Sobre la disipación de energía cinética turbulenta asociada con olas que aún no rompen

A. O. Hernández Olivares^a y F. J. Ocampo Torres^b

^aDepartamento de Oceanografía Física, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, B.C. (CICESE). Carretera Ensenada-Tijuana 3918, Zona Playitas, 22860 Ensenada.

e-mail: aldoolivares@hotmail.com; ^bCEMIE Océano A.C. e-mail: pocampotorres@gmail.com

Received 25 September 2021; accepted 15 February 2022

La disipación de energía cinética turbulenta es una magnitud esencial en el estudio de la turbulencia en fluidos. Particularmente, en la transferencia de la energía turbulenta desde grandes a pequeñas escalas y en la determinación de su estado de equilibrio y estacionalidad. Este trabajo, tiene el propósito de entender la turbulencia generada por olas que aún no rompen a partir del análisis de la disipación de energía cinética turbulenta. Diferentes grupos de olas monocromáticas con distinta pendiente ξ (0.012 $\leq \xi \leq$ 0.273), se generaron mecánicamente en un laboratorio, donde mediante un dispositivo acústico (Vectrino Profiler, Nortek), se midieron y perfilaron las compones de las velocidades orbitales asociadas a olas que aún no rompen. A partir del sub-rango inercial identificado en los espectros de potencia de las componentes turbulentas u'(t,z) y u'(t,z), se cuantificó la tasa de disipación de energía cinética turbulenta v'(t,z) y v'(t,z), respectivamente. Se encontró que la magnitud de v'(t,z) y v'(t,z), aumenta conforme mayor v'(t,z) que conforme mayor v'(t,z) y v'(t,z), corresponden con una capa logarítmica atípica (v'(t,z)) y que al aumentar v'(t,z) disminuye (aumenta) el valor del exponente v'(t,z) y v'(t,z), corresponden con una término de producción de turbulencia v'(t,z) y que al aumentar v'(t,z) disminuye (aumenta) el valor del exponente v'(t,z) y v'(t,z) independientemente de v'(t,z) y v'(t,z) y v'(t,z) independientemente de v'(t,z) y v'(t,z) independientemente de v'(t,z) y expressor que el corte en la vertical de las velocidades orbitales es el mecanismo generador de turbulencia en un fluido bajo olas que aún no rompen.

Descriptores: Olas que aún no rompen; olas monocromáticas; tasa de disipación de energía cinética turbulenta; producción de turbulencia; capa logarítmica.

The turbulent kinetic energy dissipation is an essential quantity in the study of turbulence in fluids. In particular, on the transference of turbulent energy from large to small scales and determining its state of equilibrium and stationarity. This work has the purpose of understanding turbulence generation by non-breaking waves from turbulent kinetic energy dissipation analysis. Different groups of nonbreaking monochromatic waves with different slopes ξ (0.012 $\leq \xi \leq 0.273$), were mechanically constructed in a laboratory, whereby an acoustic device, the wave orbitals velocities were measured in various depths. Considering the inertial subrange in the power spectrum of components of turbulence velocity u'(t,z) and w'(t,z), a turbulent kinetic energy dissipation $\varepsilon_{u'}(z)$ and $\varepsilon_{w'}(z)$ was quantified, respectively. It was detected that the magnitude of both $\varepsilon_{u'}(z)$ and $\varepsilon_{w'}(z)$ increases with the wave slope ξ , and they are invariant to axis rotation ($\varepsilon_{u'}(z) \approx \varepsilon_{w'}(z)$), especially for great values of z. It was distinguished that most of the profiles $\varepsilon_{u'}(z) \sim z^{n_1}$ and $\varepsilon_{w'}(z) \sim z^{n_2}$ agree with an atypical logarithmic layer ($n_1, n_2 < -1$) and that increasing ξ decreases (increase) exponent values n_1 (n_2). Finally, a term of the turbulence production $\varepsilon_{\text{wave}}$ was introduced, relative to nonbreaking wave orbitals velocities. Unlike other turbulence production terms or approximations, $\varepsilon_{\text{wave}}$ adequately reproduces the values of $\varepsilon_{u'}(z)$ and $\varepsilon_{w'}(z)$ regardless of ξ , which established that the wave orbitals velocities shear is the generator mechanism of turbulence in a fluid under nonbreaking waves.

Keywords: Nonbreaking waves; monochromatic waves; turbulent kinetic energy dissipation rate; turbulence production; logarithmic layer.

DOI: https://doi.org/10.31349/RevMexFis.68.050601

1. Introducción

La tasa de disipación de energía cinética turbulenta (ε) es un parámetro representativo de la intensidad y cantidad de turbulencia en un fluido. De acuerdo con Lamont y Scott [22], los flujos turbulentos e intercambios físicos a través de la interfase océano-atmosfera (e.g. calor, masa, CO_2) pueden parametrizarse en términos de ε . La parametrización de estos flujos a través de ε , es de interés fundamental en el desarrollo de modelos acoplados (océano-atmosfera) para la predicción

del clima y su cambio, y de eventos extremos tales como huracanes [33]. En el océano, la turbulencia es típicamente estudiada analizando ε , donde su distribución y perfil vertical cerca de la superficie, son de gran importancia en relación con la mezcla de propiedades físicas, transferencia de masa y calor, dispersión de contaminantes y modelación de la termoclina. De acuerdo con Terray $et\,al.$ [12], cerca de la superficie del océano, el perfil vertical de ε puede categorizarse en dos formas: (i) generalmente concordante con la estructura típica de una capa de pared ($\varepsilon \sim z^{-1}$, donde z es la profundidad

desde la superficie del océano) i.e. capa logarítmica y (ii) una capa logarítmica atípica ($\varepsilon \sim z^{-n}, n > 1$), cuyos valores de ε son mucho mayores que los valores de ε en una capa de pared que es generada por un corte en el flujo medio (capa logarítmica). Los valores de ε que son mucho mayores que los valores de ε en un escalamiento logarítmico típico, sugieren que ε se encuentra fuera de balance con respecto a la producción de turbulencia por corte vertical en el flujo medio, y que otros términos como la difusión vertical turbulenta son importantes [15,23]. Los valores en las primeras observaciones de ε cerca de la superficie del océano (capa limite oceánica), fueron adecuadamente reproducidos mediante la "Ley de la pared" i.e. que los valores medidos de ε fueron consistentes con una capa logarítmica típica e.g. Soloviev et al. [6], Csanady [19] y Oakey y Elliott [29]. Por otro lado, en las observaciones de Gargett [5], Terray et al. [12], Lumley y Terray [25] y Drennan *et al.* [38], los valores de ε fueron entre uno y dos órdenes de magnitud mayores que aquellos reproducidos con la "Ley de la pared", lo que ha sido atribuido a un flujo adicional de energía en la superficie del océano debido al rompimiento del oleaje [12]. Más aún, se ha estipulado que el movimiento orbital de las olas no es irrotacional [30], por lo que las olas que aún no rompen pueden generar turbulencia, o mediante interacción con otros mecanismos (e.g. circulación de Langmuir) transferir energía del oleaje al campo turbulento, lo que es evidenciado por una atenuación en el oleaje [12]. La transferencia de energía del oleaje al campo turbulento por interacción con otros mecanismos, ha sido comprobada mediante análisis teórico [13,34], con experimentos en laboratorio [28,35] y a través de observaciones en el océano [18,23]. Estudios como los de Ardhuin y Jenkins [13] y Teixeira y Belcher [28], definen la interacción oleaje-turbulencia como una perturbación en el campo turbulento debido a la deriva de Stokes. Actualmente, existen diversas ideas sobre ε en la capa superior del océano y sobre los mecanismos que la producen, afectan o contribuyen con su incremento e.g. edad de la ola, estado del mar, viento, rompimiento del oleaje, olas que aún no rompen y circulación de Langmuir. En lo que respecta estrictamente con el movimiento de olas que aún no rompen, desde hace poco más de una década algunos trabajos en laboratorio [3,7,11,21], han presentado evidencias de que olas que aún no rompen pueden generar turbulencia sin interactuar con otros mecanismos o forzamientos. Particularmente, Babanin y Haus [3] con base en sus observaciones de velocimetría mediante imágenes de partículas, determinaron ε cerca de la superficie del agua para diferentes grupos de olas monocromáticas al propagarse en un canal en el laboratorio. Ellos identificaron que conforme mayor amplitud en el oleaje (a_{wave}) mayor es ε , obedeciendo la forma $\varepsilon \sim a_{\text{wave}}^{3}$. Sin embargo, debido a las limitantes en la técnica de medición como en el método de estimación, no fue posible resolver el perfil vertical de ε . Es así, que aún se desconoce el comportamiento de ε en función de la profundidad cuando se trata de olas que aún no rompen, y si dicho comportamiento tiene relación con algunas de las características de las olas. Autores como Qiao et al. [16,17], formularon un esquema de parametrización de

