

Estadística no extensiva de Tsallis en el latido cardiaco de seres humanos sanos

P.A. Ritto

C-26 498-A, Mérida 97169, México,
email: augustomijangos@yahoo.com.

Recibido el 1 de abril de 2011; aceptado el 18 de mayo de 2011

Se estudia el latido cardiaco de personas sanas de la base de datos The MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database con una técnica de análisis estadístico que aplica las Transformadas Wavelet y Hilbert a las series temporales *ad hoc*. Anteriormente, esa técnica permitió revelar que existe un comportamiento no lineal, colectivo, intrínseco en la dinámica cardiaca tanto durante la noche como durante el día, en escalas de 1–64 latidos cardiacos. Ahora, se encuentra que tal conducta se extiende hasta la escala 1024 si se utiliza la wavelet Biortogonal bior3.1 en periodos de ~ 24 h sin que las fluctuaciones típicas en el ciclo circadiano afecten la estadística correspondiente. Tal resultado confirma que el sistema circulatorio se encuentra fuera del equilibrio. Además, consistentemente, según la Estadística de Tsallis, al ser humano sano le corresponde el parámetro no extensivo $q = 1.70 \pm 0.01$.

Descriptores: Wavelet; no lineal; cardiaco.

It is studied The MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database applying to the heartbeat time-series *ad hoc*, a statistical technique of analysis based on the Wavelet and Hilbert Transforms. With that technique it was previously found, that there is a nonlinear, collective and intrinsic dynamical behavior in the heartbeat during the night and day hours, from 1–64 heartbeats. Now it is shown, that using the Biorthogonal wavelet bior3.1 such a behavior reaches the scale 1024 in periods ~ 24 h without being affected by the circadian cycle in its statistic. That result confirms, that the circulatory system is out of equilibrium. Furthermore, consistently to the Statistics of Tsallis, to the healthy human being it corresponds the nonextensive parameter $q = 1.70 \pm 0.01$.

Keywords: Wavelet; nonlinear; cardiac.

PACS: 87.19.Hh; 89.20.-a; 89.75.Da; 89.75.Fb

1. Introducción

La forma tradicional de medir la actividad cardiaca es a través del electrocardiograma (ECG) que registra los voltajes generados en el corazón. El estudio del ECG es complejo debido a que la señal eléctrica depende de la posición de los electrodos en el cuerpo, de las características eléctricas de la piel y del estado de ánimo o fisiológico del humano [1]. Existen varias técnicas para analizar el ECG. Esas técnicas abarcan desde las básicas que estudian la variación media de la frecuencia cardiaca hasta las que intentan explicar el ECG desde el punto de vista físico. El principal interés de las técnicas de análisis del ECG es encontrar propiedades físicas y matemáticas que puedan ser de utilidad en el diagnóstico y predicción de enfermedades cardiacas. Para alcanzar esos objetivos, usualmente se estudia la serie temporal del ECG cuyos elementos corresponden a voltajes generados en el corazón. Un ECG se realiza colocando electrodos en la piel, amplificando el voltaje con un instrumento electrónico y enviando los datos hacia un lugar de almacenamiento. La frecuencia adecuada de adquisición de los datos satisface ciertos estándares fisiológicos y técnicos [2] que dependen de la naturaleza de la señal, la capacidad de almacenamiento, el ruido y la escala a la cual se desea estudiar el ECG. En cuanto al análisis del ECG, es común hacer uso de un resultado topológico de Takens-Sauers [3] que permite tomar del ECG exclusivamente el máximo de cada pulso. Ese punto denominado como “R” permite encontrar los intervalos “RR” y construir una nueva serie temporal equivalente a la anterior. Como consecuencia de ello se realiza un análisis más ágil de los datos obtenidos.

A través de los años se ha encontrado que ese tipo de análisis es lo suficientemente robusto como para diagnosticar o predecir enfermedades cardiacas.

En el ECG es posible encontrar características comunes a un determinado grupo de pacientes, aplicando técnicas de análisis estadístico de diversa índole, que aprovechan las ventajas del resultado topológico antes comentado [4, 5]. Una de ellas [5], basada en las Transformadas Wavelet y Hilbert, ha despertado nuestro interés porque descubre un comportamiento del latido cardiaco similar al de un sistema físico fuera del equilibrio. Tal técnica de análisis estadístico que sigue un procedimiento análogo al utilizado para el estudio de algunos sistemas mecánicos no lineales [8] proporciona información de la dinámica cardiaca [5-7]. Se conoce como Análisis Acumulado de la Variación de Amplitudes (AAVA) [5]. Los pasos necesarios para aplicarlo son: (i) elegir una wavelet [10]: $\Psi^{(m)}$ (m es el momento m -ésimo, lo cual indica que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^m \cdot \Psi^{(m)}(x) dx = 0$$

para analizar los datos del ECG: $x_i \equiv x(t_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, (ii) elegir un conjunto de escalas temporales de observación: $s \equiv 1, 2, \dots, s_o$, donde $n \in \mathbb{N}$, (iii) aplicar la Transformada Continua Wavelet [9, 10] a la serie temporal:

$$W_i = \sum_j \Psi^{(m)} [s_j^{-1}(t_i - t_j)] \cdot x_i,$$

donde W_j son los coeficientes de la Transformada Wavelet, (iv) aplicar la Transformada Hilbert a la serie temporal

