# Sistema automatizado para la medición de la conductividad térmica de líquidos mediante el método del alambre caliente

S. Alvarado, E. Marín\*, A.G. Juárez, y A. Calderón

Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada, Instituto Politécnico Nacional, Legaria 694, Colonia Irrigación, México D.F., 11500 México.

R. Ivanov

Facultad de Física, Universidad Autónoma de Zacatecas, Calz. Solidaridad Esquina Paseo de la Bufa s/n, Zacatecas, Zac., 98060, México.

Recibido el 3 de febrero de 2011; aceptado el 5 de abril de 2011

Se presenta el montaje y puesta a punto de un sistema experimental automatizado basado en la técnica del alambre caliente, para medir la conductividad térmica de líquidos, empleando equipos de alta precisión (fuente de corriente y medidor de voltaje) que permiten prescindir de un arreglo de resistencias conocido como puente de Wheatstone, comúnmente implementado en instrumentos de este tipo. También se utiliza un criterio para verificar que se trabaja sobre la región lineal adecuada de la curva  $\Delta T$  versus  $\ln(t)$ , que es la utilizada para el procesamiento de los datos experimentales. Finalmente se valida el funcionamiento del montaje experimental mediante mediciones de conductividad térmica en líquidos de propiedades térmicas bien conocidas.

Descriptores: Técnica hot-wire; conductividad térmica; nanofluidos.

We present the implementation of an automated system based on the hot-wire technique for measurement of the thermal conductivity of liquids using high precision equipment (current source and voltage meter) that allow to work without an array of resistances known as a Wheatstone bridge, commonly used in such equipments. We also use a criterion to verify that we are working on the correct linear region of the curve  $\Delta T$  versus  $\ln(t)$ , which is used for experimental data processing. Finally we validate the functionality of the hot-wire experimental array by measuring the thermal conductivity in samples of liquids with well-known thermal properties.

Keywords: Thermal conductivity; hotwire technique; nanofluids.

PACS: 65.20.-w; 66.25.+g; 66.30.Xj; 66.30.Xj; 81.70.Pb

# 1. Introducción

Sistemas refrigerantes más eficientes son indispensables en diferentes industrias, como la electrónica y la automotriz [1], por lo que aumentar la eficiencia de la transferencia de calor es importante ya que el calor generado durante la operación de dispositivos mecánicos y electrónicos debe ser extraído eficazmente para evitar su rotura o daño permanente.

Suspensiones estables de partículas sólidas de dimensiones nanométricas en solventes apropiados, los llamados nanofluidos, han demostrado tener valores elevados de conductividad térmica, k, con respecto al fluido base, por lo cual estos compuestos representan una ruta atractiva para ser usados para lograr la disipación eficiente y efectiva del calor que se genera en diferentes sistemas. Diferentes autores han reportado incrementos significativos de la conductividad, algunos de los cuales sobrepasan lo que predicen las teorías existentes (de medios efectivos) [2-4], lo que ha motivado muchos trabajos tanto para proponer nuevos mecanismos de transferencia de calor [5], como para proponer correcciones a los modelos asociados a las variantes experimentales usadas para las mediciones [6], pasando por la propuesta de nuevas técnicas de medición [7-9]. Sin embargo se ha venido trabajando para lograr un consenso en cuanto a cuáles son las causas del mencionado aumento en la conductividad térmica, aunque recientemente un grupo internacional de autores de alrededor de 30 instituciones reportaron [10] el resultado del llamado

INPBE (*International Nanofluid Property Benchmark Exercise*), en el cual midieron ese parámetro en muestras idénticas de varios tipos de nanofluidos con diferentes técnicas, llegando a la conclusión de que los incrementos en la conductividad térmica en general coinciden con los predichos por las teorías de medios efectivos [11].

De cualquier manera, como la mayoría de los trabajos reportan la medición de la conductividad térmica de estos sistemas con la técnica del alambre o hilo caliente (HW del inglés *Hot-wire*), un primer paso en cualquier investigación enfocada en esta dirección es el diseñar, fabricar y poner a punto un sistema basado en esta técnica.