la mezcla vertical en el océano asociada con olas que aún no rompen, el cual ha sido implementado en modelos de circulación oceánica y costera [16,39] así como en modelos para describir y predecir el clima [9,41]. Aunque la incorporación de este esquema en los modelos, ha conducido a mejoras significativas en la simulación de la estructura térmica en la capa superior del océano, aún es necesario determinar el mecanismo de generación de turbulencia por parte del movimiento de olas que aún no rompen, así como su alcance en profundidad. En el presente trabajo se estudia ε ($\varepsilon_{u'}$ y $\varepsilon_{w'}$) estimada a partir del sub-rango inercial identificado en los espectros de potencia de las componentes turbulentas u' y w' (i.e. $S_{u'u'}$ y $S_{w'w'}$), relativas a las velocidades orbitales de olas que aún no rompen, y representa una continuación del trabajo de Hernández Olivares y Ocampo Torres [7], en el cual se mostró la evidencia de ocurrencia del sub-rango inercial en $S_{u'u'}(f)$ y $S_{w'w'}(f)$ en diferentes profundidades para diversos grupos de olas monocromáticas con distinta pendiente, exponiendo la generación de turbulencia isotrópica en un fluido bajo el movimiento de olas que aun rompen, y su relación con la pendiente de las olas. En la Sec. 2, se presentan las ecuaciones fundamentales consideradas, así como los cálculos realizados para la obtención de resultados. En la Sec. 3, se describe brevemente el desarrollo de la parte experimental y se mencionan las características de los datos obtenidos. En la Sec. 4, se analizan los valores de $\varepsilon_{u'}$ y $\varepsilon_{w'}$ en función de la pendiente de las olas (ξ) para diferentes intervalos de profundidad; Se describen y analizan los perfiles verticales de $\varepsilon_{u'}$ y $\varepsilon_{w'}$, y su relación con ξ ; se determina la similitud entre los valores de $\varepsilon_{u'}$ y $\varepsilon_{w'}$ en diferentes intervalos de profundidad; Se propone una formulación del término de producción de turbulencia referente al movimiento de olas que aún no rompen y se analiza con base en los valores de $\varepsilon_{u'}$ y $\varepsilon_{w'}$, junto con otras aproximaciones de ε . Por último, en la Sec. 5, se discuten los resultados y se presentan las conclusiones de esta investigación.

Aspectos teóricos fundamentales y aproximaciones de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta

Dentro de la capa límite del océano, en un flujo turbulento con números de Reynolds relativamente grandes, la tasa de disipación de energía cinética turbulenta ε y la producción de energía cinética turbulenta P son iguales y se describen con el corte vertical del flujo medio [32]:

$$\varepsilon = P = \overline{u'w'} \frac{\partial \overline{U}}{\partial z} \,, \tag{1}$$

donde $\partial \overline{U}/\partial z$ es el corte vertical en la velocidad del flujo medio; \overline{U} es el promedio temporal de la componente horizontal de la velocidad u; z es la profundidad desde la superficie del agua y es positiva hacia arriba; u' y w' son respectivamente las componentes horizontal y vertical de la velocidad turbulenta; y el producto $\overline{u'w'}$ representa los esfuerzos de Rey-

nolds. En la capa limite, $\partial \overline{U}/\partial z$ puede expresarse mediante la "Ley de la Pared" e.g. [20]:

$$\frac{\partial \overline{U}}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z},\tag{2}$$

donde $\kappa=0.40$ es la constante de von Kármán y u_* es la velocidad de fricción. La sustitución de la Ec. (2) en Ec. (1) conduce a la forma:

$$u_*(\overline{u'w'}) = \varepsilon \kappa z. \tag{3}$$

A partir de la Ec. (3), ε puede ser estimada al suponer una capa de esfuerzo constante *i.e.* $u_*^2 \sim \overline{u'w'}$, como:

$$\varepsilon_{\text{wall}} = \frac{u_*^3}{\kappa z}.\tag{4}$$

Así, la energía cinética turbulenta es gobernada por un balance entre los términos de producción y disipación, lo cual implica un estado estacionario de la energía cinética turbulenta, y que los términos asociados con la advección y la flotabilidad son despreciables.

Huang y Qiao [10], introdujeron una parametrización de ε al considerar la interacción oleaje-turbulencia:

$$\varepsilon_s(z) = -\alpha \overline{u'w'} \frac{\partial u_s}{\partial z}, \qquad (5)$$

donde α es un coeficiente adimensional relacionado con las características del oleaje y u_s es la deriva de Stokes. En el caso de olas monocromáticas la deriva de Stokes es:

$$u_s = u_{s0}e^{2k_{\text{wave}}z}, (6)$$

siendo $u_{s0}=c\xi^2$ la intensidad o magnitud de la deriva de Stokes; $\xi=a_{\rm wave}k_{\rm wave}$ es la pendiente del oleaje, donde $a_{\rm wave}$ y $k_{\rm wave}$ son respectivamente la amplitud de las olas y el número de onda; y c es la velocidad de fase de las olas.

Considerando las observaciones de Huang y Qiao [10] y Anis y Moun [1], se determina α como:

$$\alpha = 3.75 \beta \pi \sqrt{\frac{H_s}{\lambda}},\tag{7}$$

donde H_s representa la altura significante de las olas, $\lambda=2\pi/k_{\rm wave}$ es la longitud de onda de las olas, siendo el cociente H_s/λ proporcional a la pendiente de las olas y β un coeficiente adimensional cuyo valor se determinó entre 0.1 y 1 con base en las observaciones de Anis y Moum [1], Osborn et al. [36] y Wüest et al. [8].

A partir de la parametrización $\varepsilon \sim 300 a_{\rm wave}^{3\pm 1}$ [3], Ghantous y Babanin [27] proponen una expresión para $\varepsilon(z)$ al considerar olas que aún no rompen en condición de aguas profundas, como:

$$\varepsilon_0(z) = bk_{\text{wave}}\omega^3 a_{\text{wave}}^3 e^{3k_{\text{wave}}z} = b\xi\omega^3 a_{\text{wave}}^2 e^{3k_{\text{wave}}z}, \quad (8)$$

donde $\omega=2\pi f$ es la frecuencia angular, f es la frecuencia y b es un coeficiente adimensional, que con base en los resultados de ε obtenidos por Babanin y Haus [3], se encontró que tiene un valor igual a 0.004.

En este trabajo se propone una formulación para ε con base en la hipótesis de que el corte vertical en las velocidades orbitales, corresponde con el mecanismo principal de producción de turbulencia P en un fluido bajo la influencia del movimiento de olas que aún no rompen. Tal formulación se expresa como:

$$\varepsilon_{\text{wave}}(z) = \alpha_1 \overline{u'w'} \left(\frac{\partial \left(\overline{u^2} \right)^{1/2}}{\partial z} + \frac{\partial \left(\overline{w^2} \right)^{1/2}}{\partial z} \right), \quad (9)$$

donde $\alpha_1=3.75\beta_1\pi\sqrt{H/\lambda}$, siendo $H=2a_{\rm wave}$ la altura de las olas y β_1 un coeficiente adimensional del orden de la unidad. En el caso de turbulencia isotrópica desarrollada inducida por el movimiento de olas que aún no rompen, $\varepsilon_{\rm wave}=\varepsilon$. Como un caso particular, se propone que en condiciones de aguas profundas y con base en la teoría lineal, $\varepsilon_{\rm wave}$ puede expresarse como:

$$\varepsilon_{\text{wave_}deep}(z) = \alpha_1 \overline{u'w'} \sqrt{4k_{\text{wave}}g} \xi e^{k_{\text{wave}}z},$$
 (10)

cabe mencionar que el coeficiente α_1 corresponde con el coeficiente α en la Ec. (7).

Atendiendo al cálculo de los esfuerzos de Reynolds $\overline{u'w'}$ en el movimiento de un fluido bajo influencia del oleaje, el método de Benilov y Filyushkin [2] para la descomposición oleaje-turbulencia establece que:

$$S_{u'w'} = S_{uw} - S_{\tilde{u}\tilde{w}} \,, \tag{11}$$

donde $S_{u'w'}$ representa el espectro cruzado de las componentes u' y w' de la velocidad turbulenta, S_{uw} es el espectro cruzado de las componentes u y w de la velocidad instantánea y $S_{\tilde{u}\tilde{w}}$ es el espectro cruzado de las componentes \tilde{u} y \tilde{w} de la velocidad orbital asociada al movimiento del oleaje (velocidad coherente). Al considerar la parte real \Re de los espectros cruzados (co-espectros) junto con la relación de Parseval, la Ec. (11) es análoga con: $\overline{u'w'} = \overline{uw} - \overline{\tilde{u}\tilde{w}}$. El aspecto fundamental del método de Benilov y Filyushkin, es la estimación de los esfuerzos asociados al oleaje $\overline{\tilde{u}\tilde{w}} = \int \Re\left(S_{\tilde{u}\tilde{w}}(f)\right)df$, siendo $S_{\tilde{u}\tilde{w}}$ definido como:

$$S_{\tilde{u}\tilde{w}} = \frac{S_{u\eta}S_{w\eta}^*}{S_{nn}}, \qquad (12)$$

donde $S_{u\eta}$ es el espectro cruzado entre la componente u de la velocidad instantánea y la elevación de la superficie del agua η , $S_{\eta\eta}$ es el auto-espectro de η y $S_{w\eta}^*$ es el espectro cruzado entre la componente w de la velocidad instantánea y η , el superíndice * especifica la correspondencia con el espectro conjugado. Aplicando el método de Benilov y Filyushkin en las series de tiempo de las componentes u(t,z) y w(t,z) de las velocidades medidas en los experimentos realizados en el canal de olas, se calcularon los esfuerzos de Reynolds $\overline{u'w'}(z)$ en distintas profundidades. Las diversas aproximaciones de ε se calcularon a partir de las características de las olas; de los valores de las componentes u(t,z) y w(t,z); y de