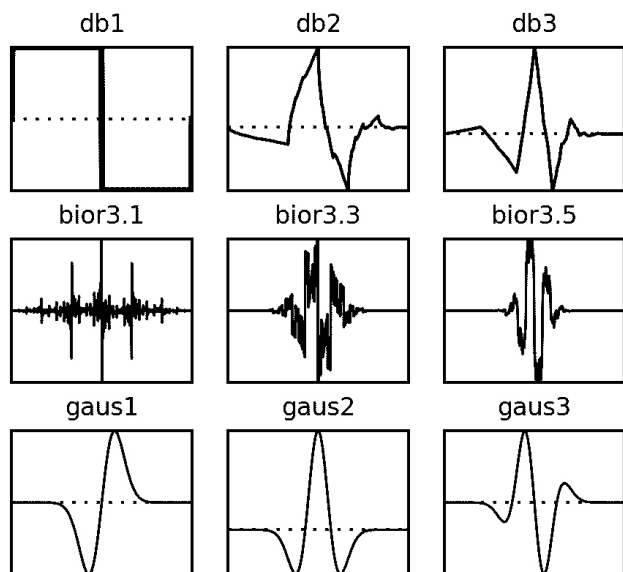


FIGURE 1. Wavelets utilizadas en el análisis de datos cardiacos.

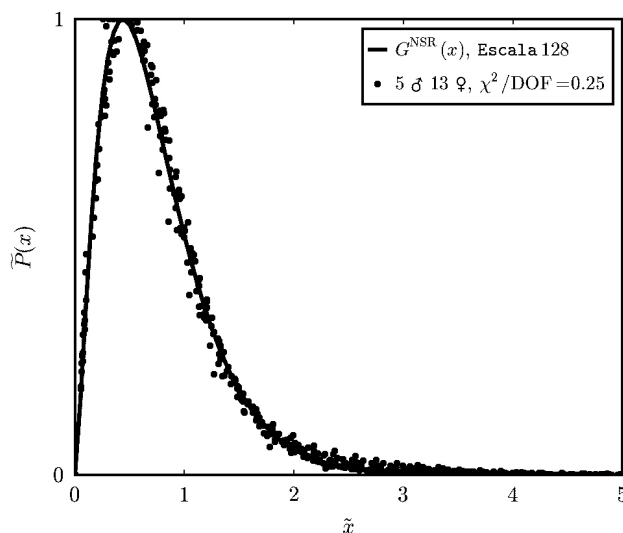


FIGURE 2. Función Gamma obtenida después de aplicar el AAVA a la base de datos cardiacos The MIT-BIH Normal Synus Rhythm Database. El periodo de estudio de las series temporales es de un día aproximadamente. Se muestra el resultado utilizando la wavelet bior3.1 en el análisis. Aquí, $\tilde{x} = x \cdot P_{\max}$ y $\tilde{P} = P(x)/P_{\max}$.

obtenida: $h_i \equiv W_i + \nu H_i$, donde $H_i \equiv H(W_i)$ es la Transformada de Hilbert [5, 10], (v) obtener las amplitudes $A_i \equiv \sqrt{W_i^2 + H_i^2}$ de los elementos de la nueva serie temporal, (vi) normalizar el área bajo la curva de la distribución de amplitudes y (vii) reescalar la distribución de tal manera que $A_i \rightarrow A_i \cdot P_{\max}$ y $P(A_i) \rightarrow P(A_i)/P_{\max}$, donde P_{\max} es el máximo de la distribución normalizada. Hace una década, el AAVA fue aplicado exitosamente a un conjunto de series temporales correspondientes a gente sana, dando como resultado de ese análisis una distribución Gamma en común: $G_\nu(x) = b^{\nu+1} x^\nu e^{-bx} / \Gamma(\nu + 1)$, donde $b \equiv \nu/x_o$, siendo x_o el valor que maximiza la distribución. La wavelet empleada fue la Gaussiana:

$$g_n(x) = C_n \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}.$$

El parámetro característico de la distribución Gamma proporcionado es $\nu = 1.8 \pm 0.1$ en horario diurno (6 h), mientras que en horario nocturno (6 h) ese parámetro es $\nu = 1.4 \pm 0.1$. El que exista una distribución Gamma colectiva sugiere que hay una dinámica cardíaca intrínseca en el latido cardíaco humano característica de un sistema físico fuera del equilibrio [5]. Más aún, ese comportamiento dinámico colectivo es característico de sistemas que presentan transiciones de fase [12]. Aún no es claro el origen de la diferencia entre los parámetros obtenidos durante el día y la noche; según [5] se debe al ciclo circadiano que afecta al sistema nervioso.

