ \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} \right) - n \right], \end{aligned} \tag{54}$$

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda de diseño y  $\lambda$  es la longitud de onda con la cual se ilumina el sistema óptico. Si la longitud de onda de iluminación es  $\lambda = \lambda_0/n$ , tenemos que la eficiencia para cualquier orden de difracción puede ser del 100%. Esto se puede inferir de la Ec. (54) ( $\text{Sinc}(0)=1$ ), y quiere decir que un EOD con un perfil de fase continuo tiene idealmente

una eficiencia del 100 %, en particular, cuando  $\lambda = \lambda_0$ , la Ec. (54) se reduce a  $\eta_n = \text{Senc}^2(1 - n)$  y para el orden de difracción  $n = 1$  tenemos una eficiencia de difracción del 100 %.

Al aplicar la Ec. (8) para el primer orden de difracción no es difícil demostrar, como se aprecia en la Fig. 11, las eficiencias de difracción para cuatro diferentes perfiles.

Aquí  $\nu$  es el máximo cambio de fase proporcional al espesor de la película,  $\kappa$  es la razón de la longitud de la base del diente de sierra y el periodo de la rejilla,  $\Delta\nu$  es la máxima desviación de la fase del perfil diente de sierra y  $\alpha$  es la razón del perfil ideal sobrante y el periodo de la rejilla.

En general, la eficiencia de difracción dependerá del tipo de técnica de fabricación que se utilice para reproducir el perfil continuo del elemento óptico. La técnica de fabricación a utilizar depende de la precisión óptica y de la eficiencia requerida por la lente difractiva para cada aplicación específica, que junto con el alto o bajo volumen de producción van a tener una repercusión en el costo final. A continuación se describen algunas técnicas de fabricación más usuales para construir lentes difractivas:

4.1.1. Fotolitografía

El método de la fotolitografía [25-31] está basado en el uso de un *fotoresist* o simplemente *resist*, una película de polímero orgánica fotosensible. El procedimiento usado para formar patrones en *fotoresist* es colectivamente referido como fotolitografía.

La idea general es recubrir el sustrato con una película de *fotoresist* a procesar. El grueso típico es unas décimas de micra, aunque capas más gruesas también son empleadas. El *resist* es distribuido sobre el sustrato y cuando éste es expuesto a la luz, llega a ser soluble a un solvente de revelado (*resist* positivo), o insoluble (*resist* negativo).

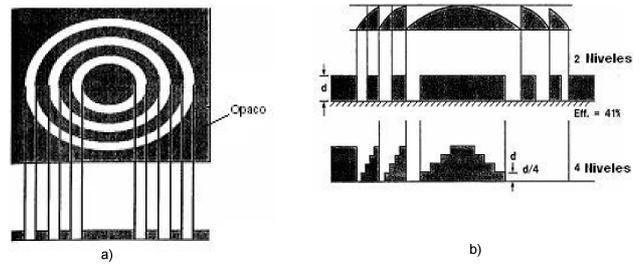


FIGURA 12. Proceso de fabricación por el método fotolitográfico para el caso de 2 y 4 niveles.

Después del recubrimiento, el sustrato y la película de *fotoresist* son horneadas para eliminar el solvente sobrante. El siguiente paso es el de exposición en el que los patrones son formados en la capa de *fotoresist* usando un patrón de variaciones espaciales llamada máscara litográfica (mostrado en la Fig. 12a). La distribución de luz puede ser alcanzada al usar una fuente de luz ultravioleta y la mascarilla.

Después de la exposición, el sustrato es sometido a un proceso de revelado en el cual las partes del *fotoresist* son removidas por lavado dependiendo si ellas fueron o no expuestas a la radiación incidente. Muchos procesos usan *fotoresist* positivo en el cual las áreas que fueron atacadas por la luz durante la exposición son removidas durante el revelado y el *fotoresist* negativo actúa de manera opuesta.

Si se repite el proceso, es decir, si se emplean dos máscaras, uno puede alcanzar una aproximación de cuatro niveles como se muestra en la Fig. 12b.

La primera exposición de la máscara y el grabado producen una estructura tosca. La profundidad de grabado es  $d/4$ , esta estructura es recubierta con *resist* y expuesta en la segunda mascarilla, la cual representa una resolución más alta. Esencialmente cada anillo en la mascarilla es dividido en dos, el siguiente paso  $d/4$  es grabado como se muestra en la Fig. 13.

La eficiencia para el primer orden de difracción y para un total de N niveles es obtenida mediante el uso de la Ec. (8), la cual es dada por Borreli [32]:

$$\eta_1(N) = \left| \text{Sinc} \left( \frac{\pi}{N} \right) \right|^2 \tag{55}$$

El resultado para  $N = 4$ , produce una eficiencia máxima del 81 %. Uno puede ir a tres mascarillas, cada una doblando la resolución de la precedente, la cual producirá ocho niveles con una eficiencia del 95 %. Es fácil ver que hay una relación entre el número de mascarillas usadas  $N$  y el número de niveles  $L$ , la cual es  $L = 2^N$ .

4.1.2. Litografía de haz de electrones

Una distinción básica de la litografía de haz de electrones (Lh-e) de la litografía óptica convencional es el uso de electrones de alta energía en la inicialización del proceso físico químico del *fotoresist*. Considerando las limitaciones de difracción de la fotolitografía en combinación con el concepto

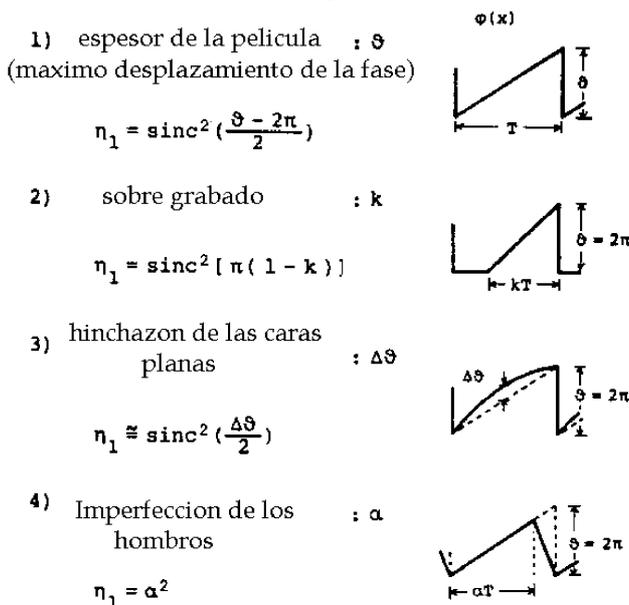


FIGURA 11. Parámetros que influyen en la eficiencia de difracción.

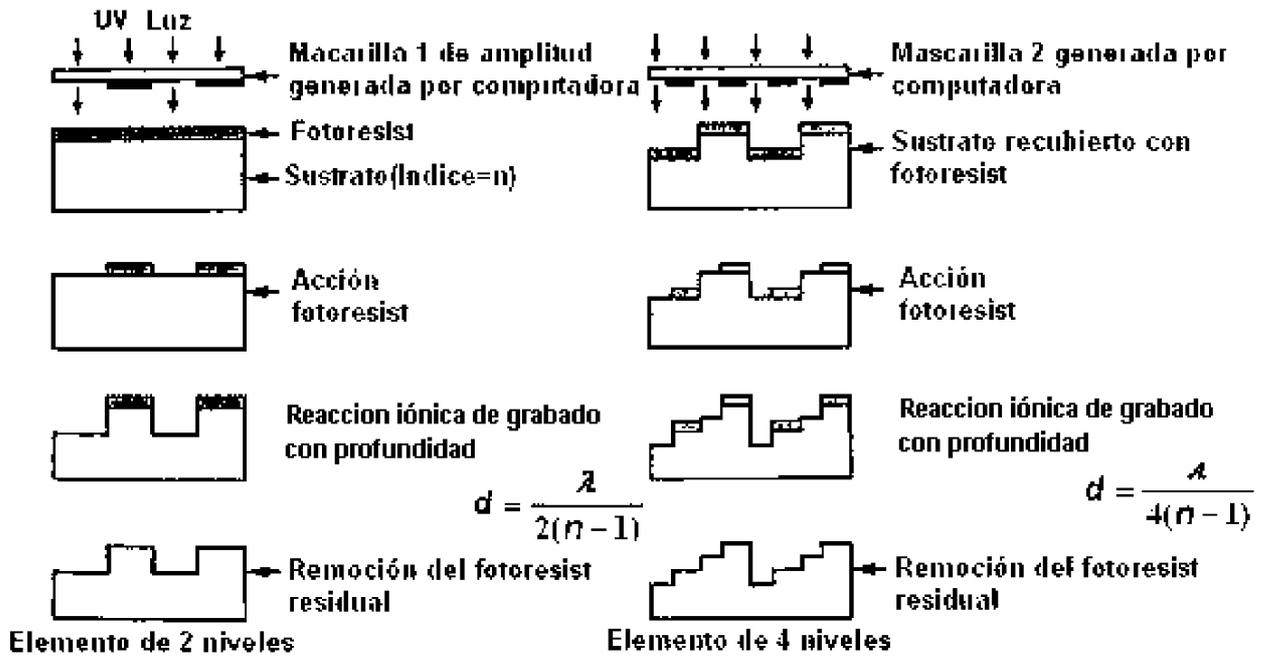


FIGURA 13. Esquema de 4 niveles.

