

Masa del fotón por medio de un condensador de placas paralelas

M. Rodríguez

*Departamento de Física, Facultad de Ciencia Y Tecnología (FACYT),
Universidad de Carabobo, Naguanagua, 2001-Venezuela,
e-mail: merodriguez3@uc.edu.ve*

Recibido el 3 de abril de 2009; aceptado el 9 de junio de 2009

Aquí se obtiene el campo eléctrico en el interior de un condensador de placas paralelas derivado a partir de las ecuaciones de Proca. El campo encontrado se compone del campo eléctrico estándar, \mathbf{E}_S , y un campo adicional dependiente de la masa del fotón \mathbf{E}_γ . Este campo adicional junto con un efecto del tipo AB para partículas neutras con momento dipolar magnético permite establecer un límite superior sobre la masa del fotón. El límite superior encontrado por medio de este escenario de naturaleza cuántica es del orden de 10^{-41} g.

Descriptores: Ecuaciones de Proca; efecto Aharonov-Bohm; masa del fotón.

Here it is obtained the electrical field inside of a parallel-plates capacitor derived from Proca's equations. The field consists of the electric field standard \mathbf{E}_S , and an additional field dependent of the photon mass \mathbf{E}_γ . This additional field together with an effect of the AB type for neutral particles with magnetic dipole moment can set an upper limit on the photon mass. The upper limit obtained by this scenario of quantum nature is 10^{-41} g.

Keywords: Proca's equations; Aharonov-Bohm effect; photon mass.

PACS: 14.70.Bh; 03.65.Ta

1. Introducción

Comúnmente, la mayoría de los físicos erróneamente aseguran que el fotón tiene masa cero. Sin embargo, la posibilidad de que esta partícula pueda tener una masa finita no contradice el principio general de la física de partículas elementales y tampoco la teoría especial de la relatividad de Einstein. Además, la forma estándar de describir el fotón masivo es a través de las ecuaciones de Proca [1]; estas ecuaciones son la única forma invariante de las ecuaciones del campo electromagnético de Maxwell que incluye el fotón masivo. Siendo así esto, parece que la única forma de afirmar si el fotón tiene o no masa es por medio de métodos experimentales.

En la literatura existen cerca de 48 métodos [1], entre experimentos realizados y propuestas teóricas, con el fin de establecer un límite superior sobre la masa del fotón. Entre la propuestas teóricas se incluyen un tipo de experimentos conocidos como “table-top”, los cuales consisten en planteamientos experimentales factibles que usan resultados de experimentos ya realizados. Como en estos experimentos se conocen las diferentes variables se procede a estudiar el mismo a la luz de las ecuaciones de Proca. Debido a que la masa del fotón es tan pequeña, su efecto debe estar enmascarado dentro del error experimental. En consecuencia, los experimentos de la masa del fotón sólo permiten establecer un límite superior sobre su valor. De acuerdo al principio de incertidumbre el límite superior final que puede ser estimado para la masa en reposo del fotón es $m_\gamma \approx \hbar/(\Delta t)c^2$, lo cual produce una magnitud de $\approx 10^{-66}$ g usando la edad del universo, que es alrededor de 10^{10} años.

En un reciente trabajo de revisión Tu *et al.* [1] resumen diferentes técnicas experimentales para establecer el límite superior sobre la masa del fotón. Allí se puede apreciar que, a

parte del límite que pueda ser alcanzado o mejorado, también es importante la técnica experimental involucrada. Además, se observa cómo cerca del 40 % de los métodos experimentales no sobrepasan el límite de 10^{-44} g. Por ejemplo, Ryan *et al.* [2] obtuvo el límite de 1.5×10^{-42} g por medio de un experimento criogénico a una temperatura de 1.36 K. En este experimento se buscaba probar la exactitud de la ley de Coulomb en la forma establecida por las ecuaciones de Proca. Otro resultado reciente se debe a Accioly y Paszko [3], quienes obtuvieron el límite de 10^{-40} g a través de la deflexión gravitacional de ondas de radio.