Con la finalidad de extender el resultado previamente descrito, en este trabajo se analiza el mismo conjunto de datos cardiacos de humanos sanos ya mencionado, durante períodos de aproximadamente un día. Se utiliza wavelets [10] correspondientes a tres familias distintas con el propósito de estudiar el efecto de la wavelet elegida en los resultados. Se selecciona la wavelet ortogonal de la familia Daubechies, la wavelet Bior-togonal y la wavelet no ortogonal, la función Gaussiana, que es elegida por los autores del AAVA. En este estudio también se identifica las escalas para las cuales la función Gamma que representa a los datos es única.

2. Análisis de datos

Se realiza el AAVA utilizando la base de datos de Physionet: The MIT-BIH Normal Sinus Rhythm Database [13], la misma que utilizan los autores del AAVA. Se selecciona el mismo conjunto de 18 pacientes: 5 hombres de 26 a 45 años de edad y 13 mujeres con edades de 20 a 50. Las series temporales se obtienen directamente de la base de datos Physionet a partir de ECGs adquiridos a 128 Hz. Cada ECG dura aproximadamente 24 h. Los intervalos RR se obtienen utilizando un software proporcionado en la misma base de datos Physionet. La longitud de cada serie temporal es del orden de 10^5 latidos cardiacos. Se aplica el AAVA a los datos utilizando las siguientes waveletsⁱ (Fig. 1): Daubechies: db1, db2, db3, Bior-togonal: bior3.1, bior3.3, bior3.5 y Gaussiana: gaus1, gaus2, gaus3, siguiendo los pasos sugeridos en la Sec. 1. En este estudio no se eligieron momentos mayores pues los pacientes elegidos son internos de un hospital en el que no se realizan actividades que modifiquen de manera específica su estado fisiológico durante el día, al menos no se indica lo contrario en la base de datos Physionet. Las escalas elegidas en este estudio se encuentran en el rango 64 (≈ 1 min)–1024 (≈ 10 min) latidos cardiacos. La finalidad es explorar escalas mayores a la 64 [5] para encontrar el límite de fractalidad del latido cardíaco según el número de datos disponibles.

Este estudio por largos períodos de los datos del latido cardíaco de gente sana inicia filtrando las señales de intervalos RR, de acuerdo al algoritmo mencionado en Ref. 14, el cual elimina los datos que no son propios del latido cardíaco

TABLA I. Ajuste de la función Gamma a las amplitudes dadas por el AAVA para las escalas $(1 - 4) \times 2^6$ latidos cardiacos.

$n \times 2^6$	Parámetros	W A V E L E T								
		Daubechies			Biortogonal			Gaussiana		
		db1	db2	db3	bior3.1	bior3.3	bior3.5	gaus1	gaus2	gaus3
1	ν	1.18 ± 0.04	1.16 ± 0.04	1.18 ± 0.04	1.41 ± 0.03	1.24 ± 0.03	1.22 ± 0.03	1.08 ± 0.06	0.96 ± 0.05	0.99 ± 0.04
	b	3.04 ± 0.07	3.02 ± 0.07	3.03 ± 0.07	3.24 ± 0.05	3.08 ± 0.05	3.07 ± 0.06	2.95 ± 0.12	2.78 ± 0.10	2.80 ± 0.09
	χ^2	0.36	0.35	0.37	0.22	0.27	0.32	0.65	0.57	0.53
2	ν	1.06 ± 0.05	0.97 ± 0.05	0.99 ± 0.05	1.41 ± 0.03	1.18 ± 0.03	1.10 ± 0.04	1.13 ± 0.08	1.00 ± 0.06	1.01 ± 0.06
	b	2.92 ± 0.09	2.78 ± 0.09	2.78 ± 0.10	3.22 ± 0.06	3.00 ± 0.06	2.91 ± 0.08	2.99 ± 0.14	2.85 ± 0.12	2.84 ± 0.11
	χ^2	0.51	0.57	0.61	0.25	0.33	0.46	0.78	0.74	0.66
3	ν	1.08 ± 0.06	0.94 ± 0.05	0.97 ± 0.06	1.37 ± 0.03	1.07 ± 0.03	0.99 ± 0.04	1.11 ± 0.07	1.08 ± 0.08	1.10 ± 0.08
	b	2.94 ± 0.11	2.77 ± 0.10	2.77 ± 0.11	3.16 ± 0.05	2.86 ± 0.06	2.77 ± 0.08	2.91 ± 0.13	2.90 ± 0.15	2.93 ± 0.14
	χ^2	0.62	0.63	0.68	0.25	0.34	0.51	0.76	0.89	0.83
4	ν	1.11 ± 0.07	0.96 ± 0.06	0.98 ± 0.06	1.40 ± 0.03	1.12 ± 0.04	1.07 ± 0.06	1.15 ± 0.07	1.02 ± 0.07	1.07 ± 0.06
	b	2.98 ± 0.13	2.78 ± 0.11	2.77 ± 0.12	3.19 ± 0.05	2.92 ± 0.08	2.88 ± 0.11	2.93 ± 0.13	2.81 ± 0.13	2.84 ± 0.12
	χ^2	0.69	0.70	0.77	0.50	0.70	0.66	0.83	0.83	0.80