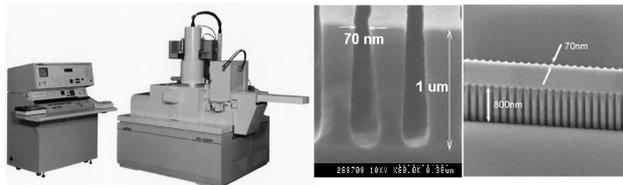


FIGURA 14. Dispositivo típico de haz de electrones.

de mecánica cuántica de movimiento libre de micro partículas, podemos decir que para voltajes de aceleración  $10^4$  V tenemos una longitud de onda de  $10^{-11}$  m, es decir, una resolución de  $0.1\text{Å}$  y que este proceso no impone ninguna limitación en principio, pues el tamaño del electrón es del orden de  $10^{-5}\text{Å}$  esto significa una ventaja esencial en términos de resolución.

La Lh-e está basada en el uso de un barrido, de un h-e bien enfocado con la computadora que es enfocado para controlar su movimiento y modular la intensidad. Mientras se experimenta el bombardeo del h-e, el *fotore Resist* llega a ser expuesto, los electrones cortan o rompen las cadenas moleculares atómicas y esto cambia las propiedades locales de *fotore Resist*.

La dosis de h-e es controlada al variar el tiempo de exposición sobre un dominio determinado y es definido usando una curva calibrada (la relación entre la dosis de h-e y la profundidad de grabado). Esta relación es determinada al fotografiar el relieve del paso de la rejilla con ayuda de un microscopio de barrido de electrones. Después de la exposición, las áreas expuestas o no expuestas son lavadas durante el proceso de revelado dependiendo del *fotore Resist* usado. Habiéndose generado de tal manera el micro relieve que presenta un patrón topológico usado para subsecuentes operaciones tecnológicas. El procedimiento descrito para la generación de patrones topológicos es usado en la fabricación y replica de

foto máscaras o directamente sobre el sustrato bajo proceso.

La litografía de haz de electrones (Lh-e) es una técnica especializada para crear patrones extremadamente finos (mucho más pequeños de los que se pueden ver a simple vista), requeridos por la moderna industria electrónica de los circuitos integrados. Derivada de los primeros microscopios de barrido electrónico, la técnica brevemente consiste de barrer un haz de electrones a través de una superficie cubierta con alguna película fotosensible, sensible a los electrones. El proceso de formar un haz de electrones y barrer éste a través de una superficie es muy similar a lo que pasa dentro de cada cinescopio de televisión, pero la Lh-e tiene tres órdenes de magnitud de mejor resolución. Algunas características de la tecnología son: 1) alta resolución, 2) es una técnica flexible que puede trabajar con una variedad de materiales y con un número infinito de patrones, 3) es una técnica lenta, siendo un orden de magnitud más lenta que la litografía y 4) es costosa y complicada.

La Fig. 14 muestra un dispositivo tradicional con el que se realiza esta técnica. Actualmente existen en el mercado muchas empresas como RAITH<sup>TM</sup>, CRESTEC<sup>TM</sup>, quienes venden dispositivos para aplicaciones en la investigación o industria con los que se pueden alcanzar patrones de ultra alta resolución en diámetros de 8 pulgadas como la rejilla mostrada en la Fig. 14.

4.1.3. Método de escritura directa

Este método [35-38] es muy semejante al de haz de electrones, la diferencia es que éste es un método más económico y la precisión obtenida es la misma. Un haz de láser o un haz de electrones escriben directamente sobre el material fotosensible (*fotore Resist*). No se usa ninguna mascarilla, la cubierta del

fotore Resist sobre el sustrato soporte es barrido bajo un haz de láser HeCd ( $\lambda=442$  nm) controlado en intensidad sincrónicamente para escribir un patrón completo bidimensional (ver Fig. 15). El proceso de revelado se puede realizar mediante el uso de revelador Shipley microposit AZ 303<sup>®</sup>. El fotore Resist revelado proporciona una micro-estructura de relieve continuos, para el proceso de grabado el fotore Resist es sometido mediante una técnica llamada RIE (*Reactive Ion Etching*), donde se usa una combinación de oxígeno y fluoruro de carbón conteniendo algunos gases, la solubilidad es uno a uno, el vidrio y fotore Resist deben ser grabados en la misma razón, el cual es usado para formar un máster con lo que se puede hacer la réplica de un gran número de elementos.

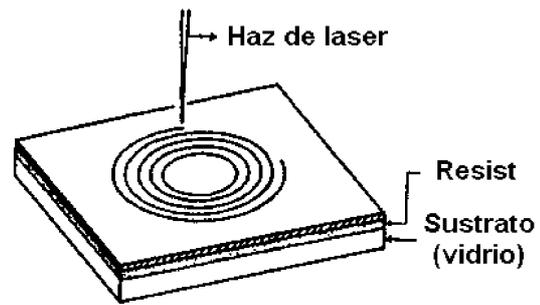


FIGURA 15. Imagen del método de escritura directa.

4.1.3.1. Enfocamiento mediante haz de iones

Este método es usado para la generación de estructuras directas con dimensiones por debajo de las micras, es muy similar al de escritura directa; la diferencia es que el sustrato se coloca en una cámara de vacío y es equipada con una fuente de iones, generalmente galio. Los iones tienen suficiente energía para maquinar vidrio y cuarzo, silicio o arseniuro de galio. El haz de iones de galio opera con energías de 20 keV a 160 pA de corriente y se alcanza un tamaño de la mancha de 200 nm, la razón de grabado de material es de  $0.06 \mu\text{m}^3$  /seg, lo cual corresponde a la fabricación de una micro lente de  $10\mu$  de diámetro y una profundidad de  $1 \mu\text{m}$  en el relieve en un tiempo de 20 minutos.

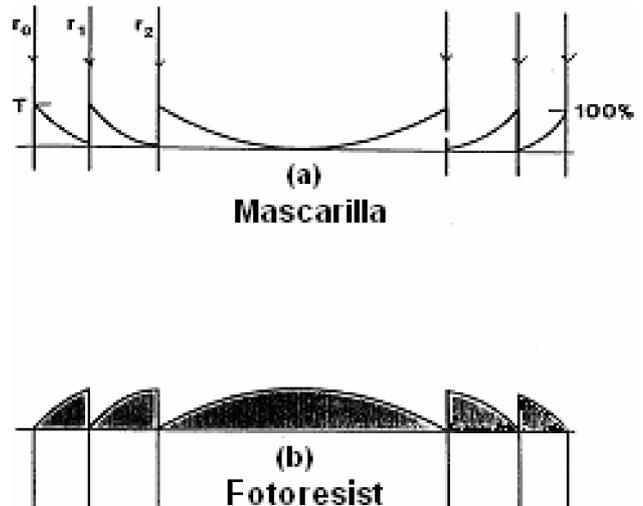


FIGURA 16. Gráfica de la función de exposición para el caso del método de mascarilla en escala de grises.

4.1.4. Mascarilla en escala de grises

En este caso el nivel de la función de exposición es construido sobre la máscara de exposición misma [39-41]. La transmitancia radial debería lucir como la de la Fig. 16a, después de exponer esta máscara el patrón en el fotore Resist positivo revelado debería ser como el mostrado en la Fig. 16b. Una manera de hacer esto es utilizar la capacidad de la escala de grises de los actuales sistemas de escritura de láser de electrones.