Es importante mencionar que algunos investigadores han llegado a la conclusión de que los límites que pueden ser alcanzados por medio de enfoques de laboratorio posiblemente ya han sido agotados [1]. Esto ha conducido a establecer límites sobre la masa del fotón recurriendo a objetos astronómicos o astrofísicos [4]. La razón principal se debe a que el cambio fraccional en los campos son del orden de $(\mu_\gamma D)^2$, donde D es la dimensión característica del experimento [5] y μ_γ es un parámetro que está relacionado con la masa en reposo del fotón, m_γ , por medio de la siguiente expresión:

$$m_\gamma = \frac{\mu_\gamma \hbar}{c}. \quad (1)$$

Actualmente, según el Data Particle Group (DPG) [6], el valor aceptado para μ_γ es del orden de 10^{-13} cm⁻¹, lo cual explica claramente por qué la dimensión D debe ser muy grande.

Como se puede observar en el trabajo de Tu *et al.* [1], tradicionalmente las pruebas experimentales o propuestas teóricas relacionadas con la masa finita del fotón han estado limitadas al marco de la física clásica. En este sentido, ha surgido otro escenario factible para detectar el cambio fraccional en los campos debido a la masa del fotón. Dicho escenario

se puede hallar en los efectos cuánticos del tipo Aharonov-Bohm (AB) donde la fase puede ser medida con una precisión de hasta 10^{-4} .

Los primeros en explorar la posibilidad de un experimento de naturaleza cuántica con alta precisión para establecer un límite superior sobre la masa del fotón fueron Boulware y Deser (BD) [7]. BD estudiaron el efecto AB en el contexto de las ecuaciones de Proca. En su enfoque, BD consideran el acoplamiento de la masa del fotón μ_γ , como lo predice las ecuaciones de Proca $\partial_\nu F^{\mu\nu} + \mu_\gamma^2 A^\mu = J^\mu$, y calculan el campo magnético resultante $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \hat{\mathbf{k}} \mu_\gamma^2 \Pi(\rho)$, donde \mathbf{B}_0 es el campo magnético estándar del solenoide y $\Pi(\rho)$ es una contribución (interna y externa) al campo consecuencia de la masa del fotón. Debido al término adicional dependiente de la masa del fotón, BD obtienen un límite no trivial sobre el rango del fotón transversal a partir de un experimento de laboratorio produciendo $\mu_\gamma^{-1} > 1.4 \times 10^7 \text{ cm}$.

Después del efecto AB, otros efectos cuánticos de este tipo han sido desarrollados, tales como aquellos asociados con partículas neutras que tienen un momento dipolar magnético [8] o eléctrico intrínseco [8–10], y aquellos con partículas que poseen propiedades electromagnéticas opuestas, tales como cargas o momentos dipolares opuestos [8–14]. El impacto de algunos de estos nuevos efectos sobre la masa del fotón han sido discutidas por Spavieri y Rodriguez (SR) [15].

Basándose en argumentos teóricos de la invariancia de calibre, SR establecen que es viable el efecto Spavieri del tipo AB para una superposición coherente de haces de partículas cargadas con estados de cargas opuestas $\pm q$ [15]. Esto resulta por analogía con el efecto AC para una superposición coherente de haces de dipolos magnéticos con momentos magnéticos opuestos $\pm \mu$ [11–13] y el efecto para dipolos eléctricos de momentos opuestos $\pm d$ [14]. A partir de este efecto, SR evalúan su relevancia en una eventual determinación de un límite superior para la masa del fotón. SR consideran una superposición coherente de haces de partículas cargadas con estados de carga opuesta $\pm q$ pasando cerca de un ciclotrón superconductor. Las cargas \pm experimentan el efecto del vector potencial \mathbf{A} creado por el intenso campo magnético del ciclotrón y las fases de las funciones de onda asociadas experimentan un corrimiento, conduciendo a un corrimiento de fase observable [15]. Para un ciclotrón de tamaño estándar, SR muestran que el límite

$$\mu_\gamma^{-1} = 10^6 \mu_{\gamma BD}^{-1} \approx 2 \times 10^{13} \text{ cm}$$

es posible. Con el experimento de laboratorio de BD se obtiene el valor $\mu_{\gamma BD}^{-1} \approx 1.4 \times 10^7 \text{ cm}$ que es equivalente a $m_{\gamma BD} = 2.5 \times 10^{-45} \text{ g}$. Con el enfoque de SR, el nuevo límite para la masa del fotón es $m_\gamma = 2 \times 10^{-51} \text{ g}$, el cual es del mismo orden de magnitud que el encontrado por Luo *et al* [1, 16]. Por supuesto, incrementando el tamaño del ciclotrón un mejor límite puede ser obtenido. Con la tecnología estándar disponible, esperamos que el límite $m_\gamma \approx 2 \times 10^{-52} \text{ g}$ pueda estar al alcance. SR [15] también estudian el efecto Takchuk para dipolos eléctricos y obtienen

el límite $\mu_\gamma^{-1} = 1.4 \times 10^3 \text{ cm}$ que equivale a una masa de $m_\gamma = 2.5 \times 10^{-41} \text{ g}$.

