

Momento electromagnético, efectos cuánticos y la masa del fotón

G. Spavieri, J. Erazo y A. Sánchez

*Centro de Física Fundamental, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes,
Mérida, 5101-Venezuela.*

M. Rodriguez

*Departamento de Física, Facultad de Ciencia Y Tecnología (FACYT), Universidad de Carabobo,
Naguanagua, 2001-Venezuela.*

Recibido el 6 de enero de 2008; aceptado el 28 de mayo de 2009

Se describe el rol del momento de los campos electromagnéticos (EM) \mathbf{P}_e , en varias áreas de la física moderna, revisando los adelantos más recientes y sus relaciones con \mathbf{P}_e . El momento \mathbf{P}_e representa la interacción EM en las ecuaciones para la propagación de ondas de luz y materia. Como una aplicación de las propiedades de propagación ondulatoria se considera un experimento óptico de primer orden, el cual prueba la velocidad de la luz en gases enrarecidos en movimiento. Además, \mathbf{P}_e está vinculado a la visión unitaria de los efectos cuánticos del tipo Aharonov-Bohm (AB) y, para varios de estos efectos, se evalúa la expresión explícita de \mathbf{P}_e . Finalmente, estos efectos proporcionan un enfoque cuántico para estimar el límite de la masa del fotón m_{ph} . Un nuevo efecto del tipo AB, junto con el efecto escalar AB, constituye la base para un experimento de laboratorio que proporciona el límite $m_{ph} \simeq 9.4 \times 10^{-52}g$, un valor que mejora los resultados logrados con recientes enfoques clásicos y cuánticos.

Descripciones: Momento electromagnético; efecto Aharonov-Bohm; modelo magnético de la luz; masa del fotón.

We review the role of the momentum of the electromagnetic (EM) fields \mathbf{P}_e in several areas of modern physics, revising the most recent achievements and its relationship with \mathbf{P}_e . The moment \mathbf{P}_e represents the EM interaction in equations for matter and light waves propagation. As an application of wave propagation properties, a first order optical experiment which tests the speed of light in moving rarefied gases is presented. Moreover, \mathbf{P}_e is the link to the unitary vision of the quantum effects of the Aharonov-Bohm (AB) type and, for several of these effects, the explicit expression of \mathbf{P}_e is evaluated. Finally, these effects provide a quantum approach to evaluate the limit of the photon mass m_{ph} . A new effect of the AB type, together with the scalar AB effect, provides the basis for table-top experiments which yield the limit $m_{ph} \simeq 9.4 \times 10^{-52}g$, a value that improves the results achieved with recent classical and quantum approaches.

Keywords: Electromagnetic momentum; Aharonov-Bohm effect; magnetic model of light; photon mass.

PACS: 03.30.+p; 03.65.Ta; 01.55.+b; 42.15.-i

1. Introducción

El momento electromagnético (EM) es una cantidad de la física clásica que aparece en la descripción estándar de la energía y el momento de los campos electromagnéticos, los cuales son componentes del tensor electromagnético $\Theta^{\alpha\beta}$. Aquí se considera el momento \mathbf{P}_e – el momento de *interacción* de los campos electromagnéticos – una cantidad que empieza a despertar el interés de muchos físicos, ya que aparece en diferentes escenarios de la física moderna. En uno de estos escenarios se describe la propagación de luz en medios en movimiento [1–4]. Otro importante escenario está relacionado con la visión unitaria de los efectos cuánticos no locales del tipo Aharonov-Bohm (AB) [5–12].

El objetivo principal de este artículo es presentar recientes avances en física que involucran al momento electromagnético \mathbf{P}_e y su influencia sobre nuevas propuestas experimentales y otras consecuencias como, por ejemplo, encontrar un nuevo límite superior de la masa del fotón. Paralelamente, se revisan y describen los temas más importantes que caracterizan dichos escenarios.

Como primer punto, donde interviene el momento electromagnético \mathbf{P}_e , consideramos el escenario de la relatividad especial, ya que, recientemente, han surgido varios artícu-

los que proponen nuevas y distintas interpretaciones de esta teoría. Algunos autores adoptan un punto de vista similar a los presentados por Lorentz y Poincaré en sus históricos trabajos. Ellos defienden la existencia de un marco de referencia especial, es decir, el sistema del éter. Por ejemplo, Selleri [13, 43] ha ampliado la idea presentada por Bell [15, 16] y obtuvo una teoría tipo Lorentz, completamente compatible con la relatividad especial en cuanto a la descripción de los fenómenos físicos, pero muy diferente en cuanto a su interpretación y enfoque filosófico. Otra teoría tipo Lorentz, muy relacionada a la formulación de Selleri, ha sido desarrollada por Guerra y de Abreu en las Refs. 17 a la 20.

Se ha comentado que estas diferentes formulaciones de la teoría especial de la relatividad son únicamente compatibles sólo en el vacío, debido a que pueden manifestarse diferencias cuando la luz se propaga en un medio en movimiento transparente. Por tanto, Consoli y Costanzo [21–25] Cahill y Kitto [26, 27], y Guerra y Abreu [17–19] reconsideran los experimentos del tipo Michelson-Morley, los cuales frecuentemente se dicen que dan un resultado nulo. Citando el famoso trabajo de Miller [28], estos autores alegan que éste no es el caso. Su argumento es que los datos disponibles apuntan hacia una consistencia de resultados no nulos cuando el interferómetro es operado en el “modo de gas”, que corres-

ponde a la propagación de la luz a través de un medio enrarecido [21–25] (como en el caso de aire o helio, por ejemplo, aun en las versiones modernas de experimentos ópticos con máser [29–31]).

El punto interesante es que en todas estas áreas de la física que se han mencionado aparece el momento de interacción EM \mathbf{P}_e . Por tanto, a través de este artículo se busca destacar en cada uno de estos escenarios el rol del momento \mathbf{P}_e . Para este fin, se relaciona la ecuación de onda para la luz en medios en movimiento con la ecuación para ondas de materia en los efectos cuánticos del tipo AB. Esta analogía conduce a la propuesta de nuevos experimentos de tipo óptico con el fin de comprobar las recientes hipótesis controversiales [21–25], antes mencionadas, sobre la propagación de la luz en medios enrarecidos en movimiento.

En el escenario de los efectos cuánticos se describe la visión unitaria de los efectos del tipo AB en términos del momento de interacción EM. Esta visión unitaria [10, 11, 32] ha permitido el descubrimiento de nuevos efectos cuánticos de este tipo. Además, mediante un enfoque cuántico y como aplicación relevante de estos nuevos efectos, se establece un límite para la masa del fotón, cuyo resultado es de varios ordenes de magnitud mejor que el resultado obtenido por Boulware y Deser explotando el efecto AB [33]. Finalmente, siempre usando este enfoque cuántico y por medio de un experimento que aprovecha otro efecto – el efecto escalar AB – se encuentra un nuevo valor límite para la masa del fotón de $m_\gamma = 10^{-52}g$, que representa uno de los mejores límites obtenidos por enfoques clásicos o cuánticos.

2. Ecuaciones de onda para la materia y para la luz

Para comprender mejor el papel del momento EM en la física moderna, es necesario considerar las ecuaciones de onda para la luz y materia y mostrar cómo el término de interacción \mathbf{Q} presente en estas ecuaciones está relacionado con el momento \mathbf{P}_e [34].

Consideramos primero un medio en movimiento que se desplaza con velocidad \mathbf{u} , y la ecuación de onda que describe la propagación de la luz en este medio en movimiento. En el sistema de referencia S' fijo con el medio, la ecuación asume la forma usual $[\nabla'^2 - (n^2/c^2)\partial_t'^2]\Psi = 0$, donde n es el índice de refracción del medio y c/n la velocidad de la luz. Transformando esta ecuación al sistema del laboratorio y en la aproximación de medios lentos, se obtiene [34] al primer orden en u/c

$$\left(\nabla^2 - 2\frac{n^2 - 1}{c^2}\mathbf{u} \cdot \nabla \partial_t - \frac{n^2}{c^2}\partial_t^2\right)\Psi = 0. \quad (1)$$

En este artículo se consideran campos y velocidades independientes del tiempo, de tal manera que la función de onda puede escribirse como $\Psi = \exp[i\int(\mathbf{k} \cdot d\mathbf{x} - \omega dt)]\mathcal{A}$ con ω constante, siendo $\omega = kc/n$ y donde \mathbf{k} es el vector de onda que en general puede depender de \mathbf{x} . Al tomar la derivada

$\partial_t \Psi$ en la Ec. (1), el segundo término resulta proporcional a lo que se denota como el término de interacción de Fresnel-Fizeau $\mathbf{Q} = \omega(n^2 - 1)\mathbf{u}/c^2$ entre la onda EM y el medio, y, siempre al primer orden en u/c , la ecuación de onda (1) es completamente equivalente a la siguiente:

$$\left[-i\nabla + \frac{\omega}{c^2}(n^2 - 1)\mathbf{u}\right]^2 \Psi = (-i\nabla + \mathbf{Q})^2 \Psi = \frac{n^2\omega^2}{c^2}\Psi. \quad (2)$$

Pasamos ahora a las ondas materiales. La mecánica cuántica nos dice que el comportamiento de las partículas – por ejemplo electrones en presencia del vector potencial externo \mathbf{A} – en el caso de campos independientes del tiempo, queda descrito por la ecuación de Schrödinger ($\hbar = c = 1$)

$$\frac{1}{2m}(-i\nabla - e\mathbf{A})^2 \Psi = E\Psi, \quad (3)$$

donde el término $e\mathbf{A}$ representa el momento \mathbf{Q} de la interacción EM entre la carga e y el potencial externo \mathbf{A} . Más en general, para describir otras partículas y otros tipos de interacción, en lugar del término $e\mathbf{A}$ utilizamos en la ecuación de Schrödinger el genérico término de interacción \mathbf{Q} .