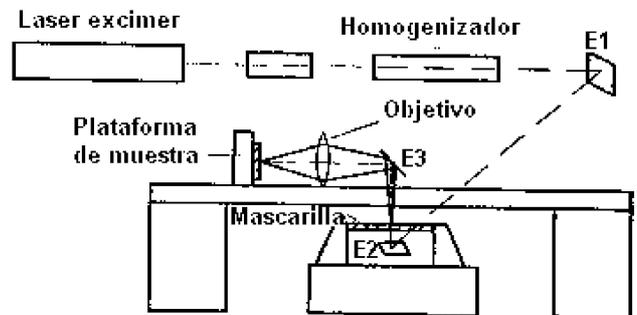


FIGURA 17. Esquema del método ablación de láser.

Suponiendo que se tiene un fotore Resist positivo que tiene una respuesta lineal sobre un nivel razonable de exposición, entonces se tiene que fabricar la función de transmitancia de la mascarilla que da la forma de la superficie deseada. Un fotore Resist positivo es aquel que es subsecuentemente removido en el proceso de revelar donde fue expuesto.

El ancho de los grabados más pequeños que han sido reportados son menores a  $1\mu\text{m}$  y las profundidades alcanzadas son del orden de  $32\mu\text{m}$ ,

4.1.5. Ablación mediante láser

Otra técnica desarrollada para remover material del sustrato es por ablación de láser [42,43]; en este caso un láser de excimer UV es dirigido a una mascarilla (por ejemplo polymide) y entonces es enfocado sobre el sustrato (ver Fig. 17). Los niveles de energía para ablación de polímeros y vidrio es de  $100 \mu\text{Joule}$ , las estructuras de relieve continuas se obtienen al variar la repetición de los pulsos de energía del láser durante el barrido.

4.1.6. Punta de diamante

En este método se emplea un torno con una punta de diamante [44-47], las características del tamaño o de la zona más pequeña está limitada por la herramienta del torno, la cual produce una estructura de diente de sierra lineal, esférico o

asférico sobre un sustrato plano o una superficie curva. Algunos materiales son más difíciles de esmerilar que otros; entre los que pueden ser exitosamente esmerilados se incluyen plásticos, zinc, así como otros tipos de materiales cristalinos para el infrarrojo. Este método es usualmente empleado para fabricar la inserción, en la cual se inyectan polímeros y se comprimen en los moldes de plástico para generar los EOD. La Fig. 18 muestra una maquina de este tipo y los perfiles que se pueden obtener con esta técnica, los cuales son del orden de 10 micras de periodo y 5 micras de profundidad.

A pesar de que existe (de acuerdo a lo descrito) una gran cantidad de métodos para generar patrones de las superficies difractivas, éstas se encuentran en sus primeras etapas y están evolucionando continuamente. Actualmente siguen surgiendo nuevas técnicas de multicapas [48], pero el método final aún no está descrito, cada uno tiene sus ventajas y desventajas, hoy en día no hay técnica que solucione todos los problemas de fabricación para los EOD.

### 5. Prueba de lentes difractivas

Una vez que la superficie patrón ha sido generada en el material fotosensible o grabada en un sustrato, necesitamos verificar su calidad. Al igual que en el caso anterior, y para no ahondar mucho en el tema, se mencionaran las técnicas más

importantes de prueba de los EOD. Se sugiere leer las referencias mencionadas posteriormente.

#### 5.1. Metrología

##### 5.1.1. Microscopía óptica

Los microscopios son una herramienta muy común para probar EOD, en muchos casos el objetivo de un microscopio contiene una retícula con marcas igualmente espaciadas; al calibrar la distancia entre las marcas y usando una referencia conocida es posible medir los tamaños de cada patrón de anillos. Este dispositivo sirve para determinar de manera rápida la localización de defectos de fabricación severos (puede revisarse con mayor detalle en M.T. Postek, *et al.* [49]).

##### 5.1.2. Perfilometría mecánica

Después de la microscopía, el siguiente método más usual es la perfilometría. Un perfilómetro es un instrumento delicado en el que una aguja delgada se mueve sobre el EOD, midiendo las profundidades, valles y rugosidades de la superficie, el rango de este método es ajustable desde micras hasta milímetros. El uso de éste debe hacerse con mucho cuidado, ya que la aguja está en contacto con la superficie y el *fotore Resist* es un material muy suave (puede revisarse con mayor detalle en Lauchlan, *et al.* [50]).

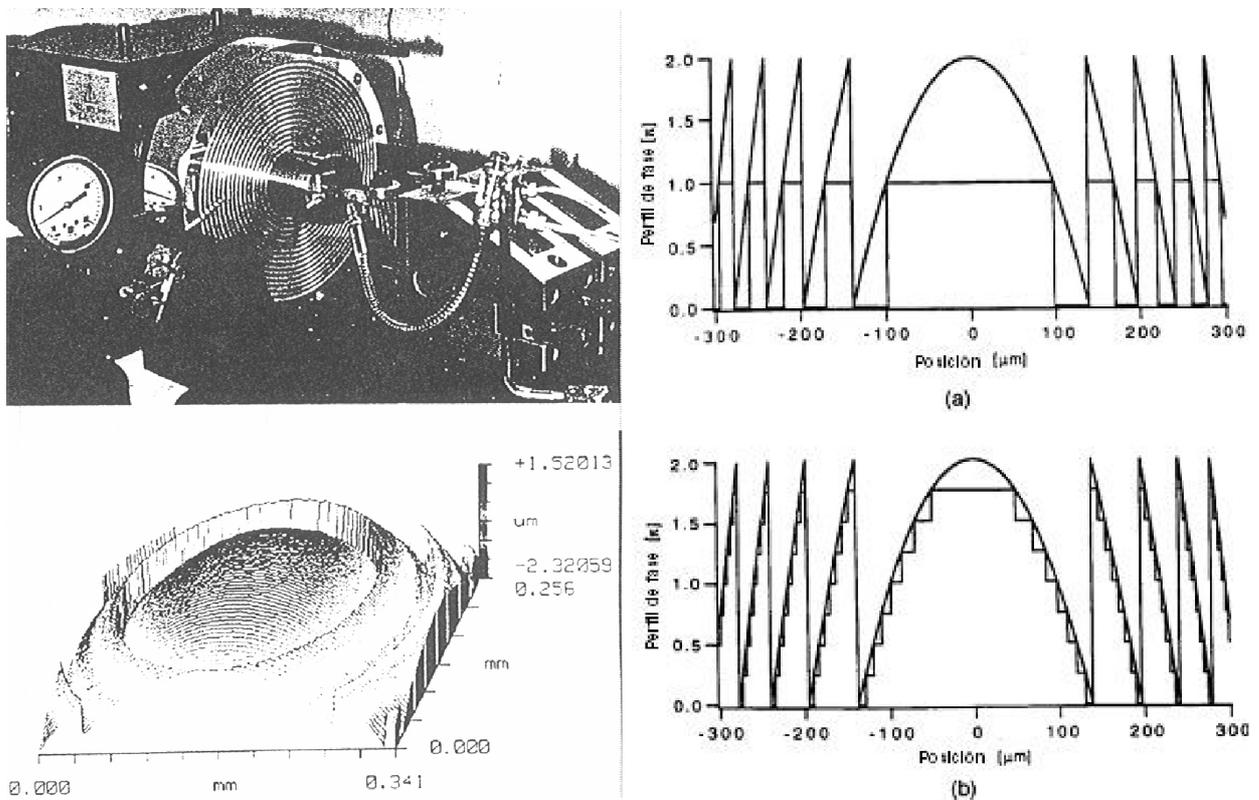


FIGURA 18. Herramienta de punta de diamante y gráfica de las aproximaciones del perfil.