los $\overline{u'w'}(z)$ correspondientes. Los valores de esas aproximaciones se compararon con los valores de $\varepsilon_{u'}$ y $\varepsilon_{w'}$ que fueron obtenidos mediante las expresiones del sub-rango inercial de los espectros de potencia unidimensionales en función de la frecuencia $S_{u'u'}(f)$ y $S_{w'w'}(f)$ (en unidades de densidad de energía espectral), de la forma:

$$\varepsilon_{u'}(z) = C2\pi U_{\mu}(z)^{-1} f^{5/2} S_{u'u'}(f)^{3/2}$$
 (13)

$$\varepsilon_{w'}(z) = C2\pi U_{\mu}(z)^{-1} f^{5/2} S_{w'w'}(f)^{3/2}$$
 (14)

en donde $U_{\mu}(z)$ es la raíz cuadrática media de la velocidad instantánea y C es una constante del orden de la unidad, en este trabajo considerada como C=1. Los promedios en tiempo en las expresiones anteriores, como en la estimación de $S_{u'u'}(f)$ y $S_{w'w'}(f)$, se realizaron en un lapso de 3.5 minutos, que corresponde a la duración de cada uno de los experimentos realizados (tiempo de medición), transcurso suficiente para la detección del sub-rango inercial en los espectros i.e. $S_{u'u'}(f) \sim f^{-5/3}$ y $S_{w'w'}(f) \sim f^{-5/3}$. Una descripción de los cálculos de $S_{u'u'}(f)$ y $S_{w'w'}(f)$ y de la determinación de $S_{u'u'}(f) \sim f^{-5/3}$ y $S_{w'w'}(f) \sim f^{-5/3}$, se encuentra en Hernández Olivares y Ocampo Torres [7].

3. Experimentos en un canal de olas

En un laboratorio de olas (Facultad de Ciencias Marinas de la Universidad Autónoma de Baja California) equipado con un canal de 12.26 m de largo, 0.55 m de alto y 0.32 m de ancho, se generaron olas aproximadamente monocromáticas en aguas profundas, sin estratificación ni evidencia de reflexión y flujo transversal. Las olas se generaron mediante el movimiento de una paleta impulsada por un motor eléctrico, y al final de su propagación rompen en el extremo del canal en una playa simulada mediante una plataforma de madera perforada. Se realizaron 184 experimentos, cada uno con una duración de aproximadamente 3.5 minutos (entre 315 y 525 periodos de olas), tiempo durante el cual las características de las olas se mantuvieron aproximadamente constantes. Las características de las olas difieren en cada experimento: las amplitudes a_{wave} variaron entre 0.0005 m y 0.0169 m, mientras que las frecuencias f variaron entre 1.5 Hz y 2.5 Hz, reproduciendo una gama de pendientes ξ en un intervalo entre 0.012 y 0.273. Mediante un velocímetro acústico (Vectrino profiler, Nortek), se midieron las velocidades de las partículas en un fluido bajo presencia de olas monocromáticas. El sensor de medición cuenta con una frecuencia de muestreo de 100 Hz y una resolución espacial de 1 mm en una columna de 3.5 cm (35 celdas). Específicamente, las componentes u(t,z), v(t,z) y w(t,z) de la velocidad de las partículas en el fluido se midieron en esa columna de 3.5 cm, en profundidades entre 1.5 cm y 8.6 cm con respecto al nivel medio del agua ($h = 48 \text{ cm} \pm 0.5 \text{ cm}$). Adicionalmente, el sensor cuenta con un detector de fondo que tiene una tasa de muestreo de 10 Hz, a través del cual se detectó y registro la altura de la superficie del agua $\eta(t)$, cuya serie temporal fue interpolada para obtener correspondencia con las series de las componentes $u(t,z),\ v(t,z)$ y w(t,z). Referente a la calidad de los datos obtenidos, se alcanzaron valores apropiados de la razón señal-ruido (≥ 35 dB) en relación al funcionamiento acústico del sensor y en al menos un 75 % de cada serie de tiempo de los datos (componentes de la velocidad), se lograron altos valores de correlación acústica (≥ 0.75) que indican una calidad adecuada en los datos. Además, también se retiraron de la serie de tiempo los datos de velocidad fuera del intervalo $m_t \pm 3\sigma$, donde m_t corresponde a la media o promedio temporal de la serie de tiempo y σ a su desviación estándar, eliminando valores pico o anómalos en las series de tiempo.

Con base en las tres componentes de la velocidad, se construyeron tres matrices de rotación intrínseca triple en sentido antihorario (levógiro) de coordenadas o convención z, y', z' (3,2,3), con las cuales se corrigió la orientación e inclinación del sensor con respecto a la dirección de propagación de las olas, rectificando cualquier efecto en las mediciones debido al posicionamiento del dispositivo acústico. De acuerdo con la teoría, el movimiento de las olas es bidimensional i.e. v(t,z) = 0, por lo que únicamente se consideraron para su análisis las componentes u(t, z) y w(t, z). Los valores de las componentes u(t,z) y w(t,z) fueron reproducidos adecuadamente mediante la teoría lineal (Figuras no mostradas). El comportamiento de la serie temporal de la componente v(t,z) fue incoherente, con un promedio temporal $v(z) \approx 0$ (i.e. ausencia de un flujo transversal), y valores de intensidad promedio muchos menores que los valores de la intensidad promedio de las componentes u(t, z) y w(t,z). Para cada uno de los experimentos se determinaron coeficientes de reflexión $0.001 \le K_R(z) \le 0.150$, indicando una ausencia de reflexión o una reflexión no significativa en el canal de olas. Una mayor y detallada información acerca del desarrollo y control de los experimentos; y del control de calidad de los datos obtenidos, se encuentra en Hernández Olivares y Ocampo Torres [7].

4. Resultados

En la Figs. 1a)-e) se presentan los resultados del promedio en la vertical de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ , para diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $1.37 < z/\langle H \rangle < 4.24$, donde $\langle H \rangle = 0.020 \text{ m} \pm 0.008 \text{ m}$ es el valor promedio de H. En la Fig. 1f), se presentan los valores del promedio en la vertical $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ en el rango $1.37 < z/\langle H \rangle < 4.24$. En cada uno de los paneles de la Fig. 1, se observa que los valores de $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ aumentan conforme mayor sea el valor de ξ . Particularmente, para los valores de $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ en los diferentes intervalos de profundidad (incisos a-d), esta dependencia disminuye conforme mayor profundidad, con excepción del inciso e). Se distingue que el valor de la pendiente μ en la recta estimada mediante regresión lineal, cambia gradualmente de 0.006 m²/s³ a 0.0005 m²/s³, tal como se ilustra en la Figs. 1a)-d). Sin embargo, el valor de μ es relativamente alto (0.0009 m²/s³) para el caso del intervalo

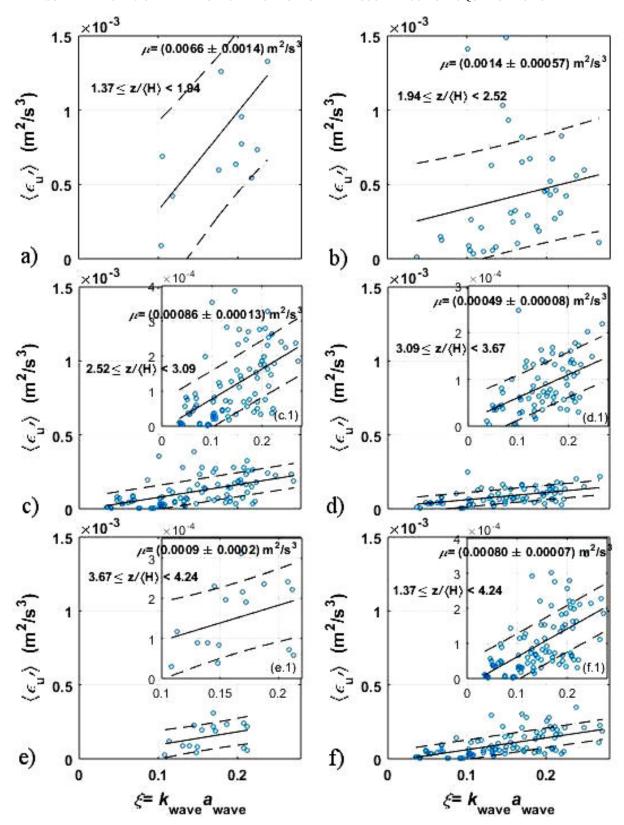


FIGURE 1. Resultados del promedio en la vertical de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $1.37 \le z/\langle H \rangle < 1.94$, b) $1.94 \le z/\langle H \rangle < 2.52$, c) $2.52 \le z/\langle H \rangle < 3.09$, d) $3.09 \le z/\langle H \rangle < 3.67$ y e) $3.67 \le z/\langle H \rangle < 4.24$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $1.37 \le z/\langle H \rangle < 4.24$. La línea continua en color negro representa la regresión lineal y las líneas segmentadas $\pm \sigma$ (1 desviación estándar). Los incisos c.1), d.1), e.1) y f.1) (sub-paneles) corresponden a un acercamiento de los gráficos en c), d), e) y f), respectivamente. $\langle H \rangle$ es el promedio de las alturas de las olas.

