

# Estudio de una onda lenta de gran amplitud en el sistema chorro - plasma por ondas de prueba

J. Ruiz-Camacho

Laboratorio de Física de Plasmas, Universidad Simón Bolívar,  
Caracas 1080-A Venezuela,  
e-mail: jgruiz@usb.ve

Recibido el 22 de noviembre de 2007; aceptado el 3 de septiembre de 2008

Se presenta un estudio teórico - experimental del pozo de potencial que se produce detrás de la onda de choque excitada en el sistema *chorro-plasma*. La distribución espacial del pozo de potencial fue calculada con la teoría de fluido, donde además de las dos especies iónicas se incluyeron dos especies electrónicas con diferentes temperaturas y densidades. La profundidad y ancho del pozo medidos experimentalmente se comparan bien con los resultados teóricos. Midiendo la amplificación de las ondas de prueba, excitadas localmente dentro del plasma, hemos calculado la aceleración del chorro de iones en el pozo de potencial. A partir de estas mediciones calculamos la variación espacial de la velocidad del chorro dentro del pozo.

*Descriptores:* Inestabilidad iónico-acústica; ondas de choque; sistema chorro de iones-plasma; relación de dispersión; aceleración de un haz de iones; máquina de doble plasma.

A theoretical and experimental study of the potential well that takes place behind the shock wave excited in an *ion-beam plasma system* was performed. The space distribution of the potential well was calculated with the fluid theory where, in addition to the two ionic species, two electronic species with different temperatures and densities were included. The width and depth of the well, which were measured experimentally, were compared with the theoretical results. Amplification of locally excited test waves within the plasma was measured, allowing us to calculate the ion beam acceleration in the potential well. From these measurements we calculated the space variation of ion beam velocity within the well.

*Keywords:* Ion-acoustic instability; shock waves; ion-beam plasma system; dispersion relation; ion beam acceleration; double plasma device.

PACS: 52.35.Fp; 52.35.Dg; 52.35.Py; 52.35.Tc; 52.35.Qz

## 1. Introducción

La propagación de las ondas de gran amplitud y las respuestas no lineales en un plasma quieto o en un *sistema chorro de iones - plasma* (SCP) ha sido tema de investigación desde hace muchos años en la física de plasmas [1-4]. El tema tiene interés actual en la aceleración de partículas hasta altas energías gracias a campos eléctricos muy fuertes que existen en esas ondas. Por ejemplo, plasmas con chorros de iones de altas energías están presentes en la capa límite de la magnetosfera de nuestro planeta y en los cinturones de radiación de Van Allen [5].

Cuando un SCP es excitado con un pulso de voltaje de gran amplitud se producen tres modos característicos [6]: el *modo rápido*, que evoluciona hacia una onda de choque; el *modo lento*, que evoluciona hacia una depresión o pozo de potencial negativo; y un *modo iónico acústico*. El chorro de iones sufre un aumento de velocidad al cruzar el pozo de potencial negativo. Para ciertos valores de los parámetros, el SCP es estable fuera del pozo e inestable dentro del pozo.

En este trabajo se realizaron medidas de la amplificación de las ondas de prueba dentro del pozo de potencial y a partir de éstas calculamos la velocidad del chorro de iones dentro del pozo.

En la Sec. 2 se presenta la teoría del pozo de potencial, considerada como una estructura de onda solitaria, utilizando

la teoría de fluido. Además de las especies iónicas del plasma, iones quietos e iones del chorro, se considera la existencia de dos especies electrónicas con temperaturas y densidades diferentes; estas dos especies electrónicas son necesarias para la existencia del pozo de potencial. Utilizando las ecuaciones de flujo de partículas y de energía se calcula el aumento de la velocidad del chorro de iones al pasar a través del pozo de potencial. En la Sec. 3 se explica el montaje experimental y las técnicas de detección. Hemos diseñado un *sistema transmisor receptor* (STR) basado en dos sondas de Langmuir para observar la evolución de las ondas de prueba dentro del pozo. En la Sec. 4 se presentan los resultados y su discusión. El perfil del pozo de potencial y la velocidad del chorro medidos experimentalmente dentro del pozo muestran buena concordancia con la teoría presentada. Finalmente, en la Sec. 5 se presentan las conclusiones.

## 2.

### 2.1. Descripción del modelo de fluidos para un sistema chorro plasma con dos temperaturas electrónicas

Se considera un plasma no magnetizado constituido por:

- a) dos especies electrónicas definidas como: electrones fríos con densidad  $n_c$  y temperatura  $T_c$ , y electrones calientes con densidad  $n_h$  y temperatura  $T_h$ ;

- b) una especie iónica de masa  $m_i$ , densidad  $n_i$  y temperatura  $T_i$ ; y c) un chorro de iones cuya densidad y temperatura vienen dados por  $n_b$  y  $T_b$ , respectivamente.

Además asumiremos que la temperatura  $T_i$  es muy pequeña comparada con las temperaturas electrónicas.

Ignoraremos la inercia de los electrones, donde asumiremos que están en equilibrio con el potencial electrostático  $\varphi$ . Por lo tanto, las densidades electrónicas, frías y calientes, vienen dadas por

$$n_c = N_c \exp(\theta_1 \Phi), \tag{1}$$

$$n_h = N_h \exp(\theta_2 \Phi), \tag{2}$$

donde  $\Phi = e\varphi/T_{ef}$  representa el potencial normalizado,  $\theta_1 = T_{ef}/T_c$ ,  $\theta_2 = T_{ef}/T_h$ ,  $N_o = N_c + N_h$  es la densidad de equilibrio, y  $T_{ef}$  representa la temperatura electrónica efectiva definida por

$$\frac{1}{T_{ef}} = \frac{N_c}{N_o} \frac{1}{T_c} + \frac{N_h}{N_o} \frac{1}{T_h}. \tag{3}$$

En el caso de los iones, se tiene que las ecuaciones adimensionales de continuidad y momentum son

$$\partial N_i / \partial t' + \partial (N_i u_i) / \partial X = 0, \tag{4}$$

$$\partial u_i / \partial t' + u_i \partial u_i / \partial X = -\partial \Phi / \partial X, \tag{5}$$

es decir, la densidad iónica se normalizó con la densidad del plasma  $N_o$ ,  $x$  con la longitud de Debye efectiva  $\lambda_{D_{ef}}$  ( $\lambda_{D_{ef}} = \sqrt{k_B T_{ef} / 4\pi N_o e^2}$ , donde  $e$  representa la carga del electrón, y  $k_B$  la constante de Boltzmann), la velocidad iónica  $v_i$  con la velocidad iónica acústica efectiva  $C_{s_{ef}}$  ( $C_{s_{ef}} = \sqrt{k_B T_{ef} / m_i}$ ; donde  $m_i$  representa la masa iónica), el tiempo con el inverso de la frecuencia iónica de plasma  $\omega_{pi} = \sqrt{4\pi N_o e^2 / m_i}$ . Finalmente, las variables normalizadas se expresan como:  $t' = t\omega_{pi}$ ,  $X = x/\lambda_{D_{ef}}$ ,  $u_i = v_i/C_{s_{ef}}$ , y  $N_i = n_i/N_o$ .