TABLA II. Ajuste de la función Gamma a las amplitudes dadas por el AAVA para las escalas $(5 - 8) \times 2^6$ latidos cardiacos.

$n \times 2^6$	Parámetros	W A V E L E T								
		Daubechies			Biortogonal			Gaussiana		
		db1	db2	db3	bior3.1	bior3.3	bior3.5	gaus1	gaus2	gaus3
5	ν	1.13 ± 0.07	0.98 ± 0.06	1.06 ± 0.07	1.39 ± 0.03	1.09 ± 0.04	1.05 ± 0.06	1.20 ± 0.08	1.02 ± 0.07	1.07 ± 0.06
	b	2.99 ± 0.14	2.81 ± 0.12	2.86 ± 0.13	3.18 ± 0.05	2.89 ± 0.08	2.83 ± 0.12	2.96 ± 0.15	2.78 ± 0.13	2.86 ± 0.11
	χ^2	0.75	0.77	0.83	0.25	0.51	0.75	0.93	0.87	0.74
6	ν	1.13 ± 0.07	1.10 ± 0.09	1.14 ± 0.09	1.39 ± 0.03	1.10 ± 0.04	1.06 ± 0.06	1.23 ± 0.09	1.08 ± 0.07	1.05 ± 0.07
	b	2.98 ± 0.14	2.93 ± 0.16	2.94 ± 0.16	3.17 ± 0.04	2.90 ± 0.08	2.84 ± 0.11	2.98 ± 0.17	2.85 ± 0.13	2.81 ± 0.12
	χ^2	0.79	0.94	0.98	0.22	0.49	0.72	1.06	0.87	0.81
7	ν	1.10 ± 0.08	1.09 ± 0.09	1.16 ± 0.10	1.43 ± 0.03	1.12 ± 0.05	1.14 ± 0.09	1.24 ± 0.09	1.13 ± 0.08	1.13 ± 0.07
	b	2.93 ± 0.14	2.90 ± 0.16	2.94 ± 0.17	3.20 ± 0.04	2.91 ± 0.08	2.93 ± 0.15	2.99 ± 0.16	2.90 ± 0.14	2.89 ± 0.13
	χ^2	0.82	1.00	1.08	0.24	0.51	0.94	1.01	0.95	0.85
8	ν	1.09 ± 0.07	1.07 ± 0.09	1.16 ± 0.11	1.43 ± 0.03	1.12 ± 0.05	1.10 ± 0.07	1.33 ± 0.10	1.13 ± 0.08	1.19 ± 0.08
	b	2.90 ± 0.14	2.85 ± 0.17	2.91 ± 0.19	3.20 ± 0.04	2.90 ± 0.09	2.85 ± 0.14	3.07 ± 0.17	2.88 ± 0.15	2.97 ± 0.14
	χ^2	0.84	1.05	1.19	0.46	0.54	0.91	1.05	1.05	0.90

y que son atribuibles ya sea a la técnica de adquisición o bien al método de localización de máximos en el ECG. Después se sigue el procedimiento AAVA ya comentado para cada una de las wavelets y escalas elegidas. El análisis completo de los datos cardiacos se realiza con un software de análisis del ECG previamente aplicado en este tipo de estudio [18].