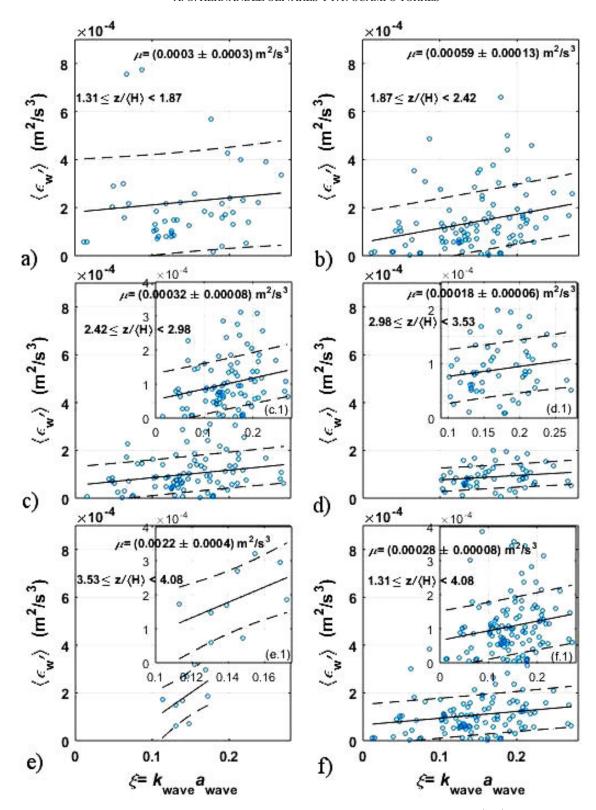


FIGURE 2. Resultados del promedio en la vertical de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta $\langle \varepsilon_{w'} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $1.31 \leq z/\langle H \rangle < 1.87$, b) $1.87 \leq z/\langle H \rangle < 2.42$, c) $2.42 \leq z/\langle H \rangle < 2.98$, d) $2.98 \leq z/\langle H \rangle < 3.53$ y e) $3.53 \leq z/\langle H \rangle < 4.08$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $1.31 \leq z/\langle H \rangle < 4.08$. La línea continua en color negro representa la regresión lineal y las líneas segmentadas $\pm \sigma$ (1 desviación estándar). Los incisos c.1), d.1), e.1) y f.1) (sub-paneles) corresponden a un acercamiento de los gráficos en c), d), e) y f), respectivamente. $\langle H \rangle$ es el promedio de las alturas de las olas.

con mayor profundidad (Fig. 1e)), lo que no corresponde con el cambio gradual mencionado, que se atribuye a un número limitado de valores de $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ observados en el intervalo $0.10 \le \xi \le 0.22$. Dentro del intervalo $0.039 \text{ m} \le z <$ $0.074~\mathrm{m}~(1.92 \le z/\langle H \rangle < 3.64)$ que comprende en general las Figs. 1b)-d), se alcanzó la mayor cantidad de valores de $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ para la gama completa de valores de ξ (0.012) $\leq \xi \leq 0.273$). Así, en dicho intervalo de profundidad, por cada 0.003 m (13 sub-intervalos en total) se obtuvo $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ en función de ξ , determinando la correspondiente μ mediante regresión lineal, logrando de tal manera $\mu(z)$. A través de un ajuste mediante cuadrados mínimos se determinó $\mu(z) \sim$ $z^{-3.53\pm1.35}$, con lo que se establece la relación de la forma $\varepsilon_{u'}(z) \sim \xi z^{-3.53\pm1.35}$. De forma análoga a la Fig. 1, en la Fig. 2 se presentan los resultados del promedio en la vertical de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta $\langle \varepsilon_{w'} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ , para diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $1.32 \le z/\langle H \rangle \le 4.07$, con $\langle H \rangle = 0.021 \text{ m} \pm 0.008 \text{ m}$. únicamente en los paneles b), c), e) y f) se observa de forma clara que los valores de $\langle \varepsilon_{w'} \rangle$ aumentan conforme mayor ξ . De igual manera que con $\varepsilon_{u'}(z)$, a través de un ajuste mediante cuadrados mínimos se determinó $\mu(z) \sim z^{-1.97\pm1.46}$, con lo que se establece la relación de la forma $\varepsilon_{w'}(z) \sim \xi z^{-1.97\pm1.46}$. En cada uno de los intervalos de la Fig. 1, el valor de la pendiente μ es mayor que el valor de su respectiva μ en los intervalos de la Fig. 2. Así, los valores de $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ tienen una mayor dependencia con ξ en comparación con los valores de $\langle \varepsilon_{w'} \rangle$. Tal dependencia con ξ disminuye conforme aumenta la profundidad z, tanto para $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ y $\langle \varepsilon_{w'} \rangle$. Los resultados también sugieren una mayor dependencia con respecto a z por parte de $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$. Con el propósito de mayor claridad en los resultados, en la Fig. 1 y 2 en los incisos c.1, d.1, e.1 y f.1 se muestra un acercamiento de los gráficos en los incisos c, d, e y f, respectivamente.

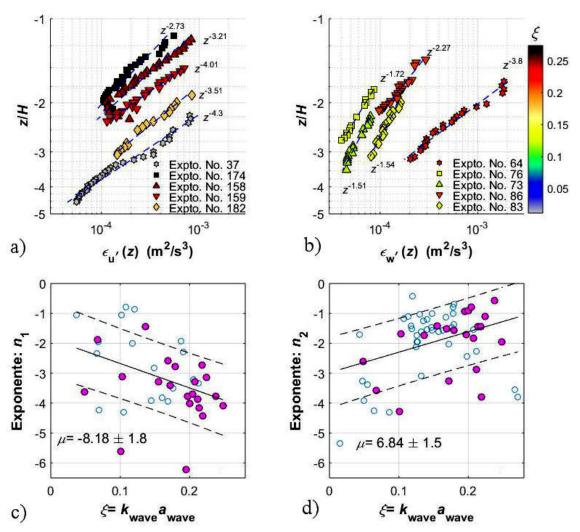


FIGURE 3. Resultados de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta en función de z. Particularmente, perfiles de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta a) $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ con respecto a la escala adimensional z/H, y resultados de los exponentes c) n_1 y d) n_2 en función de ξ . La paleta de colores específica el valor de ξ , la línea continua en color negro y segmentada en color azul corresponden con ajustes por cuadrados mínimos y las líneas segmentadas en color negro corresponden con $\pm \sigma$ (1 desviación estándar). Los círculos en color rosa en c) y d) especifican un mismo experimento.

En la Figs. 3a) y b) se presentan cinco ejemplos de los perfiles verticales de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, respectivamente. Tales ejemplos, corresponden a experimentos con diferente valor de ξ y se presentan en una escala adimensional z/H. A través de un ajuste por cuadrados mínimos, se determinaron los exponentes n_1 y n_2 correspondientes a $\varepsilon_{u'}(z) \sim z^{n_1}$ y $\varepsilon_{w'}(z) \sim$ z^{n_2} , respectivamente. Se observa que ni $\varepsilon_{u'}(z) \sim z^{n_1}$ ni $\varepsilon_{w'}(z) \sim z^{n_2}$, corresponden con una capa logarítmica típica *i.e.* n_1 , $n_2 < -1$, independientemente de ξ y de z/H. Es importante mencionar que los ejemplos de los perfiles verticales $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ corresponden con aquellos casos donde se identificó el sub-rango inercial en al menos 35 % del rango de perfilamiento (12 de las 35 celdas que comprenden el rango de perfilamiento), en una profundidad mayor que la altura de las olas (z/H < -1, con z negativa hacia abajo). Particularmente, en la Fig. 3a) los perfiles verticales de $\varepsilon_{u'}(z)$ representan entre 45 % y 85 % del rango de perfilamiento, mientras que en la Fig. 3b) los perfiles verticales de $\varepsilon_{w'}(z)$ representan entre 40 % y 65 % del rango. En la Figs. 3c) y d), se presentan respectivamente los valores de los exponentes n_1 y n_2 en función de ξ , correspondientes con los experimentos cuyo perfil vertical de ε representa al menos 25 % del rango de perfilamiento, cuyo total de valores (nueve) es suficiente para un ajuste fidedigno mediante cuadrados mínimos. Del total de casos o experimentos donde se determinó $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, el 56 % y 72 % representa al menos un 25 % del rango de perfilamiento, respectivamente, independientemente de ξ . En aquellos casos donde $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ representa menos del 25 % del rango de perfilamiento, el 72 % y 58 % de los casos corresponden a menos del 15 % del rango de perfilamiento (cinco valores), respectivamente.