La idea ahora es relacionar la cantidad \mathbf{Q} con el momento \mathbf{P}_e en los diferentes escenarios de interés. En el caso de los efectos cuánticos del tipo AB, el momento \mathbf{P}_e puede ser descrito considerando la interacción EM en el sistema del laboratorio, donde para \mathbf{P}_e se toma la expresión usual $\mathbf{P}_e = (1/4\pi c)\int(\mathbf{E} \times \mathbf{B})d^3\mathbf{x}'$. Sin embargo, en el caso de propagación de la luz con velocidad \mathbf{v} en un medio en movimiento, que se desplaza con velocidad \mathbf{u} con respecto al laboratorio, resulta conveniente describir la interacción EM en el sistema de referencia fijo con el medio, donde la velocidad de la onda de luz es c/n .

Entonces, en general, siendo T_{ik}^M el tensor de esfuerzo de Maxwell,

$$T_{ik}^M = \frac{1}{4\pi} \left[E_i E_k + B_i B_k - \frac{1}{2}\delta_{ik}(E^2 + B^2) \right],$$

donde E y B son las componentes del campo eléctrico y magnético, la descripción covariante del momento EM en el sistema del laboratorio conduce al cuadrivector momento EM P_e^α cuya expresión es la siguiente:

$$\begin{aligned} cP_e^i &= \gamma \int (c\mathbf{g} + T_{ik}^M \beta^i) d^3\sigma, \\ cP_e^0 &= \gamma \int (u_{EM} - \mathbf{v} \cdot \mathbf{g}) d^3\sigma, \end{aligned} \quad (4)$$

donde $\beta = v/c$ y la energía y el momento electromagnético están evaluados en un sistema de referencia especial $K^{(0)}$. Aquí, u_{EM} es la densidad de energía y $\mathbf{S} = \mathbf{g}c = (1/4\pi c)(\mathbf{E} \times \mathbf{B})$ es el flujo de energía. Puede escogerse como sistema de referencia $K^{(0)}$, el sistema en reposo con el medio o con la onda EM que se propaga con velocidad \mathbf{v} . Para los fines de este artículo, donde se quiere relacionar \mathbf{P}_e con \mathbf{Q} , la elección del sistema $K^{(0)}$ no influye en el resultado [34] y se puede fijar para $K^{(0)}$ el marco de referencia fijo con el medio.

La analogía entre la ecuación de onda para la luz en un medio en movimiento y la ecuación de onda para partículas materiales fue primero planteada por Hannay [1] y posteriormente desarrollada con más detalle por Cook, Fearn y Milonni [2]. En esta analogía se observa cómo la propagación de luz en un fluido con un vórtice es análoga al efecto Aharonov-Bohm (AB) magnético donde las ondas materiales (electrones) encierran un flujo magnético localizado [5–9]. Generalmente, en los efectos cuánticos del tipo AB [5–12] las ondas de materia sufren una interacción EM como si éstas se propagaran en un flujo de origen EM, el cual hace las veces de un medio en movimiento [10–12] modificando la velocidad de la onda. Esta analogía ha dado origen a la formulación del llamado *modelo magnético de propagación de la luz* [1–4].

Según Fresnel [35], las ondas de luz cuando se propagan en un medio transparente en movimiento e incompresible con índice de refracción uniforme n , son arrastradas por el medio y producen un patrón de interferencia que depende de la velocidad \mathbf{u} del fluido ($u \ll c$). En la época de Fresnel el sistema de referencia inercial especial se consideraba que estaba en reposo con el llamado éter, que en este caso puede considerarse que coincide con el sistema de referencia del laboratorio. La velocidad de las ondas de luz en el marco de referencia especial del éter, como posteriormente fue corroborado por Fizeau [36] es

$$v = \frac{c}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) u. \quad (5)$$

Existe una analogía formal entre la ecuación de onda para la luz en un medio en movimiento lento (2) y la ecuación de Schrödinger para la materia cargada en la presencia del potencial vector externo \mathbf{A} (es decir, el efecto Aharonov-Bohm magnético) (3), y ambas ecuaciones contienen un término de interacción que es genéricamente llamado el momento de interacción \mathbf{Q} . Varios autores han explotado la similitud entre las Ecs. (2) y (3), demostrando que la ecuación de Schrödinger para los efectos cuánticos del tipo AB (con $\hbar = 1$) [10–12] y la ecuación de onda para la luz en un medio en movimiento pueden escribirse como [1–4]

$$(-i\nabla - \mathbf{Q})^2 \Psi = p^2 \Psi \quad (6)$$

La Ec. (6) describe las ondas de la materia si el momento p es el de una partícula material, mientras que si p se toma como el momento $\hbar k$ de la luz (en unidades de $\hbar = 1$), la Ec. (6) describe las ondas de luz. Esta analogía es completa al comprender el origen físico del momento de interacción \mathbf{Q} en ambos escenarios. Para ello considere lo siguiente:

- a) Todos los efectos del tipo AB discutidos en la literatura [5–12] pueden describirse por la Ec. (6), ya que el momento de interacción \mathbf{Q} está relacionado [10–12, 34] con \mathbf{P}_e , el momento del campo electromagnético. Por ejemplo, el término $\mathbf{Q} = (e/c)\mathbf{A}$ del efecto AB magnético se obtiene tomando

$$\mathbf{Q} = \mathbf{P}_e = (1/4\pi c) \int (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) d^3 \mathbf{x}'$$

donde \mathbf{E} es el campo eléctrico de la carga y \mathbf{B} es el campo magnético del solenoide (ver Sec. 4). Una prueba general de que este resultado es válido en el calibre natural o calibre de Coulomb, ha sido dada por varios autores [10–12, 37, 38]. Para estos efectos cuánticos, la solución de la Ec. (6) viene dada por la función de onda de la materia:

$$\begin{aligned} \Psi &= e^{i\phi} \Psi_0 = e^{i \int \mathbf{Q} \cdot d\mathbf{x}} \Psi_0 \\ &= e^{i \int \mathbf{Q} \cdot d\mathbf{x}} e^{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{x} - Et)} A, \end{aligned} \quad (7)$$

donde Ψ_0 resuelve la ecuación de Schrödinger para $\mathbf{Q} = 0$.

- b) Los cálculos de la cantidad \mathbf{P}_e , mediante la expresión (4) aplicada a la propagación de la luz en un medio en movimiento lento, muestran [34] que el término de interacción conduce al momento de Fresnel-Fizeau [3, 4]:

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{Q} = -\frac{\omega}{c^2} (n^2 - 1) \mathbf{u} \quad (8)$$

y una solución del tipo descrita en la Ec. (7) puede asumir la forma

$$\begin{aligned} \Psi &= e^{i\phi} \Psi_0 = e^{i \int \mathbf{Q} \cdot d\mathbf{x}} e^{i \int (\mathbf{k} \cdot d\mathbf{x} - \omega dt)} A, \\ \Psi &= e^{i \int (\mathbf{K}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{x} - \omega dt)} A, \end{aligned} \quad (9)$$

donde \mathbf{k} y $\mathbf{K}(\mathbf{x})$ son los vectores de onda, $\omega = kc/n$ es la frecuencia angular y n el índice de refracción, mientras que Ψ_0 resuelve la Ec. (6) con $\mathbf{Q} = \mathbf{u} = 0$. Es importante mencionar que la ecuación de onda (6) puede ser derivada sin recurrir a la relatividad especial, solamente teniendo en cuenta la polarización del medio en movimiento [39].

El hecho que el momento de interacción \mathbf{Q} esté relacionado con \mathbf{P}_e [10–12, 34] para las ondas de materia en los efectos del tipo AB [10–12] y para las ondas de luz en un medio en movimiento [34], definitivamente refuerza la analogía existente entre las dos ecuaciones. En consecuencia, dos posibilidades teóricas se presentan [3, 4]:

- 1) Incorporando el término de fase ϕ en $\mathbf{K}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{x}$, la última expresión de lado derecho de la Ec. (9) mantiene una forma apropiada de tal manera que la solución es invariante como lo exige la relatividad especial. Además, se encuentra [34] que la velocidad de la luz es la siguiente:

$$\mathbf{v} = (c/n)\hat{\mathbf{c}} + (1 - 1/n^2)\mathbf{u} = (c/n)\hat{\mathbf{c}} - \mathbf{Q}(c^2/n^2\omega),$$

lo cual está en concordancia con la Ec. (5) y la relatividad especial.

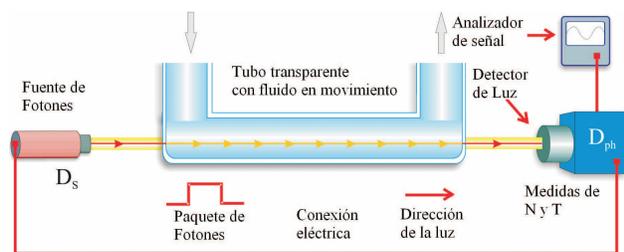


FIGURA 1. Un pulso de luz corto emitido por la fuente D_S se propaga a través de un fluido en movimiento transparente con velocidad u en una tubería de longitud L golpea un fotodetector D_{ph} . En este momento, el dispositivo D_{ph} activa eléctricamente la fuente D_S emitiendo otro pulso de luz, y así sucesivamente. El dispositivo D_{ph} registra el número de veces N que un pulso de fotones lo golpea y el tiempo total T tomado por el proceso iterativo. Conociendo los otros parámetros, la velocidad de los fotones se determina midiendo N y T .

- 2) Si por el contrario se mantiene la analogía con el efecto AB, la solución puede entonces considerarse como el primer término de la Ec. (9), $\Psi = e^{i\phi} \Psi_0$. En este caso, cambia la velocidad de fase, pero no la velocidad de la luz (partícula o fotón) [3, 4]. Este resultado está en total acuerdo con el resultado análogo para el efecto AB, donde tenemos $\mathbf{Q} = (e/c)\mathbf{A}$, mientras que la velocidad de la partícula queda inalterada al interactuar con el potencial vector \mathbf{A} .