La técnica del alambre caliente consiste en mantener inmerso un alambre conductor en el líquido a investigar, y hacer pasar a través de él una corriente eléctrica constante, de manera que se caliente mediante efecto Joule. Debido a la disipación del calor generado hacia la muestra mediante conducción, la temperatura (T) del alambre varía en el tiempo (t) y la cinética de esta variación depende de las propiedades térmicas del líquido. La conductividad térmica se puede determinar a partir de la curva  $\Delta T$  versus  $\ln(t)$  con ayuda de una fórmula que es obtenida mediante la resolución de la ecuación de difusión de calor con las condiciones de frontera apropiadas. Debido a la complejidad del cálculo matemático y de las ecuaciones que resultan, la mayoría de los autores simplifican la solución haciendo muchas aproximaciones, en-

### 2. Marco teórico

tre ellas la de despreciar las dimensiones laterales del alambre y del contenedor, las pérdidas de calor por convección y radiación, entre otras. De esa manera coinciden en utilizar como rango de medición aquel donde se tiene una relación lineal entre la variación de temperatura y el logaritmo natural del tiempo de medición, para cuya selección es necesario contar con un criterio que permita garantizar que se ha elegido la región lineal correcta. Por otra parte, la medición de las variaciones de temperatura en el alambre generalmente se lleva a cabo midiendo los cambios en su resistividad usando un puente de resistencias tipo Wheatstone, y despreciando en muchos casos las variaciones con la temperatura de sus componentes.

Por todo ello el objetivo de este trabajo es implementar la técnica del alambre caliente sin necesidad de utilizar un puente de resistencias, y emplear un criterio de suficiencia para seleccionar el rango de medición donde se cumpla la condición de linealidad en la curva de  $\Delta T$  versus  $\ln(t)$ . La metodología propuesta y la funcionalidad del aparato experimental diseñado y puesto a punto fueron validadas con mediciones en varios líquidos de propiedades térmicas bien conocidas. La técnica del alambre caliente es parte de un grupo de métodos que emplean un flujo transitorio de calor para determinar la conductividad térmica. En particular se considera un buen método para determinar la conductividad térmica de materiales que pueden acomodarse alrededor de un alambre delgado, lo que la hace ideal para medir ese parámetro en líquidos. Otra ventaja es que se pueden despreciar los efectos de transferencia de calor por convección, ya que cuando ésta existe se aprecian desviaciones en la linealidad de la gráfica de  $\Delta T$ versus ln(t). Por otra parte, el mismo alambre funciona como fuente de calor y sensor de temperatura en las mediciones, como veremos más adelante.

El modelo matemático desarrollado para el método del alambre caliente [12], considera una fuente lineal de calor, infinitamente larga y delgada, con una distribución de temperatura uniforme, que disipa un flujo de calor por unidad de longitud en un medio homogéneo e infinito. La suposición general es que la transferencia de calor hacia el medio es solamente por conducción y por lo tanto se incrementan en el



FIGURA 1. (a) Esquema que muestra las conexiones entre los componentes involucrados en la implementación de la técnica Hot-wire. (b) Fotografía del montaje de la técnica del alambre caliente, donde: A) celda de medición, B) control de temperatura, C) caja de conexiones eléctricas, D) nanovoltímetro, E) fuente (Sourcemeter) y F) computadora con software Hot-wire. (c) Imagen en la que se pueden apreciar los componentes de la celda de medición y su ensamble.

tiempo la temperatura de la fuente y la del medio de prueba. La ecuación que gobierna esta técnica se deriva de la ecuación general de difusión de calor de Fourier y está dada por

$$\Delta T = \frac{q}{4\pi k} \left[ -\gamma + \ln \frac{4\alpha t}{r^2} \right] \tag{1}$$

donde q es la potencia disipada por unidad de longitud del alambre, k es la conductividad térmica del medio,  $\gamma$  es la contante de Euler,  $\alpha$  es la difusividad térmica, t es el tiempo de medición y r es el radio del alambre utilizado.