En la Fig. 3c), se identifica una tendencia negativa de los valores de los exponentes n_1 en función de ξ , *i.e.* al aumentar ξ disminuye el valor del exponente n_1 , sugiriendo que a mayor ξ , la dependencia de $\varepsilon_{u'}$ con respecto a z se intensifica. En la Fig. 3d), se observa que n_2 aumenta con ξ . Los círculos de color magenta en la Figs. 3c) y d), corresponden con aquellos experimentos en los que se identificó el subrango inercial tanto en $S_{u'u'}$ como en $S_{w'w'}$, i.e. aquellos casos en donde se logró estimar $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ en un mismo experimento. Se identificó que, de forma paralela, conforme mayor ξ mayor dependencia de $\varepsilon_{u'}$ con z y menor dependencia $\varepsilon_{w'}$ con z. Los exponentes n_1 tienen un valor promedio $m=-3.13\pm1.22$, mientras que los exponentes n_2 un valor promedio $m=-1.95\pm1.05$, ambos valores promedio resultan similares a aquellos valores de los exponentes en las relaciones $\varepsilon_{u'}(z) \sim \xi z^{-3.53\pm1.35}$ y $\varepsilon_{w'}(z) \sim \xi z^{-1.97\pm1.46}$ relativas a las Figs. 1 y 2, respectivamente. Todos los valores de n_1 y n_2 corresponden con perfiles de $\varepsilon(z) \sim z^n$ en profundidades mayores que la altura de las olas (z/H < -1). Los coeficientes de correlación entre los perfiles $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ y sus relaciones z^{n_1} y $z^{n_2},$ tienen un valor promedio $[R^2] = 0.93 \pm 0.06$ y $[R^2] = 0.92 \pm 0.08$, respectivamente, con valores mínimos iguales a 0.7. Aquellos casos cuyo coeficiente de correlación fue menor que 0.7 fueron descartados $(\leq 18\%)$. A partir de los valores de n_1 y n_2 , se observa que aproximadamente 90 % y 75 % de esos experimentos, la tasa de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, respectivamente, corresponde a una capa logarítmica atípica $(n_1, n_2 < -1.2)$, independientemente del valor de ξ y en los casos en que z/H < -1. Por otro lado, se identificaron algunos valores de n_1 , $n_2 \approx -1$ cuando $\xi < 0.13$ y $\xi > 0.10$, respectivamente, lo que sugiere la presencia de una capa loga-

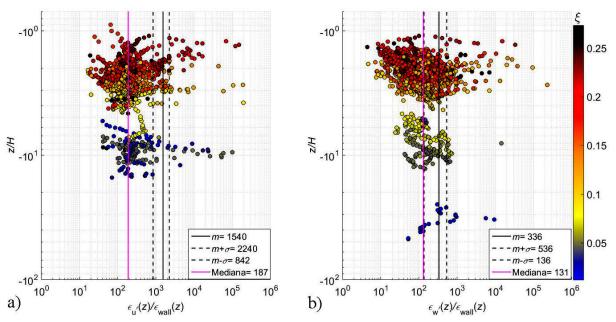


FIGURE 4. Resultados de los cocientes a) $\varepsilon_{u'}(z)/\varepsilon_{wall}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)/\varepsilon_{wall}(z)$ con respecto a la escala adimensional z/H. La paleta de colores específica el valor de ξ , la línea continua en color negro corresponde al valor promedio m, las líneas segmentadas en color negro corresponden al valor $m \pm \sigma$ (1 desviación estándar) y la línea en color magenta a la mediana.

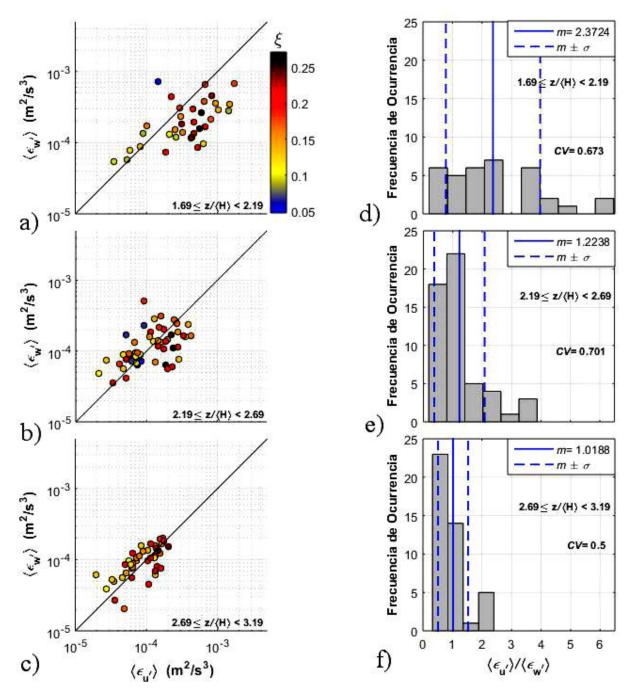


FIGURE 5. Resultados del promedio en la vertical de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ y $\langle \varepsilon_{w'} \rangle$. Particularmente, a), b) y c) valores de $\langle \varepsilon_{w'} \rangle$ contra valores de $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$, y d), e) y f) histogramas de los valores del cociente $\langle \varepsilon_{u'} \rangle / \langle \varepsilon_{w'} \rangle$, en diferentes intervalos de profundidad: a) y d) $1.69 \le z/\langle H \rangle < 2.19$; b) y e) $2.19 \le z/\langle H \rangle < 2.69$ y c) y f) $2.69 \le z/\langle H \rangle < 3.19$. La paleta de colores específica el valor de ξ , la línea continua en color azul corresponde con el valor promedio m y las líneas segmentadas en color azul corresponden con $m \pm \sigma$ (1 desviación estándar). $\langle H \rangle$ es el promedio de las alturas de las olas.

rítmica típica durante esos experimentos. Sin embargo, en todos los casos $\overline{u'w'}$ varía en función de z, lo que no corresponde con una capa de esfuerzo constante, característica de una capa logarítmica.

En la Figs. 4a) y b) se presenta respectivamente la profundidad z/H contra los valores de los cocientes $\varepsilon_{u'}(z)/\varepsilon_{\mathrm{wall}}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)/\varepsilon_{\mathrm{wall}}(z)$. En ambas figuras puede observarse que

los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ son entre uno y cinco ordenes de magnitud mayores que los valores de $\varepsilon_{\rm wall}(z)$, independientemente del valor de ξ y de z/H. Sin embargo, en la Fig. 4b) también se observa escasos valores de $\varepsilon_{w'}(z)$ (menos del 1 %) que son entre tres y nueve veces mayores que los valores de $\varepsilon_{\rm wall}(z)$ cuando $\xi>0.15$. El cociente $\varepsilon_{u'}(z)/\varepsilon_{\rm wall}(z)$ tiene un valor promedio $m=1540\,\pm\,700\,$ y una mediana

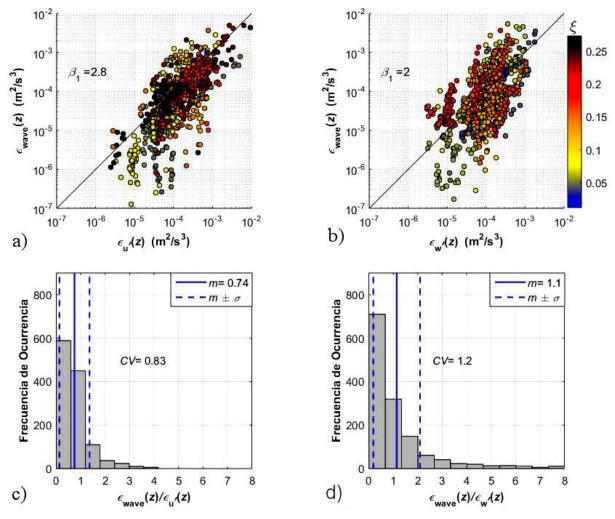


FIGURE 6. Resultados del término de producción de turbulencia $P(z) = \varepsilon_{\text{wave}}(z)$ contra los resultados de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta a) $\varepsilon_{u'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)$. Histogramas de los valores del cociente c) $\varepsilon_{\text{wave}}(z)/\varepsilon_{u'}(z)$ y d) $\varepsilon_{\text{wave}}(z)/\varepsilon_{w'}(z)$. La paleta de colores específica el valor de ξ , la línea continua en color azul corresponde con el valor promedio m y las líneas segmentadas en color azul con $m \pm \sigma$ (1 desviación estándar).

igual a 187, mientras que el cociente $\varepsilon_{w'}(z)/\varepsilon_{\mathrm{wall}}(z)$ tiene un valor promedio $m=336\pm196$ y una mediana igual a 131. Se entiende que los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ son generalmente tres órdenes de magnitud mayores que los valores de $\varepsilon_{\mathrm{wall}}(z)$ y que $\varepsilon_{u'}(z)$ excede los valores de $\varepsilon_{\mathrm{wall}}(z)$ con una mayor ventaja que $\varepsilon_{w'}(z)$. Así, se establece que la "Ley de la pared" no es adecuada para reproducir ε asociada con las olas que no presentan rompiente.

En la Figs. 5a), b) y c) se presentan los valores de $\langle \varepsilon_{w'} \rangle$ contra los valores de $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$, del total de observaciones realizadas en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente: a) $1.69 < z/\langle H \rangle \leq 2.19$, b) $2.19 < z/\langle H \rangle \leq 2.69$ y c) $2.69 < z/\langle H \rangle \leq 3.19$. En la Fig. 5a) puede observarse que en solo pocos casos $\langle \varepsilon_{u'} \rangle \approx \langle \varepsilon_{w'} \rangle$ independientemente del valor de ξ , en el resto de los casos los valores de $\langle \varepsilon_{u'} \rangle$ y $\langle \varepsilon_{w'} \rangle$ fueron al menos de un mismo orden de magnitud para todo valor de ξ . En la Fig. 5b), se identifica una mayor cantidad de casos en los que $\langle \varepsilon_{u'} \rangle \approx \langle \varepsilon_{w'} \rangle$ independientemente del valor

de ξ . En la Fig. 5c), se identifica la mayor cantidad de casos en los que $\langle \varepsilon_{u'} \rangle \approx \langle \varepsilon_{w'} \rangle$, así como una menor variabilidad independientemente de ξ . En la Figs. 5d), e) y f) se muestran los histogramas de los valores del cociente $\langle \varepsilon_{u'} \rangle / \langle \varepsilon_{w'} \rangle$ del total de observaciones realizadas en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente: d) $1.69 < z/\langle H \rangle \le 2.19$, d) $2.19 < z/\langle H \rangle \le 2.69 \text{ y f}$) $2.69 < z/\langle H \rangle \le 3.19$. En la Fig. 5d), puede observarse una amplia dispersión en la frecuencia de ocurrencia de valores (rango=6.25), con un valor promedio $m=2.37\pm1.59$ sin una tendencia central y un coeficiente de variación CV=0.67. En la Fig. 5e), se identifica una menor dispersión en la frecuencia de ocurrencia de valores en comparación con la Fig. 5d), con un rango igual a 3.68 y un CV = 0.70. En la Fig. 5f), se identifica la menor dispersión en la frecuencia de ocurrencia de valores, con un rango igual a 2.08 y un CV = 0.50. En la Figs. 5e) y f), los histogramas tienen un valor promedio $m=1.22\pm0.85$