Como puede observarse, hasta ahora existen propuestas table-top para partículas cargadas [7], partículas neutras con momento dipolar eléctrico y haces compuestos de partículas de carga opuestas [15], pero no existen ninguna propuesta que incluya o pruebe la factibilidad de obtener un límite sobre m_γ empleando partículas neutras con momento dipolar magnético [11–13]. Por tanto, en el presente trabajo se estudia el efecto del tipo AB para neutrones propuesto por Sangster *et al* [11] (SHBR). Este experimento cumple con las mismas características del efecto Spavieri antes mencionado [15], ya que, el haz de partículas viaja sobre el mismo camino pero con diferente polarización del momento dipolar magnético en presencia de un campo eléctrico homogéneo. A continuación, se deriva el campo eléctrico de Proca generado por un condensador de placas paralelas. Seguidamente, se emplea el resultado obtenido del campo eléctrico en la configuración de SHBR para evaluar su impacto en un posible límite sobre la masa del fotón.

2. Campo eléctrico de Proca de un condensador de placas paralelas

Para obtener el campo eléctrico en el interior de un condensador de placas paralelas, es necesario asumir la aproximación de que la separación entre las placas es muy pequeña en comparación con sus dimensiones laterales, o que las placas son infinitas. Esto permite despreciar los efectos de borde y facilitar la solución del problema.

A continuación, considere que las placas son paralelas al plano xy y que están ubicadas simétricamente con una distancia de separación H respecto del plano $z = 0$. Como el espacio entre las dos placas no tiene cargas entonces la ecuación de Proca para el potencial en esta región es

$$\nabla^2 \Phi - \mu_\gamma^2 \Phi = 0. \quad (2)$$

Sujeta a las siguientes condiciones de contorno:

$$\Phi(-H/2) = -V \quad \text{y} \quad \Phi(H/2) = V, \quad (3)$$

donde V es el potencial aplicado a las placas. Con las condiciones mencionadas el problema se reduce a una dimensión, en este caso dependiente de z , es decir,

$$\frac{d^2 \Phi}{dz^2} - \mu_\gamma^2 \Phi = 0 \quad (4)$$

La solución de esta ecuación diferencial sujeta a las condiciones de frontera (3) es

$$\Phi(z) = V \frac{\sinh(\mu_\gamma z)}{\sinh(\mu_\gamma \frac{H}{2})}, \quad (5)$$

cuyo campo eléctrico asociado adquiere la siguiente forma:

$$\mathbf{E} = -\hat{\mathbf{k}} \frac{d}{dz} \Phi(z) = -\mu_\gamma V \frac{\cosh(\mu_\gamma z)}{\sinh(\mu_\gamma \frac{H}{2})} \hat{\mathbf{k}}. \quad (6)$$

Si (5) y (6) son correctas, estas expresiones deberían reducirse a los valores estándar cuando $\mu_\gamma \rightarrow 0$. Aplicando la regla de L'Hopital a (5) y (6), cuando $\mu_\gamma \rightarrow 0$, se obtiene por medio de simples calculos que efectivamente:

$$\Phi(z) = \frac{2V}{H}z; \quad \mathbf{E}_S = -\frac{2V}{H}\hat{\mathbf{k}} \quad (7)$$

Los cuales son los resultados estándar en el caso de que la masa del fotón es nula. Por tanto, la expresión (6) es efectivamente el campo eléctrico en el interior del condensador de placas paralelas en la teoría de Proca.