Por lo tanto despues de desarrollar la parte logaritmica de la Ec. (1), derivarla con respecto a  $\ln(t)$  y despejar la conductividad termica (k) se obtiene:

$$k = \frac{q}{4\pi} \left[ \frac{d\Delta T}{d(\ln t)} \right]^{-1} \tag{2}$$

Por lo tanto, si la temperatura del alambre se mide en función del tiempo, la conductividad térmica del medio (k) en el que está inmerso es proporcional al flujo de calor por unidad de longitud del alambre e inversamente proporcional a la pendiente de la región lineal de la curva  $\Delta T$  versus ln(t).

Es importante señalar que en la práctica el alambre tiene dimensiones finitas. Si consideramos que su radio es igual a ay su longitud 2b, que está inmerso en un medio cilíndrico de radio r, y que la temperatura es medida en su centro, entonces, la solución de la ecuación de difusión de calor sería [13]:

$$\Delta T = \frac{q}{4\pi k} \int_{r^2/4\alpha t}^{\infty} u^{-1} e^{-u} e^{-(q/r)^2 u} I_0$$
$$\times \frac{2au}{r} erf\left(\frac{b}{r}\sqrt{u}\right) du \tag{3}$$

donde  $I_0$  es la función de Bessel modificada de orden 0, y *erf* (x) es la función error. Suponiendo que el medio que rodea al alambre tiene dimensiones mucho más grandes que éste, entonces se cumple que:

$$\exp\left[\left(-\frac{a}{r}\right)^2 u\right] I_0 \frac{2au}{r} \to 1 \quad \text{cuando} \quad \frac{a}{r} \to 0 \quad (4)$$

$$erf\left[\frac{b}{r}\sqrt{u}\right] \to 1 \quad \text{cuando} \quad \frac{b}{r} \to \infty$$
 (5)

y por consiguiente, de la Ec. (3) se obtiene la Ec.(1). Debemos señalar que en la deducción de la Ec. (3) y en la de la Ec. (1) se continua suponiendo que el medio en el que se encuentra el alambre es homogéneo e isotrópico, que la conductividad térmica del alambre es infinitamente grande, se desprecia la convección térmica en el medio y las pérdidas de calor por radiación, entre otras. Aunque estas suposiciones no son estrictamente satisfechas en la práctica, las aproximaciones que se hacen son adecuadas para obtener mediciones precisas de la conductividad térmica, si el experimento se realiza convenientemente y los datos experimentales se procesan de manera apropiada, como veremos en la próxima sección.

### 3. Experimental

### 3.1. Sistema de medición

En la Fig. 1(c) se muestra el sistema de medición propuesto. La parte (a) representa el diagrama de conexiones eléctricas mientras que en la (b) aparece una fotografía del equipo con las partes que lo constituyen. Este está conformado por una celda de medición, una fuente de corriente (Sourcemeter, Keithley 2400), un nanovoltímetro (Keithley 2182A), y una computadora que comunica y controla a la fuente y el nanovoltímetro a través de una interface GPIB (General Purpose Interface Bus) y de un software hecho en el ambiente de programación LabView®(National Instruments), el cual permite también llevar a cabo la adquisición, almacenamiento y procesamiento de los datos obtenidos. Los parámetros controlados a través del software son: el voltaje y la corriente que suministra la fuente, la cantidad de mediciones y la velocidad con que las realiza el nanovoltímetro, así como el nombre asignado al archivo de datos para su almacenamiento.

En Fig. 1(c) se muestra la fotografía de la celda de medición, la cual está conformada por un recipiente cilíndrico de cobre, y un soporte de Nylamid®M que permite sujetar y mantener tenso al alambre de platino (*Alfa Aesar*) que tiene 0.12 m de longitud y 76.2  $\mu$ m de diámetro, cumpliendo así con las condiciones (4) y (5) para ser considerado un alambre de radio cero y longitud infinita. El volumen de líquido que se requiere para cubrir completamente al alambre de platino es de 162 ml.