La ecuación de Poisson cierra el sistema de ecuaciones junto a las ecuaciones de fluido para los electrones e iones, de donde se obtiene

$$\begin{aligned} \partial^2 \Phi / \partial x^2 = & (N_c / N_o) \\ & \times \exp(\theta_1 \Phi) + (N_h / N_o) \exp(\theta_2 \Phi) - N_i. \end{aligned} \tag{6}$$

Ahora, las Ecs. (4) y (5) son expresadas en un sistema de referencia estacionario definido por  $\xi = X - Mt'$ , donde  $M = v/C_{s_{ef}}$  es la velocidad normalizada de la onda (o número de Mach). El cálculo de las densidades iónicas (iones del plasma e iones del chorro) es basado en el modelo para ondas iónico acústicas laminares propuesto por Montgomery [7], donde se obtiene la variación de la densidad con respecto al potencial normalizado  $\Phi$ .

Es importante resaltar que la densidad total de los iones está distribuida entre los iones del plasma ( $N_p$ ) y los del

chorro ( $N_b$ ), es decir,  $N_i = N_p + N_b$ . Finalmente nos queda

$$N_p = \frac{(1 - \alpha) M}{\sqrt{M^2 - 2\Phi}}, \tag{7}$$

$$N_b = \frac{\alpha(M_o - M)}{\sqrt{(M_o - M)^2 - 2\Phi}}, \tag{8}$$

donde  $\alpha = n_b/N_o$  es la densidad relativa del chorro, y  $M_o = v_b/C_{s_{ef}}$  es la velocidad del chorro normalizada.

Sustituyendo (7) y (8) en (6), obtenemos

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} = & N_c e^{(\theta_1 \Phi)} + N_h e^{(\theta_2 \Phi)} \\ & + \frac{(1 - \alpha) M}{\sqrt{M^2 - 2\Phi}} + \frac{\alpha(M_o - M)}{\sqrt{(M_o - M)^2 - 2\Phi}} \equiv -\frac{dV(\Phi)}{d\Phi} \end{aligned} \tag{9}$$

La Ec. (9) puede ser integrada para obtener el valor de  $V(\Phi)$ , el cual se define como el potencial de Sagdeev. Esta primera integral de la ecuación de Poisson juega un papel importante en el estudio de pozos de potencial negativos:

$$\begin{aligned} V(\Phi) = & \frac{N_c}{\theta_1} \left(1 - e^{(\theta_1 \Phi)}\right) + \frac{N_h}{\theta_2} \left(1 - e^{(\theta_2 \Phi)}\right) \\ & - (1 - \alpha) M^2 \left(\sqrt{\frac{1 - 2\Phi}{M^2}} - 1\right) \\ & - \alpha(M_o - M)^2 \left(\sqrt{\frac{1 - 2\Phi}{(M_o - M)^2}} - 1\right). \end{aligned} \tag{10}$$

La constante de integración se elige de tal forma que:  $V(\Phi = 0) = 0$ .

Reescribiendo el lado izquierdo de la Ec. (9) como

$$\frac{d^2 \Phi}{d\xi^2} = \frac{1}{2} \frac{d}{d\Phi} \left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2, \tag{11}$$

e integrando, eligiendo la constante de integración igual a cero, se obtiene

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\xi}\right)^2 + V(\Phi) = 0. \tag{12}$$

Esta ecuación también puede escribirse como  $d\Phi/d\xi = \pm \sqrt{-2V(\Phi)}$ . La neutralidad del plasma en  $\xi = \pm\infty$ , implic  $dV/d\Phi = 0$ , en  $\Phi = 0$ . De acuerdo con las características descritas para  $V(\Phi)$ , e interpretando a  $\Phi$  como la coordenada espacial y a  $\xi$  como el tiempo, la Ec. (12) es análoga a la primera integral de un oscilador armónico. Para que el oscilador regrese al punto de partida ( $\Phi = 0$ ) debe cumplirse:  $V(\Phi = \Phi_m) = 0$ . Esta condición es necesaria para la existencia de un pozo de potencial negativo. Además, se observa que  $V(\Phi)$  debe ser necesariamente menor que cero en el intervalo  $\Phi_m < \Phi < 0$ , donde  $\Phi_m$  es el potencial mínimo. Por lo tanto, evaluando  $V(\Phi = \Phi_m) = 0$  en la

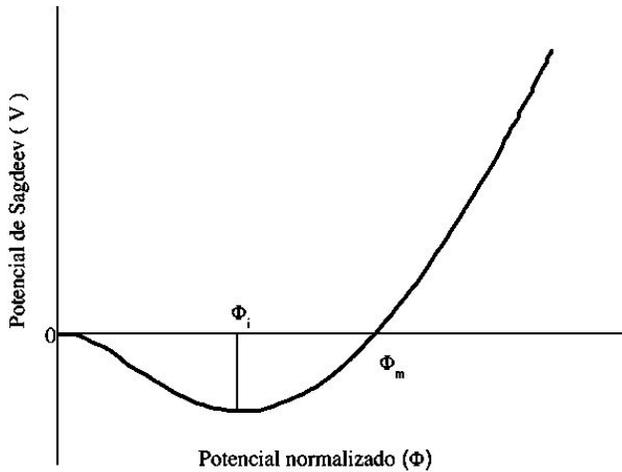


FIGURA 1. Potencial de Sagdeev.

Ec. (10) se obtiene

$$\begin{aligned} & \frac{N_c}{\theta_1} \left( 1 - e^{(\theta_1 \Phi_m)} \right) + \frac{N_h}{\theta_2} \left( 1 - e^{(\theta_2 \Phi_m)} \right) \\ & - (1 - \alpha) M^2 \left( \sqrt{\frac{1 - 2\Phi_m}{M^2}} - 1 \right) \\ & - \alpha (M_0 - M)^2 \left( \sqrt{\frac{1 - 2\Phi_m}{(M_0 - M)^2}} - 1 \right) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

De aquí podemos encontrar una expresión para la velocidad del modo lento en función de la velocidad del chorro normalizada, la concentración del chorro y la profundidad del pozo de potencial. Es decir,  $M = f(M_0, \alpha, \Phi_m)$ .

En la Fig. 1 se muestra el potencial de Sagdeev,  $V(\Phi)$ , donde los puntos de corte con el eje están en 0 y  $\Phi_m$ . El mínimo,  $V(\Phi_i)$ , corresponde al máximo del campo eléctrico,  $E_{m\acute{a}x} = E(\Phi_i) = \sqrt{-2V(\Phi_i)}$ , y ocurre a un potencial  $\Phi_i$  localizado en el punto de inflexión de  $\Phi(\xi)$ . Todas estas condiciones son las que definen el pozo de potencial negativo, las cuales sólo se satisfacen para valores específicos de  $\Phi_m$  y  $M$ . Es decir, la existencia de la solución  $\Phi(\xi)$  depende de la presencia de dos especies electrónicas (además de la presencia de los iones), de lo contrario la integral de (12) no tiene solución. Otros autores han encontrado una solución del hueco iónico sin la presencia, en sus modelos teóricos, de la segunda especie electrónica pero han introducido otras especies de partículas, por ejemplo el atrapamiento parcial de los iones [8]. Los resultados teóricos obtenidos para la evolución del SCP han sido comparados con los valores experimentales

Con relación a la presencia de dos especies electrónicas y a su influencia en la propagación de las ondas iónico-acústicas, queremos decir lo siguiente: La temperatura efectiva (6) depende de las temperaturas electrónicas y de las densidades de dichas componentes [9]. Para obtener una noción de cómo afectan las dos componentes electrónicas a la velocidad iónica acústica, tomaremos un plasma típico de argón con temperatura electrónica fría  $T_c \approx 1$  eV y temperatura electrónica caliente  $T_h \approx 3$  eV, ambos de igual densidad.

