

Impedancia longitudinal de un gas bidimensional de electrones en régimen de efecto Hall cuántico

C. Hernández

*Departamento de Física, Universidad de los Andes,
A.A. 4976, Bogotá D.C., Colombia.*

C. Chaubet

*Groupe d'Etude des Semiconducteurs,
UMR CNRS 5650, Université Montpellier II, 34095 Montpellier, France.*

Recibido el 23 de marzo de 2009; aceptado el 24 de noviembre de 2009

Se realizaron mediciones de impedancia en un gas bidimensional de electrones en régimen de efecto Hall cuántico. Encontramos resonancias en la medida de impedancia, débiles a nivel de los plateaus cuantizados y muy agudas para cada principio y final de plateau. Estas resonancias las podemos describir parcialmente usando un modelo simplificado del circuito eléctrico. A partir del análisis de los resultados experimentales queda clara la gran influencia del sistema de mediciones sobre los resultados experimentales.

Descriptores: Impedancia; efecto Hall cuántico; gas bidimensional de electrones.

We have measured the longitudinal impedance of a two dimensional electron gas in the quantum Hall effect regime. We have found smooth resonances of impedance for the middle of quantized plateaus and large resonances at the beginning and the end of the plateaus. Those resonances can be partially described using a simplified electrical circuit model. The analysis of the different experimental results shows a great influence of the experimental setup on the experimental measurements.

Keywords: Impedance; quantum Hall effect; two dimensional electron gas.

PACS: 73.43.-f; 73.43.Fj

1. Introducción

El efecto Hall cuántico (QHE) es uno de los temas más estudiados en física de la materia condensada desde que fue descubierto en 1980 por Klaus von Klitzing [1], descubrimiento que le valió el premio Nobel en 1985. Este fenómeno, gracias a su gran estabilidad en corriente continua, ha permitido la medición experimental de las constantes de von Klitzing y de estructura fina con una altísima precisión lo que lo ha llevado a la comunidad científica a usarlo para establecer el estándar internacional para la unidad de medida de resistencia eléctrica en corriente continua, el ohm [2,3]. Para construir un estándar de resistencia eléctrica en corriente alterna o sea de impedancia, lo ideal sería que las medidas de efecto Hall cuántico en esas condiciones fueran igual de estables a las medidas en corriente continua, pero la precisión de la medida es muy inferior. En corriente alterna, para bajas frecuencias entre 0 y 10 kHz, los estudios de metrología muestran que la exactitud de las medidas de resistencia de Hall (R_H) es siempre inferior a 1×10^{-7} . El paso de corriente continua a corriente alterna disminuye la precisión de la medida de un factor 100 lo que imposibilita establecer una calibración para la impedancia en corriente alterna [4-9]. Por esta razón, las investigaciones sobre la estabilidad del QHE en corriente alterna siguen siendo muy importantes en la actualidad para en un futuro tener una medida directa de la constante de von Klitzing en esas condiciones.

2. Sistema experimental

Es en el marco de estas investigaciones sobre la estabilidad de la medida de QHE en corriente alterna que realizamos un estudio de la impedancia longitudinal del gas bidimensional de electrones (2DEG). Las muestras utilizadas para las medidas experimentales fueron heteroestructuras de tipo GaAlAs/GaAs, de calidad metrológica, obtenidas con la colaboración del “Laboratoire national de métrologie et d’essais (LNE)” antiguamente llamado “Bureau national de métrologie (BNM)”, organismo nacional francés de metrología. Los resultados presentados corresponden a dos muestras, LEP514 y PL173, reconocidas internacionalmente por la comunidad de investigadores en metrología por sus cualidades como lo son el ancho de los plateaus, la excelente cuantización de la resistencia de Hall y la calidad en la medida del cero en la resistencia longitudinal en corriente continua. Estas muestras fueron procesadas en su totalidad en el laboratorio Philips de Limeil Brévannes. Las heteroestructuras fueron crecidas por la técnica de “Metal organic chemical vapor deposition (MOCVD)”. Partiendo del sustrato se crecieron 600 nm de GaAs sin dopar como buffer, en seguida se depositaron 14,5 nm de $\text{Ga}_{0.72}\text{Al}_{0.28}\text{As}$ sin dopar como espaciador. Sobre estas capas se depositaron 40 nm de $\text{Ga}_{0.72}\text{Al}_{0.28}\text{As}$ dopado con una concentración de silicio Si de 10^{18} cm^{-3} y finalmente una capa de GaAs de tipo n de 12 nm [3,10]. A estas muestras se les realizó una litografía para obtener barras de Hall. Estas barras tienen seis contactos laterales aparte de los