Como parte del sistema también se diseñó un sistema de "baño María" automático para mantener la celda de medición a una temperatura inicial deseada y estable. Este control de temperatura emplea como calefactor una resistencia eléctrica, la cual es encendida y apagada por un interruptor electromecánico (Tianbo HJR-3FF-S-Z), el cual a su vez es controlado por un control digital de temperatura (Yuyao XMTG818) que permite verificar constantemente la temperatura del baño a través de un termopar tipo K. En el control digital de temperatura se programa la temperatura deseada. El rango de desactivación o activación del sistema de calentamiento es de  $\pm$  1 grado respectivamente. Todos estos elementos están colocados en una hielera (Coleman) de 15.1 L.

### 3.2. Metodología para la determinación de la conductividad térmica

La conductividad térmica de un líquido puede ser calculada a partir de la Ec. (2), conociendo la potencia disipada por unidad de longitud del alambre de platino (q), y sus variaciones de temperatura con respecto al logaritmo natural del tiempo de medición. Pero debido a que en nuestro caso q es generado por efecto Joule al hacer pasar una corriente eléctrica de intensidad I a través del alambre de resistencia  $R_0$ , y las

TABLA I. Resultados de la conductividad térmica de la glicerina a 20°C para diferentes valores de corriente eléctrica.							
Glicerina (99.90 % J.T. Baker)							
<i>I</i> [mA]	60	70	80	90	100		
k [W/mk]	$0.29\pm0.01$	$0.29\pm0.01$	$0.29\pm0.01$	$0.29\pm0.01$	$0.29\pm0.01$		

variaciones de temperatura ( $\Delta T$ ) las medimos de manera indirecta a través de las variaciones de voltaje ( $\Delta V$ ), resulta pertinente reescribir la Ec. (2) en términos de esas variables. Luego, considerando que la resistencia eléctrica del platino depende de la temperatura según:

$$R(t) = R_0(1 + \sigma \Delta T(t)) \tag{6}$$

donde  $\sigma$  es el coeficiente térmico resistivo del platino,  $\sigma$ =(0.00335±0.00003) K<sup>-1</sup> [12], usando la Ley de Ohm podemos escribir:

$$V(t) = R(t)I = R_0(1 + \sigma\Delta T(t))I$$
(7)

Sustituyendo (1) en (7) se obtiene

$$V(t) = IR_0 \left\{ 1 + \sigma \frac{q}{4\pi k} \left[ \ln \left( \frac{4\alpha t}{r^2} \right) - \gamma \right] \right\}$$
(8)

donde:

$$q = \frac{I^2 R_0}{L} \tag{9}$$

Simplificando y derivando la Ec. (8) con respecto a  $\ln(t)$ , obtenemos:

$$\frac{d\Delta V(t)}{d\ln(t)} = m = \frac{I^3 R_0^2 \sigma}{4\pi Lk} \tag{10}$$

donde  $d\Delta V(t)/d\ln(t)$  es el valor de la pendiente (m) que se obtiene al hacer un ajuste de mínimos cuadrados sobre la región lineal de la curva  $\Delta V$  versus  $\ln(t)$ 

Para obtener la conductividad térmica se sigue el siguiente procedimiento: Primero se suministra un pulso de corriente eléctrica, durante el cual se mide el incremento de la diferencia de potencial ( $\Delta V$ ) con respecto al tiempo. Segundo se hace una grafica de  $\Delta V$  versus  $\ln(t)$ , en la que se hace un ajuste de mínimos cuadrados sobre la región lineal obteniendo así su pendiente y finalmente empleando la Ec. (10) se calcula la conductividad térmica del líquido analizado. Este es básicamente el procedimiento empleado por la mayoría de los autores, sin embargo debemos verificar que se haya elegido la región lineal correcta, ya que podría suceder que nos ubicáramos en otra región lo suficientemente pequeña de la curva obtenida y apreciásemos un comportamiento lineal, lo que nos llevaría a obtener resultados errados.