Estos valores producen una temperatura electrónica efectiva  $T_{ef} \approx 1.5$  eV, la cual es apreciablemente cercana a  $T_c$ . Cuando las temperaturas de las dos componentes son muy diferentes, el efecto relativo de las altas temperaturas electrónicas es muy pequeño [10]. Por ejemplo, si  $T_h \rightarrow \infty$  y la fracción de densidades  $n_h/n_c$  es finita, entonces el límite superior sobre el valor de la temperatura efectiva viene dado por  $T_{ef} = (N_o/N_c) T_c$ . Por lo tanto, si la componente fría es sólo el 10 % de la densidad electrónica total, entonces no puede ser mayor que  $10 \cdot T_c$ . Este resultado tiene una implicación importante cuando se emplean ondas iónico-acústicas como herramientas de diagnóstico en las siguientes situaciones:

- a) en un plasma electrónico caliente que puede poseer una componente electrónica fría;
- b) en la interpretación propia del espectro de baja frecuencia de las ondas iónico-acústicas de un plasma turbulento que posee un comportamiento de baja temperatura; o
- c) en la utilización de ondas iónico-acústicas para calentamiento por amortiguamiento de Landau.

**2.2. Relación de dispersión para las ondas iónico - acústicas en el sistema chorro plasma. Ondas de pequeña amplitud**

Los efectos de un chorro de iones inyectado dentro de un plasma han sido tema de gran interés en los últimos años. La aplicación de la teoría cinética en los efectos lineales de las inestabilidades ha tenido un gran avance y se han obtenido buenos resultados teóricos, mientras que los resultados experimentales han sido guiados más hacia los efectos no lineales [11]. Todos esos efectos no lineales dependen de las extensiones de la teoría lineal de los modos normales. En este trabajo utilizamos ondas de pequeña amplitud como ondas de prueba para diagnosticar el pozo de potencial.

La relación de dispersión del SCP puede ser escrita como [12]

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{n_c}{K^2} \frac{T_{ef}}{T_c} [1 + \xi_{ec} Z(\xi_{ec})] + \frac{n_h}{K^2} \frac{T_{ef}}{T_h} [1 + \xi_{eh} Z(\xi_{eh})] \\ & + \frac{1}{K^2} (1 - \alpha) \frac{T_{ef}}{T_i} [1 + \xi_i Z(\xi_i)] \\ & + \alpha \frac{1}{K^2} \frac{T_{ef}}{T_b} [1 + \xi_b Z(\xi_b)] = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

donde  $\mu_c = n_c/N_o$  y  $\mu_h = n_h/N_o$  son las densidades normalizadas de los electrones fríos y calientes; igualmente  $\mu_i = n_i/N_o$  y  $\alpha = n_b/N_o$  representan las densidades normalizadas de los iones del plasma y del chorro, respectivamente.  $Z(\zeta)$  es la función de dispersión del plasma [13-15]. Las variables asociadas a cada término vienen dadas por

$$\begin{aligned} & \xi_{ec} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega_{pi}}{\omega_{pec}} \frac{\Omega}{K}, \xi_{eh} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\omega_{pi}}{\omega_{peh}} \frac{\Omega}{K}, \\ & \xi_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{T_{ef}}{T_i}}, \xi_b = \sqrt{\frac{T_{ef}}{2T_b}} \left( \frac{\Omega}{K} - U_b \right) \end{aligned} \quad (15)$$

con

$$K = \frac{k}{K_{Def}}, \quad \Omega = \frac{\omega}{\omega_{pi}}, \quad \alpha = \frac{n_b}{n_0},$$

$$K_{Def} = \frac{2\pi}{\lambda_{Def}}, \quad \omega_{pi} = \left(\frac{n_i z^2 e^2}{M \epsilon_0}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

La expresión de dispersión para ondas longitudinales linealizadas relaciona la velocidad de fase  $\zeta$  con el número de onda  $k$  de las variables del problema: densidades, temperaturas y la velocidad del chorro. Desafortunadamente el estudio numérico de la relación de dispersión es una tarea muy larga, la cual es trivial en teoría pero no en la práctica, específicamente debido a la multiplicidad de parámetros y variables envueltas, y también a la existencia de funciones engorrosas con argumentos complejos.

En principio para un valor dado de  $K$  y de los demás parámetros (densidades, concentraciones, temperaturas y velocidades), la Ec. (14) puede ser resuelta dando como resultado un valor para la velocidad de fase normalizada  $\Omega/K$ .

En ausencia de un chorro ( $u_b = 0$ , ó  $n_b = 0$ ), todas las soluciones de (14) poseen una parte imaginaria negativa ( $Im(\Omega/K) < 0$ ), correspondiendo a las ondas amortiguadas. Para  $u_b \neq 0$ , existe un valor crítico de  $u_b$  para el cual (14) tiene una solución con  $\Omega/K$  real. Para valores mayores que este punto crítico, existen soluciones inestables con la parte imaginaria positiva ( $Im(\Omega/K) > 0$ ) [15]. Por lo tanto, para hallar el límite de estabilidad en los parámetros espaciales podemos observar las soluciones de (14) para  $\Omega/K$  real.

Haciendo uso de la relación [13] [ $Z'(\zeta) = -2(1 + \zeta Z(\zeta))$ ], podemos escribir la relación de dispersión como una función de  $Z'(\zeta)$ . Esta relación entre  $Z'(\zeta)$  y  $Z(\zeta)$  es válida para

todo  $\zeta$ . Luego de sustituirla en (14) nos queda

$$1 - \frac{\mu_c}{2K^2} \frac{T_{ef}}{T_c} Z'(\zeta_c) - \frac{\mu_h}{2K^2} \frac{T_{ef}}{T_h} Z'(\zeta_h)$$

$$- \frac{\mu_i}{2K^2} \frac{T_{ef}}{T_i} Z'(\zeta_i) - \frac{\alpha}{2K^2} \frac{T_{ef}}{T_b} Z'(\zeta_b) = 0. \quad (17)$$

Para resolver la Ec. (17) numéricamente, se utilizará la aproximación fraccional de la función  $Z'(\zeta)$ , encontrada por G. Donoso [16], en lugar de la aproximación de  $Z(\zeta)$  (que es la forma más utilizada por varios autores). Esta elección se debe a la simplificación de los cálculos y a la obtención de resultados más confiables.

La variable  $\zeta = \Omega/K$  posee solamente valores en el plano complejo positivo. Es decir, la aproximación fraccional de  $Z'(\zeta)$  es válida sólo para  $Im(\zeta) > 0$ . Por lo tanto, se utilizará la siguiente aproximación  $Z'_{21}(\zeta) = -2/(1 - i\sqrt{\pi}\zeta - 2\zeta^2)$ .