TABLA I. Características de las muestras (N_s es la densidad superficial de electrones, μ es la movilidad, W es el ancho y ν es el factor de llenado de los niveles de Landau).

Muestra	$N_s [10^{-15} m^{-2}]$	$\mu [\frac{m^2}{Vs}]$	$W [\mu m]$	$B(\nu = 2) [T]$
PL173	3.3	50	200	6.8
LEP514	5.1	30	400	10.7

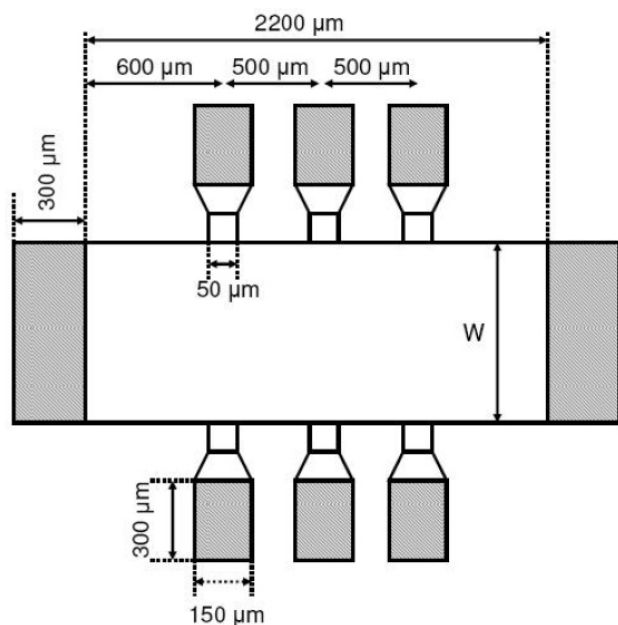


FIGURA 1. Esquemática de las barras de Hall utilizadas en este estudio.

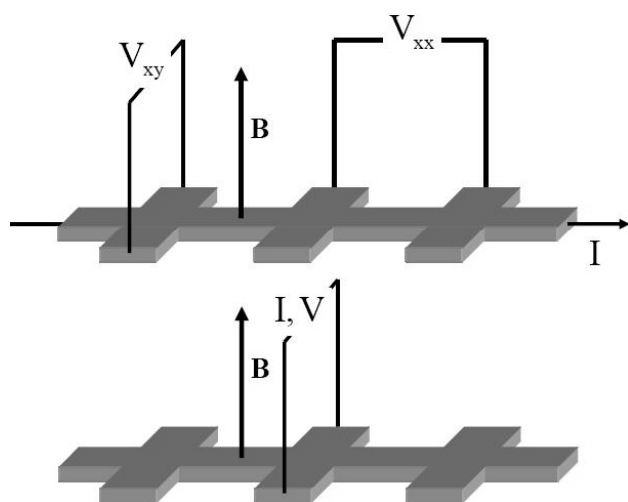


FIGURA 2. Arriba, configuración utilizada para las medidas de efecto Hall DC. Abajo, configuración utilizada para las medidas de impedancia.

dos contactos de corriente (Fig. 1.) para permitir medidas de bajo ruido tanto de la resistencia longitudinal como de la resistencia de Hall. Las diferentes características están resumidas en la Tabla I.