Por lo anterior se sigue el procedimiento que se describe a continuación [14].

# 3.2.1. Verificación de la linealidad de la curva $\Delta T$ versus $\ln(t)$

La Ec. (10) se puede rescribir de la siguiente manera:

$$m = BI^3 \tag{11}$$

donde:

$$B = \frac{R_0^2 \sigma}{4\pi Lk} \tag{12}$$

Al aplicar logaritmo natural sobre la Ec. (11) obtenemos:

$$\ln(m) = 3\ln(I) + \ln(B)$$
 (13)

Supongamos que se realizan mediciones de m usando diferentes valores de corriente eléctrica según el procedimiento indicado en la sección anterior y graficamos m versus I en doble escala logarítmica. Nótese que la Ec. (13) representa una recta de pendiente m'=3 en una grafica de  $\ln(m)$  en función de  $\ln(I)$ . Si las regiones elegidas en las curvas de  $\Delta V$  versus  $\ln(t)$  como lineales son correctas al hacer un ajuste de mínimos cuadrados el valor de la pendiente m' debe ser igual a tres.

### 3.2.2. Determinación de la conductividad térmica

Por otra parte, vemos de la Ec. (11) que al hacer una grafica de m en función de  $I^3$  se obtiene una recta de pendiente igual a B, a partir de la cual podemos calcular la conductividad térmica usando la Ec. (12). Para R se utilizará el valor promedio obtenido de los valores medidos antes de cada experimento.

### 4. Resultados experimentales

Para realizar la calibración y verificar el correcto funcionamiento de nuestro instrumento se llevó a cabo la medición de la conductividad térmica de los siguientes líquidos: glicerina, etilenglicol, agua, metanol y aceite de motor SAE 50, comúnmente utilizados como patrones [14-17], por poseer propiedades térmicas bien conocidas. La temperatura de las muestras fue mantenida a (290 $\pm$ 1) K.

En la Fig. 2 se muestra la grafica de  $\Delta V$  versus  $\ln(t)$ medida en una muestra de Glicerina para I=80 mA.  $\Delta V$ representa la diferencia de potencial entre el potencial transcurrido un tiempo determinado y el potencial al instante inicial. La línea continua representa el resultado del mejor ajuste lineal mediante mínimos cuadrados del cual se calculó la pendiente y con su valor, y usando la Ec. (10) con



FIGURA 2. Gráfica del aumento de la diferencia de potencial versus logaritmo natural del tiempo con ajuste de mínimos cuadrados sobre la región lineal.



FIGURA 3. Gráfica del aumento de la diferencia de potencial en función del tiempo, a diferentes valores de corriente, para una muestra de glicerina.

 $R_0$ =(2.5816±0.0001)  $\Omega$ , se obtiene para la conductividad térmica el resultado

$$k_{\rm med} = (0.29 \pm 0.01) \,\,{\rm W/mk}$$
 (14)

que coincide con el valor reportado en la literatura  $(k_{rep}=0.286 \text{ W/mk})$ .

Con el objetivo de aplicar el criterio de verificación propuesto en 3.2 se realizaron una serie de mediciones con este mismo fluido pero aplicando distintos valores de corriente eléctrica (I), que van de los 50 a los 110 mA. En la Fig. 3 se presentan las curvas de  $\Delta V$  versus t obtenidas para estos valores de corriente.

Como ya se mencionó anteriormente el modelo teórico de la técnica del alambre caliente sólo contempla transferencia de calor por conducción y una gran ventaja de esta técnica es que permite identificar fácilmente cuando se presenta convección ya que ésta provoca desviaciones en la curva de  $\Delta V$ versus t. Como se puede apreciar en el gráfico de la Fig. 3



FIGURA 4. Gráfica del aumento de la diferencia de potencial versus logaritmo natural del tiempo con diferentes valores de corriente y su respectivo ajuste de mínimos cuadrados sobre la región lineal.