3. Resultados y discusión

En la Fig. 1 se muestra que las wavelets elegidas para el AAVA son significativamente diferentes a pesar de que el momento correspondiente coincide en ocasiones. En la Fig. 2 se

exhibe la distribución de datos analizados después del AAVA, siendo que todos ellos colapsan en la función Gamma G^{NSR} , en la escala de análisis de 128 pulsos cardiacos por la wavelet bior3.1. Los parámetros correspondientes a G^{NSR} se encuentran en la Tabla I. De hecho, en las Tablas I-IV se presenta en general cada uno de los parámetros de ajuste numérico obtenidos por wavelet y por escala de estudio. Se puede apreciar en esas tablas que conforme la escala de análisis aumenta, los parámetros varían hasta en 80% aproximadamente. La fractalidad, que se entiende como la invarianza del análisis estadístico por reescalamiento, se pierde en todas las wavelets excepto en la bior3.1, la que se mantiene prácticamente

TABLA III. Ajuste de la función Gamma a las amplitudes dadas por el AAVA para las escalas $(9 - 12) \times 2^6$ latidos cardiacos.

$n \times 2^6$	Parámetros	W A V E L E T								
		Daubechies			Biorotogonal			Gaussiana		
		db1	db2	db3	bior3.1	bior3.3	bior3.5	gaus1	gaus2	gaus3
9	ν	1.11 ± 0.07	1.05 ± 0.09	1.18 ± 0.12	1.44 ± 0.03	1.10 ± 0.05	1.09 ± 0.08	1.44 ± 0.11	1.12 ± 0.08	1.22 ± 0.08
	b	2.90 ± 0.14	2.83 ± 0.17	2.94 ± 0.20	3.20 ± 0.04	2.85 ± 0.09	2.82 ± 0.14	3.17 ± 0.17	2.85 ± 0.14	2.99 ± 0.14
	χ^2	0.82	1.06	1.22	0.23	0.57	0.99	1.05	0.99	0.95
10	ν	1.10 ± 0.07	1.04 ± 0.09	1.16 ± 0.12	1.45 ± 0.03	1.12 ± 0.05	1.10 ± 0.08	1.53 ± 0.11	1.20 ± 0.08	1.25 ± 0.08
	b	2.88 ± 0.14	2.80 ± 0.17	2.92 ± 0.20	3.21 ± 0.04	2.87 ± 0.09	2.83 ± 0.14	3.24 ± 0.18	2.91 ± 0.15	3.00 ± 0.15
	χ^2	0.82	1.13	1.22	0.23	0.62	0.97	1.01	1.07	0.98
11	ν	1.12 ± 0.08	0.98 ± 0.09	1.06 ± 0.10	1.45 ± 0.03	1.12 ± 0.05	1.12 ± 0.09	1.68 ± 0.12	1.23 ± 0.08	1.22 ± 0.08
	b	2.89 ± 0.14	2.73 ± 0.16	2.81 ± 0.19	3.21 ± 0.04	2.89 ± 0.09	2.87 ± 0.16	3.40 ± 0.19	2.95 ± 0.14	2.97 ± 0.14
	χ^2	0.85	1.11	1.24	0.23	0.63	1.07	1.03	1.06	0.95
12	ν	1.13 ± 0.08	0.98 ± 0.09	1.04 ± 0.10	1.43 ± 0.03	1.15 ± 0.06	1.14 ± 0.09	1.77 ± 0.13	1.29 ± 0.09	1.26 ± 0.09
	b	2.90 ± 0.14	2.71 ± 0.17	2.76 ± 0.18	3.19 ± 0.04	2.93 ± 0.11	2.92 ± 0.16	3.48 ± 0.20	3.01 ± 0.15	3.01 ± 0.15
	χ^2	0.87	1.18	1.27	0.24	0.69	1.04	1.05	1.11	1.03

TABLA IV. Ajuste de la función Gamma a las amplitudes dadas por el AAVA para las escalas $(13 - 16) \times 2^6$ latidos cardiacos.