Comúnmente en los modelos teóricos se utiliza la frecuencia  $\Omega$  como la variable compleja del problema, es decir,  $\Omega = \Omega_r + i\Omega_i$ , y el número de onda  $K$  como un valor real. Sin embargo, cuando realizamos un experimento, la excitación y propagación de la onda es un problema de condiciones de borde, por lo que debemos utilizar el número de onda  $K$  como la variable compleja del problema,  $K = K_r + iK_i$ , y la frecuencia  $\Omega$  como el parámetro real. El número de onda  $K$  es complejo y por lo tanto es el que va a decidir los rangos de amortiguación e inestabilidad de la onda electrostática.

En resumen, si  $\Omega/K > 0$  implica que  $Im(K) < 0$ . Así, utilizando la aproximación para  $Z'_{21}(\zeta)$ , la relación de dispersión nos queda como un cociente de dos polinomios, donde el numerador es un polinomio de grado diez en la variable  $K$  y cuyos coeficientes son valores complejos que dependen de la frecuencia  $\Omega$ , la concentración del chorro  $\alpha$  y la velocidad del chorro  $u_b$ .

Los cálculos numéricos de las raíces del polinomio del numerador permiten encontrar los valores del número de onda que satisfacen la relación de dispersión.

La Fig. 2 muestra la solución de (17), se observan los tres modos de propagación existentes en la relación de dispersión del SCP: modo iónico acústico, modo lento y modo rápido. Estos resultados concuerdan con los de otros autores [17].

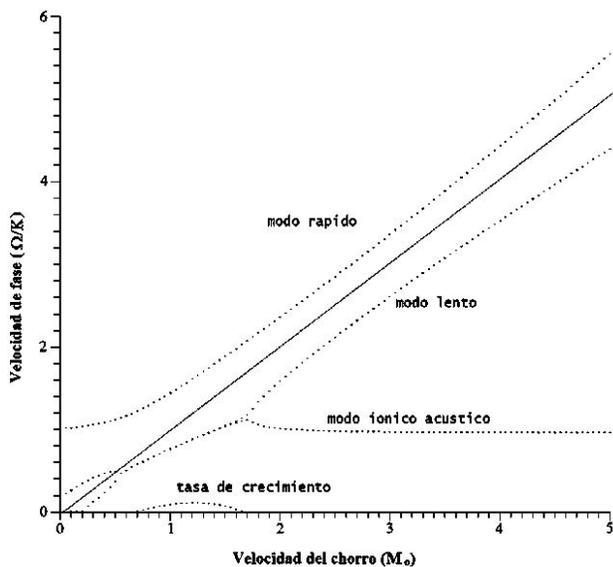


FIGURA 2. Relación de dispersión del sistema chorro-plasma con:  $\alpha = 0.1$ ,  $T_b/T_i = 20.0$  y  $T_h/T_c = T_{hc} = 30.0$ .

### 2.3. Función de distribución de velocidades de los iones en el pozo de potencial de la onda lenta

Utilizando la relación de la conservación de energía en el sistema de referencia de la onda, y de la función de distribución de velocidades de los iones fuera del pozo, podemos escribir la función de distribución de los iones perturbados que se encuentran dentro del pozo. Asumiendo una función de dis-

tribución para la región fuera del pozo como

$$f_o(u) = (1 - \alpha) \left(\frac{\theta_p}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{(-\theta_p u^2)}{2}} + \alpha \left(\frac{\theta_b}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} e^{\frac{(-\theta_b(u-M_0)^2)}{2}}, \quad (18)$$

donde  $u = v/C_{sef}$  es la velocidad normalizada,  $\theta_p$  y  $\theta_b$  son los cocientes entre la temperatura iónica y electrónica efectiva tanto para los iones del plasma como para los iones del chorro, respectivamente. Si nos colocamos en el máximo de la distribución para el chorro de iones, vemos que dichas partículas poseen una velocidad  $u_b=v_b/C_{sef}\equiv M_o$ , y cuya energía asociada es  $E_{fuera}=M_o^2/2$ . Ahora, si nos paramos en un referencial que esté dentro del pozo, y observamos ese mismo grupo de partículas, el flujo de partículas con estas condiciones debe conservarse, es decir  $u \cdot f(u) \cdot du = u' \cdot f(u') \cdot du'$ . La ecuación anterior también puede escribirse como  $f(E) dE = f(E') dE'$ . Esto nos asegura que la energía de las partículas se conserva fuera y dentro del pozo de potencial. Utilizando esta última condición se obtiene que la velocidad de las partículas del chorro dentro del pozo es  $u' = (M - M_o + \varepsilon((u - M)^2 + 2\Phi)^{1/2})$ , donde  $\varepsilon = -1$  si  $u < M$  ó  $\varepsilon = +1$  si  $u > M$ .

La función de distribución de velocidades perturbada viene dada por

$$f_\phi(u) = (1 - \alpha) \left(\frac{\theta_p}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} e^{\left(\frac{-\theta_p(M+\varepsilon((u-M)^2+2\Phi)^{\frac{1}{2}})^2}{2}\right)} + \alpha \left(\frac{\theta_b}{2\pi}\right)^{\frac{1}{2}} e^{\left(\frac{-\theta_b(M-M_o+\varepsilon((u-M)^2+2\Phi)^{\frac{1}{2}})^2}{2}\right)} \quad (19)$$

donde el resto de las variables se normalizan como en la sección anterior.

La distribución de velocidades del chorro dentro del pozo sufre un corrimiento en el espacio de velocidades proporcional a  $|\Phi|$ , originándose una región donde no existen partículas atrapadas. El resultado se muestra en la Fig. 3, donde se observa una depresión de densidad entre 1.2 y 2.0 aproximadamente, y además se observa un corrimiento del máximo de la velocidad en 0.3. Estas funciones de distribución, (18) y (19), son continuas en el espacio de velocidades y satisfacen los requerimientos para una posible solución del tipo BGK [18].

Para observar el corrimiento anteriormente mencionado, observamos los máximos de energía asociados a las funciones de distribución. Fuera del pozo de potencial se tiene que  $E_{fuera/máx} = M_o^2/2$ ; y dentro del pozo

$$E_{dentro/máx} = \frac{1}{2} \left( M + \sqrt{((M_o - M)^2 - 2\Phi)} \right)^2$$

Por lo tanto, el corrimiento será

$$\Delta E = E_{dentro} - E_{fuera} = \frac{1}{2} \left( \left( \left( M + (M_o - M)^2 - 2\Phi \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2 - M_o^2 \right)$$

Este aumento de energía  $\Delta E$ , corresponde a la aceleración electrostática del chorro debido al pozo de la onda lenta [19]. Haciendo un desarrollo en serie de Taylor de  $\Delta E$  para  $\alpha \ll 2|\Phi|$  y  $M_o - M \approx \alpha^{1/2}$  alrededor de  $\Phi = 0$ , se tiene que  $\Delta E \approx (M_o |\Phi|)/\alpha^{1/2}$ . Debido a que  $M_o/\alpha^{1/2}$  es más grande que la unidad, la energía del chorro, medido en el sistema del laboratorio, es mayor que en el pozo de potencial. Ésta es una consecuencia directa del hecho de que el potencial electrostático que interactúa con los iones está moviéndose en el sistema del laboratorio.