FIGURA 5. Gráfica con doble escala logarítmica de las pendientes (m) en función de los valores de corriente empleados. La línea continua representa el ajuste de mínimos cuadrados para los puntos obtenidos.

al aumentar el valor de la corriente eléctrica, la temperatura se eleva más rápidamente y en la medición realizada con 110 mA, a tiempos cortos se observan desviaciones en la trayectoria de la curva que revelan la presencia de convección, por lo que ésta medición no se emplea para determinar la conductividad térmica (k) de la glicerina. Otra curva que también se descarta es la de 50 mA, debido a que con esta corriente eléctrica la variación de temperatura es muy pequeña.

En la Fig. 4 se presenta la grafica con las curvas de  $\Delta V$  versus  $\ln(t)$ , empleando los distintos valores de corriente eléctrica, y su respectivo ajuste de mínimos cuadrados sobre la región lineal de las curvas. Una vez obtenidos los valores de las pendientes m, estos se emplean en la Ec. (10) junto con los demás parámetros involucrados y se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla I. Es importante señalar que los ajustes realizados en las Figs. 2 y 4 solamente se realizan en las regiones mostradas, porque al extenderlos hasta el



FIGURA 6. Gráfica de las pendientes (m) en función de los valores de corriente elevados al cubo  $(I^3)$ . La línea continua representa el ajuste de mínimos cuadrados para los puntos obtenidos.

TABLA II. Resultados obtenidos para la conductividad térmica de distintos líquidos a 20°C a partir de la metodología propuesta y valores de la pendiente de la curva  $\ln(m)$  vs.  $\ln(I)$ 

Líquido	Pendiente (b)	k (medido)	k (literatura)
	$(\ln(m) \operatorname{vs} \ln(I))$	W/mK	W/mK
Etilenglicol			
(J. T. Baker 99.90%)	$3.01\pm0.01$	$0.252\pm0.009$	0.256
Agua destilada Q.P.	$3.010\pm0.007$	$0.59\pm0.03$	0.609
Metanol			
(J.T. Baker 99.90%)	$3.03\pm0.02$	$0.208 \pm 0.009$	0.202
Aceite SAE 50			
(Quaker State)	$3.02\pm0.03$	$0.141\pm0.006$	0.145
Glicerina			
(J. T. Baker 99.90%)	$3.03\pm0.01$	$0.288 \pm 0.006$	0.286

final de las curvas se observó que los valores de la pendiente se hacen ligeramente mayores posiblemente debido a que comienzan a establecerse efectos convectivos, resultando valores de conductividad térmica que pueden diferir hasta en un 8 % del valor reportado.

A partir de la gráfica de la Fig. 5 podemos decir que las regiones lineales elegidas en las curvas de  $\Delta V$  versus  $\ln(t)$  (Fig. 4) son las correctas debido a que la pendiente del ajuste de mínimos cuadrados de la grafica  $\ln(m)$  versus  $\ln(I)$  es aproximadamente igual a tres.

Por último, de la gráfica de m versus  $I^3$  de la Fig. 6, obtuvimos el valor del coeficiente B mediante ajuste lineal por el método de mínimos cuadrados, a partir del cual empleando la Ec. (12) se calcula la conductividad térmica, obteniéndose:

$$k = (0.288 \pm 0.006) \text{W/mk} \tag{15}$$

valor que coincide con el obtenido en las mediciones con distintos valores de corriente (ver Tabla I) y el reportado en la literatura.

Aplicando el mismo procediendo para el resto de los líquidos medidos se obtuvieron los resultados que se muestran en la Tabla II.