Considérese ahora con más detalle algunas consecuencias de la segunda posibilidad teórica, en la cual se plantea que la velocidad de fase de la luz no coincide con la de la partícula (fotón). Si se mantiene el modelo magnético de propagación de la luz en un medio en movimiento, como pasa en los efectos del tipo AB, el momento Fresnel-Fizeau adicional $(n^2 - 1)\omega\mathbf{u}/c^2$ es arrastrado por el medio y no por las partículas de luz. El hecho de que el momento del fotón no cambie es asegurado por dos condiciones, la primera es que $\omega = kn/c$ aún es válida y la segunda es que la velocidad de grupo está dada por $d\omega/dk = c/n$, la cual no es mayor que la dada por la Ec.(5).

Desde un punto de vista experimental o fenomenológico, lo único que se puede concluir del resultado de las pruebas interferométricas que se han mencionado, y en particular del propio experimento de Fizeau, es que la fase y la velocidad de las ondas quedan modificadas por el flujo $\mathbf{Q} \propto \mathbf{u}$. Sin embargo, estas pruebas interferométricas son incapaces de medir la velocidad de grupo, la energía y el momento de las partículas involucradas. Esto implica que todos los experimentos del tipo Fizeau basados en técnicas interferométricas no representan una prueba concluyente o una confirmación del teorema de adición de velocidades relativistas para las partículas. Por consiguiente, el enfoque experimental que se considera más adelante para la medida de la velocidad de los fotones en un medio en movimiento, el cual no está relacionado con pruebas interferométricas, posee una relevancia física no contenida en el enfoque tradicional de Fizeau.

Con el fin de probar el modelo magnético de luz a continuación se describe cualitativamente un experimento capaz de medir la velocidad de fotones en un medio en movimiento. En este caso se busca mostrar que tal experimento es factible y puede llevarse a cabo con la tecnología actual.

El método que se describe a continuación usa un dispositivo D_S que actúa como una fuente capaz de emitir un pulso corto de fotones o pulso de luz de duración τ , como se muestra en la Fig. 1. El pulso viaja a través del interior de una tubería, dentro de la cual un fluido se desplaza y, al salir de la tubería, el pulso golpea o hace impacto contra un fotodetector D_{ph} que está eléctricamente conectado a la fuente D_S . Cuando el fotodetector D_{ph} es impactado por el pulso de luz activa la fuente D_S que emite un segundo pulso de luz que realiza otro viaje a través de la tubería. Además, el circuito electrónico de este aparato registra el número N de veces que un pulso de luz ha completado un viaje. Denotemos por t_D el tiempo de retraso entre el momento en que un pulso de luz golpea D_{ph} y el momento en que D_S emite un nuevo pulso de luz después de activarse por D_{ph} . Un reloj conecta las medidas de D_{ph} con el tiempo total T que ha pasado después de N viajes, el cual está dado por

$$T(u) = \frac{NL}{c/n(u)} + Nt_D. \quad (10)$$

El tiempo $T(u)$ puede compararse con el tiempo T medido en las mismas condiciones pero con el medio en reposo

$$T(u) - T = \frac{NL}{c} [n(u) - n]. \quad (11)$$

Con $n(u) = n[1 + (c/nNL)(T(u) - T)]$ derivado de la Ec. (11), el resultado de la medida de la diferencia en las velocidades es

$$\frac{c}{n(u)} - \frac{c}{n} = \frac{c^2}{n^2NL} [T - T(u)], \quad (12)$$

que puede determinarse midiendo N y $T(u) - T$.

Como se muestra en las Ref. 3 y 4, este experimento está dentro del alcance de la tecnología actual y, de esta manera, es posible probar el modelo magnético de la luz y determinar si la velocidad de las ondas de luz en un medio que se mueve lentamente difiere de la velocidad de las partículas de luz (fotones).

Como otra aplicación del modelo magnético de la luz se considera en la próxima sección el caso de la propagación de la luz en un medio en movimiento, pero ahora altamente enrarecido, un aspecto de la propagación de la luz que se ha discutido recientemente en la literatura por Consoli y Costanzo [21–25].

La relación establecida en (8) se usará en las próximas secciones para expresar tentativamente de una manera cuantitativa la hipótesis de Consoli y Costanzo [21–25] relacionando a u con la velocidad de la luz en un medio en movimiento enrarecido y plantear un experimento que pruebe la hipótesis de Consoli y Costanzo.

3. Propagación de las ondas EM en un medio en movimiento enrarecido

3.1. Relatividad especial y teorías modernas del éter

Recientemente, Duffy [40] ha mencionado cómo el concepto de un marco de referencia especial tipo éter siempre ha incitado a controversias, incluso en las investigaciones científicas modernas dirigidas a explorar los aspectos menos entendidos de la teoría de la relatividad. Dentro de este contexto, Consoli y Costanzo [21–25], Cahill y Kitto [26, 27], y Guerra y de Abreu [17–19], después de un nuevo análisis de los experimentos ópticos del tipo Michelson-Morley, han sugerido que los datos disponibles apuntan hacia una consistencia de los resultados no nulos cuando dentro de los brazos del interferómetro se encuentra un gas enrarecido, como el caso del aire a presión y temperatura ambiente. La posibilidad de que la existencia de un sistema de referencia especial sea sostenible, así como intereses paralelos en los experimentos del tipo Michelson-Morley, Trouton-Noble y otros efectos relacionados, surgen debido a que las transformaciones de coordenadas usadas, es decir las transformaciones de Tangherlini [41–44] (denotada por la *transformación inercial* en las Ref. 13 y 14 y por la *transformación sincronizada* en las Ref. 17 a 19), prevé la misma contracción de longitud y dilatación de tiempo que las transformaciones de Lorentz. Sin embargo, éstas incluyen una arbitrariedad en la determinación del parámetro de sincronización del tiempo, y esto trae como consecuencia que hay cantidades que eventualmente no pueden ser medidas, como la velocidad de luz en un solo sentido, ya que su valor medido depende del procedimiento de sincronización adoptado [41–44]. Diferentes procedimientos de sincronización son posibles [13–19, 21–25], totalmente compatibles con la relatividad de Einstein en la práctica, pero con suposiciones muy diferentes en términos fundamentales y filosóficos [13, 14].

Nos parece apropiado presentar aquí cuál es el estado actual de la interpretación de la relatividad especial, vista en el escenario de las teorías modernas del éter o, mejor dicho, descrita en el marco de referencia especial. En realidad, cada uno de los postulados de la relatividad especial puede ser formulado en términos más generales, aún permaneciendo totalmente consistentes con todas las observaciones existentes. Basados en conclusiones experimentales, podemos escribirlos como [17, 18]:

- La velocidad de la luz de ida y vuelta en el espacio vacío es c en cualquier sistema de referencial inercial, independientemente de la velocidad de la fuente emisora de luz.

Además, se define el sistema de referencia especial en reposo como:

- El sistema en el cual la velocidad de la luz en un sentido en el espacio vacío es c en cualquier dirección, independientemente de la velocidad de la fuente emisora.

Para comenzar el estudio de la relatividad especial, no es requerida ninguna afirmación acerca de la posible no unicidad de un sistema de referencia en reposo. Se asume que existe un sistema de referencia en reposo, y lo que sucede con los otros surge en forma natural.

Con este primer postulado y la definición del sistema en reposo, los fenómenos de dilatación del tiempo y contracción del espacio pueden ser obtenidos de la forma usual, y equivalentemente son previstos por las transformaciones de Lorentz (TL) y las transformaciones de Tangherlini (TT).

Las TL y las TT difieren por un arbitrario parámetro de sincronización, pero éste no es un problema: En particular, nosotros podemos ajustar o “sincronizar” nuestros propios relojes como mejor nos parezca, ya que la realidad física no cambia por la forma en que los relojes han sido ajustados. Luego, tenemos al menos dos maneras para describir la realidad física subyacente a las observaciones experimentales conocidas: 1) Relatividad especial con las TL, como comúnmente es descrita en la mayoría de los libros de texto. 2) Teoría de sistema preferencial (éter) con las TT, como ha sido discutido en los mencionados trabajos recientes en la literatura.

Ya que los experimentos no proveen una respuesta a la pregunta de cuál es la velocidad de la luz en un sentido o “one-way” – y tampoco puede ser respondida decretando que su valor sea c , siendo éste el valor medido de la velocidad de la luz de ida y vuelta – muchos físicos resolvieron admitir que existe una indeterminación: no se sabe.

Lo anterior lleva a que la relatividad especial está incompleta e indeterminada a menos que uno realmente conozca la velocidad de la luz en un sentido o, lo que es equivalente, al menos que el sistema en reposo haya sido identificado sin ambigüedades por una medida interna.

3.2. ¿Es posible romper la indeterminación relatividad-éter?

Finalmente, nos gustaría enfatizar dos puntos adicionales.

Primero, muchos científicos no son todavía conscientes que la relatividad especial de Einstein es totalmente compatible con la suposición de un marco de referencia especial. No se trata de que estos científicos encuentren que esta suposición no trae nada nuevo al estudio de la física, es que ellos encuentran que esto contradice la relatividad especial.

Segundo, incluso si alguien se apega a la opinión de que la formulación de un marco de referencia especial “no brinda ninguna nueva física”, se puede alegar sin embargo que podría aportar unos fundamentos adicionales que pueden tenerse presentes y ayuden al análisis de nuevas ideas y futuros experimentos.

Como ejemplo mencionamos las recientes propuestas hechas por Cahill y por Consoli y Costanzo [21–25], quienes alegan que los viejos y nuevos experimentos interferométricos del tipo Michelson–Morley en un gas enrarecido proveen una detección interna de movimiento absoluto. Una variante

mucho más simple de los experimentos del tipo Michelson–Morley fue derivada muy recientemente [42] y está aquí reportada.