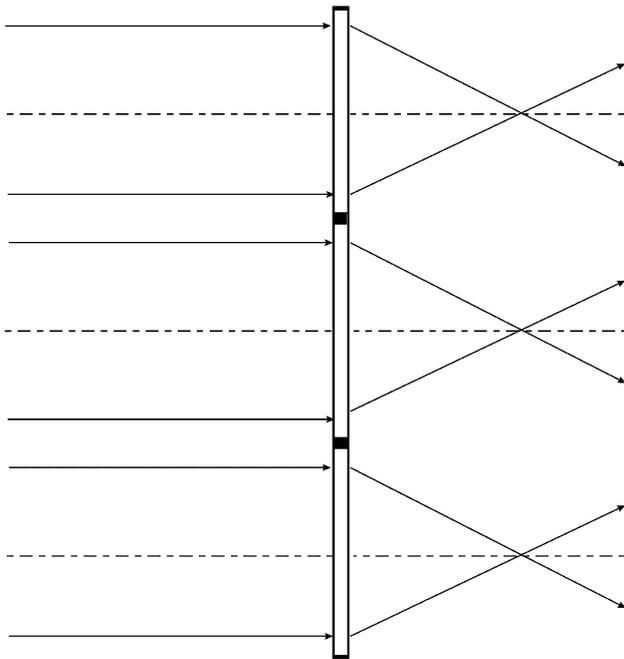


FIGURA 19. Arreglo de micro lentes.

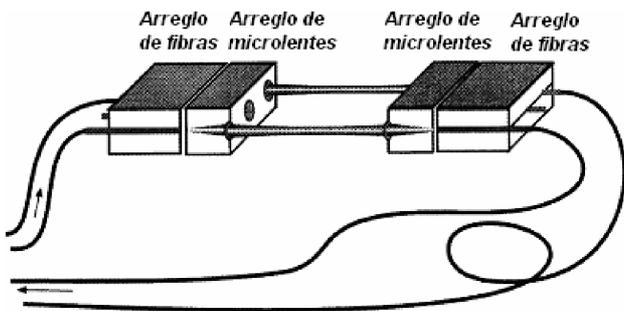


FIGURA 20. Acoplamiento del micro-lentes con la fibra óptica.

### 5.1.3. Microscopios de fuerza atómica

Los microscopios de barrido electrónico también son dispositivos que se emplean para medir las estructuras de los EOD. Su funcionamiento es similar a un perfilómetro mecánico, por que utiliza una aguja muy fina ( $<10$  nm.) para medir las características de EOD, aunque el microscopio de fuerza atómica nunca está en contacto directo con la muestra, Este método mide pequeñas fuerzas entre los átomos de la muestra y los átomos en la aguja. Su rango de medición puede ser desde 1 hasta 10 micras (puede revisarse con mayor detalle en Williams y E. Fu. [51]).

### 5.1.4. Cambio de fase interferométrico

El cambio de fase interferométrico es una herramienta poderosa para medir la topografía de los EOD esta técnica proporciona resoluciones de amstrongs. Este método está basado en grabar patrones de intensidad (interferogramas) entre el frente de onda de referencia y el frente de onda producido por elemento difractivo, el cambio de fase es introducido por una

variación en el tiempo (puede revisarse con mayor detalle en D. Malacara [52]).

## 5.2. Pruebas del funcionamiento óptico

Las últimas pruebas del proceso de fabricación es el funcionamiento óptico de los EOD. Podemos medir el funcionamiento de éstos midiendo los patrones de irradiancia directamente en una longitud de onda o en varias, dependiendo del rango espectral, utilizado durante el diseño, para conocer su eficiencia de difracción. El funcionamiento y eficiencia de difracción han sido revisados con amplio detalle por los siguientes autores: Farn y Goodman [53], Stern *et al.* [54], Miller *et al.* [55] y Pommet *et al.* [56], entre otros.

## 6. Aplicación de los elementos ópticos difractivos

En la sección anterior se ha descrito una gran variedad de técnicas para fabricar los EOD, unos más flexibles que otros, dejando así al diseñador un amplio rango de funciones y aplicaciones a usar que generalmente no son posibles en la generación y pulido de elementos ópticos convencionales.

Los elementos ópticos difractivos (EOD) poseen propiedades que los hacen muy útiles y versátiles para la configuración de una gran variedad de sistemas ópticos. Una posibilidad es la de compartir diferentes elementos difractivos en el mismo sustrato, sin interferir uno con el otro (arreglo de micro lentes). Así también, un solo EOD puede actuar simultáneamente como lente, separador de haz y filtro, así también como corrector de frente de onda. Otra característica importante de los EOD es que mediante su empleo es posible generar respuestas no obtenibles mediante el uso de óptica convencional, ya sea refractiva o reflectiva. Por ejemplo, con los EOD es posible obtener una lente con un número  $f$  muy pequeño, en el cual la óptica convencional está restringida por los radios de curvatura y el diámetro de la misma.

Existe una gran variedad de aplicaciones en la cual se pueden aprovechar las propiedades de los EOD. En lo que respecta en esta sección se describen brevemente algunas aplicaciones de estos elementos.

### 6.1. Aplicaciones de lentes múltiples

La óptica difractiva es usada para reemplazar o realzar la óptica refractiva, actualmente se tienen múltiples configuraciones entre las que se cuentan arreglos de micro lentes. Generalmente el arreglo de microlentes (Fig. 19) se encuentra en configuraciones lineales y bidimensionales, y las lentes pueden ser anidadas en arreglos rectangulares y hexagonales [57,58].

#### 6.1.1. Arreglo de lentes para acoplamiento óptico

La óptica difractiva, en particular el arreglo de microlentes se puede usar para capturar la luz emitida por una fuente de láser y acoplarla dentro de una fibra óptica como se muestra en la Fig. 20.

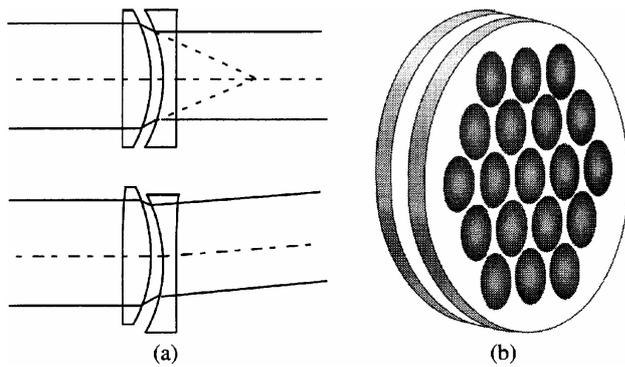


FIGURA 21. Telescopio Galileano.

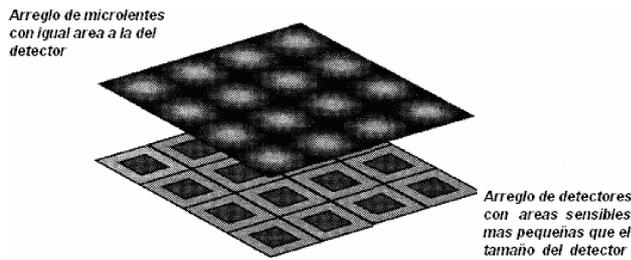


FIGURA 22. Arreglo de micro-lentes como detector.

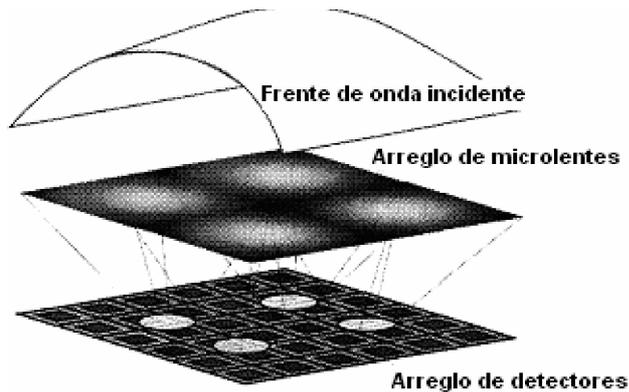


FIGURA 23. Sensor del frente onda.

Este tipo de arreglo generalmente también es usado como acoplador óptico de un sistema micro-electromecánico de espejos u otro tipo de mecanismos [59,60].