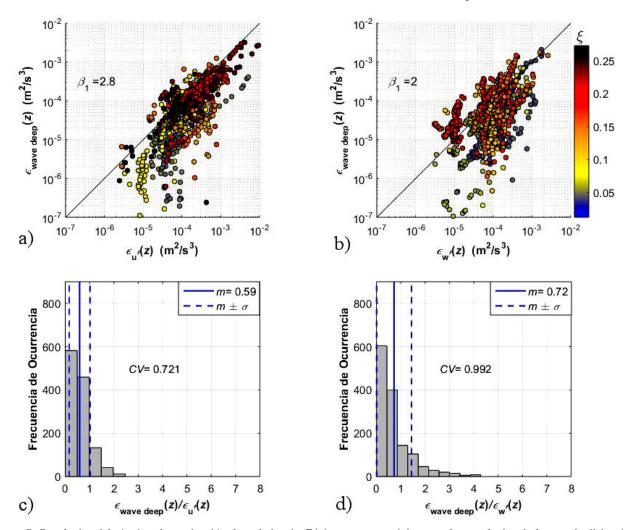


FIGURE 7. Resultados del término de producción de turbulencia $P(z) = \varepsilon_{\text{wave_deep}}(z)$ contra los resultados de la tasa de disipación de energía cinética turbulenta a) $\varepsilon_{u'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)$. Histogramas de los valores del cociente c) $\varepsilon_{\text{wave_deep}}(z)/\varepsilon_{u'}(z)$ y d) $\varepsilon_{\text{wave_deep}}(z)/\varepsilon_{w'}(z)$. La paleta de colores específica el valor de ξ , la línea continua en color azul corresponde con el valor promedio m y las líneas segmentadas en color azul con $m \pm \sigma$ (1 desviación estándar).

y $m=1.01\pm0.05$, y un sesgo positivo con un valor igual a 1.56 y 1.48 respectivamente, por lo que su distribución de frecuencia de ocurrencia se concentra debajo del valor promedio, sugiriendo mayor ocurrencia de valores $0<\langle \varepsilon_{u'}\rangle/\langle \varepsilon_{w'}\rangle<1$, y es así, que el valor de la mediana es igual a 0.91 y 0.82. Se entiende que independientemente de ξ , conforme mayor profundidad z existe mayor similitud entre los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, aun cuando $n_1\neq n_2$. Por tanto, ε tiende a ser invariante ante rotaciones de eje al aumentar la profundidad.

En la Figs. 6a) y b), se presentan los valores del término de producción de turbulencia $P(z) = \varepsilon_{\rm wave}(z)$ contra los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ del total de observaciones realizadas, respectivamente. Se encontró que los valores de $\varepsilon_{\rm wave}(z)$ son similares o al menos del mismo orden de magnitud que los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, independientemente del valor de ξ . Es importante reiterar que α_1 se encuentra en función de la inclinación o pendiente de las olas H/λ , por lo que conforme mayor sea H/λ mayor será α_1 . En la

gama completa de valores de ξ , α_1 tiene un valor promedio $m=6.7\pm1.7$ y $m=4.7\pm1.2$ cuando $\beta_1=2.8$ y $\beta_1 = 2.0$, mientras que cuando $\xi \leq 0.1$, α_1 tiene un valor promedio $m=4.3\pm0.7$ y $m=3.1\pm0.5$, respectivamente. En la Figs. 6c) y d), se presentan los histogramas del cociente $\varepsilon_{\text{wave}}(z)/\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{\text{wave}}(z)/\varepsilon_{w'}(z)$, respectivamente. En la Fig. 6c), el cociente $\varepsilon_{\text{wave}}(z)/\varepsilon_{u'}(z)$ tiene un valor promedio $m=0.74\pm0.61$ dentro de un rango= 4.17 y un CV = 0.83, mientras que en la Fig. 6d), $\varepsilon_{\text{wave}}(z)/\varepsilon_{w'}(z)$ tiene un valor promedio $m=1.13\pm0.95$ dentro de un rango= 8.00 y CV = 1.20. La dispersión de los valores en el histograma de la Fig. 6d) es mayor que la dispersión de los valores en el histograma de la Fig. 6c). Ambos histogramas tienen un sesgo positivo con un valor igual a 1.9 y 2.5 respectivamente, lo que significa mayor ocurrencia de valores $0 < \varepsilon_{\text{wave}}(z)/\varepsilon_{u'}(z), \ \varepsilon_{\text{wave}}(z)/\varepsilon_{w'}(z) < 1$. El cociente $\partial (\overline{u^2})^{1/2}/\partial z \div \partial (\overline{w^2})^{1/2}/\partial z$ tiene un valor promedio $m=2.02\pm1.74$ dentro de un rango= 11.9 y un valor de curtosis igual a 9.5, por lo que la contribución por parte de $\partial(\overline{u^2})^{1/2}/\partial z$ y $\partial(\overline{w^2})^{1/2}/\partial z$ en $\varepsilon_{\text{wave}}(z)$ puede considerarse equitativa. De forma análoga, en las Figs. 7a) y b) se presentan los valores del término de producción de turbulencia para aguas profundas $P(z) = \varepsilon_{\text{wave_}deep}(z)$ contra los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ del total de observaciones realizadas, respectivamente. Al igual que con $\varepsilon_{\text{wave}}(z)$, se identificó que los valores de $\varepsilon_{\text{wave}_deep}(z)$ son similares o al menos del mismo orden de magnitud que los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, independientemente de ξ . En la Figs. 7c) y d), se presentan los histogramas de los valores del cociente $\varepsilon_{\text{wave_}deep}(z)/\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{\text{wave_}deep}(z)/\varepsilon_{w'}(z)$, respectivamente. En la Fig. 7c), el cociente $\varepsilon_{\text{wave_}deep}(z)/\varepsilon_{u'}(z)$ tiene un valor promedio $m=0.59~\pm~0.42$ dentro de un rango= 2.46 y un CV = 0.72, mientas que en la Fig. 7d) el cociente $\varepsilon_{\text{wave_deep}}(z)/\varepsilon_{w'}(z)$ tiene un valor promedio $m = 0.72 \pm 0.71$ dentro de un rango= 4.28 y un CV = 0.99. Ambos histogramas tienen un sesgo positivo, por lo que ambos cocientes tienen mayor ocurrencia de valores $0 < \varepsilon_{\text{wave_deep}}(z)/\varepsilon_{u'}(z), \ \varepsilon_{\text{wave_deep}}(z)/\varepsilon_{w'}(z) < 1.$ Ambas aproximaciones: $\varepsilon_{\text{wave}}(z)$ y $\varepsilon_{\text{wave_deep}}(z)$, reproducen adecuadamente los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ independientemente del valor de ξ , aunque con una tendencia a subestimarlos levemente. La aproximación $\varepsilon_0(z)$ propuesta por Ghantous y Babanin [27] para la turbulencia referente a olas que aún no rompen, subestima considerablemente los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$. Específica y respectivamente, 56 % y 40% de los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ son al menos un orden de magnitud mayor que los valores de $\varepsilon_0(z)$. El cociente $\varepsilon_0(z)/\varepsilon_{u'}(z)$ tiene un valor promedio $m=0.12\pm0.10$, mientras que el cociente $\varepsilon_0(z)/\varepsilon_{w'}(z)$ tiene un valor promedio $m=0.38\pm0.22$. Los histogramas de ambos cocientes tienen un sesgo positivo (Figuras no mostradas), por lo que ambos cocientes tienen una tendencia hacia valores menores que su valor promedio. De manera similar, la aproximación $\varepsilon_s(z)$ la cual introduce a la Deriva de Stokes en el término de producción de turbulencia, tampoco reproduce adecuadamente los valores $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$. Respectivamente, 90 % y 86 % de los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ son al menos un orden de magnitud mayor que los valores de $\varepsilon_s(z)$. El cociente $\varepsilon_s(z)/\varepsilon_{u'}(z)$ tiene un valor promedio $m=0.044\pm0.036$ y el cociente $\varepsilon_s(z)/\varepsilon_{w'}(z)$ un valor promedio $m=0.061\pm0.056$, los valores de ambos cocientes tienden a ser menores que su valor promedio (sesgo positivo). En el cálculo de $\varepsilon_s(z)$ se consideró el coeficiente α_1 . Por último, se calcularon los valores del término de producción de turbulencia por corte vertical en la velocidad del flujo medio como $P_{\overline{U}}(z) = \alpha_1 \overline{u'w'} (\partial \overline{U}/\partial z)$, encontrando que respectivamente 75 % y 58 % de los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, son al menos dos órdenes de magnitud mayor que los valores de $P_{\overline{U}}(z)$, y que los cocientes $P_{\overline{U}}(z)/\varepsilon_{u'}(z)$ y $P_{\overline{U}}(z)/\varepsilon_{w'}(z)$ tienen un valor promedio $m=0.033\pm0.032$ y $m=0.064\pm0.061$. Así, únicamente las aproximaciones $\varepsilon_{\text{wave}}(z)$ y $\varepsilon_{\text{wave_deep}}(z)$ reproducen adecuadamente los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$.