La suposición original hecha por Consoli *et al.* [21–25] para corroborar su propuesta de un resultado no nulo – el cual abre una ventana para la posible existencia de un sistema de referencia preferencial – consiste en que la luz al propagarse en un gas enrarecido en movimiento, con un índice de refracción n muy cercano a 1, se propaga de manera isótropa con velocidad c/n en el marco de referencia especial, como si el medio no estuviese en movimiento. Esta hipótesis concuerda con el planteamiento de la Sec. 2, punto 2), pero, obviamente, está en contraste con la relatividad especial que prevé la velocidad (5). Por tanto, esta hipótesis debe ser justificada así como corroborada experimentalmente.

En lo siguiente, se exploran las posibles modificaciones de la forma del momento Fresnel-Fizeau que se presenta cuando el medio en movimiento está compuesto de gas enrarecido. Por simplicidad, se supone que la velocidad de fase de la luz y de la partícula en el medio en movimiento coinciden. En el caso de propagación de la luz el flujo \mathbf{Q}/u y el correspondiente arrastre o retraso de la luz es caracterizado por la interacción de los campos. En consecuencia, la velocidad de los fotones a través de un medio en movimiento se verá afectada por varias propiedades que dependen de la interacción de los campos en el medio polarizable, tales como la intensidad y la extensión espacial relativa sobre el volumen total, las cuales miden la interacción local efectiva de la energía EM.

No es nada inconcebible que la efectividad del mecanismo de retraso de la luz en un medio compacto en movimiento sea diferente al de un medio en movimiento no compacto, como por ejemplo un gas enrarecido, aún cuando ambos medios tengan el mismo índice n . Como una hipótesis *ad hoc* o modelo tentativo de un mecanismo de retraso de la luz, se ha supuesto [45] que su efectividad e_f surge a partir de la extensión espacial relativa V_i del momento de interacción EM $\mathbf{Q}(\mathbf{u})$ con respecto a la extensión V del momento EM total. Introduciendo la razón $e_f = V_i/V$, el momento interacción EM efectivo para que sea usado en la determinación de la velocidad de luz en un medio en movimiento, se asumirá entonces que está dado por el término Fresnel-Fizeau eficaz $e_f \mathbf{Q} = (V_i/V) \mathbf{Q}$, así que el resultado para la velocidad de la luz en un medio en movimiento enrarecido es

$$\mathbf{v} = \frac{c}{n} \hat{\mathbf{e}} - \frac{c^2}{n^2 \omega} e_f \mathbf{Q} = \frac{c}{n} \hat{\mathbf{e}} + e_f \left(1 - \frac{1}{n^2} \right) \mathbf{u} \quad (13)$$

La hipótesis de Consoli *et al.* [21–25] de la velocidad c/n en el marco de referencia especial para gases enrarecidos en movimiento, se justificará en este modelo si $e_f = V_i/V$ resulta ser pequeña y, en este caso, despreciable. Los cálculos conducen a un estimación aproximada de V_i/V para el aire a la temperatura ambiente de [45]

$$e_f = N_a (a^3/R^3) 22.9 = 6.1 \times 10^{-3},$$

que de hecho puede despreciarse. Por tanto, este modelo prevé que la velocidad de la luz en un medio en movimiento realmente no es c/n , pero cuantitativamente, los cambios encontrados no alteran significativamente la hipótesis básica y los resultados de los análisis de Consoli *et al.* [21–25] y Guerra *et al.* [17–19].

Téngase en cuenta que otros enfoques fuera de la electrodinámica clásica apoyan la validez de las suposiciones que se han hecho [21–25]. Como es mencionado por Consoli *et al.* [21–25] uno de los argumentos está basado en la presencia de ingredientes que hoy en día se encuentran a menudo en la física de las partículas elementales, como por ejemplo: 1) Condensación del vacío, así como el campo de Higgs en la teoría electrodébil, y 2) una forma aproximada de localidad, como las teorías cuánticas de campo efectivas [46]. El cuadro resultante es más parecido a un medio con un índice refractivo no trivial [21–25] que a un espacio-tiempo vacío de la relatividad especial.

4. Pruebas ópticas en el primer orden de u/c

Con la presente hipótesis de despreciar el efecto de arrastre para gases enrarecidos en movimiento, los experimentos de deriva del éter del orden de u/c son significativos una vez más. Consideremos por ejemplo el siguiente experimento que es una variante del experimento de Mascart y Jamin de 1874 [47].

Un rayo de luz viaja desde el punto A al punto B de un segmento \overline{AB} que representa un interferómetro óptico. El rayo original es dividido en dos rayos en A, los cuales se propagan separadamente a través de las dos ramas (1 y 2) del interferómetro (ver Fig. 2). Los rayos se recombinan entonces en B donde el patrón de interferencia es observado. Las ramas 1 y 2 son hechas de un gas transparente enrarecido o materiales con índice de refracción n_1 y n_2 y en los cuales las velocidades de los rayos de luz son c/n_1 y c/n_2 en el marco de referencia especial, respectivamente, que está en concordancia con la hipótesis de Consoli *et al.* [21–25] de la expresión de la velocidad (13) con $e_f = 0$. El marco de referencia del laboratorio con el interferómetro y el gas enrarecido está en movimiento con velocidad u respecto al marco de referencia especial. Se podrían usar las expresiones para la velocidad en el marco del laboratorio originada a partir de las transformaciones de Tangherlini, la cual puede ser encontrada en la Refs. 17 a 19 y 41 a 44. El cálculo puede también ser hecho usando el teorema de adición de velocidades estándar de las transformaciones de Lorentz, es decir, usando la definición de *velocidad de Einstein* como se detalla en las Refs. 17 a 19. Ambos enfoques produce el mismo resultado. La velocidad de la luz en la rama 1 en el marco de referencia del interferómetro, en movimiento con velocidad u respecto al marco de referencial especial, es, respectivamente:

$$w_1 = \frac{c/n_1 - u}{1 - u^2/c^2} \quad \text{ó} \quad w_1 = \frac{c/n_1 - u}{1 - u/(cn_1)}, \quad (14)$$

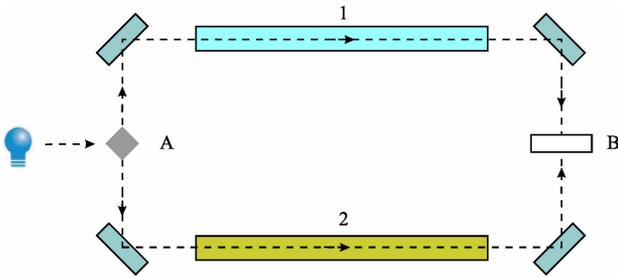


FIGURA 2. Esquema del experimento óptico.

y análogamente para w_2 . Si L es la longitud de las ramas, el tiempo de retraso, o diferencia de camino óptico, para los dos rayos produce, en el primer orden en u/c ,

$$\begin{aligned} \Delta t(0^\circ) &= L \left(\frac{1}{w_1} - \frac{1}{w_2} \right) \\ &\approx \frac{L}{c} (n_1 - n_2) \left[1 + \frac{u}{c} (n_1 + n_2) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Con el fin de observar un corrimiento de franjas, el interferómetro necesita ser rotado, típicamente por 90° ó 180° . El tiempo de retraso para 180° es el mismo de la Ec. (15) con u remplazada por $-u$. El corrimiento de franja observable en la rotación no se anula en el primer orden de u/c y está relacionado a la variación del tiempo de retraso por

$$\begin{aligned} \delta t &= \Delta t(0^\circ) - \Delta t(180^\circ) \\ &\approx 2 \frac{u}{c} (n_1^2 - n_2^2) \frac{L}{c}. \end{aligned} \quad (16)$$

Eligiendo dos medios con diferentes índices de refracción tal que $n_1^2 - n_2^2$ no sea tan pequeña ($> 10^{-3}$), el corrimiento de franja resultante debería ser fácilmente observable si el marco de referencia especial existe y su velocidad u no es tan pequeña. Conociendo la sensibilidad del aparato, se podría establecer el límite inferior de la velocidad u . Los interferómetros usados en experimentos avanzados del tipo Michelson-Morley, podrían detectar una velocidad u tan pequeña como 1 Km/s (unos pocos m/s para pruebas con máseres de He-Ne [31]). Por tanto, este experimento óptico, al pasar de pruebas de segundo orden (u^2/c^2) al primer orden (u/c), debería ser capaz de mejorar el rango de detectabilidad de u por un factor de

$$(c/u) (n_1^2 - n_2^2) \approx 3 \times 10^5 \times 10^{-3} = 3 \times 10^2,$$

es decir, detectar con el mismo interferómetro velocidades tan pequeñas como 3.3 m/s.

Versiones más nuevas y refinadas del experimento del tipo Michelson-Morley (que incluyen experimentos que usan máseres de He-Ne) no son apropiadas para probar la hipótesis de Consoli *et al.* [21–25] debido a la sensibilidad relativamente baja de estos enfoques experimentales para gases enrarecidos. Sin embargo, como se mostró antes, una prueba óptica del primer orden de u/c es significativa en este caso y puede proporcionar importantes ventajas sobre los experimentos de segundo orden del tipo Michelson-Morley.

5. El momento electromagnético y los efectos del tipo AB: visión unitaria y la masa del fotón

La interacción electromagnética es un ingrediente fundamental que está presente en los efectos cuánticos, topológicos y no locales del tipo AB. En la literatura se han reportado varios efectos del tipo AB conformados con partículas de diferentes propiedades electromagnéticas y diferentes configuraciones de campos [5–11]. Aunque todos los efectos cumplen los requisitos de un efecto genérico del tipo AB (es decir, cuántico, topológico y no local) en las descripciones usuales de la literatura no se comprende bien el origen del efecto. Por ejemplo, en el efecto AB [5] partículas cargadas viajan en presencia de un vector potencial \mathbf{A} irrotacional, en este caso es fácil entender la no localidad. Por otro lado, se tiene el efecto Aharonov-Casher [6], en éste partículas neutras con momento dipolar magnético viajan en presencia de un campo eléctrico radial. En vista de la evidente desigualdad de configuraciones e interacciones EM cabe hacerse dos preguntas fundamentales. ¿Qué relación existe entonces entre el efecto AB y AC? ¿Cuál es el origen común, si es que lo hay? Por tanto, la idea que se persigue aquí es buscar elementos comunes y más generales en estos tipos de efectos con el fin de elucidar su origen y dar respuestas plausibles a estas interrogantes.