### 6.1.2. Deflector de haz usando un arreglo de microlentes

En el telescopio galileano (que es una combinación de una lente positiva y una lente negativa separadas por sus longitudes focales) generalmente se observa que cuando las dos lentes están centradas y sus ejes ópticos coinciden, la combinación actúa como una losa de vidrio; sin embargo, si sus ejes ópticos están descentrados por una cantidad  $\Delta x$ , un haz colimado viajando paralelo al eje óptico será deflectado en un ángulo  $\Delta\theta = \Delta x/f$ . Para alcanzar desviaciones significativas, la longitud focal de las lentes debe hacerse tan corta como sea posible, lo que significa que la curvatura se incrementará y esto a su vez hará que cada elemento sea más grue-

so. Una alternativa para resolver este problema consiste en ser reemplazado por dos substratos delgados compuestos por lentes difractivas como se muestra en la Fig. 21. Con estos elementos se puede dirigir el haz de la manera como fue descrita anteriormente, pero con la ventaja de que las lentes son casi planas, están mas juntas, y además se pueden alcanzar grandes desviaciones del haz [61,62].

### 6.1.3. Arreglo de lentes para detectores

Una aplicación más del arreglo de microlentes que es particularmente útil, es que pueden actuar junto con un arreglo de múltiples detectores como el CCD para tener un realce en la eficiencia global de detección. Una aproximación que usa óptica difractiva para ganar los espacios muertos entre los píxeles al colocar un arreglo de microlentes con la misma cantidad que detectores a la longitud focal del plano del arreglo (Fig. 22). De esta manera, la luz destinada para una región inactiva alrededor del detector es colectada por microlentes y dirigida sobre el área del detector.

También con las lentes difractivas se obtiene conjunto con un arreglo de detectores es un sensor del frente de onda como es mostrado en la Fig. 23. En este caso hay un subarreglo de detectores localizados debajo del arreglo de micro-lentes. En lugar de usar el detector para grabar la imagen, este arreglo es usado para medir la forma del frente de onda que incide sobre el arreglo. Si un haz colimado de un frente de onda incide de manera normal sobre el arreglo de lentes, éste debería ser enfocado por las lentes al detector en el subarreglo; para ondas no planas, el frente de onda es enfocado por una lente sobre uno o varios detectores, la señal relativa de estos detectores puede ser usada para determinar la pendiente del frente de onda. Al colectar la información de la pendiente en los subarreglos e interpolar los valores entre los puntos, una descripción completa de la forma del frente de onda puede ser generado.

## 6.2. Homogeneizadores de haces

Aunque es fácil generar un haz gaussiano a la salida de muchos láseres, algunos, principalmente los que trabajan con gases nobles como el de excimero que opera en el UV, tiene salidas con grandes variaciones de irradiancia a través del haz. Sin embargo, hay muchas aplicaciones en las que se requiere que el haz del láser tenga un perfil suave, algunas de éstas demandan una forma de copa-sombrero [63]. Para ser capaces de alcanzar estos perfiles, primero el haz debe de homogeneizarse, esto se puede lograr al hacer pasar un haz no uniforme a través de una lente enfocadora  $f_1$ , después pasa a través de un arreglo de microlentes de longitud focal  $f_2$  como se muestra en la Fig. 24. Las diferentes áreas del haz incidente pasan a través del foco de las micro-lentes y entonces divergen produciendo un haz homogéneo, usando una aproximación simple vemos que el ancho de la forma de copa de sombrero es  $D(f_1/f_2)$  donde  $D$  es el diámetro del arreglo de micro-lentes.

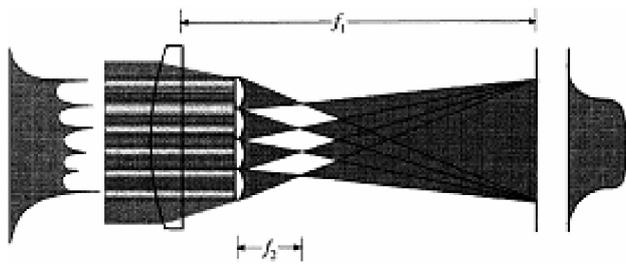


FIGURA 24. Homogeneizador de un haz de láser.

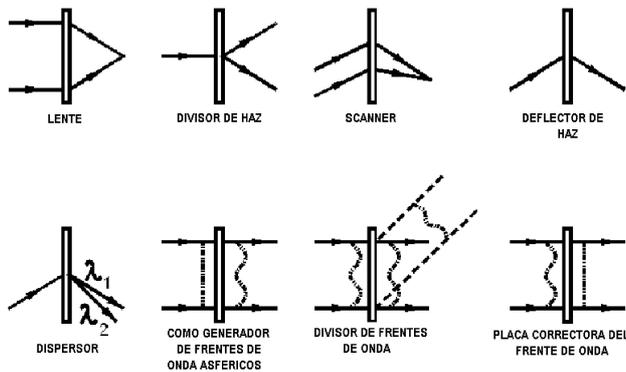


FIGURA 25. Funciones básicas del elemento óptico difractivo.

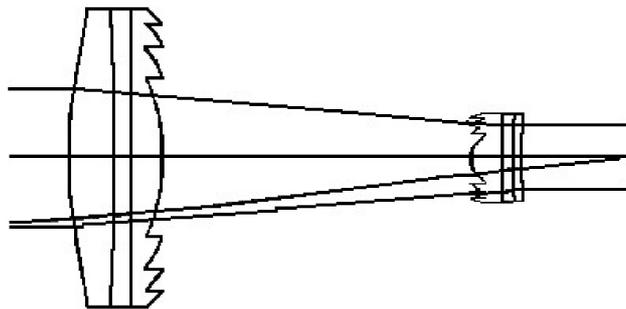


FIGURA 26. Telescopio galileano.

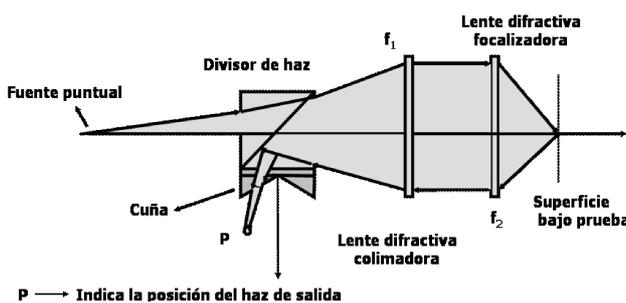


FIGURA 27. Perfilómetro óptico usando lentes difractivas (las dos lentes son difractivas).

6.2.1. Diseño de un resonador de láser

En adición a los elementos homogeneizadores de haces se puede hablar de la incorporación de un elemento difractivo dentro de una cavidad láser. Al elegir el diseño apropiado es

posible hacer que el láser emita luz en modos que no se pueden alcanzar usando las técnicas convencionales, por ejemplo una placa difractiva puede ser colocada en sustitución de uno o ambos espejos de la cavidad del láser para alterar los modos dominantes de la cavidad [64].

6.3. Aplicaciones como rejillas, placas generadoras y correctoras del frente de onda

Los elementos ópticos difractivos son estructuras periódicas al igual que las rejillas, donde la separación angular de los órdenes de difracción está determinada por el periodo de la rejilla y la longitud de onda de la luz que ilumina la rejilla, mientras que la distribución de luz entre los varios órdenes difractados está determinado por la estructura de la rejilla dentro de un sólo periodo de la rejilla o celda unitaria. Con estos factores en mente, muchos tipos de diferentes patrones pueden ser generados para una gran variedad de aplicaciones, tales como deflectores de haz, divisores de haz, difusores de ángulo controlado, etc. También pueden ser utilizadas como placas correctoras del frente de onda y placas generadoras de de algún frente onda específico (Fig. 25).

6.4. Placas de fase

En el diseño de sistemas ópticos es usualmente deseable controlar la orientación o polarización del vector de campo eléctrico. Por ejemplo, la polarización de la luz se mezcla durante su propagación dentro de una fibra. Para resolver este problema a la salida de la fibra, el haz se separa en dos componentes ortogonales, una es rotada hasta alinearla con la polarización requerida por el modulador de la fibra; este procedimiento se realiza de manera ordinaria con un material birrefringente [65], pero también es posible realizar con estructuras difractivas que se diseñan con dimensiones inferiores a la longitud de onda empleada.

6.5. Sistemas híbridos

Los elementos difractivos pueden combinarse junto con los refractivos, de manera que se puedan aprovechar las propiedades de ambos elementos. Este tipo de elementos son conocidos como híbridos (Fig. 26). Generalmente en los elementos difractivos se tiene una dispersión negativa, mientras que en los elementos refractivos es positiva. Se pueden aprovechar las propiedades de estos elementos ópticos para compensar la aberración cromática presente en los sistemas ópticos. Un caso particular es el telescopio híbrido [66,67], el cual consiste de un triplete (primeros dos elementos refractivos y el último difractivo) en el objetivo y un triplete (primer elemento difractivo y los dos últimos son refractivos).

