LOS MOMENTOS MAGNETICOS ANOMALOS DE LOS NÚCLEONES I*

Fernando E. Prieto C.

Instituto de Física de la Universidad Nacional de México e Instituto Nacional de la Investigación Científica

(Recibido: Enero 15, 1952)

RESUMEN.

This is the first of a series of three papers devoted to the treatment of the problem of the anomalous magnetic moments of nucleons. In this paper, the Tomonaga-Schwinger's methods of computation have been used to obtain the electromagnetic and mesonic self-energies of nucleons in interaction with an electromagnetic and a pseudoscalar (neutral, charged and symmetrical) meson field. Both self-energies have been found to be logarithmically divergent. These results will be used in forthcoming papers to calculate the anomalous magnetic moments of nucleons.

I.- Introducción.

El éxito de la teoría de Tomonaga-Schwinger en la predicción teórica del momento magnético anómalo del electrón[1] como un efecto de segundo orden en la interacción del campo de los pares con el campo electromagnético, a la vez que el fracaso de los numerosos intentos

*Trabajo presentado en el Congreso Científico Mexicano, Septiembre de 1951.

hechos para predecir los momentos magnéticos anómalos de los nucleones como un efecto debido a la interacción del campo de los nucleones con el campo de mesón[2], hacen sospechar que posiblemente la falla de estos intentos se deba al hecho de que no se ha considerado el efecto de la interacción con el campo electromagnético, interacción que contribuye con un momento magnético adicional al momento del protón, y que por lo tanto, atacando el problema de los momentos anómalos de los nucleones como un efecto debido a la interacción de los tres campos, de nucleón, de mesón y electromagnético, puedan posiblemente obtenerse los valores experimentales.

En este trabajo, primero de una serie de tres destinados al tratamiento del problema que se ha esbozado anteriormente, se procederá al cálculo de las autoenergías electromagnética y mesónica de los nucleones, mismas que se usarán posteriormente en el cálculo de la corriente de nucleón corregida por la interacción con los campos electromagnético y de mesón, y cuyos elementos de matriz dan, entre otras cosas, la información requerida sobre los momentos magnéticos de los nucleones.

El cálculo se ha hecho con las teorías pseudo-escalares neutra, cargada y simétrica, de mesón, y para la interacción con el campo de nucleón se usa un acoplamiento pseudo-escalar.

2.- Las Ecuaciones de Movimiento.

Sea x_μ un punto cualquiera en el espacio-tiempo, $\mu = 1,2,3,4$, $(x_4 = i\, x_0)$, y sea también $\sigma(x)$ una superficie espacialoide cualquiera que pasa por x_μ. Denotemos por n_μ la normal a $\sigma(x)$ en el punto x_μ y apuntando hacia el futuro $(n_0 > 0,\ n_\mu^2 = -1)$. Sean $\psi_\alpha(x)$ y $\bar{\psi}_\alpha(x)$ los espinores de Dirac de ocho componentes, del campo de nucleón; sean también $A_\mu(x)$ los potenciales electromagnéticos, y $\varphi_i(x)$ las variables del campo de mesón, con $i = 1,2$ para la teoría cargada, $i = 1,2,3$ para la teoría simétrica y $i = 4$ para la teoría neutra. Indices menores repetidos indicarán suma sobre el producto. Llamemos

$$\varkappa_0 = \frac{m_0 c}{\hbar} \qquad \qquad \varkappa = \frac{mc}{\hbar} \tag{2.1}$$

en las que m_0 y m son las masas mecánicas propias del nucleón y del mesón respectivamente.

Las ecuaciones de movimiento para los tres campos son

$$(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + \varkappa_0)\ \psi(x) = 0 \tag{2.2}$$

$$(\tilde{\gamma}_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - \varkappa_0)\ \bar{\psi}(x) = 0 \tag{2.3}$$

para el de nucleón,

$$(\Box^2 - \varkappa^2)\ \varphi_i\ (x) = 0 \tag{2.4}$$

para el de mesón, y

$$\Box^2\ A_\mu\ (x) = 0 \tag{2.5}$$

para el electromagnético.