Para llevar a cabo el fin planteado en el párrafo anterior, se procederá a mostrar la conexión existente entre los efectos cuánticos del tipo AB y la interacción electromagnética. Se mostrará cómo la interacción electromagnética es la responsable del corrimiento de fase en los efectos del tipo AB, para ello es necesario introducir el momento lineal clásico electromagnético y el correspondiente momento angular. Las propiedades geométricas existentes entre el momento lineal y angular determinan la propiedad topológica del corrimiento de fase y permiten proporcionar una visión unitaria de los efectos del tipo Aharonov-Bohm [10]. De aquí se puede ver que cualquier variación en el momento electromagnético implica una variación en la fase, la cual puede ser medida a través de fenómenos de interferencia. Por tanto, si la masa del fotón no es nula el momento de electromagnético sufre una modificación viéndose este efecto reflejado en el patrón de interferencia. Tal alteración permite a los efectos del tipo AB conformar un escenario factible para la obtención de mejores límites superiores sobre la masa del fotón.

5.1. Propiedades topológicas de la fase

La interpretación usual del efecto AB consiste en que dos haces coherentes de partículas cuánticas encierran un flujo de campo magnético Φ (formado por un solenoide muy largo). Además, la propiedad topológica del efecto es debida a que la fase no depende del camino de las partículas sino del flujo de campo magnético encerrado. La expresión de la fase para este efecto es la siguiente:

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \frac{1}{\hbar} \oint \mathbf{Q} \cdot d\mathbf{x} = \frac{e}{\hbar c} \oint \mathbf{A} \cdot d\mathbf{x} = \frac{e2\bar{\mu}}{\hbar c} \oint d\theta \\ &= \frac{e}{\hbar c} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \frac{e\Phi}{\hbar c} \delta n, \end{aligned} \quad (17)$$

donde $\Phi = BS = 4\pi\bar{\mu}$ es el flujo del solenoide y $\bar{\mu}$ es la densidad lineal de dipolos magnéticos. Esta interpretación en términos de Φ permite observar la propiedad topológica del efecto, pero no reconoce el significado físico de la cantidad \mathbf{Q} , ni el de la cantidad constante $L = e\Phi/2\pi c$ que da la razón de cambio del corrimiento de fase $d(\Delta\phi_{AB})/d\theta = L/\hbar$ en unidades de \hbar . Además, esta interpretación en términos de Φ no es aplicable a los otros efectos para dipolos eléctricos y magnéticos. De hecho, en el efecto AC [6] los dipolos magnéticos encierran un hilo cargado infinito; en el efecto S [8, 10] y T [9] para dipolos eléctricos éstos encierran, en el primer caso el borde de una lámina semi-infinita de dipolos magnéticos y, en el segundo, un campo magnético radial. Esto da la impresión de que, aunque los efectos manifiestan las mismas consecuencias, el origen físico en todos los efectos es diferente. Una característica común que se puede apreciar a simple vista es que en todos los efectos las partículas encierran una *singularidad* EM.

Con el fin de elucidar el origen físico en todos los efectos cuánticos del tipo AB y ver el significado físico de las cantidades \mathbf{Q} y L , se introduce el momento lineal clásico electromagnético \mathbf{P}_e y el correspondiente momento angular \mathbf{L}_e :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_e &= \frac{1}{4\pi c} \int (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) d^3x', \\ \mathbf{L}_e &= \frac{1}{4\pi c} \int [\mathbf{x}' \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})] d^3x', \end{aligned} \quad (18)$$

aquí \mathbf{x}' es un vector polar con origen en la posición de la carga.

Estas cantidades, sorprendentemente, proporcionan una visión unitaria de todos los efectos del tipo AB. Como ya mencionado en la Sec. 2, a), para cada efecto el momento lineal clásico electromagnético \mathbf{P}_e y su correspondiente momento angular \mathbf{L}_e coinciden con las cantidades \mathbf{Q} y L , es decir,

$$\mathbf{Q} = \pm\mathbf{P}_e \quad \text{y} \quad \mathbf{L} = \pm\mathbf{L}_e, \quad (19)$$

donde el signo menos se aplica al efecto AC.

Además, las propiedades topológicas de la fase quedan determinadas por las siguientes relaciones geométricas entre \mathbf{Q} y \mathbf{L} que se cumplen para cada efecto:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} = \mathbf{k}L = \text{const}, \quad \nabla \cdot \mathbf{Q}(\mathbf{x}) &= 0 \\ \text{y} \quad \nabla \times \mathbf{Q}(\mathbf{x}) &= \mathbf{L} \frac{\delta(r)}{r} \end{aligned} \quad (20)$$

Puesto que $\nabla \times \mathbf{Q}(\mathbf{x}) = L(-i\mathbf{y} + \mathbf{j}x)/r^2$, el momento EM puede ser expresado, *en todos los efectos*, como el gradiente de una función multivaluada θ , es decir, $\mathbf{Q}(\mathbf{x}) = L\nabla\theta$, para $r \neq 0$.

En la terminología de la dinámica de fluidos (o fase de Berry [49]), podemos identificar la singularidad

$$\nabla \times \mathbf{Q}(\mathbf{x}) = \mathbf{L}\delta(r)/r$$

como la vorticidad (o curvatura) del momento (o conexión) \mathbf{Q} y su flujo a través de una superficie S , $\oint (\nabla \times \mathbf{Q}(\mathbf{x})) \cdot d\mathbf{S} = 2\pi L$ como la intensidad del vórtice (o curvatura). Estas propiedades geométricas de \mathbf{Q} y \mathbf{L} son las que determinan la topología de la fase, por tanto para cada efecto se cumplirá lo siguiente:

$$\Delta\phi = \frac{1}{\hbar} \oint \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{x} = \frac{|\mathbf{L}|}{\hbar} \oint \nabla\theta \cdot d\mathbf{x} \quad (21)$$

$$= \frac{1}{\hbar} \oint (\nabla \times \mathbf{Q}(\mathbf{x})) \cdot d\mathbf{S} = \frac{|\mathbf{L}|}{\hbar} \oint d\theta = 2\pi n \frac{L}{\hbar}. \quad (22)$$

En (22) se observa que la razón de cambio angular del corrimiento de fase es igual al momento angular clásico electromagnético $|\mathbf{L}|$ medido en unidades del momento angular cuántico \hbar , y el corrimiento de fase como la intensidad del vórtice $2\pi L$ de la singularidad medido en unidades de \hbar . Un efecto cuántico caracterizado por el corrimiento de fase (22) es topológico en el sentido de que sólo depende de la geometría del vórtice EM encerrado por el camino de las partículas. Observe también que dentro de esta visión, y como se muestra en la Fig. 3, los efectos pueden ser atribuidos al flujo del momento electromagnético encerrado por las partículas, en analogía con la interpretación estándar del efecto AB.

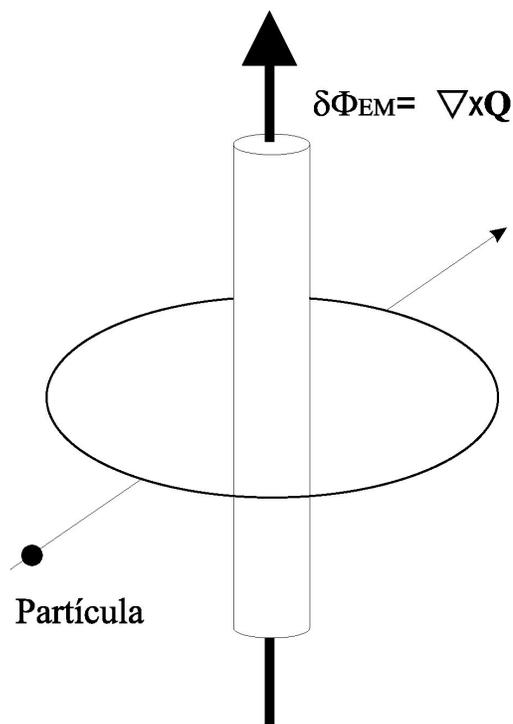


FIGURA 3. Configuración genérica de los efectos de tipo AB. Las partículas encierran una singularidad electromagnética. El término $\nabla \times \mathbf{Q} = \delta\Phi_{EM}$ mide la vorticidad del fluido de naturaleza EM.

TABLE I. Efectos del tipo AB: Singularidades, partículas y expresiones de \mathbf{Q} y \mathbf{L} .