6.6. Perfilómetro óptico usando lentes difractivas

Generalmente en los perfilómetros ópticos, como el mostrado en la Fig. 27 [64], se requiere que el sistema óptico sea muy rápido o que tenga números  $f$  pequeños, esto es debido a que

TABLE I. Parámetros de construcción lente híbrida.

Superficie	Radio de curvatura	Espesor	Semi-diámetro	Medio
1	56.39984	10.00	12.5	Aire
2	-2.1063 e-03	93.958895	11.859	Bk7
3	0.0000	0.000000	1.	Aire

*Coefficientes de la función de fase,  $a_0 = 0.00, a_2 = -0.000323, a_4 = 3.0714 \cdot 10^{-7}, a_6 = -1.2784 \cdot 10^{-11}$ .*

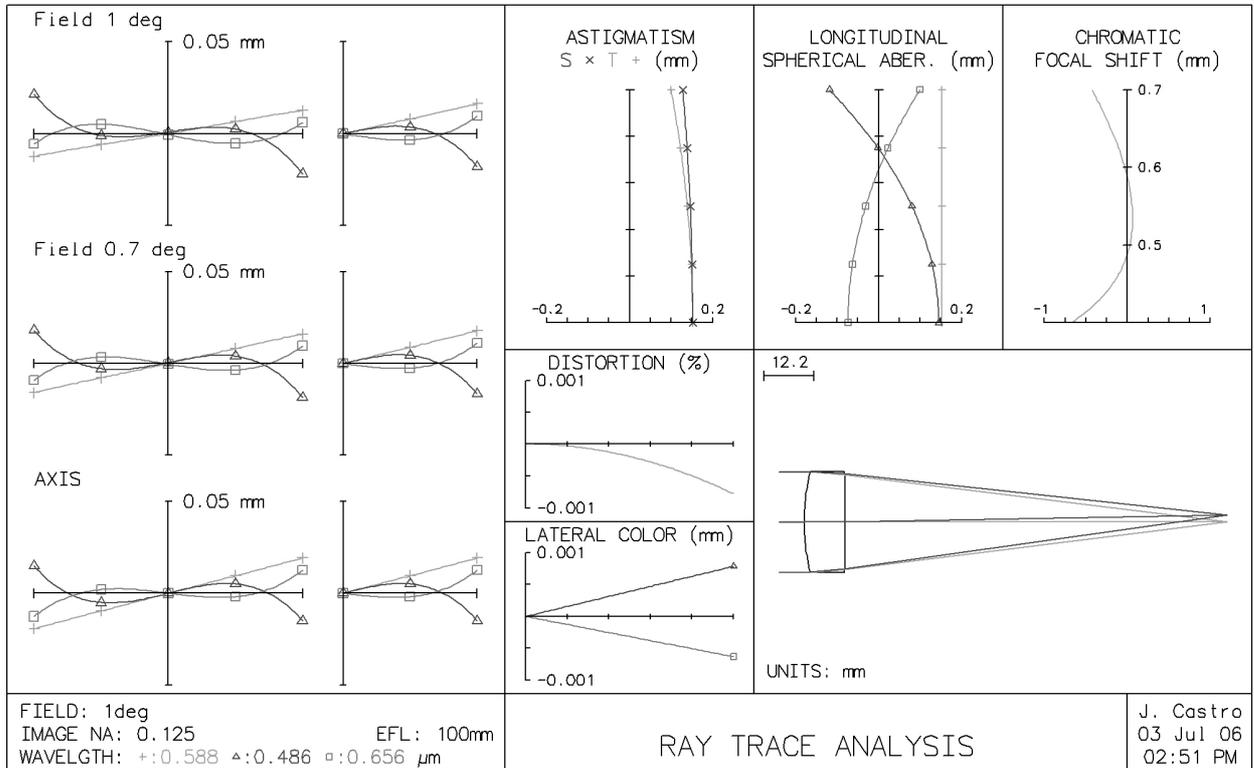


FIGURA 28. Lente diseñada, parámetros a primer orden y aberración transversal.

la resolución transversal del perfilómetro depende directamente del número  $f$  del sistema óptico. En los sistemas ópticos convencionales tener un número  $f$  pequeño es muy difícil, porque está limitado por los radios de curvatura que hacen muy difícil la fabricación de los lentes correspondientes. Una alternativa es usar elementos ópticos difractivos.

Como se puede ver de lo descrito en esta sección, hay muchas aplicaciones de los EOD y es posible encontrar aún más aplicaciones, por lo que sugerimos al lector interesado revisar la bibliografía mencionada más adelante [67-77].

## 7. Un ejemplo muy particular

### 7.1. Lente híbrida (refractiva-difractiva)

Diseñamos con la metodología explicada en las secciones anteriores una lente  $f/4$  con una longitud focal de 100 mm. Usamos vidrio BK7 como sustrato D. Faklis [78-81], el cual tiene un índice de refracción de  $n = 1.5168$ , la dis-

persión o número de Abbe refractivo es calculado como se mencionó en la Sec. 3,  $V_{ref} = 64.17$ . Calculamos un EOD con las longitudes de onda correspondientes a la región visible, con lo que se tiene un número de Abbe difractivo [5,6] de  $V_{dif} = -3.45$ . De la relación  $f/Diam = 4$ ,  $\Rightarrow Diam = 100/4 = 25 \text{ mm}$ . Al considerar la ecuación de las lentes delgadas y teniendo en cuenta el diseño de una lente plano convexa, obtenemos los parámetros estructurales como el radio de curvatura de la primera superficie  $r_1 = 103.35 \text{ mm}$ ,  $r_2$  infinito,  $n=1.5167$ . Al emplear el método convencional (aplicado a un EOD) para diseñar un doblete acromático [4] es posible mostrar que éste está compuesto por una parte difractiva y otra refractiva y las distancias focales son respectivamente dadas por

$$f_{dif} = f \frac{V_{dif} - V_{ref}}{V_{dif}} = 100 \frac{-3.452 - 64.17}{-3.452} = 1958.922,$$

$$f_{ref} = f \frac{V_{ref} - V_{dif}}{V_{ref}} = 100 \frac{64.17 - (-3.452)}{64.17} = 105.379.$$

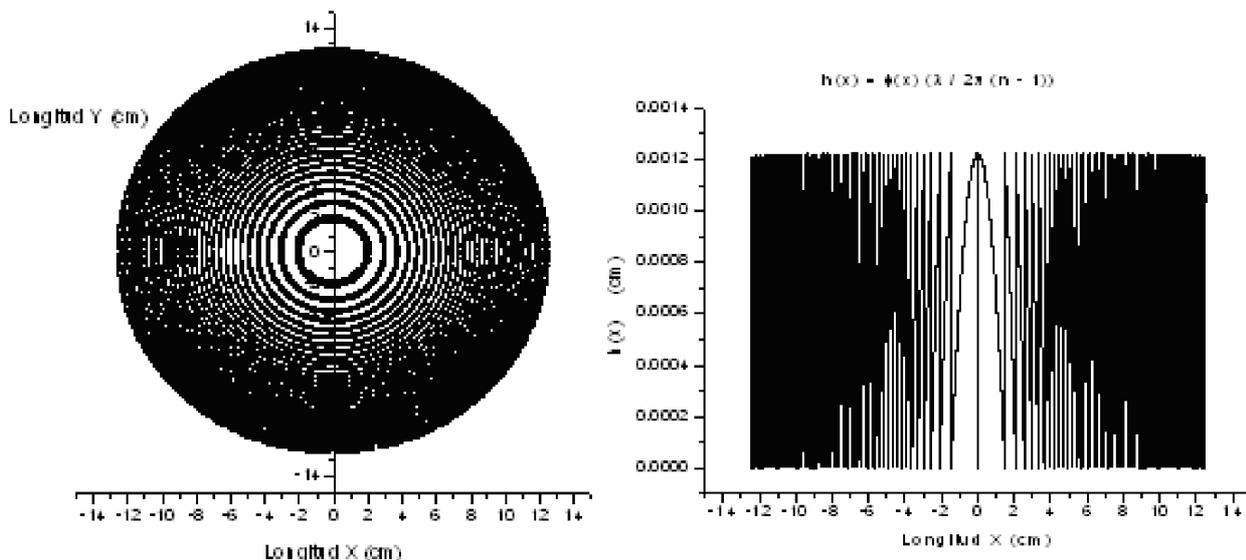


FIGURA 29. Mascarilla del patrón de anillos de la lente híbrida y su perfil transversal teórico.