Aunque que se ha demostrado que (6) describe el campo dentro del condensador, esta expresión no permite apreciar en forma clara la separación entre el campo eléctrico estándar y el campo adicional dependiente de la masa del fotón. La separación se hace más evidente si se considera el campo eléctrico en la región central del condensador, es decir, en $z \simeq 0$. Dentro de esta aproximación es posible hacer una expansión en serie de (6) tomando como variable a $\mu_\gamma(H/2) = \xi$. Usando el siguiente resultado

$$\frac{\xi}{\sinh(\xi)} = \frac{\xi}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\xi^{2n+1}}{(2n+1)!}} = 1 - \frac{\xi^2}{6} + ..$$

se obtiene que el campo eléctrico en la región central del condensador de placas paralelas, es decir

$$E = E_S + E_\gamma = -\frac{2V}{H} + \frac{V}{H} \left(\frac{\mu_\gamma H}{2}\right)^2 \quad (8)$$

donde E_S es el campo eléctrico estándar y E_γ es el campo debido a la masa del fotón. En la expresión (8) se han despreciado términos de orden superior, ya que

$$\mu_\gamma \frac{H}{2} < 1.$$

El resultado de la expresión (8) está en concordancia con el teorema enunciado por Goldhaber y Nieto [5] mencionado en la introducción, el cual se enuncia una vez más para comodidad del lector: “el cambio fraccional que experimentan los campos debido a la masa del fotón confinados a una región de tamaño D son del orden de $(\mu_\gamma D)^2$ ”. Este resultado es efectivamente el que se puede observar en (8) donde $E_\gamma/E_S = (\mu_\gamma H)^2/24$.

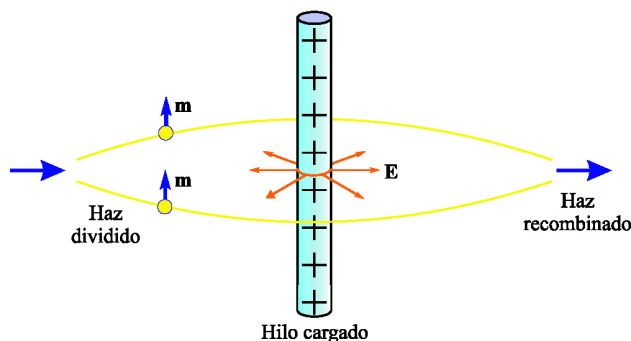


FIGURA 1. Configuración Aharonov-Casher. Un haz de partículas con su momento magnético alineado con el hilo cargado en dividido coherentemente. El corrimiento de fase experimentado por el haz al recombinarse está dado por la Ec. 9.

3. Efecto SHBR y la masa del fotón

Para comprender mejor el efecto propuesto Sangster *et al.* [11] (SHBR) es instructivo recordar el efecto Aharonov-Casher (AC) [17]. En este efecto se considera un haz de partículas con momento dipolar magnético, \mathbf{m} , coherentemente divididas rodeando un hilo infinito cargado. AC [17] predijeron que la función de onda de las partículas deberían adquirir un corrimiento de fase topológica de la siguiente forma:

$$\Delta\varphi_{AC} = \frac{1}{\hbar c^2} \oint \mathbf{m} \times \mathbf{E} \cdot d\mathbf{x}, \quad (9)$$

donde \mathbf{E} es el campo eléctrico en la posición del dipolo y \mathbf{m} es está orientado paralelamente al hilo. El fenómeno es análogo al efecto AB en el cual partículas cargadas adquieren una fase cuando encierran una línea de flujo magnético. La configuración del efecto AC se ilustra en la Fig. 1.

Posteriormente, Casella [13] noto que no es necesario que el camino encierre el hilo cargado con el fin de observar el efecto AC y propuso otra configuración. En este mismo sentido, SHBR propusieron una tercera configuración como la que se muestra en la Fig. 2. En esta configuración dos haces coherentes con momentos dipolares magnéticos opuestos que no están separados espacialmente pasan a través del mismo campo eléctrico. La configuración de SHBR también sirve para probar la fase AC, ya que la cantidad importante $\mathbf{m} \times \mathbf{E}$ todavía tiene signos opuestos en las dos ramas del interferómetro. Por simplicidad se asume que el haz viaja a lo largo del eje x y que \mathbf{E} yace sobre el eje z , entonces la componente relevante del momento magnético es m_y . Si $\pm m\hat{\sigma}$ son los momentos magnéticos en los dos haces coherentes ($\hat{\sigma}$ es un vector unitario), la diferencia de fase AC entre los haces después de viajar una longitud l es

$$\Delta\varphi_{AC} = \frac{2m}{\hbar c^2} \sigma_y E l, \quad (10)$$

donde σ_y es la proyección de $\hat{\sigma}$ sobre el eje y . Lo anterior no significa necesariamente que hay que usar neutrones, ya que cualquier partícula neutra con momento dipolar magnético debería exhibir el efecto AC. Todo lo que se requiere es una manera conveniente de preparar los momentos magnéticos en una superposición coherente de estados “arriba” y “abajo” y detectar la diferencia de fase acumulada.