5. Discusión y conclusiones

La tasa de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, tiene generalmente un orden de magnitud entre 10^{-5} m^2/s^3 y 10^{-4} m^2/s^3 cuando $0.012 \le \xi \le 0.273$, independientemente de la profundidad. En muy pocos casos, $\varepsilon_{n'}(z)$ alcanza valores con un orden de magnitud de 10^{-3} m²/s³ en las profundidades con mayor proximidad a la superficie del agua (1.31 $\,\leq\,\,z/\langle H\rangle\,\,<\,2.55)$ cuando $\xi\,\,\geq\,\,0.1,$ tal orden de magnitud es igual que el de los valores de ε en los resultados de Babanin y Hauss [3] cuando $\xi > 0.15$. En un par de casos, Babanin y Hauss [3] obtuvieron resultados de ε con un orden magnitud de 10^{-4} m²/s³ cuando ξ < 0.15, que corresponde al orden de magnitud de la mayoría de los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$. Los valores de ε en este trabajo, pueden considerarse como un límite inferior a los valores de ε con respecto a los resultados de Babanin y Hauss [3]. Ellos determinaron ε con base en la identificación del sub-rango inercial en los espectros de potencia de la componente u de la velocidad en función del espacio, considerando la expresión $\Psi(k_1) = (18/55) (8\varepsilon/9\varsigma_1)^{2/3} k_1^{-5/3}$ [26], donde $\Psi(k_1)$ representa la densidad de energía correspondiente al sub-rango inercial en función del número de onda k_1 y $\varsigma_1 \approx 0.5$ es la constante de Heisenberg. El orden de magnitud de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ (10⁻⁵ m²/s³ y 10⁻⁴ m²/s³), es similar al de los resultados de ε sobre turbulencia en la capa límite del océano [5,29,38]; turbulencia cercana a la costa [14], turbulencia bajo rompimiento del oleaje [23] y turbulencia en zonas de arrecife [40]. Los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ tienen una dependencia lineal positiva con ξ (tienden a aumentar conforme mayor ξ) que disminuye conforme mayor profundidad del agua, particularmente de manera más evidente en $\varepsilon_{u'}(z)$. Babanin y Hauss [3], identifican que ε tiende a aumentar con la amplitud en las olas, de la forma $\varepsilon \sim 300 a_{\rm wave}^{-3\pm 1}$. En el presente trabajo no se identificó ninguna relación entre $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ con respecto a a_{wave} , no obstante se identificaron las relaciones $\varepsilon_{u'}(z) \sim \xi z^{-3.53\pm1.35}$ y $\varepsilon_{w'}(z) \sim \xi z^{-1.97\pm1.46}$, que indican que el comportamiento de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ no corresponde con una capa logarítmica típica y que la "Ley de la pared" no es la adecuada para describir esa tasa de disipación. Específica y respectivamente, el 89 % y 85 % de los perfiles verticales resueltos de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, no corresponden con una capa logarítmica típica, independientemente de ξ . Además, los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ son principalmente entre uno y tres órdenes de magnitud mayores que los valores de $\varepsilon_{wall}(z)$, independientemente de ξ y de la profundidad z/H. Los esfuerzos de Reynolds u'w'(z) relativos a los perfiles verticales $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, tienen una intensa dependencia con respecto a z, de modo que poseen perfiles en función de $z^p \operatorname{con} -6.55 \le p \le -0.9$, con lo que se descarta la presencia de una subcapa inercial (capa de esfuerzo constante) y así también la procedencia de la "Ley de la pared" en la turbulencia generada por olas que aún no rompen, independientemente de si poseen o no un perfil logarítmico típico. La dependencia con ξ , en los exponentes de los perfiles verticales de ε , de la forma: $\varepsilon_{u'}(z) \sim z^{n_1} (\varepsilon_{w'}(z) \sim z^{n_2})$ su-

gieren que a mayor ξ mayor (menor) dependencia de ε con z. Por su parte, Gemmrich [24] encontró que conforme mayor saturación del oleaje, la dependencia de ε con z, tiende a aumentar cuando ε es relativa a la cresta de las olas, y a ser invariante ($\varepsilon(z) \sim z^{-1}$) al ser ε asociada al valle de las olas. Se encontró que conforme mayor profundidad mayor similitud entre los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, sin embargo en las profundidades con mayor proximidad a la superficie del agua, los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ tienden a ser mayores que los valores de $\varepsilon_{w'}(z)$, lo que podría relacionarse con Gemmrich [24], quien identificó una intensa turbulencia asociada a la cresta de la olas cerca de la superficie del agua, en casos de oleaje con rompiente. La similitud entre los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, concuerda con la deducción analítica realizada por Lumley y Terray [25] a partir de un fluido bajo condición de olas unidireccionales en aguas profundas. Algunos valores de los exponentes n_1 y n_2 , que difieren de una capa logarítmica típica, coinciden o son similares a los valores de los exponentes identificados en perfiles de $\varepsilon(z)$ en el océano, medidos o resueltos bajo condiciones de combinación de viento, oleaje y rompimiento del oleaje, e.g. Terray et al. [12] y Drenan et al. [37] un perfil de la forma z^{-2} ; Gargett et al. [4] y Drenan et al. [38] identificaron un perfil de la forma z^{-4} ; y Craig y Banner [31] un perfil de la forma $z^{-3.4}$. La similitud de los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ con respecto a los valores de $\varepsilon_{\text{wave}}(z)$ y $\varepsilon_{\text{wave_}deep}(z)$, así como su disimilitud con respecto a los valores de $\varepsilon_0(z)$, $\varepsilon_s(z)$ y $P_{\overline{U}}(z)$, sugiere que el único o principal mecanismo de producción de turbulencia en el movimiento de olas que aún no rompen, corresponde al corte vertical en la magnitud de las componentes de las velocidades orbitales asociadas con las olas. Lo anterior, impone una importante restricción sobre la generación de turbulencia cuando se trata de olas que aún no rompen en aguas someras cerca de la superficie. Aunque se demostró que mecanismos como el corte vertical en la deriva de Stokes y en la velocidad del flujo medio no contribuyen con la producción de turbulencia en el movimiento de olas que aún no rompen en aguas profundas, queda por determinar y cuantificar una posible contribución relacionada con una vorticidad en el movimiento de olas que aún no rompen, que corresponde a un efecto de tercer orden en ξ . Por último, se sugiere que ξ es un parámetro más representativo o relacionado con la turbulencia que la amplitud de las olas, principalmente sobre el eje horizontal.

Nomenclatura

Símbolos Itálicos

$a_{ m wave}$	Amplitud de las olas.
c	Velocidad de fase de las olas.
f	Frecuencia.
H	Altura de las olas.
H_s	Altura significante de las olas.
h	Nivel medio del agua.

$k_{ m wave}$	Número de onda de las olas.
$P_{\overline{U}}$	Producción de turbulencia por corte vertical
	en la velocidad del flujo medio.
$S_{u'u'}$	Auto-espectro de la componente u' .
$S_{w'w'}$	Auto-espectro de la componente w' .
S_{uw}	Espectro cruzado entre las componentes $u \ \mathbf{y} \ w$.
$S_{u'w'}$	Espectro cruzado entre las componentes u^{\prime} y w^{\prime} .
$S_{\tilde{u}\tilde{w}}$	Espectro cruzado entre las componentes \tilde{u} y \tilde{w} .
$S_{\eta\eta}$	Auto-espectro de η .
$S_{u\eta}$	Espectro cruzado entre la componente u y η .
$S_{w\eta}$	Espectro cruzado entre la componente w y η .
t	Tiempo.
\overline{U}	Promedio temporal de la componente \boldsymbol{u}
	(velocidad del flujo medio).
U_{μ}	Raíz cuadrática media de la velocidad instantánea.
u	Componente horizontal de la velocidad instantánea.
u'	Componente horizontal de la velocidad turbulenta.
\tilde{u}	Componente horizontal de la velocidad orbital
	asociada al oleaje.
u_*	Velocidad de fricción.
u_s	Deriva de Stokes.
w	Componente vertical de la velocidad instantánea.
w'	Componente vertical de la velocidad turbulenta.
$ ilde{w}$	Componente vertical de la velocidad orbital
	asociada al oleaje.
$\overline{u'w'}$	Esfuerzos de Reynolds.
$\overline{\tilde{u}\tilde{w}}$	Esfuerzos asociados al oleaje.
z	Profundidad del agua.

Sí

Símbolos Griegos		
ε	Tasa de disipación de energía cinética turbulenta.	
$arepsilon_s$	$arepsilon$ Estimada a partir del corte vertical de u_s .	
$\varepsilon_{u'}$	ε Estimada a partir de $S_{u'u'}(f) \sim f^{-5/3}$.	
$\varepsilon_{w'}$	ε Estimada a partir de $S_{w'w'}(f) \sim f^{-5/3}$.	
$arepsilon_{ ext{wave}}$	Formulación de ε a partir del corte vertical	
	en la intensidad de las componentes u y w .	
$\varepsilon_{\mathrm{wave_deep}}$	Parametrización de $arepsilon_{wave}$ a partir de una	
	condición de olas sobre aguas profundas.	
$arepsilon_0$	Parametrización de ε propuesta en Ghantous	
	y Babanin [27].	
η	Altura de la superficie del agua.	
κ	Constante de von Kármán.	
λ	Longitud de onda de las olas.	
μ	Pendiente de una recta estimada por regresión lineal.	
ξ	Pendiente de las olas.	
ς_1	Constante de Heisenberg.	
Ψ	Densidad de energía del sub-rango inercial en	
	función del número de onda k_1 .	