Todos los experimentos fueron realizados dentro de un criostato provisto de un sistema de variación de temperatura y de una bobina superconductora que permite obtener campo hasta de 13 T. Nuestras mediciones fueron realizadas a una temperatura de 1.5 K. Para las medidas de efecto Hall en corriente continua se inyectó una corriente de algunos miliamperios gracias a un generador de corriente y se midieron las resistencias longitudinales y de Hall usando voltímetros de alta precisión (Fig. 2). Las medidas de impedancias se hicieron con un analizador de impedancia HP 4194A en una configuración de dos puntos en la que la corriente se inyectó por los mismos contactos usados para la medida de voltaje. Los contactos escogidos para estas medidas fueron los contactos centrales de voltaje (Fig. 2). Todo el cableado del sistema experimental se hizo con cables coaxiales desde los aparatos de medición hasta la muestra estudiada. Con este sistema experimental obtuvimos directamente las curvas de impedancia en función de la frecuencia. Esto nos permitió realizar un gran número de medidas para diferentes valores de campo magnético para frecuencias entre 1 kHz y 1 MHz.

3. Resultados y análisis

La medida experimental de efecto Hall en corriente continua arrojó excelentes resultados como era de esperarse para muestras de calidad metrológica. En las Figs. 3 y 4 podemos ver la perfecta cuantización de los plateaus de Hall y las oscilaciones de Shubnikov de Haas de la resistencia longitudinal, que se anula a nivel de los plateaus pares. En corriente alterna, la impedancia del gas bidimensional de electrones medida en una configuración de dos puntos arroja resultados sorprendentes por varias razones. A nivel de los plateaus de efecto Hall encontramos unas resonancias a frecuencias bastante bajas, del orden de 100 kHz, muy lejos de las frecuencias de resonancia provenientes de los plasmones. Este mismo tipo de resultado había sido observado por Desrat y sus colabo-

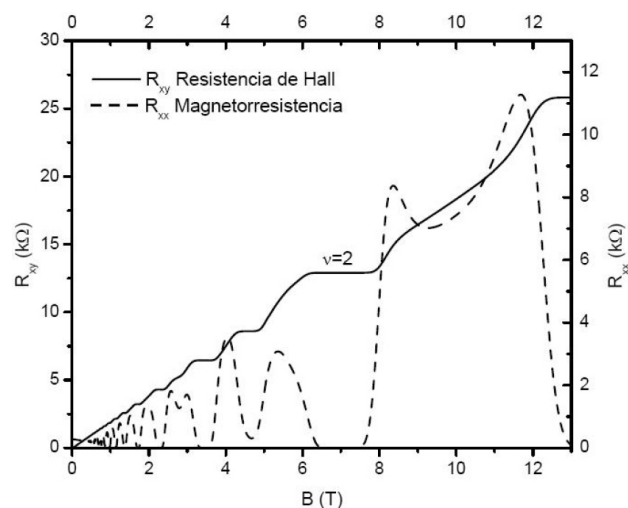


FIGURA 3. Medida experimental de resistencia de Hall y magnetorresistencia a 1.5 K para la muestra PL173.

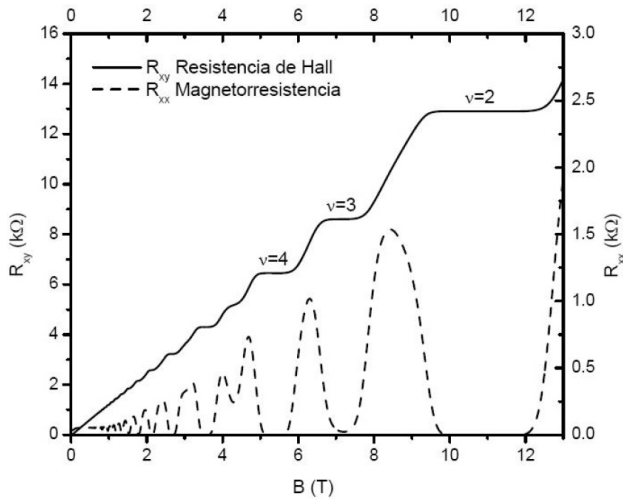


FIGURA 4. Medida experimental de resistencia de Hall y magnetorresistencia a 1.5 K para la muestra LEP514.