$\mathbf{P}_e = \frac{1}{4\pi} \int (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) d^3x' = \pm \mathbf{Q}$				
Efecto	Singularidad EM	Partículas	\mathbf{Q}	\mathbf{L}
AB	$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{k}} 2\bar{\mu} \frac{\delta(r)}{r}$	e	$e\mathbf{A}$	$2e\bar{\mu}$
AC	$\mathbf{E} = 2\lambda \frac{\mathbf{r}}{r^2}$	μ	$\mu \times \mathbf{E}$	$2\mu\lambda$
S	$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{k}} 4\pi m$	d	$(\mathbf{d} \cdot \nabla) \mathbf{A}$	$2dm\tau$
T	$\mathbf{B} = 2q \frac{\mathbf{r}}{r^2}$	d	$\mathbf{B} \times \mathbf{d}$	$4\pi dq$

En la Tabla I se muestran las configuraciones de campos (*singularidades* EM) y las partículas involucradas en cada uno de los efectos, así como las correspondientes expresiones de \mathbf{Q} y \mathbf{L} . En la Tabla I se ha tomado por simplicidad $c = 1$ y q en el efecto T es tratado como una densidad lineal de carga magnética. Además, m es el momento magnético por unidad de volumen de la hoja de dipolos del efecto S, τ el ancho de la hoja y d el momento dipolar eléctrico de las partículas neutras tanto en el efecto S como en el efecto T. Para el efecto AC, μ es el momento dipolar magnético de las partículas neutras y λ es la densidad lineal de carga eléctrica de un hilo infinito. Es importante acotar un caso especial que ocurre con el efecto AC, en este efecto el momento canónico coincide con el llamado momento escondido [48] del dipolo magnético $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_h = \mu \times \mathbf{E}/c = -\mathbf{P}_e$ ($\mathbf{Q}_h = \mathbf{P}_h$). Esto se debe a la conservación del momento total $\mathbf{Q}_h + \mathbf{P}_e = 0$.

En conclusión, en la visión unitaria que se ha mostrado, el corrimiento de fase en las ondas de materia se produce cuando éstas interactúan con un vórtice electromagnético. Podría decirse que las partículas viajan en un fluido de origen electromagnético y que la fase está relacionada con un vórtice de la misma naturaleza.

Es interesante destacar que los conceptos de topología, vorticidad, curvatura, etc, mencionados arriba, no se limitan a las ondas materiales de los efectos del tipo AB, o a las ondas de luz como se ha mostrado en secciones anteriores, sino que se han extendido a otros tipos como ondas de agua y sonido. El análogo para ondas de agua fue reportado por Berry [50], donde las ondas pasan por los lados de un remolino. Para ondas acústicas, Roux [51] propuso un vórtice que consiste en un filamento formado por un medio en movimiento en forma también de remolino.

5.2. La masa del fotón y los efectos del tipo AB

La posibilidad de que el fotón posea una masa finita y sus implicaciones físicas han sido discutidas teóricamente e investigadas experimentalmente por varios investigadores [52]. Originalmente, la masa finita del fotón m_γ (medida en cm^{-1}) ha sido relacionada con el rango de validez de la ley de Coulomb [53]. Si $m_\gamma \neq 0$ esta ley es modificada y adquiere la forma del potencial de Yukawa $U(r) = e^{-m_\gamma r}/r$, con $m_\gamma^{-1} = \hbar(m_{ph}c) = \lambda_C/(2\pi)$, donde m_{ph} está expresada en gramos y λ_C es la longitud de onda de Compton del fotón.

Las pruebas de la masa del fotón pueden ser clasificadas como límites de laboratorio y límites extraterrestres. Dentro de la primera clasificación podemos encontrar la prueba de alta precisión de la ley de Coulomb de Williams *et al* [54]. Este experimento consistió en usar cinco icosaedros concéntricos en el cual se monitoreaba el potencial en el icosaedro más interno, respecto a un potencial de alto voltaje y alta frecuencia aplicado en el icosaedro más externo. Si la masa del fotón no es nula, el potencial en el icosaedro más interno debe experimentar alguna variación. El límite sobre m_{ph} establecido por este método es 1.6×10^{-47} g. Posteriormente, Crandall [55] usó tres icosaedros concéntricos estableciendo el límite $m_{ph} = 8 \times 10^{-48}$ g. El mejor límite hasta la fecha alcanzado dentro de esta categoría ha sido el resultado del experimento de Luo *et al.* [56] que está relacionado con el ingenioso método de la balanza de torsión. Dicho método fue introducido por Lakes [57] en 1998 y se basa en la interacción del vector potencial magnético cósmico del ambiente y el momento dipolar del vector potencial magnético de un devanado toroidal. El límite obtenido por este medio por Luo *et al* [56] es de $m_{ph} = 1.2 \times 10^{-51}$ g.

Dentro de la categoría de límites extraterrestres podemos destacar el método del campo externo de Schrödinger [58]. En este escenario un dipolo magnético puntual adquiere una atenuación tipo Yukawa, del mismo tipo que experimenta la carga puntual mencionada arriba. En consecuencia, el campo dipolar magnético H_D de la Tierra exhibe una componente adicional H_{ext} . Las expresiones de estos campos son las siguientes:

$$H_D = \frac{1}{c} \frac{m'}{r^3} (3\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{z}}),$$

donde $m' = [1 + m_\gamma r + (1/3)m_\gamma^2 r^2] m$ y

$$H_{ext} = -\frac{1}{c} \frac{2m_\gamma^2}{3r} e^{-m_\gamma r} m.$$

Si se toma la razón de estos dos campos magnéticos proyectados en el ecuador ($\hat{\mathbf{z}} \cdot \hat{\mathbf{r}} = 0$), se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{H_{ext}}{H_D} = \frac{(2/3)m_\gamma^2 r^2}{1 + m_\gamma r + (1/3)m_\gamma^2 r^2}. \quad (23)$$

La expresión (23) es útil para establecer un límite superior sobre m_γ si se obtienen por otros métodos los valores de H_{ext} y H_D para un valor específico de r . Siguiendo este método, Goldhaber y Nieto [59] mejoraron los resultados de Schrödinger [58] usando el ajuste de datos geomagnéticos de mediciones terrestres y satelitales. El límite obtenido por Goldhaber y Nieto [59] fue $m_{ph} \leq 4 \times 10^{-48}$ g. Un resultado del mismo orden fue obtenido por Fischbach *et al.* [60] a partir del análisis de mediciones satelitales más recientes del campo magnético de la Tierra. El mejor resultado hasta ahora establecido por este medio es el de Davis *et al* [61] aplicando el método al campo magnético de Júpiter a partir de datos recopilados por el satélite Pioneer-10. El límite establecido fue $m_{ph} \leq 8 \times 10^{-49}$ g.

Recientemente ha sido establecido un mejor límite a partir de observaciones astrofísicas. Por medio de un conjunto de ecuaciones hidromagnéticas Ryutov [62] (asumiendo masa finita para el fotón) analizó las propiedades del viento solar en la órbita de Plutón. El análisis produjo un límite de $m_{ph} \leq 1.5 \times 10^{-51}g$, el cual, como se puede observar, es del mismo orden de magnitud que el obtenido por Luo *et al.* [56]. Una fuente apropiada en la cual se pueden consultar otros métodos para determinar la masa del fotón es el trabajo de revisión realizado recientemente por Tu *et al.* [63], allí se exponen cerca de 45 métodos para determinar la masa del fotón y se puede observar que todos están basados en la física clásica. Los resultados que se han mencionado sólo constituyen los límites más relevantes obtenidos por medios clásicos y que han sido considerado por el Data Particle Group [64].

Como se acaba de mencionar, tradicionalmente las pruebas experimentales relacionadas con la masa finita del fotón han permanecido dentro del marco de la física clásica. Algunos investigadores han llegado a la conclusión de que los límites que pueden ser alcanzados por medio de enfoques de laboratorio posiblemente ya han sido agotados [63]. Esto ha conducido a establecer límites sobre la masa del fotón recurriendo a objetos astronómicos o astrofísicos como los antes mencionados. Esto se debe a que el cambio fraccional en los campos (o el momento EM en el caso de los efectos AB) son de orden de $(m_\gamma D)^2$, donde D es la dimensión característica del experimento [61]. Según el Data Particle Group [64] el valor actualmente aceptado para m_γ es del orden de $10^{-13}cm^{-1}$, de allí que el valor de D debe ser muy grande o que el experimento deba ser de alta precisión con el fin de poder detectar el cambio fraccional. Precisamente, la última condición se cumple en los efectos del tipo AB donde la fase puede medirse con una precisión de hasta 10^{-4} . A continuación, se mostrará cómo los efectos del tipo AB han sido usados para establecer límites superiores sobre la masa del fotón y este enfoque se extiende al efecto escalar AB.

Varias conjeturas relacionadas al efecto AB han sido desarrolladas asumiendo la interacción electromagnética de los campos de rango infinito, es decir, masa del fotón cero. La posibilidad de que cualquier efecto asociado pueda ser manifestado dentro del contexto de la electrodinámica de rango finito ha sido discutida por Boulware y Deser (BD) [65]. En su enfoque, BD consideran el acoplamiento de la masa del fotón m_γ , como lo predice las ecuaciones de Proca $\partial_\nu F^{\mu\nu} + m_\gamma^2 A^\mu = J^\mu$, y calculan el campo magnético resultante del solenoide infinito, $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \hat{\mathbf{k}} m_\gamma^2 \Pi(\rho)$, que es útil en una prueba del efecto AB. Debido al término adicional dependiente de la masa, BD obtienen un límite no trivial sobre el rango del fotón transversal a partir de un experimento de laboratorio produciendo $m_\gamma^{-1} > 1.4 \times 10^7 cm$.

Después del efecto AB, otros efectos cuánticos de este tipo han sido desarrollados, tales como aquellos asociados con partículas neutras que tienen un momento dipolar magnético [11] o eléctrico intrínseco [10, 11, 32], y aquellos con partículas que poseen propiedades electromagnéticas opuestas, tales como cargas o momentos dipolares opues-

tos [10, 11, 32, 66–69]. El impacto de algunos de estos nuevos efectos sobre la masa del fotón han sido discutidas por Spavieri y Rodriguez (SR) [33].