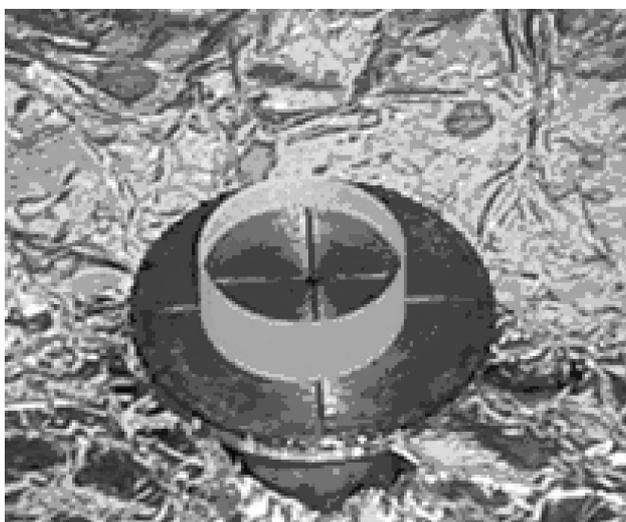


FIGURA 30. Sustrato de vidrio para fabricar la lente plano-convexa.

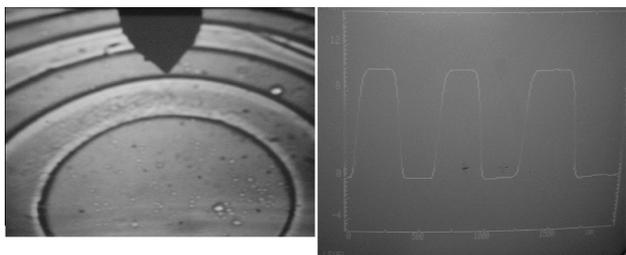


FIGURA 31. a) Microfotografía y b) trazo del perfilómetro en vidrio BK7.

Considerando una aproximación a primer orden y lo descrito en la Sec. 3 el sistema se optimiza mediante el empleo del programa comercial para evaluación de sistemas ópticos OSLO®[82]. Para obtener el diseño final (mostrado en la Fig. 28) donde se muestra el bosquejo de la lente, los radios

de curvatura son proporcionados en la Tabla I, así como los coeficientes de la función de fase [Ec. (26)], y la aberración transversal.

Después de concluir el diseño, se utilizó un programa realizado en lenguaje C junto con las Ecs. (13) para simular la forma de la lente binaria. Utilizando esta rutina, el patrón es generado con el número exacto de anillos para obtener la fase envuelta de la lente de acuerdo a lo explicado en la Sec. 4, tal como se muestra en la Fig. 26.

**7.2. Desarrollo experimental**

El primer paso en la fabricación de elementos ópticos fue la elección del material a utilizar como sustrato. Para la lente híbrida elegimos un vidrio óptico comercial, el vidrio BK7 de Schott®, para el rango visible, el cual reúne los requerimientos ópticos. La máxima rugosidad medida después de pulida la superficie fue de 60 nm; y la mínima fue de 10 nm. En la Fig. 27, se muestra la lente plano-convexa.

El segundo paso, en el desarrollo de la fabricación fue el proceso fotolitográfico. El sustrato se limpió con acetona y se enjuagó con agua des-ionizada. Después se depositó una capa uniforme de fotosina negativa sobre ambas caras de la lente, utilizando una centrifuga. Acto seguido se realizó un proceso de horneado de la muestra a 110°C. Posteriormente, el patrón mostrado en la Fig. 26, fue impreso en el material fotosensible utilizando luz UV, enseguida se realizó el revelado y horneado final a 140°C. El paso final fue el grabado químico sobre la superficie del sustrato, utilizando una solución acuosa de ácido fluorhídrico (HF). A fin de evitar un grabado lateral excesivo, este procedimiento fue monitoreado en lapsos de tiempo cortos. La Fig. 28a) muestra la estructura final y la Fig. 28b) muestra los trazos obtenidos con un perfilómetro, la profundidad del grabado resultó ser de 1 μm ±100 nm. Debido a que se diseñó y grabó una lente difractiva binaria, la eficiencia máxima teórica que se puede obtener

se calcula mediante la Ec. (55) para  $N = 2$ , lo cual da una eficiencia del 41 %, ante esta deficiencia estamos trabajando para que en un futuro cercano se reporten resultados experimentales con grabados multi-nivel como se describió en la Sec. 4.1.1.

## 8. Conclusiones

En este artículo hemos realizado una revisión de los EOD, desde sus inicios hasta las más recientes técnicas para diseñarlos, construirlos y probarlos, se ha explicado de manera concisa cada una de estas etapas, haciendo mención de una gran cantidad de bibliografía para que el lector interesado

pueda profundizar más en los temas de su interés. De manera adicional se han mencionado las aplicaciones en las que los EOD son empleados actualmente. Con todo ello pretendemos hacer notar el valor que estos EOD tienen en la construcción de los modernos aparatos ópticos visuales, haciendo de ellos la óptica del futuro.

## Agradecimientos

Agradecemos a Ignacio Juárez y Mauro Landa la ayuda proporcionada. SVM agradece al CONACYT por el apoyo otorgado mediante proyecto 40086-F. JCR agradece también al CONACYT el apoyo otorgado mediante proyecto 5880-J.

1. K. Bergman, N. Bonadeo, I. Brener and I. Chiang, Test, Integration and Packaging of MEMS 2001, *Proc. SPIE 4408* (2001) p. 2.
2. W. Golstos and M. Holz, *Opt. Eng.* **29** (1990) 1392.
3. J.R. Leger, D. Chen, and G. Mowry, *Appl. Opt.* **34** (1995) 2498.
4. E. Hecht, "Optica", 3<sup>th</sup> ed. (Addison Wesley, España, 2000) p. 496.
5. L d'Auria, J.P Huignard, A.M Roy, and E. Spitz, *Opt. Comm.* **5** (1972) 232.
6. J.J. Clair and C.I Abitbol, *Progress in Optics XVI*, E. Wolf, Ed. North Holland, Amsterdam (1978) p. 73.
7. W.B. Veldkamp and G.J. Swanson, S.H Lee, Ed. *Proc. SPIE 437* (1983) 54.
8. G.J Swanson, "Binary optics technology: the theory and design of multi-level diffractive optical elements," MIT Lincoln Laboratory Report 854 Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA (1989).
9. W.C Tian, J.W. Weigold, and S.W. Pang, *J. Vac. Sci. Tech. B.* **18** (2000) 1890.
10. J.W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2<sup>nd</sup> ed. (McGraw-Hill, San Francisco 1996).
11. M. Born and E. Wolf, *Principles of optics*, 7<sup>th</sup> ed. (Cambridge, United Kingdom 1999).
12. R.N. Bracewell, *The Fourier Transform and its applications*, 3<sup>rd</sup> ed. (McGrawHill, USA, 2000).
13. Lambda Research Corporation, *OSLO Optics Software for Layout and Optimization*, Optics Reference, Version 6.1, Littleton, MA, USA (2001).
14. P.A. Bou, "Placas zonales: Obtención de una lente kinoform por métodos holográficos", Tesis Doctoral, Universidad de Valencia, Facultad de Física, Valencia España (1983).
15. W.C., Sweatt, *JOSA* **67** (1977) 803.
16. E. Hecht, *Optica*, 3<sup>th</sup> ed. (Addison Wesley, España 2000) p. 151.
17. A. Offner, *JOSA* **56** (1966) 1509.
18. Martellucci and A.N. Chester, *Diffractive optics and optical Microsystems* (Plenum press, New York 1997).
19. M. Young, *J.O.S.A.* **62** (1972) 972.
20. W.T. Welford, *Aberrations of the symmetrical optical system* (Academic Press Inc, London, 1974).
21. D.A. Buralli and G. Michael Morris, *Appl. Opt.* **30** (1991) 2151.
22. J. Turunen and F. Wyrowski, *Diffractive optics for industrial and commercial applications* (Akademie Verlag, Berlin 1997).
23. T. Stone and N. George, *Appl. Opt.* **27** (1988) 2960.
24. G.M. Morris, *Appl. Opt.* **20** (1981) 2117.
25. T. Fujita, H. Nishihara, and J. Koyama, *Opt. Lett.* **6** (1981) 613.
26. T. Fujita, H. Nishihara, and J. Koyama, *Opt. Lett.* **7** (1982) 578.
27. M.T. Gale and K. Knop, in Industrial Applications of Laser Technology, W.F. Fagan, Ed., *Proc. SPIE 398* (1938) 347.
28. M.T. Gale *et al.*, *Appl. Opt.* **32** (1993) 2526.
29. J.P.B. Owen, R.L. Michaels, and C.G. Blough, *Appl. Opt.* **36** (1997) 8970.
30. M.T. Gale, in *Micro-optics: Elements, Systems, and applications*, H.P. Herzig, Ed., Taylor and Francis, London, (1997) p. 87.
31. A.G. Poleshchuk, *Optoelectron. Instrum. Data Process* **1** (1992) 67.
32. Borreli and F. Nicholas, *Microoptics technology, fabrication and applications of lens array and devices* (Marcel Dekker, New York, USA, 1999).
33. T.J. Suleski and D.C. O'Shea, *Appl. Opt.* **34** (1995) 7507.
34. W. Daschner, P. Long, M. Larsson, and S.H. Lee, *J. Vac. Sci. Technol. B* **13** (1995) 2729.
35. S. Wolf and R.M. Tauver, *Silicon Processing for the VLSI Era, Vol. 1: Process Technology*. (Eattice Press, Sunset Beach, CA 1986).
36. D.J. Elliot, *Microlithography Process Technology for IC Fabrication*. (McGraw-Hill, New York 1998).
37. P. Rai-Choudhury, *Handbook of Microlithography, Micromachining, and Microfabrication, Vol. 1: Microlithography*. SPIE Press, Bellingham, WA (1997).