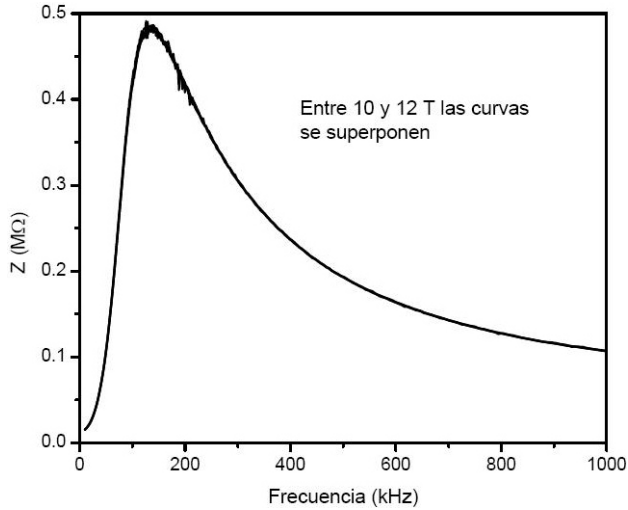


FIGURA 5. Curvas de resonancia en el interior del plateau $\nu=2$ para campos de 10 T, 10.5 T, 11 T y 12 T. Muestra LEP514.

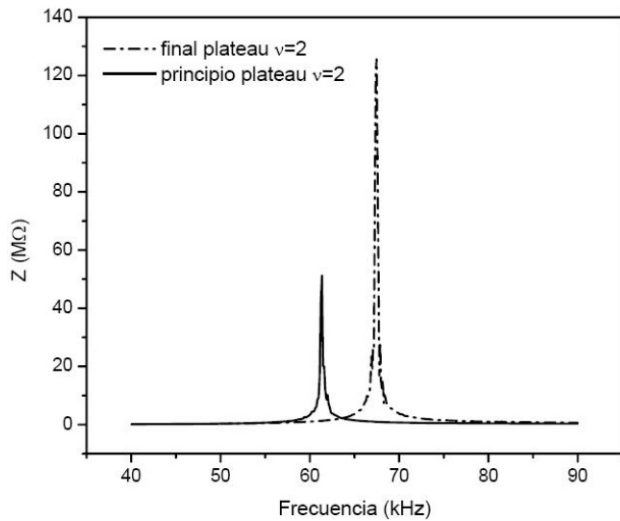


FIGURA 6. Curvas de resonancia al principio y final del plateau $\nu=2$. Muestra LEP514.

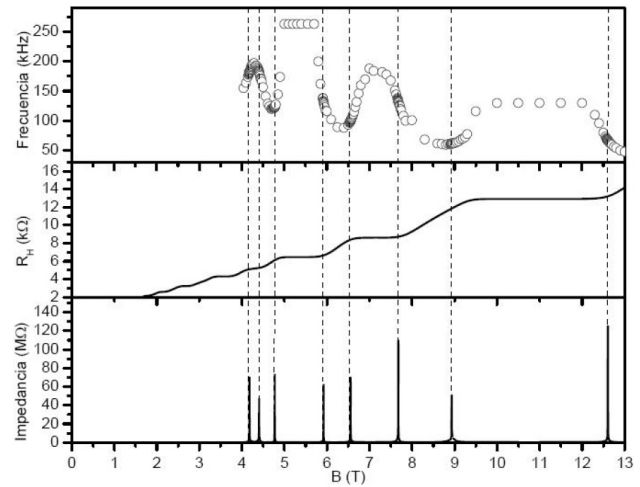


FIGURA 7. Impedancia y frecuencia de resonancia en relación con la curva de efecto Hall para la muestra LEP514.

radores [11] que midieron claramente un efecto de resonancia en la impedancia del gas bidimensional de electrones y mostraron por primera vez su analogía con un circuito RLC en paralelo. Ellos interpretaron los resultados basándose en la teoría propuesta por Christen *et al.* [12] sobre las matrices de capacitancias de los estados de borde en un sistema en régimen de efecto Hall cuántico. Esta interpretación de los resultados fue muy criticada por la comunidad de investigadores en metrología por no tener en cuenta los efectos parásitos provenientes del sistema de medición mismo [13].