Basándose en argumentos teóricos de la invariancia de calibre, SR establecen que es viable el efecto Spavieri del tipo AB para una superposición coherente de haces de partículas cargadas con estados de cargas opuestas $\pm q$. Esto resulta por analogía con el efecto AC para una superposición coherente de haces de dipolos magnéticos con momentos magnéticos opuestos $\pm \mu$ [66–68] y el efecto para dipolos eléctricos de momentos opuestos $\pm d$ [69]. A partir de este efecto, SR evalúan su relevancia en una eventual determinación de un límite para la masa del fotón. SR consideran una superposición coherente de haces de partículas cargadas con estados de carga opuesta $\pm q$ pasando cerca de un ciclotrón superconductor. Las cargas \pm experimentan el efecto del vector potencial \mathbf{A} creado por el intenso campo magnético del ciclotrón y las fases de las funciones de onda asociadas experimentan un corrimiento, conduciendo a un corrimiento de fase observable [33]. Para un ciclotrón de tamaño estándar, SR muestran que el límite

$$m_\gamma^{-1} = 10^6 m_{\gamma BD}^{-1} \approx 2 \times 10^{13} cm$$

es posible. Con el experimento de laboratorio de BD se obtiene el valor $m_{\gamma BD}^{-1} \approx 140 Km$, que es equivalente a $m_{ph BD} = 2.5 \times 10^{-45}g$. Con el enfoque de SR, el nuevo límite para la masa del fotón es $m_{ph} = 2 \times 10^{-51}g$, el cual es del mismo orden de magnitud que el encontrado por Luo *et al.* [56] y por Ryutov [62]. Por supuesto, incrementando el tamaño del ciclotrón un mejor límite puede ser obtenido. Con la tecnología estándar disponible, esperamos que el límite $m_{ph} \approx 2 \times 10^{-52}g$ pueda estar al alcance.

El análisis del efecto AC en el contexto de fotón masivo ha sido realizado por Fuchs [70]. Mediante una estimación de los resultados de la prueba experimental del efecto AC realizada por Cimmino *et al.* [71], Fuchs concluye que el límite que podría obtenerse a través de este efecto es menor que $10^3 cm$. Este resultado es 10 órdenes de magnitud mayor que el obtenido por SR. En consecuencia, este efecto no parece ser práctico para poner límites superiores sobre la masa del fotón. La limitación esencial es el orden de la interacción involucrada, ya que la fase es proporcional a $\mu E/c$ como puede verse en la Tabla I.

5.3. El efecto escalar Aharonov-Bohm y la masa del fotón

Habiendo explorado los efectos AB en la precedente sección en el contexto de la masa del fotón, se considera ahora el efecto escalar AB. En este efecto partículas cargadas interactúan con un potencial escalar. La fase estándar φ_s adquirida durante el tiempo de interacción es $\varphi_s = \frac{1}{\hbar} \int eV(t) dt$.

En la prueba real del efecto escalar AB, un cilindro conductor de radio R es puesto a un potencial V durante un tiempo τ , mientras los electrones viajan dentro de éste. Ya que no hay fuerzas actuando sobre las cargas éste es un efecto

cuántico libre de campos. Si la masa del fotón no es nula el potencial es modificado de acuerdo a las ecuaciones de Proca. La ley de Gauss es modificada y el potencial Φ obedece la ecuación $\nabla^2\Phi - m_\gamma^2\Phi = 0$, con la condición de frontera de que el potencial sobre el cilindro sea V . En coordenadas cilíndricas las soluciones son las funciones de Bessel modificadas de orden cero, $I_0(m_\gamma\rho)$ y $K_0(m_\gamma\rho)$, las cuales son regulares en el origen y el infinito, respectivamente. En adelante la solución aceptable es

$$\Phi(\rho) \simeq V \left[1 + \frac{m_\gamma^2}{2} (\rho^2 - R^2) \right], \quad (24)$$

donde los dos primeros términos de la expansión de $I_0(m_\gamma\rho)$ han sido considerados [72].

Para dos haces pasando a través de cilindros separados, el corrimiento de fase relativo es

$$\delta\varphi_s = \frac{1}{\hbar} \int e [V_1(t) - V_2(t)] dt, \quad (25)$$

donde $V_1(t)$ y $V_2(t)$ son los potenciales aplicados a los cilindros 1 y 2, respectivamente. Consecuentemente, de acuerdo a la Ec. (24), la contribución de la masa del fotón al corrimiento de fase es

$$\delta\varphi = \delta\varphi_s + \Delta\varphi = \delta\varphi_s + \frac{m_\gamma^2}{4} (\rho^2 - R^2) \delta\varphi_s. \quad (26)$$

Obviamente, este término adicional en el corrimiento de fase es nulo si m_γ se anula y el corrimiento estándar es recuperado. El último término de la Ec. (26) es útil para determinar la masa del fotón en un experimento de laboratorio. Aquí se considera el simple caso de un haz viajando dentro del cilindro 1 y el otro viajando fuera ($V_2(t) = 0$) por un corto intervalo de tiempo τ . En adelante $\Delta\varphi = \delta\varphi - \delta\varphi_s$ es

$$\Delta\varphi = -\frac{em_\gamma^2}{4} (\rho^2 - R^2) V \frac{\tau}{\hbar}, \quad (27)$$

donde $V = V_1(t) - V_2(t)$. Éste es el principal resultado el cual permite determinar el límite de la masa del fotón. Experimentos interferométricos pueden ser realizados con una precisión de hasta 10^{-4} , por tanto, siguiendo el enfoque de BD y de SR aquí se considera que $\Delta\varphi = \varepsilon$, con $\varepsilon = 10^{-4}$. También, se supone que el haz 1 viaja cerca del centro del cilindro ($\rho \ll R$), tal que

$$m_\gamma^{-1} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{\pi V \tau}{\varepsilon (h/2e)}}. \quad (28)$$

Los siguientes valores pueden ser utilizados para estimar m_γ^{-1} : $V = 10^7\text{V}$, $h/(2e) = 2.067 \times 10^{-15}\text{Tm}^2$, $\tau = 5 \times 10^{-2}\text{s}$ y $R = 27\text{cm}$ [73]. El correspondiente rango de la masa del fotón es

$$m_\gamma^{-1} = 3,4 \times 10^{13}\text{cm}, \quad (29)$$

el cual produce un límite para la masa del fotón $m_{ph} = 9.4 \times 10^{-52}\text{g}$. Sin embargo, hasta ahora se han dejado de justificar los valores usados en el cálculo anterior para τ y R , los cuales son muy altos.

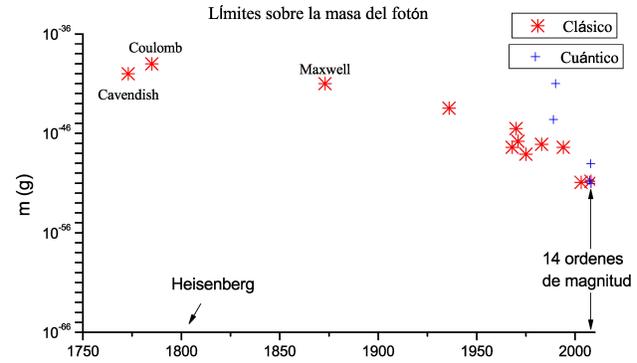


FIGURA 4. Tendencia de los enfoques clásicos y cuánticos para establecer un límite superior sobre la masa del fotón. Según el principio de incertidumbre el límite final que podría alcanzarse es del orden de 10^{-66}g empleando para ello la edad del Universo. Según el gráfico, faltan 14 órdenes de magnitud para alcanzar el límite impuesto por el principio de incertidumbre. Un límite más pequeño entraría en contradicción con la mecánica cuántica. También se incluyen las primeras pruebas realizadas por Coulomb, Maxwell y Cavendish.

Es interesante comparar la fase del efecto escalar AB con la del efecto AB magnético. La fase escalar AB puede ser expresada como $eV\tau/\hbar$, mientras la fase AB magnética es $eAL/(c\hbar)$ y la relación entre el camino clásico de las partículas es $L = \tau v$ con v asumida como uniforme. De acuerdo a la relatividad especial, el magnetismo es un efecto de segundo orden de la electricidad, por tanto, en condiciones normales el acoplamiento eA/c es más pequeño que el acoplamiento eV . Como una consecuencia de esto, la variación de la fase debida a la masa finita del fotón debería ser más pequeña en el efecto magnético que en el efecto escalar AB. En otras palabras, el efecto escalar debería producir un mejor límite para la masa del fotón que en efecto AB magnético. Sin embargo, las consideraciones anteriores son válidas sí en el experimento real se tienen longitudes de caminos del orden de $\tau \approx l/v$. En el experimento de laboratorio de SR [33] L es del orden de varios metros. Eligiendo como partículas cargadas iones pesados, por ejemplo $^{133}\text{Cs}^+$, sus velocidades deberían ser 27 m/s. Con esta velocidad y $L = 1.35\text{m}$ para la longitud del cilindro, se obtiene $\tau = 5 \times 10^{-2}\text{s}$ para el tiempo de vuelo dentro del cilindro. Ya que $\tau \approx l/v$, el resultado obtenido explorando el efecto AB escalar es justificado.

Sin embargo, los altos valores elegidos para R y L implican que el haz de partículas cargadas podrían no mantener su estado de coherencia a través de una región tan extensa del espacio, $L = 1.35\text{m}$, durante el proceso de medida interferométrica; mientras que en la interferometría estándar la separación de caminos es del orden de algunos pocos centímetros. Por tanto, se necesitan avances tecnológicos en este sentido, como también se mencionó en el artículo de SR y en las referencias allí citadas.

Sin embargo, la factibilidad de probar la masa del fotón con el efecto escalar AB ha sido confirmado por un reciente

trabajo de Neyenhuis, Christensen y Durfee [72] proporcionando un soporte para el enfoque cuántico. El límite establecido por Neyenhuis *et al.* [72] es 9×10^{-50} g. La propuesta presentada en esta sección muestra que el experimento de laboratorio de Neyenhuis *et al.* [72] se puede mejorar. Además, es concebible la posibilidad de extender al caso del efecto escalar AB las técnicas de las Refs. 66 a la 69 para una superposición de haces de partículas cargadas con estado de carga opuesta $\pm q$, como sugirió SR en la Ref. 33. Esto puede conducir a alcanzar mejores límites para la masa del fotón. Esto y otros aspectos técnicos de nuestro enfoque experimental de laboratorio serán elaborados en otra parte.