La aceleración electrostática de los iones que pasan a través de la onda lenta deforman localmente la función de distribución de los iones en el intervalo de velocidades entre  $M - (2|\Phi|)^{1/2}$  y  $M + (2|\Phi|)^{1/2}$ .

### 3. Desarrollo experimental

Los experimentos fueron realizados en una máquina de doble plasma (MDP) [20], la cual ha sido utilizada por muchos años en experimentos sobre excitación de ondas iónico- acústicas en plasmas de baja densidad. La MDP está formada por dos cilindros de acero de 50 cm de diámetro y 50 cm de longitud, conectados colinealmente y separados por una malla metálica; la Fig. 4 muestra un esquema de nuestra MDP. Los dos cilindros se definen como cámara blanco o *target* y cámara fuente o *source*. En la superficie de cada cilindro existen ventanas que se utilizan para las sondas y otros propósitos experimentales. Las cámaras son vaciadas a través de una de las ventanas por medio de un sistema de vacío que permite alcanzar una presión base del orden de  $8 \times 10^{-7}$  Torr. La presión neutra a la cual se crea el plasma es de  $2 \sim 3 \times 10^{-4}$  Torr. El plasma se produce con gas argón, el cual es inyectado a

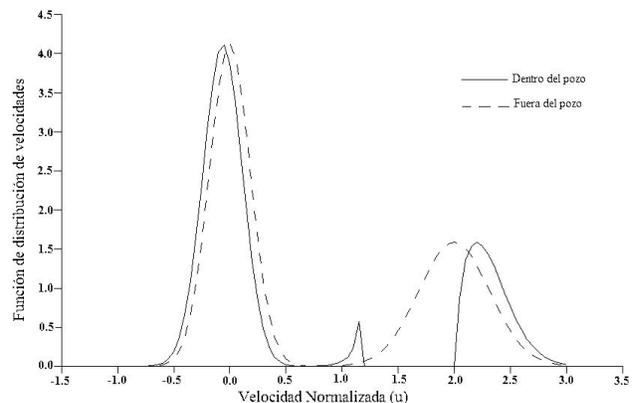


FIGURA 3. Distribución de velocidades dentro y fuera del pozo del potencial para el sistema chorro-plasma. La línea segmentada corresponde con la distribución dentro del pozo y la línea continua a la distribución dentro del pozo.

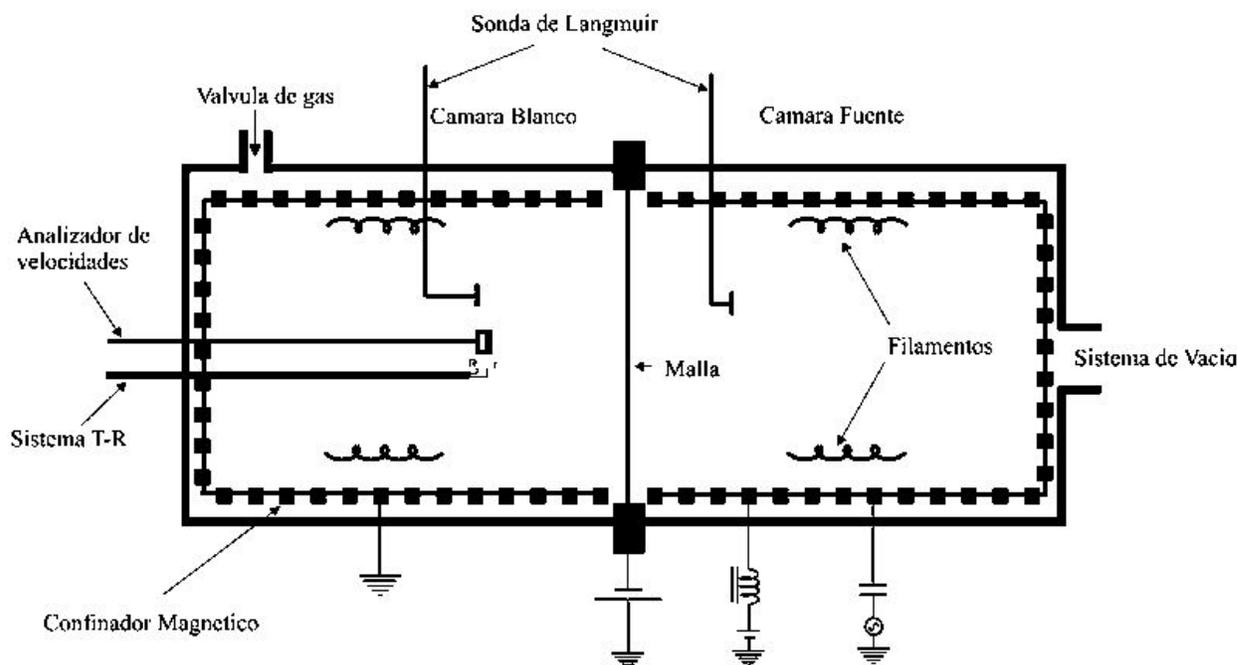


FIGURA 4. Diagrama esquemático del montaje experimental.

través de una válvula colocada en la cámara blanco que permite mantener la presión constante dentro de las cámaras. Para la obtención de plasma se utilizan filamentos de wolframio (diámetro:  $100 \mu\text{m}$ , largo:  $7 \text{ cm}$ ) colocados en la parte interior de las cámaras. Éstos son alimentados con dos fuentes DC ( $20 \text{ V}$ ,  $40 \text{ A}$ ). La emisión electrónica de los filamentos, después de ser acelerada, es la que produce la ionización del gas neutro, para luego generar el plasma. Un confinamiento magnético del plasma es logrado a través de dos cilindros contruados con barras magnéticas, los cuales son colocados dentro de cada cámara. Éstos evitan que la energía del plasma se disipe a través de las paredes internas de las cámaras por medio de las colisiones, y además impiden que las impurezas depositadas sobre las paredes contaminen al plasma.

Las medidas de los parámetros del plasma y la excitación de las ondas se realizan con dos sondas de Langmuir; un analizador de velocidades; y un *sistema transmisor receptor* (STR), el cual nos permite determinar la región de inestabilidad en el plasma. Los parámetros medidos son

- densidad del plasma  $N_o$ , la cual está en el intervalo de  $10^8 - 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ;
- la temperatura iónica:  $T_i \leq 0.05 \text{ eV}$ ; y
- la temperatura electrónica que posee dos componentes:  $T_c \approx 0.1 \text{ eV}$  y  $T_h \approx 1.5 \text{ eV}$ .

No existe campo magnético en el plasma.

El STR está formado por dos sondas cilíndricas (diámetro de  $300 \mu\text{m}$ ), que se encuentran separadas una distancia de  $\Delta x = 3 \text{ mm}$ . Esta distancia es aproximadamente  $10 \lambda_{D_{ef}}$ . La sonda transmisora emite una señal sinusoidal de pequeña amplitud que se propaga a través del plasma. La amplitud de

esta señal se amplifica en la región inestable y luego es detectada por la sonda receptora, presentando variaciones para distintas posiciones a lo largo del eje de la MDP.