$n \times 2^6$	Parámetros	W A V E L E T								
		Daubechies			Biorotogonal			Gaussiana		
		db1	db2	db3	bior3.1	bior3.3	bior3.5	gaus1	gaus2	gaus3
13	ν	1.15 ± 0.09	1.07 ± 0.11	1.12 ± 0.11	1.47 ± 0.03	1.18 ± 0.06	1.10 ± 0.08	1.81 ± 0.13	1.34 ± 0.09	1.29 ± 0.09
	b	2.92 ± 0.16	2.79 ± 0.19	2.85 ± 0.20	3.23 ± 0.05	2.96 ± 0.11	2.88 ± 0.15	3.51 ± 0.19	3.04 ± 0.16	3.01 ± 0.15
	χ^2	0.93	1.29	1.31	0.26	0.70	0.98	1.03	1.12	1.01
14	ν	1.16 ± 0.09	1.07 ± 0.10	1.17 ± 0.11	1.45 ± 0.03	1.09 ± 0.05	1.04 ± 0.09	1.86 ± 0.13	1.40 ± 0.10	1.28 ± 0.09
	b	2.93 ± 0.16	2.80 ± 0.17	2.88 ± 0.20	3.21 ± 0.04	2.85 ± 0.10	2.76 ± 0.16	3.55 ± 0.20	3.10 ± 0.16	3.00 ± 0.15
	χ^2	0.93	1.19	1.32	0.24	0.66	1.09	1.06	1.16	1.06
15	ν	1.18 ± 0.09	1.13 ± 0.11	1.26 ± 0.13	1.46 ± 0.03	1.08 ± 0.06	1.08 ± 0.10	1.78 ± 0.12	1.46 ± 0.11	1.27 ± 0.09
	b	2.96 ± 0.17	2.84 ± 0.19	2.99 ± 0.22	3.22 ± 0.05	2.81 ± 0.10	2.77 ± 0.17	3.49 ± 0.19	3.15 ± 0.17	2.95 ± 0.16
	χ^2	0.97	1.28	1.42	0.25	0.69	1.21	1.02	1.18	1.13
16	ν	1.17 ± 0.09	1.14 ± 0.12	1.31 ± 0.14	1.46 ± 0.03	1.09 ± 0.06	1.19 ± 0.10	1.81 ± 0.13	1.64 ± 0.12	1.37 ± 0.11
	b	2.94 ± 0.17	2.87 ± 0.20	3.06 ± 0.24	3.23 ± 0.05	2.83 ± 0.11	2.91 ± 0.18	3.52 ± 0.20	3.31 ± 0.19	3.07 ± 0.18
	χ^2	1.00	1.34	1.49	0.52	0.75	1.18	1.06	1.22	1.21

constante con un valor de $\nu = 1.43 \pm 0.02$ de la escala 64 hasta la escala 1024. Como se aprecia en la Fig. 2 y en la Tabla I, la wavelet bior3.1 proporciona el mejor ajuste numérico a los datos. Los ajustes correspondientes a las otras wavelets muestran que los parámetros cambian significativamente. Adicionalmente el colapso de las distribuciones con las otras wavelets se pierde aproximadamente a partir de las siguientes escalas: $[8, 6, 5] \times 2^6$, $[13, 7] \times 2^6$, $[3, 3, 5] \times 2^6$ correspondien-

tes a $[db1, db2, db3]$, $[bior3.2, bior3.5]$ y $[gaus1, gaus2, gaus3]$ respectivamente. Es importante remarcar que si los datos no se filtran de la manera comentada en Ref. 14 las distribuciones se comportan de manera diversa, no necesariamente como la función Gamma, dando como resultado que los datos no colapsen en una sola distribución, sin importar la wavelet elegida.

Según los resultados que se obtienen en este trabajo, no es necesario separar las series temporales en pedazos menores como se realiza en Ref. 5 con el propósito de reducir los efectos no estacionarios y de encontrar un mejor ajuste numérico. En períodos de 6 h durante el día y 6 h durante la noche el AAVA no presenta diferencia significativa en la ν reportada en Ref. 5 si se utiliza la wavelet bior3.1. Para períodos de análisis del orden de 1 h se encuentra un colapso de datos aceptable, con la ventaja de no utilizar la transformada Hilbert [6]. Lo anterior sugiere que la diferencia en el parámetro ν en el caso diurno del nocturno se debe a la wavelet elegida, al tamaño de la serie temporal y no a los efectos en el ECG producidos por movimientos de la persona o por el ciclo circadiano (efectos no estacionarios).

La integral de la wavelet Gaussiana, elegida en Ref. 5

$$\int_{-\infty}^{+\infty} G_{\nu}^{(m)}(x) dx,$$

no se anula tal como debería suceder por definición y esto contribuye a la diferencia comentada en el parámetro ν . Según [15, 16] el estado fisiológico de los pacientes no debería mostrar cambio alguno en la distribución de amplitudes después de la normalización. Sin embargo, uno de los resultados presentados en Ref. 5 parece contradecirlo. En el estudio presentado aquí resulta fundamental la elección de la wavelet. La Biorotogonal, momentos 3,5 y la ortogonal Daubechies, momentos 0-2 permiten buen colapso y ajuste numérico a los datos a escalas mayores que la 64 y éstos se van perdiendo con mayor lentitud que en el caso de la wavelet Gaussiana. La diferencia entre la irregularidad de la serie temporal de intervalos cardiacos y la irregularidad de la wavelet parece fundamental.