Ahora, si se introduce en (10) la expresión del campo eléctrico para un condensador de placas paralelas derivado a partir de las ecuaciones de Proca (6), entonces se obtiene la fase SHBR en el contexto del fotón masivo. Por tanto, simplemente considerando que el momento magnético está dirigido a lo largo del eje y , es decir, $\sigma_y = 1$ se obtiene

$$\Delta\varphi = -2(l\mu_\gamma) \left(\frac{mV}{\hbar c^2}\right) \frac{\cosh(\mu_\gamma z)}{\sinh(\mu_\gamma \frac{H}{2})}. \quad (11)$$

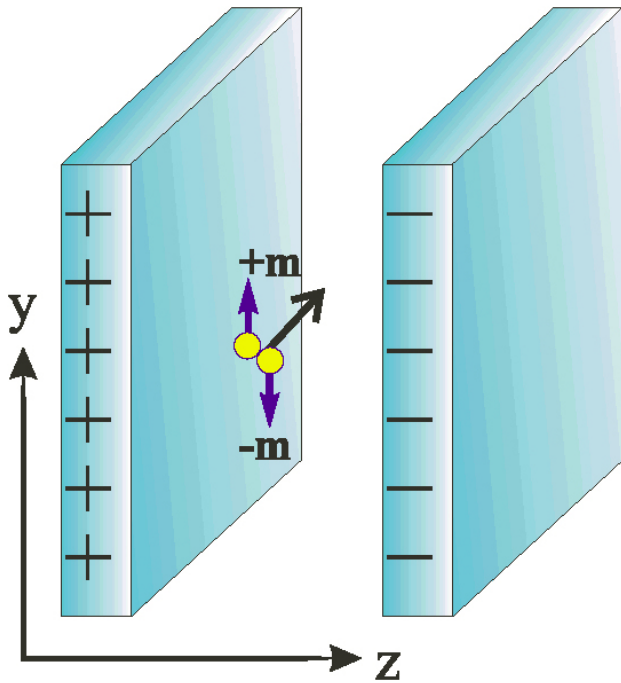


FIGURA 2. Configuración SHBR. Las partículas viajan en un campo eléctrico en una superposición de momentos magnéticos opuestos $\pm m\hat{\sigma}$. Los dos estados experimentan un corrimiento opuestos por la fase Aharonov-Casher a medida que viajan a través del campo.

Si en esta etapa se introduce la aproximación de un haz altamente colimado y se considera que el mismo pasa aproximadamente por el medio de las placas, es decir, $z \simeq 0$, entonces, luego de introducir (8) en (10) se obtiene

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_{AC} + \Delta\varphi_{\mu_\gamma} = 2\frac{mE_S}{\hbar c^2}l + 2\frac{m}{\hbar c^2}|E_S|\frac{(\mu_\gamma H)^2}{24}l$$

De aquí se puede ver que

$$\Delta\varphi_{\mu_\gamma} = \Delta\varphi_{AC}\frac{(\mu_\gamma H)^2}{24}.$$

Esta última expresión es el resultado central del trabajo y se puede escribir en función del potencial aplicado y de los parámetros de la geometría en la siguiente forma:

$$\Delta\varphi_{\mu_\gamma} = \frac{1}{6}\left(\frac{mV}{\hbar c^2}\right)\frac{l}{H}(\mu_\gamma H)^2. \tag{12}$$

Como se mencionó en la introducción, el efecto de la masa del fotón es muy pequeño y debe estar enmascarado en el error experimental. Por tanto, si ε es la precisión de la medida de la fase se puede considerar que $\Delta\varphi_{\mu_\gamma} \leq \varepsilon$, despejando μ_γ^{-1} de esta desigualdad se obtiene

$$\mu_\gamma^{-1} \geq H\sqrt{\frac{1}{\varepsilon}\frac{1}{6}\left(\frac{mV}{\hbar c^2}\right)\frac{l}{H}}. \tag{13}$$