Esta sonda permite estudiar las inestabilidades del SCP, ya que podemos monitorear de forma constante un punto fijo del espacio dentro del plasma, de tal forma que se puede observar el paso del pozo de potencial por dicho punto. Los cambios que experimenta la señal de prueba permiten encontrar la velocidad del chorro iónico y estudiar la forma del pozo de potencial. La necesidad de construir este sistema transmisor-receptor, alternativo a un analizador de velocidades, se debe a la sensibilidad de detectar cambios en la velocidad del chorro cercanos a la del plasma. Cuando monitoreamos el sistema con un analizador de velocidades, existen casos donde no podemos determinar la velocidad del chorro.

Finalmente, con la información obtenida de la amplificación de la señal, se determina la tasa de crecimiento espacial  $K_i$  que viene dada por

$$K_i = \frac{1}{\Delta x} \ln \left( \frac{\phi(\Delta x)}{\phi_0} \right).$$

## 4. Resultados

### 4.1. Distribución espacial del pozo de potencial

La Fig. 5 muestra la distribución espacial del pozo de potencial  $\Phi(\xi)$  en términos de la variable  $\xi = X - Mt$  para distintas concentraciones del chorro ( $\alpha = n_b/n_0 = 0.1 - 0.3$ ). Los parámetros son  $N_c = 0.8$ ,  $N_h = 0.2$ ,  $N_o = 1 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$ ,  $M_o = 2.0$ ,  $T_{ef} = 1 \text{ eV}$ ,  $T_h/T_c = T_{hc} = 30.0$ , y  $T_b/T_i = 20.0$ .

El ancho del pozo  $\Delta \xi = 2\Delta\Phi/\sqrt{-2V(\Phi)}$  se obtiene de la Ec. (17), evaluada en el punto de inflexión  $\Delta\Phi \approx |\Phi_m|$ ,

donde  $\Phi_m$  es la profundidad del pozo. Estos valores coinciden aproximadamente con el ancho medido a la mitad de la profundidad. Para las concentraciones de 0.1, 0.2, y 0.3 se obtuvieron  $\Delta\xi = 20, 25$  y  $30$ , respectivamente.

La Fig. 6 muestra la evolución de la respuesta del SCP para pulsos de excitación cuya amplitud aumenta desde 0.5 hasta 5.0 voltios. El detector (sonda de Langmuir) se encuentra en  $x = 6$  cm contados a partir de la malla central de la máquina de doble plasma (ver Fig. 4).

En la traza (a), se observa la existencia de los modos rápido ( $t_f = 37 \mu s$ ) y lento ( $t_s = 85 \mu s$ ). Estos modos son la respuesta lineal del sistema ante un pulso de excitación de pequeña amplitud. En lo que sigue sólo hablaremos del modo lento.

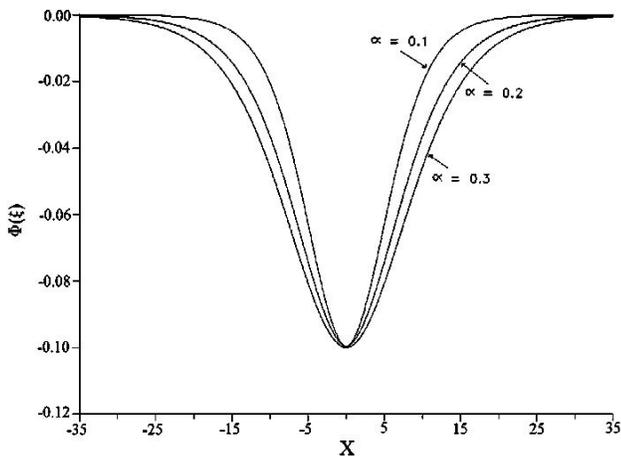


FIGURA 5. Distribución espacial del pozo de potencial para diferentes concentraciones ( $\alpha = 0.1, 0.2$  y  $0.3$ ) para:  $T_{hc} = 30.0, N_c = 0.8, N_h = 0.2, \Phi_m = -0.1$  y  $M_o = 2.0$ .

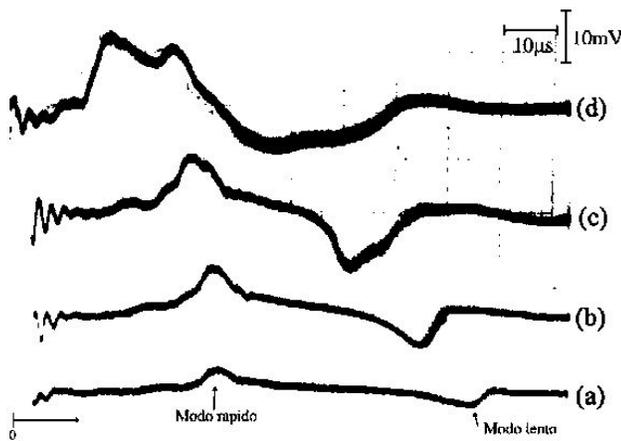


FIGURA 6. Evolución del modo lento hacia un pozo de potencial. La traza (a) representa la respuesta del sistema chorro-plasma para un pulso de pequeña amplitud. Las trazas (b), (c), y (d) son las respuestas para un pulso cuya amplitud ha aumentado continuamente.

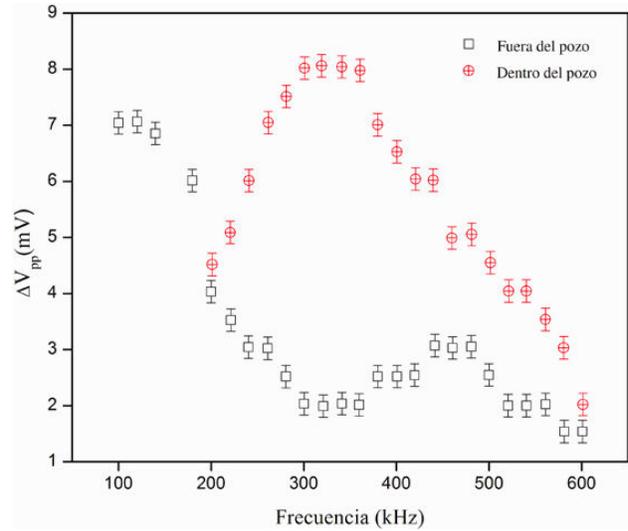


FIGURA 7. Variación de la señal recibida con el STR en función de la frecuencia de transmisión de la onda de prueba. Los símbolos  $\oplus$  y  $\square$  representan las señales medidas dentro y fuera del pozo de potencial respectivamente.