La wavelet Biorotogonal es utilizada tanto en el campo de análisis de imágenes como en el de señales [17]. Presenta fractalidad en los momentos 1 y 3: esto se puede verificar gráficamente y estadísticamente con el Detrended Fluctuation Analysis (DFA) [15]. No se sabe del uso de esa wavelet en el ámbito de las señales cardiacas. Según [15], una serie temporal de intervalos RR del ECG de gente sana demuestra fractalidad tomando en consideración escalas del orden de 10^4 en el DFA y 2^6 en el AAVA para series temporales de longitud $\sim 10^5$. El estudio propio indica que el colapso de datos obtenido mediante el AAVA se mantiene hasta escalas mayores a la 1024, del orden de 10^4 latidos cardiacos, que es el 10% de los datos. Los parámetros de ajuste a tan altas escalas aumentan en 0.2 unidades.

Esa característica fractal de la wavelet Biorotogonal sugiere la respuesta al cuestionamiento de qué permite descubrir la universalidad del latido cardiaco a tan altas escalas como las analizadas en este trabajo aplicando el AAVA. En las tablas 1-4, los parámetros de ajuste correspondientes al uso de la wavelet bior3.1, se mantienen prácticamente constantes a mayores escalas que cualquiera de las otras, debido a que se reducen los posibles efectos no estacionarios por perturbaciones fisiológicas no controlables experimentalmente.

Las referencias conocidas para el análisis de señales con wavelets no indican algún procedimiento estándar para seleccionar la wavelet óptima. De tal manera que para estudiar el latido cardiaco mediante alguna técnica basada en wavelets usualmente se debe seleccionar un conjunto de wavelets, de momentos y escalas para después elegir aquellas que caractericen mejor al sistema estudiado [17]. En la práctica, tal procedimiento puede llegar a ser extremadamente prolongado. Parece ser, que el orden del periodo de análisis realizado en Ref. 5 motiva la elección de la wavelet Gaussiana aunque no se dan detalles al respecto. Durante el estudio de los datos cardiacos con el conjunto de wavelets elegido en este trabajo, para escalas de análisis $s \leq 64$, no se encuentra una diferencia significativa en el resultado del AAVA si se elige cualquiera de las wavelets pero sí en escalas mayores.

El comportamiento no lineal del latido cardiaco encontrado con el AAVA y la wavelet bior3.1, sugiere de manera semejante a [5] que existe un comportamiento universal intrínseco pero a una escala todavía mayor que la 64. Lo cual indica que la dinámica cardiaca permanece invariable durante las 24 h del día pero apantallada por diversas perturbaciones fisiológicas. De hecho, el resultado encontrado en Ref. 5, relaciona tal dinámica con la de un sistema físico fuera del equilibrio ya que la distribución normalizada de latidos cardiacos es una Gaussiana. Tal distribución aparece de manera natural, como solución de la ecuación de Fokker-Planck para la probabilidad de una partícula cuya dinámica se representa por la ecuación de Langevin. Recientemente, se encontró que la solución de la ecuación de Fokker-Planck se parametriza de acuerdo a la estadística no extensiva de Tsallis [19]. Según los estudios realizados en Ref. 20 la distribución Gamma está relacionada con la distribución de Lévy:

$$L_q(x) = C_q \cdot [1 - (1 - q) \cdot x/\lambda_0]^{1/1-q},$$

donde $1 < q < 2$, C_q es la constante de normalización y λ_0 es un parámetro que se interpreta como la temperatura de un sistema en equilibrio térmico [20]. Se sabe que cuando $q \rightarrow 1$ el sistema tiende a estar en equilibrio mientras que si $q \rightarrow 2$ el sistema no lo está. La distribución de Lévy se obtiene integrando las fluctuaciones de un sistema en equilibrio térmico que siguen la distribución Gamma:

$$\int_0^{\infty} \exp(-x/\lambda) G_q(1/\lambda) d(1/\lambda) [20].$$

Durante el estudio del latido cardiaco comentado aquí se encuentra que los intervalos RR se distribuyen según la distribución de Lévy después de aplicar la Transformada Continua Wavelet. Tomando en cuenta los resultados del análisis presentado, y su congruencia con el estudio realizado en Ref. 20, se identifica que $\nu = \nu(q) = (q - 1)^{-1}$, por lo que $q = \nu^{-1} \cdot (\nu + 1)$. Sustituyendo el valor de $\nu = 1.43 \pm 0.02$ en la expresión anterior se encuentra que $q = 1.70 \pm 0.01$. El valor del parámetro no extensivo q correspondiente a los pacientes sanos indica que el latido cardiaco es un fenómeno

no lineal de un sistema fuera del equilibrio. El latido cardiaco puede ser explicado con la Mecánica Estadística no extensiva de Tsallis.