## 5. Conclusiones

En este trabajo se montó y puso a punto un sistema experimental para la medición de la conductividad térmica de líquidos según el método del alambre caliente. A diferencia de trabajos previos que emplean un puente de Wheatstone para medir las variaciones de temperatura inducidas en el alambre, en este trabajo diseñamos un sistema de medición automatizado que hace uso de una fuente de corriente y de un medidor de voltaje de alta precisión, y se utilizó un criterio de suficiencia para verificar que el ajuste de mínimos cuadrados se realice sobre la región lineal correcta en las curvas de  $\Delta T$ versus  $\ln(t)$ . El sistema y la metodología de medición propuesta fueron probados satisfactoriamente midiendo la conductividad térmica de líquidos, de propiedades térmicas bien conocidas, como la glicerina, etilenglicol, agua, metanol y aceite para motor SAE 50. En los resultados obtenidos a partir de las ecuaciones del criterio de verificación se tiene una incertidumbre que varía entre 1.5 y 2%, que es casi la mitad que la obtenida en los resultados determinados directamente a partir de las curvas de  $\Delta V$  versus  $\ln(t)$  con distintos valores de corriente. Estos errores son muy bien aceptados para cualquier técnica de medición y en particular para las de caracterización térmica. Hay que mencionar que el instrumento diseñado ofrece ventajas respecto a los pocos que se ofertan en el mercado [18] fundamentalmente en cuanto al costo y a que aquellos funcionan como "cajas negras" que arrojan el resultado de la medición y no ofrecen al investigador la posibilidad de manipular los datos y establecer criterios de comprobación como los aquí utilizados.

### Agradecimientos

A CONACyT por su apoyo económico mediante el proyecto No. 83289, a la SIP-IPN por su apoyo a través de los proyectos, 220090160, 20100780 y 20100622 y a COFAA-IPN por el soporte a nuestro trabajo a través de los programas SIBE y PIFI. También deseamos agradecer al Dr. C. Falcony, del Departamento de Física del CINVESTAV, México D.F., por permitirnos el uso temporal de parte del equipamiento de su Laboratorio. Por último se agradece sinceramente al árbitro anónimo por sus útiles comentarios.

- \*. e-mails: emarinm@ipn.mx; emarin63@yahoo.es
- 1. A.R.A. Khaled y K. Vafai., Intern. J. Heat Mass Transf. 48 (2005) 2172.
- U.S. Choi, Nanofluid Technology: Current status and future research (U.S. Department of Energy, Office of Scientific & Technical Information, 1999).
- 3. J.A. Eastman et al., Materials science forum **312** (1999) 629.
- 4. X.Q. Wang y A R Mujumdar, Int. J. Th. Sci. 46 (2007) 1.
- 5. D.G. Cahill et al., J. Appl. Phys. 93 (2003) 793.
- 6. J.J. Vadasz et al., Int. J. Heat and Mass Transfer 48 (2005) 2673.
- 7. E. Marín, Internet Electron. J. Nanoc. Moletrón 5 (2007) 1007.
- E. Marín, A. Calderón y D. Díaz, *Analytical Sciences* 25 (2009) 705.
- R. Ivanov, E. Marin, I. Moreno y C. Araujo, J. Phys. D: Appl. Phys., 43 (2010) 225501.

- 10. J. Buongiorno et al., J. of Appl. Phys. 106 (2009) 094312.
- 11. Ce-Wen Nan, R. Birringer, D.R. Clarke y H. Gleiter, J. Appl. *Phys.* **81** (1997) 6692.
- H.S. Carlslaw y J.C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids* (Oxford University Press, London, 1959).
- G.J. Kluitenberg, J.M. Ham, y K.L. Bristow, *Soil Sci. Soc. Am. J.* 57 (1993) 1444.
- 14. M. Khayet y J.M. Ortiz de Zárate, *Int. J. Thermophysics* **26** (2005) 3.
- 15. R.A. Perkins, M.L.V. Ramires y C.A. Nieto de Castro, J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. 105 (2000) 255.
- 16. W.A. Wakeham y M. Zalaf, Fluid Phase Equilib. 36 (1987) 183.
- 17. J.P. Garnier et al., Int. J. of Thermophysics, 29 (2008) 468.
- 18. KD2 user manual (Decagon Incorporated, 2006).