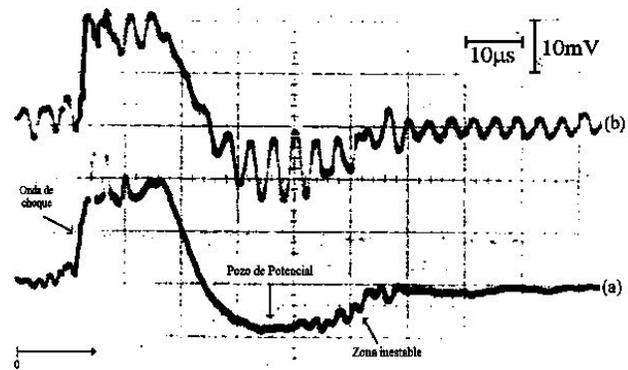


FIGURA 8. Aceleración del chorro de iones en la zona inestable. La traza (a) muestra el pozo de potencial y la inestabilidad iónico acústica sin la onda de prueba. En la traza (b) se observa un crecimiento de la onda de prueba dentro del pozo de potencial.

Las trazas (b), (c) y (d) muestran la evolución del modo lento hacia un pozo de potencial, el cual es afectado mayormente a medida que aumenta la amplitud del pulso de excitación.

El ancho del pozo de la traza (b) es aproximadamente  $\Delta t = 5 \mu s$  que corresponde a un

$$\Delta x = C_{sef} \Delta t = 0.75 \text{ cm} = 25 \lambda_{Def}$$

Este valor se compara bien con los valores teóricos mencionados anteriormente (aquí hemos utilizado  $C_{sef} = 1500 \text{ m/s}$  y  $\lambda_{Def} = 0.3 \text{ mm}$  que corresponde a una temperatura electrónica efectiva  $T_e = 1 \text{ eV}$ ). La amplitud del pozo es  $8 \text{ mV}$  aproximadamente. Esto corresponde a un valor normalizado  $|\Phi_m| = 0.02$ .

En la traza (c), en la zona cercana a  $t = 70 \mu s$ , se observa claramente una inestabilidad, evidenciada por el

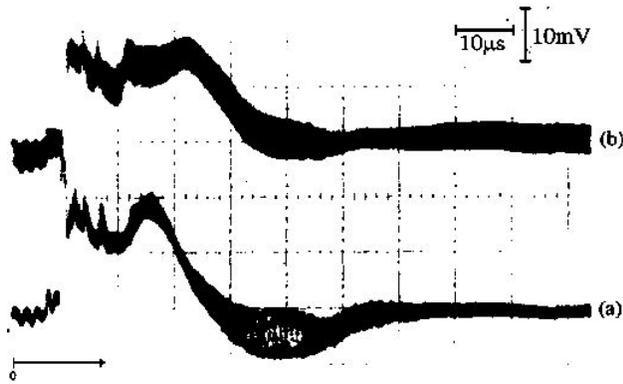


FIGURA 9. Influencia de la velocidad del chorro en la determinación de la zona inestable. En la traza inferior (a) se observa una inestabilidad localizada dentro del pozo de potencial. Si variamos la velocidad del chorro, traza (b), la inestabilidad se propaga por todo el plasma. La velocidad del chorro es un parámetro muy importante para la determinación de la inestabilidad en el sistema chorro plasma.

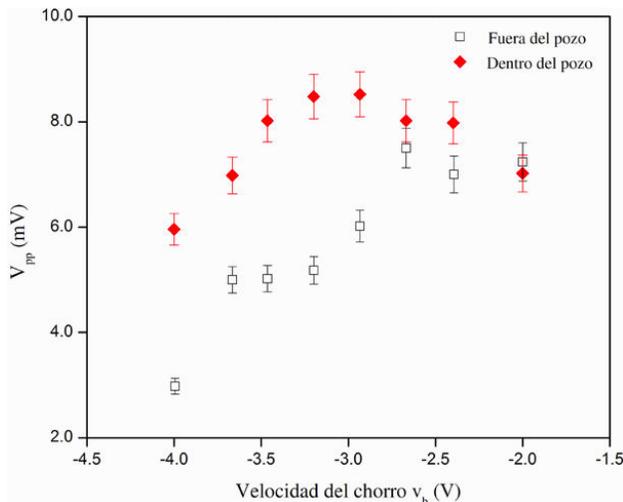


FIGURA 10. Amplitud de la señal recibida dentro ( $\blacklozenge$ ) y fuera ( $\square$ ) del pozo en función de la velocidad del chorro.

ensanchamiento de la traza y observada anteriormente por Pierre *et al.* [19]. Esta zona se extiende a todo el pozo, desde  $t = 50 \mu s$  hasta  $t = 70 \mu s$  en la traza (d).

#### 4.2. Aceleración del chorro de iones

El pozo de potencial es excitado en el plasma pulsando la cámara fuente de la MDP de una manera periódica (frecuencia de 1 kHz aproximadamente) con un pulso de  $10 \mu s$  de duración y algunos voltios de amplitud. Utilizando el STR, monitoreamos el plasma con una onda de prueba de 300 kHz de manera continua. Se observó un aumento de la amplitud de la señal recibida cuando el pozo de potencial pasa frente al STR.

Más aún, en la Fig. 7 se muestra una comparación de la señal  $\Delta V_{pp}$  recibida dentro del pozo ( $\oplus$ ) con una que se propaga en el plasma sin perturbar ( $\square$ ). Como la relación de

dispersión (17) depende de la velocidad del chorro, se observó un desplazamiento del máximo desde 100 kHz (fuera del pozo) a 300 kHz (dentro del pozo).

La traza (a) de la Fig. 8 muestra en forma muy clara la onda de choque (modo rápido) y el pozo de potencial (modo lento). Se observa una inestabilidad espontáneamente hacia la parte de atrás del pozo. La traza (b) presenta en forma superpuesta la onda de prueba recibida después de propagarse en el plasma. Se observa claramente la amplificación de ésta dentro del pozo. La amplificación corresponde a un factor de 4.3 (13 mV/3 mV), aproximadamente.

Hacemos notar que esto se debe al aumento de la parte imaginaria de  $K$  ( $K_i$ ), producido por el aumento de la velocidad del chorro en esa zona. Este aumento puede escribirse como  $\Delta V_{pp}(v_B) = \Delta V_{pp}(0) \exp(K_i(v_b)\Delta x)$ , donde  $\Delta x$  es la separación entre las sondas del sistema STR.

La Fig. 9 muestra la influencia de la velocidad del chorro sobre la inestabilidad. En la traza (a) podemos observar una inestabilidad dentro del pozo (ensanchamiento de la traza solamente en el pozo). Si aumentamos la velocidad del chorro, traza (b), se observa la propagación de la inestabilidad en todo el plasma.

La Fig. 10 muestra la señal recibida  $\Delta V_{pp}$  en el centro del pozo ( $\blacklozenge$ ) y en el sistema chorro plasma sin perturbar ( $\square$ ) para distintos valores de la velocidad del chorro. La señal dentro del pozo se amplifica más. El corrimiento horizontal  $\Delta V_b$  entre las dos curvas (plasma y pozo) mide la aceleración del chorro. En este experimento, el aumento de la energía del chorro fue  $\Delta V_b = 0.8$  eV, aproximadamente. La energía del chorro fuera del pozo viene dada por  $1/2 M_i v_b^2 = eV_b$ ; dentro del pozo se tiene  $1/2 M_i v_b'^2 = eV_b + \Delta V_b$ . Sustituyendo valores típicos de operación:  $T_e = 1$  eV,  $C_{sef} \cong 1500$  m/s,  $M_o = v_b/C_{sef} = 2$ ,  $v_b = \sqrt{2eV_b/M_i}$  resulta  $V_b = 2.0$  V. Por lo tanto dentro del pozo se tiene  $V_b' = V_b + \Delta V_b \cong 2.8$  volts. Esto corresponde a un aumento de 40% en la energía del chorro y a un 20% en la velocidad del chorro.