En esta expresión se puede observar que a medida que el error experimental aumenta, también lo hace el límite de la masa del fotón como se aprecia en la Ec. (1). Esto es el motivo fundamental de por qué se recurren a experimentos con alta precisión para establecer límites superiores más pequeños sobre la masa del fotón. Se conserva la notación μ_γ^{-1} , ya que este parámetro está relacionado con la longitud de onda de Compton del fotón, λ_C , por medio de la siguiente relación:

$$\mu_\gamma^{-1} = \lambda_C/2\pi.$$

Ahora, para obtener un límite superior sobre la masa del fotón lo que resta es introducir los valores experimentales de los parámetros presentes en (13). Del trabajo de SHBR [11] se pueden tomar los siguientes valores $H = 0.1m$, $V = 10^7V$, $m = \mu_B = 9.274 \times 10^{-24}J/T$, que es el magnetón de Bohr, $l = 2.05m$, y $\varepsilon = 3.4 \times 10^{-4}$, así se obtiene

$$\mu_\gamma^{-1} \geq 3.13 \times 10^3\text{cm}. \tag{14}$$

En consecuencia, la masa del fotón es

$$m_\gamma \leq 1.1 \times 10^{-41}\text{g}.$$

Observe que este resultado es del mismo orden que el obtenido por SR para dipolos eléctricos [15]. El resultado puede mejorarse si se considera que $l = 10, 25m$, en este caso $m_\gamma \leq 5 \times 10^{-42}\text{g}$, lo cual es tres órdenes de magnitud mayor que el obtenido por BD para el efecto AB. Con esta última consideración el resultado (14) mejora en un orden de magnitud una estimación hecha previamente por Fuchs [18] para el efecto AC con masa del fotón. Fuchs discutió el efecto AC (Fig. 1) en el contexto de la electrodinámica de rango finito y comparo su resultado con las observaciones del experimento de Cimmino *et al.* [19] para el efecto AC. La diferencia fundamental es que en el experimento de Cimmino *et al.* [19] se usan placas paralelas cargadas y en el efecto AC un hilo infinito cargado. Por tanto, el resultado (14) corrobora rigurosamente la previa estimación hecha por Fuchs [18] usando apropiadamente placas paralelas en lugar de hilos cargados.

4. Conclusiones

En este trabajo se ha determinado el campo eléctrico de Proca en el interior de un condensador de placas paralelas. El resultado es útil al estudiar la configuración SHBR para el efecto AC en el contexto de la electrodinámica con fotón masivo. El límite superior sobre la masa del fotón colocado por medio de este enfoque cuántico es de $1.1 \times 10^{-41}\text{g}$. Este límite concuerda con una estimación previamente realizada por Fuchs para el efecto AC. Aunque el límite no resulta mejorado, su importancia radica en que extiende el estudio del efecto SHBR al contexto de la electrodinámica con fotón masivo.

1. L.-C. Tu, J. Luo y G.T. Gillies, *Rep. Prog. Phys.* **68**(2005) 77.
2. J.J. Ryan, F. Accetta y R.H. Austin, *Phys. Rev. D* **32** (1985) 802.
3. A. Accioly y R. Paszko, *Phys. Rev. D* **69** (2004) 107501.
4. L. Davis, A.S. Goldhaber y M.M. Nieto, *Phys. Rev. Lett.* **35** (1975) 1402.
5. A.S. Goldhaber y M.M. Nieto, *Phys. Rev. Lett.* **26** (1971) 1390.
6. C. Amsler *et al.*, *Phys. Lett. B* **667** (2008) 1.
7. D.G. Boulware y S. Deser, *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 2319.
8. G. Spavieri, *Phys. Lett. A* **310** (2003) 13.
9. G. Spavieri, *Phys. Rev. Lett.* **82** (1999) 3932.
10. G. Spavieri, *Eur. Phys. J. D* **37** (2006) 327.
11. K. Sangster, E.A. Hinds, S.M. Barnett y E. Riis, *Phys. Rev. Lett.* **71** (1993) 3641.
12. K. Sangster, E.A. Hinds, S.M. Barnett, E. Riis y A.G. Sinclair, *Phys. Rev. A* **51** (1995) 1776.
13. R.C. Casella, *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 2217.
14. J.P. Dowling, C.P. Williams y J.D. Franson, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 2486.
15. G. Spavieri y M. Rodriguez, *Phys. Rev. A* **75** (2007) 052113.
16. J. Luo, L.-C. Tu, Z.-K. Hu y E.-J. Luan, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 081801.
17. Y. Aharonov y A. Casher, *Phys. Rev. Lett.* **53** (1984) 319.
18. C. Fuchs, *Phys. Rev. D* **42** (1990) 2940.
19. A. Cimmino *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 380.