38. J.R. Sheats and B.W. Smith, *Microolithography Science and Technology*. (Marcel Dekker, New York 1998).
39. H.J. Levinson, *Principles of Lithography*. (SPIE Press, Bellingham, WA 2001).
40. J. Suleski, in *Encyclopedia of Optical Engineering*, R.G. Driggers, Ed., Marcel Dekker, New York, (2003) p. 374.
41. M.J. Madou, *Fundamentals of Microfabrication: The Science of Miniaturization*, 2<sup>nd</sup> ed. (CRC Press LLC, Boca Raton, FL, 2002).
42. M.T. Duignan, in *Diffraction Optics*, **11** of OSA Technical Digest Series. Optical Society of America Washington, DC (1994) 129.
43. C. Londoño, *Design and fabrication of surface relief diffractive optical elements, or kinoforms, with examples for optical athermalization*, Ph.D. thesis, Tufts University, Medford, MA (1992).
44. T.T. Saito, *Opt. Eng.* **17** (1978) 570.
45. M.J. Riedl and J.T. McCann, in *infrared Optical Design and fabrication*, R.Harsman and W.J. Smith, Eds., *SPIE Press* **CR38** (1991) 153.
46. P.P. Clark and C. Londoño, *Opt. News* (1989) 39.
47. C.G. Blough, M. Rossi, S.K. Mack, and R.L. Michaels, *Appl. Opt.* **36** (1997) 4648.
48. <http://www.canon.com/camera-museum/tech/report/200106/report.html>
49. M. T. Postek, A. E. Vladar, S. N. Jones and W. J. Keery, *J. Res. of Nat. Inst. Stan. & Tech.* **98** (1993) 447.
50. L.J. Lauchlan, D. Nyssonen, and N. Sullivan, in *Handbook of microlithography, Micromachining and Microfabrication*, Vol. 1: *Microlithography*, P. Rai-Choudhury, Ed., SPIE Press, Bellingham, W.A., (1997) 475.
51. Williams and E. Fu., *Proc. SPIE* **2439** (19 40195).
52. J.E. Greivenkamp and J.H. Bruning, in *Optical Shop Testing*, D. Malcara (Ed. Wiley, New York, 1992) 501.
53. M.W. Farn and J.W. Goodman, I. Cindrich and S.H. Lee, Eds., *Proc. SPIE* **1211** (1990) 125.
54. M.B. Stern, M. Holz, S.S. Medeiros and R.E. Knowlden, *J. Vac. Sci. Technol. B* **9** (1991) 3117.
55. J.M. Miller, M.R. Taghizadeh, J. Turunen, and N. Ross, *Appl. Opt.* **32**(1993) 2519 .
56. D.A. Pomet, E.B. Grann, and M.G. Moharam, *Appl. Opt.* **34** (1995)2430-2435.
57. D.C. O'Shea *et al.*, *SPIE Tutorial Texts in Optical Engineering*, **TT62** 2003.
58. T.W. Stone and B J. Thompso, SPIE Optical Engineering Press, Vol. MS34, Washington USA, 1991.
59. K. Bergman, N. Bonadeo, I. Brener, and K. Chiang, in *Design, Test, Integration, and Pack* again of MEMS/MOEMS 2001, B. Courtoi *et al.*, Eds., SPIE 4408 (2005) 2.
60. E. Goldstein, L.Y. Lin, and J. Walker, "Lightwave micromachines for optical networks," *Opt. Photonics News* (2001) 60.
61. W. Goltsos and M. Holz, *Opt. Eng.* **29** (1990) 1392.
62. M.E. Motamedi, A.P. Andrews, W.J. Gunning, and M. Khoshnevisan, *Opt. Eng.* **33** (1994) 3616.
63. F. Nickolajeff, S. Hard, and B. Curtis, *Appl. Opt.* **36** (1997) 8481.
64. J.R. Leger, D. Chen, and G. Mowbry, "*Appl. Opt.* **34** (1995) 2498.
65. J.N. Mait and D.W. Phather (Eds.), *Selected Papers of Subwavelength Diffractive Optics*, MS 166, SPIE Press, Bellingham, WA (2001).
66. O. García Liévanos and S. Vázquez-Montiel, *Proceedings of SPIE* **58750R** (2005) 1.
67. L. Castañeda, "Diseño de sistemas opticos con elementos híbridos y elementos difractivos", tesis de maestria, INAOE, Tonantzintla, 2002.
68. J.A. Hernandez and S. Vázquez-Montiel, *Optical design and analysis of a non-contact profiler using diffractive optical elements (DOEs)* *Proceedings of SPIE* **58750S** (2005) 1.
69. D.A. Buralli and G.M. Morris, *Appl. Opt.* **28** (1989) 3950.
70. D.A. Buralli and G.M. Morris, *Appl. Opt.* **31** (1992) 38.
71. J.A. Futhey, M. Beal, and S. Saxe, in *Annual Meeting*, Vol. 17 of *OSA Technical Digest Series*. Optical Society of America, Washington, DC (1991).
72. D. Fakilis and G.M. Morris, *Appl. Opt.* **34** (1995) 2462.
73. J.M. Sasian and R.A. Chipman, *Appl. Opt.* **32** (1993) 60.
74. A.P. Wood, *Using hybrid refractive-diffractive elements in infrared Petzval objectives* *Proc. SPIE* **1354** (1990) 316.
75. W. Chen and S. Anderson, in *Diffractive and Miniaturized Optics*, S.H. Lee, Ed., CR 49. *SPIE Press*, Bellingham, W.A. (1993) 77.
76. M.D. Missing and G.M. Morris, *Appl. Opt.* **34** (1995) 2452.
77. J.R. Leger, D. Chen, and G. Mowry, *Appl. Opt.* **34** (1995) 2498.
78. A.D. Kathman, W. Heyward, and S.W. Farnsworth, in *Gradient Index, Miniature, and Diffractive Optical Systems*, A.D. Kathman, Ed., *Proc. SPIE* **3778** (1999) 104.
79. M.M. Meyers, *Proc. of SPIE* **2689** 1996.
80. D. Faklis, *Optics & Photonics News* (1995).
81. H.P. Herzig, *Design of Refractive and Diffractive optics* Martellucci & Chester (Plenum Press, 1997).
82. Lambda Research Corporation, *OSLO Optics Software for Layout and Optimization*, Optics Reference, Version 6.1, Littleton, MA, USA, 2001.