Aparte de estas resonancias que aparecen de manera clara a nivel de los plateaus (el máximo es de más o menos $0.5 \text{ M}\Omega$), Fig. 5, encontramos resonancias mucho más agudas para los principios y finales de plateaus (el máximo es superior a $100 \text{ M}\Omega$), Fig. 6, resonancias que no han sido reportadas en la literatura. Ninguna de estas resonancias, tanto dentro como en el borde de los plateaus, ha sido explicada satisfactoriamente hasta el momento. En la literatura científica los artículos relacionados con la medida de impedancia en régimen de efecto Hall cuántico se centran en el estudio de la impedancia del centro de los plateaus de Hall. En la gran mayoría de los casos estos estudios buscan la eliminación de los efectos parásitos introducidos por la corriente alterna, para así establecer un método para la calibración de la impedancia. Esto conlleva a la implementación de montajes experimentales cada vez más complicados, dejando de lado la parte conceptual [4-9].

Las resonancias, como se puede apreciar tanto en la Fig. 5 como en la Fig. 7, dentro de los plateaus son supremamente estables y no cambian para variaciones importantes del campo magnético, por ejemplo entre 5 T y 5.7 T para el plateau $\nu=4$ y entre 10 T y 12 T para el plateau $\nu=2$. Cabe anotar que las resonancias agudas al principio y al final de los plateaus aparecen incluso para los factores de llenado impares aunque su nivel de cuantización no sea óptimo (por ejemplo para $\nu=3$ o $\nu=5$), esto lo observamos a nivel de la Fig. 7 donde se reportan tanto las posiciones de las resonancias como su

altura y esto comparado con la curva de efecto Hall. En estas curvas realizadas para la muestra LEP514, observamos la gran correspondencia entre las resonancias y los plateaus de efecto Hall. En el caso de la muestra PL173 obtenemos exactamente el mismo tipo de resultados. La fineza de los picos de impedancia en la curva en función del campo magnético muestra claramente que la ventana de campo magnético para la cual se obtienen las resonancias agudas es supremamente estrecha. Por otro lado las frecuencias de resonancia obtenidas en el borde (del orden de 60 kHz) son mucho más bajas que las frecuencias encontradas para las resonancias suaves dentro de los plateaus.

Teniendo en cuenta las observaciones realizadas por Melcher y sus colaboradores [13] con relación a los efectos parásitos inducidos por el sistema de medición, tuvimos en cuenta las capacitancias de los cables coaxiales conectados a la muestra. En efecto al estar el blindaje conectado a la tierra, cada uno de los contactos de la muestra está acoplado con la tierra a través de la capacitancia de los cables. La capacitancia del circuito no está ligada a la muestra sino a la capacitancia parásita de los cables. El carácter inductivo del montaje en este caso provendría de un acople entre dos circuitos RC, a través del 2 DEG. La capacitancia medida para un par de cables coaxiales es de 107 pF. Las inductancias parásitas medidas son perfectamente despreciables.

A partir de estas observaciones el circuito equivalente usado para modelizar los resultados esta representado en la Fig. 8. Si se tiene en cuenta el generador, el sistema está sometido a una excitación alterna $i(t)$. Los contactos inutilizados están conectados entre ellos por las capacitancias de tres pares de cables coaxiales en paralelo (capacitancia C_y). Para los contactos conectados con el analizador de impedancia la capacitancia en paralelo es la capacitancia de un solo par de cables (C_x). Las corrientes y voltajes obedecen a las leyes generales para los circuitos eléctricos:

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{I_x + i}{C_x} \tag{1a}$$

$$\frac{dV_y}{dt} = \frac{I_y}{C_y} \tag{1b}$$

Por otra parte la muestra en régimen de efecto Hall cuántico está caracterizada por el tensor de conductividad (σ_{xx} y σ_{xy}):

$$j_x = -\sigma_{xx}E_x + \sigma_{xy}E_y \tag{2a}$$

$$j_y = -\sigma_{xy}E_x - \sigma_{xx}E_y \tag{2b}$$

Haciendo los cálculos de impedancia a partir de estas relaciones obtenemos la siguiente ecuación en donde α es el factor geométrico de la muestra:

$$\frac{1}{|Z|} = \left\{ \left(\frac{\sigma_{xx}\alpha\sigma_{xy}^2}{\omega^2 C_y^2 + \sigma_{xx}^2 \alpha^2} + \frac{\sigma_{xx}}{\alpha} \right)^2 + \left(C_x \omega - \frac{C_y \sigma_{xy}^2 \omega}{\omega^2 C_y^2 + \sigma_{xx}^2 \alpha^2} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \tag{3}$$