4. Conclusiones

Mediante el AAVA se encuentra que el latido cardiaco de personas sanas se comporta como un sistema no lineal fuera del equilibrio y que existe fractalidad en las escalas 64–1024 si se elige la wavelet Biortogonal bior3.1. Se representa el comportamiento dinámico colectivo e intrínseco del latido cardia-

co mediante la Estadística no extensiva de Tsallis asignándole al parámetro no extensivo el valor $q = 1.70 \pm 0.01$.

Agradecimientos

Se agradece al PROMEP por el apoyo académico otorgado y al CONACyT por el apoyo económico a través del proyecto J45007-R, durante mi estancia en la UNACAR en el periodo 2002-2007. También se agradece a J.G. Contreras por sus comentarios acerca del AAVA.

-
- i. La notación de las wavelets es la utilizada en [10]. Para las wavelets ortogonal y no ortogonal se utiliza: wavabrN, donde las letras minúsculas indican la abreviatura de la wavelet “wavabr” y N corresponde al momento N – 1. Para la wavelet Biortogonal la notación es: biorN_r.N_d, donde N_r.N_d corresponde a los momentos N_r de reconstrucción y N_d de descomposición.
 1. H. Riekkinen and P. Rautaharju, *Circulation* **53** (1976) 40; C.U. Vogel *et al*, *Eur. J. Pharmacol.* **60** (2004) 461.
 2. American Heart Association, *Circulation* **93** (1996) 1043 [Circulation electronic pages: <http://circ.ahajournals.org/cgi/content/full/93/5/e1043>].
 3. F. Takens, *Detecting Strange Attractors in Turbulence, Dynamical Systems and Turbulence* (Warwick 1980). Proceedings of a symposium held at the University of Warwick, edited by A. Dold and B. Eckman, *Springer* (Berlin 1981); T. Sauer *et al.*, *Journal of Statistical Physics* **65** (1991) 579.
 4. T. Mäkikallio, Oulu, University library, Oulu, Finland (1998); S.M. Pikkujämsä *et al.*, *Circulation* **100** (1999) 393; M.C. Teich *et al.*, Heart rate variability: Measures and Models, *Nonlinear Biomedical Signal Processing Vol. II, Dynamics Analysis and Modeling* Ch. 6, pp. 159-213, edited by M. Akay, *IEEE Press* (New York 2001).
 5. P.Ch. Ivanov *et al.*, *Nature* **38** (1996) 323.
 6. Y. Kimura *et al.*, *Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol.* **275** (1998) 1993.
 7. P.A. Ritto *et al.*, *Physica A* **349** (2005) 292.
 8. M. Feldman, *Mechanical Systems and Signal Processing* **8** (1994) 119; S. Braun and M. Feldman, *Mechanical Systems and Signal Processing* **11** (1997) 611.
 9. J.S. Murguía y E. Campos-Cantón, *Rev. Mex. Fís.* **52** (2006) 155.
 10. The MathWorks, Inc., *The MathWorks-Wavelet Toolbox-Analyze and synthesize signals and images using wavelet techniques* (1994). <http://www.mathworks.com/products/wavelet>.
 11. J.F. Valdés, *Bol. Soc. Mex. Fís.* **16** (2002) 85.
 12. B.J. West, V. Bhargava y A.L. Goldberger, *J. Appl. Physiol.* **60** (1986) 1089.
 13. A.L. Goldberger *et al.*, *Circulation* **101** (2000) e215 [Circulation electronic pages: <http://circ.ahajournals.org/cgi/content/full/101/23/e215>.]
 14. K. Ho *et al.*, *Circulation* **96** (1997) 842.
 15. S. Havlin *et al.*, *Physica A* **273** (1999) 46.
 16. A.A. Aghili *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **74** (1995) 1254.
 17. L. Menglong *et al.*, *Chemistry Online* **65** (2002) 02071 <http://htxb.icas.ac.cn/2002/c02071.htm>; A. Kourzi, *13th European Signal Processing Conference* (Antalya, Turkey 2005) <http://www.ee.bilkent.edu.tr/~signal/defevent/html/abstract/a1469.htm>; S. Rein *et al.*, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Montreal, Canada, **IV** (2004) 341; Ma *et al.*, *J. of Zhejiang University SCIENCE A* **7** (2006) 361.
 18. P.A. Ritto y Acalán, *Revista de la Universidad Autónoma del Carmen* **40** (2006) 17.
 19. C. Tsallis, *J. Stat. Phys.* **52** (1988) 479.
 20. G. Wilk and Z. Włodarczyk, *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 2770; A.N. Petridis, *Central European Journal of Physics* **4** (2006) 363.