Frecuencia angular.

Agradecimientos

Se agradece el apoyo y la hospitalidad del Prof. Frederic Dias, la versión final de este manuscrito se realizó durante una estancia académica en École Normale Supérieure Paris-Saclay (Mission 793, Ministère de l'Enseignement Supèrieur et de la Recherche).

- 1. A. Anis, and J. N. Moum, Surface wave-turbulence interactions: Scaling $\varepsilon(z)$ near the sea surface, *J. Phys. Oceanogr.* **25** (1995) 2025.
- A. Y. Benilov, and B. N. Filyushkin, Applications of the linear filtration methods to the fluctuation analysis in the sea upper layer, *Izv. Acad. Sci. USSR Atmos. Oceanic Phys.*, *Engl. Transl.* 6 (1970) 477.
- 3. A. V. Babanin, and B. K. Haus, On the existence of water turbulence induced by nonbreaking surface waves, *J. Phys. Oceanogr.* **39** (2009) 2675, https://doi.org/10.1175/2009JPO4202.1.
- A. E. Gargett, P. J. Hendricks, T. B. Sanford, T. R. Osborn, and A. J. Williams, A composite spectrum of vertical shear in the upper ocean, *J. Phys. Oceanogr.* 11 (1981) 1258.
- A. E. Gargett, Observing turbulence with a modified acoustic Doppler current profiler, *J. Atmosph. Oceanic Tech.* 11 (1994) 1592.
- A. Soloviev, N. V. Vershinsky, and V. A. Bezverchnii, Small-scale turbulence measurements in the surface layer of the ocean, *Deep-Sea Res.* 35 (1988) 1859.
- A. O. Hernández Olivares y F. J. Ocampo Torres, La turbulencia asociada con las Velocidades orbitales de olas que aún no rompen, Rev. Mex. Fis. 64 (2018) 619.
- A. Wüest, G. Piepke, and D. C. van Senden, Turbulent kinetic energy balance as a tool for estimating vertical diffusivity in wind forced stratified waters, *Limnol. Oceanogr.* 45 (2000) 1388.
- 9. C. Huang, F. Qiao, and Z. Song, The effect of the wave-induced mixing on the upper ocean temperature in a climate model, *Acta Oceanol. Sin.* 27 (2008) 104.
- 10. C. J. Huang, and F. Qiao, Wave-turbulence interaction and its induced mixing in the upper ocean, *J. Geophys. Res.* **115** (2010) C04026, https://doi.org/10.1029/2009JC005853.
- 11. D. J. Dai, F. Qiao, W. Sulisz, L. Han, and A. Babanin, An experiment on the non-breaking surface-wave-induced vertical mixing, *J. Phys. Oceanogr.* **40** (2010) 2180, https://doi.org/10.1175/2010JPO4378.1.
- E. A. Terray, M. A. Donelan, Y. C. Agrawal, W. M. Drennan, K. K. Kahma, A. J. Williams III, P. A. Hwang, and S. A. Kitaigorodskii, Estimates of kinetic energy dissipation under breaking waves, *J. Phys. Oceanogr.* 26 (1996) 792.
- F. Ardhuin, and A. D. Jenkins, On the interaction of surface waves and upper ocean turbulence, *J. Phys. Oceanogr.* 36 (2006) 551.
- 14. F. Feddersen, Breaking wave induced cross-shore tracer dispersion in the surfzone: Model results and scalings, *J. Geophys. Res.* **112** (2007) C09012, https://doi.org/10.1029/2006JC004006.

- F. Feddersen, J. H. Trowbridge, and A. J. Williams, Vertical structure of dissipation in the nearshore, *J. Phys. Oceanogr.* 37 (2007) 1764.
- F. Qiao, Y. Yuan, Y. Yang, Q. Zheng, C. Xia, and J. Ma, Wave-induced mixing in the upper ocean: Distribution and application in a global ocean circulation model, *Geophys. Res. Lett.* 31 (2004) L11303.
- 17. F. Qiao, Y. Yuan, T. Ezer, C. Xia, Y. Yang, X. Lü, and Z. Song, A three-dimensional surface wave-ocean circulation coupled model and its initial testing, *Ocean Dyn.* **60** (2010) 1339, https://doi.org/10.1007/s10236-010-0326-y.
- 18. F. Veron, F. W. Melville, and L. Lenain, Measurements of ocean surface turbulence and wave-turbulence interactions, *J. Phys. Oceanogr.* **39** (2009) 2310, https://doi.org/10.1175/2009JPO4019.1.
- 19. G. T. Csanady, The free surface turbulent shear layer, *J. Phys. Oceanogr.* **14** (1984) 402.
- Tennekes, and J. Lumley, A first course in turbulence. (The MIT Press, 1972).
- 21. I. B. Savelyev, E. Maxeiner, and D. Chalikov, Turbulence production by nonbreaking waves: Laboratory and numerical simulations, *J. Geophys. Res.* **117** (2012) C00J13, https://doi.org/10.1029/2012JC007928.
- J. C. Lamont, and D. S. Scott, An eddy cell model of mass transfer into the surface of a turbulent liquid, A. I. Ch. H. J. 16 (1970) 513.
- J. Gemmrich, and D. Farmer, Near-surface turbulence in the presence of breaking waves, J. Geophys. Res. 34 (2004) 1067.
- 24. J. R. Gemmrich, Strong turbulence in the wave crest region, *J. Phys. Oceanogr.* **40** (2010) 583.
- 25. J. L. Lumley, and E. A. Terray, Kinematic of turbulence convected by a random wave field, *J. Phys. Oceanogr.* **13** (1983) 2000
- 26. J. O. Hinze, Turbulence (McGraw-Hill, 1975) pp. 790.
- 27. M. Ghantous, and A. V. Babanin, Ocean mixing by wave orbital motion, *Acta Phys. Slovaca*. **64** (2014) 1.
- 28. M. A. C. Teixeira, and S. E. Belcher, On the distortion of turbulence by a progressive surface wave, *J. Fluid Mech.* **458** (2002) 229.
- 29. N. S. Oakey, and J. A. Elliott, Dissipation within the surface mixed layer, *J. Phys. Oceanogr.* **12** (1982) 171.

- 30. O. M. Phillips, A note on the turbulence generated by gravity waves, *J. Geophys. Res.* **66** (1961) 2889, https://doi.org/10.1029/JZ066i009p02889.
- 31. P. D. Craig, and M. L. Banner, Modeling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer, *J. Phys. Oceanogr.* **24** (1994) 2546.
- 32. S. Green, Modelling turbulent air flow in a stand of widely spaced trees, *J. Comp. Fluid Dyn. Appl.* **5** (1992) 294.
- 33. S. Gremes-Cordero, Observations of turbulent kinetic energy dissipation at the Labrador Sea surface layer, *The Int. J. Oc. and Clim. Sys.* **8** (2017) 161.
- 34. S. A. Kitaigorodskii, M. A. Donelan, J. L. Lumley, and E. A. Terray, Wave-turbulence interactions in the upper ocean. Part II: Statistical characteristics of wave and turbulent components of the random velocity field in the marine surface layer, *J. Phys. Oceanogr.* **13** (1983) 1988.
- 35. T. K. Cheung, and R. L. Street, The turbulent layer in the water at an air-water interface, *J. Fluid Mech.* **194** (1988) 133.
- 36. T. R. Osborn, D. M. Farmer, S. Vagle, S. A. Thorpe and M. Cure, Measurements of bubble plumes and turbulence from a submarine, *Atmos.-Ocean.* **30** (1992) 419.

- 37. W. M. Drennan, K. K. Kahma, E. A. Terray, M. A. Donelan, and S. A. Kitaigorodskii, Observations of the enhancement of kinetic energy dissipation beneath breaking wind waves. (IU-TAM Symposium on Breaking Waves, M. L. Banner and R. H. J. Grimshaw, Eds., Springer-Verlag, 1991) pp. 95-101.
- 38. W. M. Drennan, M. A. Donelan, E. A. Terray, and K. B. Katsaros, Oceanic turbulence measurements in SWADE, *J. Phys. Oceanogr.* **26** (1996) 808.
- 39. X. Lin, S.-P. Xie, X. Chen, and L. Xu, A well-mixed warm water column in the central Bohai Sea in summer: Effects of tidal and Surface wave mixing, *J. Geophys. Res.* **111** (2006) C11017, https://doi.org/10.1029/2006JC003504.
- Z. C. Huang, L. Lenain, W. K. Melville, J. H. Middleton, B. Reineman, N. Statom, and R. M. Mccabe, Dissipation of wave energy and turbulence in a shallow coral reef lagoon, *J. Geophys. Res. Oceans.* 117 (2012) C03015.
- 41. Z. Song, Z. F. Qiao, Y. Yang, and Y. Yuan, An improvement of the too cold tongue in the tropical Pacific with the development of an ocean-wave-atmosphere coupled numerical model, *Prog. Nat. Sci.* **17** (2007) 576, https://doi.org/10.1080/10020070708541038.