En la Fig. 4 se muestra la tendencia del límite sobre la masa del fotón en función de la fecha de publicación y el enfoque empleado (cuántico o clásico). Puede apreciarse que en muy recientes fechas los dos enfoques constituyen métodos competitivos para la búsqueda de la masa del fotón.

6. Conclusiones

En este trabajo se muestra que el momento de interacción Q de los efectos del tipo AB y de la luz en un medio en movimiento tienen el mismo origen físico, es decir, están dados por la variación del momento P_e de interacción de los campos electromagnéticos.

Al describir la propagación de la luz en gases, se presentan las actuales interpretaciones de la relatividad especial y de la teoría del éter, que varios autores consideran equivalentes. Con el fin de poder discriminar experimentalmente estas dos visiones, se considera la efectividad del mecanismo de retraso o arrastre de la luz por un medio enrarecido, mostrando que

puede diferir de la de un fluido o sólido transparente compacto. El modelo tentativo aquí considerado, sustenta la hipótesis hechas por Consoli *et al.* [21–25] y Guerra *et al.* [17–19] acerca de la propagación de la luz en medios enrarecidos.

Como una prueba de la velocidad de la luz en un medio en movimiento enrarecido, que podría detectar la velocidad del hipotético marco de referencia especial, se propone un experimento óptico mejorado del primer orden que es una variante del histórico experimento de Mascart-Jamin.

En la segunda parte del trabajo se considera la visión unitaria de los efectos del tipo AB en términos del momento P_e . En todos estos efectos, el momento de la interacción EM Q está dado por $\pm P_e$ y sus propiedades topológicas se relacionan con el flujo del momento electromagnético, descrito en la Fig. 3 y en completa analogía con el efecto Aharonov-Bohm magnético.

Finalmente, se considera el enfoque cuántico de Boulware y Deser para determinar el límite superior de la masa del fotón m_{ph} y se verifica su aplicabilidad a otros efectos del tipo AB. Se muestra que el nuevo efecto Spavieri con haces de partículas cargadas con cargas opuestas $\pm q$ para el efecto AB magnético, y el efecto escalar AB son buenos candidatos para determinar y mejorar el límite de la masa del fotón. Usando el enfoque cuántico para evaluar el límite m_{ph} con estos efectos, se realiza un experimento de laboratorio (*table-top*) que proporciona el límite $m_{ph} = 9.4 \times 10^{-52}$ g; un resultado que concuerda o mejora límites logrados con recientes enfoques clásicos y cuánticos. En conclusión, los avances en esta área indican que los enfoques cuánticos para establecer el límite de la masa del fotón son viables y pueden competir con los métodos clásicos tradicionales.

-
1. J.H. Hannay (Cambridge Univ. Hamilton Prize Essay, Unpubl., 1976).
 2. R.J. Cook, H. Fearn y P.W. Milonni, *Am. J. Phys.* **63** (1995) 705.
 3. G. Spavieri y G.T. Gillies, *Chin. J. Phys.* **45** (2007) 12.
 4. G. Spavieri, J. Quintero, A. Sanchez, J. Ayazo y G.T. Gillies, *Ether, Spacetime and Cosmology* (Edited by M. C. Duffy y J. Levy, UK, Liverpool, PD Publications, 2008).
 5. Y. Aharonov y D. Bohm, *Phys. Rev.* **115** (1959) 485.
 6. Y. Aharonov y A. Casher, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 319.
 7. G. Spavieri, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 1533.
 8. G. Spavieri, *Phys. Rev. A* **59** (1999) 3194.
 9. V.M. Tkachuk, *Phys. Rev. A* **62** (2000) 052112.
 10. G. Spavieri, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 3932.
 11. G. Spavieri, *Phys. Lett. A* **310** (2003) 13.
 12. G. Spavieri y G.T. Gillies, *Nuovo Cimento B* **118** (2003) 205.
 13. F. Selleri, *Found. Phys.* **26** (1996) 641.
 14. F. Selleri, *Found. Phys. Lett.* **18** (2005) 325.
 15. J.S. Bell, *Speakable and Unsayable in Quantum Mechanics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1988).
 16. C. Leubner, K. Aufinger y P. Krumm, *Eur. Phys. J.* **13** (1992) 170.
 17. R. de Abreu y V. Guerra, *Relativity Einstein's Lost Frame* (Lisboa: Extra [muros], 2005).
 18. V. Guerra y R. de Abreu, *Found. Phys.* **36** (2006) 91826.
 19. V. Guerra y R. de Abreu, *Phys. Lett. A* **361** (2007) 509.
 20. R. de Abreu and V. Guerra, *Eur. Phys. J.* **29** (2008) 33.
 21. M. Consoli y E. Costanzo, *Phys. Lett. A* **333** (2007) 355.
 22. M. Consoli, A. Pagano y L. Pappalardo, *Phys. Lett. A* **318** (2003) 292.
 23. M. Consoli, *Phys. Rev. D* **65** (2002) 105017.
 24. M. Consoli, *Phys. Lett. B* **541** (2002) 307.
 25. M. Consoli y E. Costanzo, *Phys. Lett. A* **361** (2007) 513.
 26. R.T. Cahill y K. Kitto, *Apeiron* **10** (2003) 104.
 27. R.T. Cahill, *Apeiron* **11** (2004) 53.
 28. D.C. Miller, *Rev. Mod. Phys.* **5** (1933) 203.

29. A. Brilliet y J.L. Hall, *Phys. Rev. Lett.* **42** (1999) 549.
30. H. Müller, S. Herrmann, C. Braxmaier, S. Schiller y A. Peters, *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 020401.
31. T.S. Jaseja, A. Javan, J. Murray y C.H. Townes, *Phys. Rev.* **133** (1964) A1221.
32. G. Spavieri, *Eur. Phys. J. D* **37** (2006) 327.
33. G. Spavieri y M. Rodriguez, *Phys. Rev. A* **75** (2007) 052113.
34. G. Spavieri, *Eur. Phys. J. D* **39** (2006) 157.
35. A.J. Fresnel, *Ann. Chim. Phys.* **9** (1818) 57.
36. H. Fizeau, *C.R. Acad. Sci. (Paris)* **33** (1851) 349.
37. T.H. Boyer, *Phys. Rev. D* **8** (1973) 1667.
38. X. Zhu y W.C. Henneberger, *J. Phys. A* **23** (1990) 3983.
39. W.K.H. Panofsky y M. Phillips, *Classical Electricity and Magnetism* (Addison-Wesley, 1962).
40. M. Duffy, in *Int. Conf. Physical Interpretation of Relativity Theory* (2006), private Comm.
41. F. R. Tangherlini, *Supp. Nuovo Cimento* **20** (1961) 1.
42. T. Sjödin, *Nuovo Cimento B* **51** (1979) 299.
43. T. Sjödin y M.F. Podlaha, *Lett. Nuovo Cimento* **31** (1982) 433.
44. R. Mansouri y R.V. Sexl, *Gen. Rel. Grav.* **8** (1977) 487.
45. G. Spavieri, V. Guerra, R. De Abreu y G.T. Gillies, *Eur. Phys. J. D* **47** (2008) 457.
46. G.E. Volovik, *JETP Lett.* **73** (2001) 162.
47. E. Mascart y J. Jamin, *Ann. Éc. Norm.* **3** (1874) 336.
48. Y. Aharonov, P. Pearle y L. Vaidman, *Phys. Rev. A* **37** (1988) 4052.
49. M.V. Berry, *Proc. R. Soc. Lond. A* **392** (1984) 45.
50. M.V. Berry, R.G. Chambers, M.D. Large, C. Upstill y J.C. Walmsley, *Eur. J. Phys.* **1** (1980) 154.
51. P. Roux, J. de Rosny, M. Tanter y M. Fink, *Phys. Rev. Lett.* **79**(1997) 3170.
52. A.S. Goldhaber y M.M. Nieto, *Rev. Mod. Phys.* **43** (1971) 277.
53. G. Spavieri, G.T. Gillies y M. Rodriguez, *Metrologia* **41** (2004) S159.
54. E.R. Williams, J.E. Faller y H.A. Hill, *Phys. Rev. Lett.* **26** (1971) 721.
55. R.E. Crandall, *Am. J. Phys.* **51** (1983) 698.
56. J. Luo, L.-C. Tu, Z.-K. Hu y E.-J. Luan, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 081801.
57. R. Lakes, *Phys. Rev. Lett.* **80** (1998) 1826.
58. E. Schrödinger, *Proc. Ir. Acad. A* **49** (1943) 135.
59. A.S. Goldhaber y M.M. Nieto, *Phys. Rev. Lett.* **21** (1968) 567.
60. E. Fischbach, H. Kloor, R.A. Langel, A.T.Y. Lui y M. Peredo, *Phys. Rev. Lett.* **73** (1994) 514.
61. L. Davis, A.S. Goldhaber y M.M. Nieto, *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) 1402.
62. D.D. Ryutov, *Plasma Physics and Controlled Fusion* **49** (2007) B429.
63. L.-C. Tu, J. Luo y G. T. Gillies, *Rep. Prog. Phys.* **68**(2005) 77.
64. C. Amsler *et al.*, *Phys. Lett. B* **667** (2008) 1.
65. D.G. Boulware y S. Deser, *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 2319.
66. K. Sangster, E.A. Hinds, S.M. Barnett y E. Riis, *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 3641.
67. K. Sangster, E.A. Hinds, S.M. Barnett, E. Riis y A.G. Sinclair, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 1776.
68. R.C. Casella, *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 2217.
69. J.P. Dowling, C.P. Williams y J.D. Franson, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 2486.
70. C. Fuchs, *Phys. Rev. D* **42** (1990) 2940.
71. A. Cimmino *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 380.
72. B. Neyenhuis, D. Christensen y D.S. Durfee, *Phys. Rev. Lett.* **99** (2007) 200401.
73. Z.T. Lu *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 3331.