Para las muestras utilizadas en este estudio el valor del factor α está comprendido entre 1 y 2. Es fácil demostrar la equivalencia entre esta expresión y la impedancia de un circuito RLC en paralelo. La frecuencia de resonancia depende principalmente de los valores de las capacitancias C_x y C_y y de la conductividad σ_{xy} . El ancho del pico por su parte depende de la calidad del cero atribuido a σ_{xx} . La inductancia equivalente del circuito RLC en paralelo está dada por:

$$L = \frac{C_y + \alpha^2 C_x}{\alpha(\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2)} \approx R_H^2 \times C \tag{4}$$

Esta fórmula tiene en cuenta el efecto “gyrator” [4,13] y sobre todo da las mismas dependencias que las encontradas por Desrat *et al.*, [11] en particular la proporcionalidad entre L y ν^2 . Para comparar los resultados experimentales con el modelo propuesto usamos para los cálculos las capacitancias de los cables medidas experimentalmente e igualmente la conductividad de Hall medida. Para obtener una resonancia estrecha es necesario usar una conductividad longitudinal muy

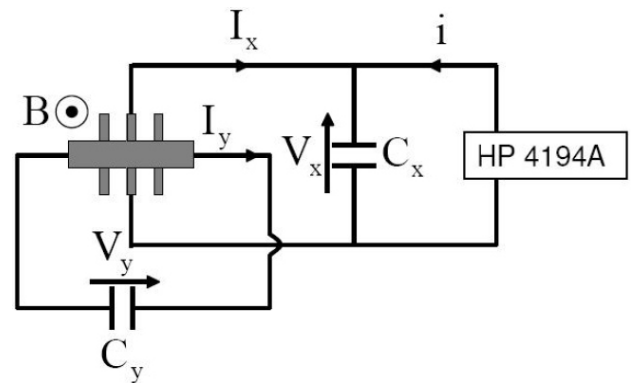


FIGURA 8. Modelo de circuito eléctrico. Los condensadores C_x y C_y representan la capacitancia de los cables.

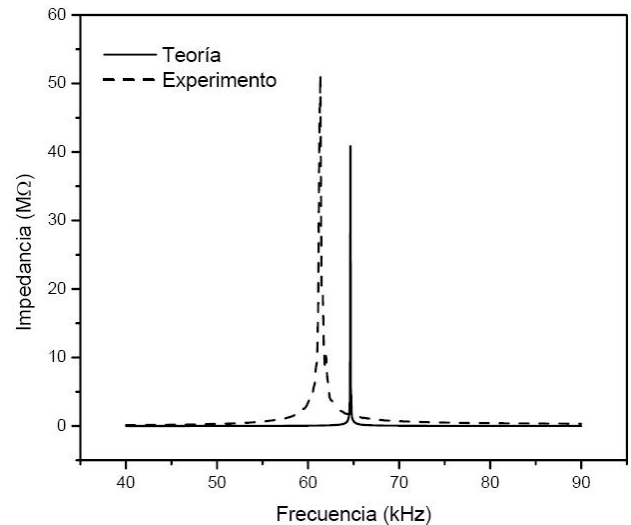


FIGURA 9. Comparación de los resultados experimentales y teóricos para el borde del plateau $\nu=2$ para la muestra LEP514.

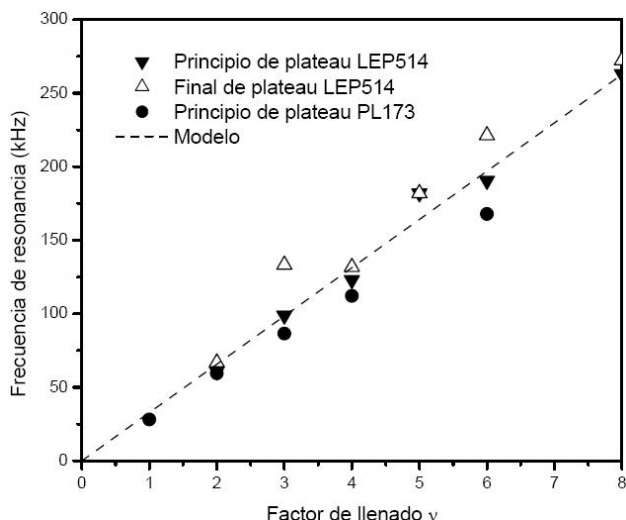


FIGURA 10. Posición de las frecuencias de resonancia en función del índice del plateau para las muestras LEP514 y PL173.