La Fig. 11 muestra el perfil de velocidad del pozo, el cual se define a partir de la variación de la velocidad del chorro dentro del pozo en función de la posición. Este perfil se obtuvo de la siguiente manera:

- 1) Utilizando la traza (a) de la Figura 10 se mide  $\Delta V_{pp}(t)$  dentro del pozo;
- 2) utilizando la relación  $x = v_s t$  (donde  $v_s$  es la velocidad del modo lento) se transforma el tiempo en la coordenada espacial; y, finalmente,
- 3) Utilizando la relación  $\Delta V_{pp} = f(V_b)$  entre la señal recibida en el plasma sin perturbar y la velocidad del chorro mostrada en la traza (b) de la Fig. 8, que llamaremos *curva de calibración*, obtenemos la velocidad del chorro correspondiente a cada posición dentro del pozo de potencial.

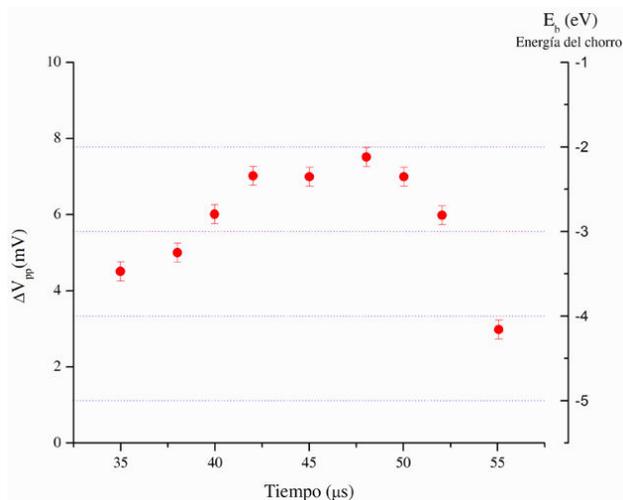


FIGURA 11. Perfil de velocidad del chorro. La escala de la izquierda indica la amplitud de la señal recibida después de propagarse  $\Delta x = 3$  mm dentro del pozo. La escala de la derecha indica la energía del chorro dentro del pozo. La escala de tiempo se traduce a escala de distancia utilizando la relación  $x = v_s t$ , donde  $v_s$  es la velocidad del modo lento:  $v_s = 1200$  m / s.

El perfil resultante se muestra en la misma Fig. 11, utilizando la escala del lado derecho etiquetada como *energía del chorro*. Esto se debe a que la línea de calibración es una línea recta, cosa que hemos aceptado como hipótesis de trabajo arbitrariamente, para simplificar el procedimiento. Se observó un aumento de la energía del chorro de  $\Delta E_b \cong 1.2$  eV.

## 5. Conclusiones

La finalidad de este trabajo es el estudio de la evolución y propagación del pozo de potencial que se forma en el sistema

chorro-plasma cuando se introduce un pulso de gran amplitud.

Se desarrolló un modelo teórico donde se consideran dos especies electrónicas, un chorro de iones e iones quietos. Se observó que la existencia de dos especies electrónicas, frías y calientes, es fundamental en la creación del pozo de potencial. Se encontraron resultados teóricos relacionados con el ancho y la profundidad del pozo del potencial, verificados experimentalmente.

Se determinó la relación de dispersión del sistema chorro-plasma para distintas concentraciones del chorro.

Se diseñó un *sistema transmisor-receptor* (STR) para medir la amplificación de la onda prueba cuando se propaga dentro del pozo de potencial y se determinó la tasa de crecimiento de la inestabilidad observada dentro del pozo.

Se comprobó experimentalmente la evolución del modo lento hacia un pozo de potencial.

La inestabilidad localizada dentro del pozo fue observada experimentalmente y la tasa de crecimiento de la onda de prueba también fue calculada.

Se estudió la influencia tanto de la frecuencia de las ondas de prueba, así como la debida a la velocidad chorro propagada en el plasma, después de ser detectadas con el STR.

Se determinó la amplitud de la señal recibida dentro y fuera del pozo de potencial en función de la velocidad del chorro, lo que nos permitió estudiar el perfil de velocidades del chorro dentro del pozo de potencial.

Se determinó, teórica y experimentalmente, el incremento de la energía del chorro en función de la profundidad del pozo.

Finalmente, se tiene que el método de diagnóstico, basado en la transmisión y recepción de ondas de prueba, permitió determinar varios parámetros del pozo de potencial.

1. Y. Nakamura, T. Odagiri y I. Tsukabayashi, *Plasma Phys Control. Fusion* **39** (1997) 105.
2. J. L. Cooney, M.T. Gavin y K.E. Lonngren, *Phys Fluids B* **3** (1991) 2758.
3. N. Sato, H. Sugai y R. Hatakeyama, *Phys. Rev. Lett.* **34** (1975) 931.
4. A. Lee, S. Gleman y W.D. Jones, *Phys. Rev. Lett.* **32** (1974) 1225.
5. J.I. Vette, *Summary of Particle populations in the magnetosphere* (Reidel, Dordrech, The Netherland, 1970) p. 305.
6. N. D'Angelo, S.V. Goeler y T Ohe, *Phys Fluids* **9** (1966) 1905.
7. D. C. Montgomery y G. Joyce, *J. Plasma Phys.* **3** (1969) 1
8. M. Temerin, K. Cerny, W. Lotko y F.S. Mozer, *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 1175.
9. W.D. Jones, A. Lee, S.M. Gleman y H.J. Doucet, *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) 1349.
10. D. Grésillon y F. Doveil, *Phys. Rev. Lett.* **34** (1975) 77.
11. B. N. Goswami y B. Buti, *Phys. Lett A* **57** (1976) 149
12. C. Cereceda y J. Puerta, *Phys. Scr. T* **84** (2000) 206.
13. B. D. Fried, R.B. White y T.K. Samec, *Phys. Fluids.* **14** (1971) 2388.
14. K. Miyamoto, *Plasma Physics for Nuclear Fusion*. (MIT, Cambridge, MA. 1980) p. 351.
15. R.N. Franklin, S.M. Hamberger, G. Lampis y G.J. Smith, *Phys. Rev. Lett.* **27** (1971) 1119.
16. G. Donoso y P. Martin, *J. Math. Phys.* **26** (1985) 1186.
17. D. Grésillon y F. Doveil, *Phys. Rev. Lett.* **34** (1975) 77.
18. I. B. Bernstein, J.M. Greene y M.D. Kruskal, *Phys. Rev.* **108** (1957) 546.
19. T. Pierre, G. Bonhomme, G. Leclert y J.R. Cussenot, *Plasma Phys. Control. Fusion* **27** .
20. J. Taylor, K.R. MacKenzie y H. Ikezi, *Rev. Sci. Instrum.* **43** (1972) 1675.