baja del orden de 10^{-9} . Esto nos lleva a un resultado sorprendente, para encontrar resonancias estrechas como las vistas en los bordes de los plateaus necesitamos valores de conductividad como los que se encuentran en los centros y para obtener una resonancia suave como la de los centros necesitamos valores de conductividad como los que se encuentran entre dos plateaus. Teniendo en cuenta estas observaciones sobre los cálculos, el modelo puede reproducir las resonancias de borde de plateau, las curvas son comparables tanto en la altura del pico como en el ancho (Fig. 9). Tenemos también una correspondencia entre las frecuencias de resonancia calculadas y las frecuencias medidas experimentalmente. Estas frecuencias son independientes de la muestra (Fig. 10). Las frecuencias solo dependen de la conductividad de Hall (son proporcionales) y de la capacitancia de los cables. Solo que-

da un parámetro libre que es el factor geométrico α , pero la influencia de este es muy reducida en los resultados. Si nos interesamos en lo que sucede dentro de los plateaus vemos que las resonancias son mucho más suaves y las frecuencias aumentan (Fig. 5 y 7) al contrario de lo que esperaríamos obtener a partir del modelo que prevé unas resonancias muy agudas y estables para el centro del plateau.

4. Conclusión

Los investigadores en metrología [13] no se han interesado en estudiar de manera conceptual los diferentes aspectos que salen a relucir a partir del estudio efectuado por Desrat y sus colaboradores, solo han mirado su aspecto metrológico. Sin embargo el fenómeno de resonancia existe y por ahora no se logra comprender en su totalidad. A partir de nuestra interpretación teniendo en cuenta el efecto “gyrator” logramos obtener picos de resonancia para las mismas frecuencias observadas experimentalmente pero nada explica por el momento porque las resonancias son agudas para ventanas de campo tan estrechas y suaves a nivel de los plateaus cuantizados. No cabe duda que para explicar completamente este fenómeno, aparte del aspecto presentado en este estudio hay que tener en cuenta los estados de borde o las líneas de corriente y las ondas de carga como son los plasmones o magnetoplasmones que existen en este tipo de sistemas.

Agradecimientos

Los autores le agradecen de manera muy especial al profesor Michel Dyakonov del Laboratoire de Physique Théorique et Astroparticules de la Université Montpellier II, por las numerosas e interesantes charlas y discusiones efectuadas sobre el tema.

1. K.V. Klitzing, G. Dorda y M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45** (1980) 494.
2. Comité International des Poids et Mesures, *Représentation de l'ohm à partir de l'effet Hall quantique, Recommandation 2* (CI-1988), 77th Session (1988).
3. F. Piquemal, *Bulletin du BNM* **116** (1999) 2.
4. F. Delahaye, *Metrologia* **31** (1995) 367.
5. F. Delahaye, B.P. Kibble y A. Sarka *Metrologia* **37** (2000) 659.
6. A. Hartland, B.P. Kibble, P.J. Rodgers y J. Bojacek *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **44** (1995) 245.
7. B.M. Wood, A.D. Inglis y M. Coté, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **46** (1997) 269.
8. J. Schurr, J. Melcher, A. Von Campenhausen y K. Pierz, *Metrologia* **39** (2002) 13.
9. J. Schurr *et al.*, *Metrologia* **39** (2002) 3.
10. Y.M. Meziani *et al.*, *J. Appl. Phys.* **96** (2004) 404.
11. W. Desrat *et al.*, *Phys. Rev. B* **62** (2000) 12990.
12. T. Christen y M. Buttiker, *Phys. Rev. B* **53** (1996) 2064.
13. J. Melcher, J. Schurr, F. Delahaye y A. Hartland, *Phys. Rev. B* **64** (2001) 127301.