Las reglas de conmutación son*

$$\{\psi_\alpha(x),\ \bar{\psi}_\beta(x')\} = \frac{1}{i}\ S_{\alpha\beta}\ (x-x') \tag{2.6}$$

$$\{\psi_\alpha(x),\ \psi_\beta(x')\} = \{\bar{\psi}_\alpha(x),\ \bar{\psi}_\beta(x')\} = 0 \tag{2.7}$$

$$[\varphi_i(x),\ \varphi_j(x')] = ic\hbar\ \delta_{ij}\ D_\varkappa(x-x') \tag{2.8}$$

$$[A_\mu(x),\ A_\nu(x')] = ic\hbar\ \delta_{\mu\nu}\ D_0(x-x') \tag{2.9}$$

en donde[3]

$$S_{\alpha\beta}(x) = (\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - \varkappa_0)_{\alpha\beta}\ D_{\varkappa_0}\ (x) \tag{2.10}$$

y $D_\varkappa(x)$ es una función que satisface la ecuación

*$\{a,b\} = ab + ba$; $[a,b] = ab - ba$.

$$(\square^2 - \varkappa^2)\ D_\varkappa(x) = 0 \qquad (2.11)$$

con la condición $D_\varkappa(x) = 0$ si $x_\mu^2 > 0$.

La Hamiltoniana de interacción para los tres campos acoplados es

$$H(x) = \frac{1}{c}\ S_i(x)\ \varphi_i(x) - \frac{1}{c}\ j_\mu^{(m)}\ (x)\ A_\mu(x) - \frac{1}{c}\ j_\mu^{(n)}\ (x)\ A_\mu(x) \qquad (2.12)$$

No es necesario considerar los términos que deben añadirse a esta Hamiltoniana con objeto de que se satisfagan las condiciones de integrabilidad e invariancia relativista[4], porque al efectuar la transformación de Schwinger tales términos dan lugar a efectos de tercer y cuarto orden en las constantes de acoplamiento y en este trabajo sólo se considerarán efectos de segundo orden en las mismas.

En la ecuación (2.12), la fuente del campo es

$$S_i(x) = \frac{ifc}{2}\ (\bar{\psi}(x)\ \gamma_5\ \tau_i\psi(x) - \psi(x)\tilde{\gamma}_5\ \tilde{\tau}_i\ \bar{\psi}\ (x)) \qquad (2.13)$$

en la que τ_i representa las matrices de spin isotópico

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \tau_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad \tau_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \tau_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2.14)$$

y γ_5 es el producto de las cuatro matrices de Dirac $\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$, estas matrices satisfacen la regla de conmutación

$$\gamma_a\gamma_b + \gamma_b\gamma_a = 2\delta_{ab} \qquad (a, b = 1, 2, 3, 4, 5)\ ; \qquad (2.15)$$

la corriente de nucleón es

$$j_\mu^{(n)}\ (x) = \frac{iec}{2}\ (\bar{\psi}(x)\ \gamma_\mu\tau_p\psi(x) - \psi(x)\ \tilde{\tau}_p\tilde{\gamma}_\mu\bar{\psi}\ (x)) \qquad (2.16)$$

en la que $\tau_p = \frac{1}{2}\ (1 + \tau_3)$ es la bien conocida matriz de protón; la corriente de mesón es

$$\dot{j}_{\mu}^{(m)}(x) = -\frac{ie}{\hbar}\varphi_i(x)\; T_3^{\cdot}\frac{\partial\varphi_i(x)}{\partial x_\mu} \qquad (2.17)$$

en la que

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \quad , \quad T_3 = \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (2.18)$$

para las teorías cargada y simétrica respectivamente.

3.- La Auto-energía de los Nucleones.

La ecuación de Schwinger en la representación de interacción es

$$ic\hbar\frac{\delta\Psi[\sigma]}{\delta\sigma(x)} = H(x)\;\Psi[\sigma] \qquad (3.1)$$

Los términos de interacción de primer orden pueden eliminarse de esta ecuación introduciendo la llamada transformación de Schwinger

$$\Psi[\sigma] \longrightarrow \exp\,(-i\;S[\sigma])\,\Psi[\sigma] \qquad (3.2)$$

en la que

$$S[\sigma] = \frac{1}{2c\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} H(x')\;\epsilon\;[\sigma,\sigma']\;d\omega' \qquad (3.3)$$

Bajo esta transformación, la ecuación de Schwinger toma la forma*

$$ic\hbar\frac{\delta\Psi[\sigma]}{\delta\sigma(x)} = \sum_{n=1}^{\infty} i^{n-1}\frac{n-1}{n!}\;\overset{n-1}{[S[\sigma],H(x)]}\quad\Psi[\sigma] \qquad (3.4)$$

con

$$\overset{n}{[a,b]} = [a,\overset{n-1}{[a,b]}] \quad y \quad \overset{0}{[a,b]} = b \qquad (3.5)$$

*Alejandro Medina, Notas inéditas de un Seminario sobre Electrodinámica Cuantica.

Puesto que tanto $S[\sigma]$ como $H(x)$ son de primer orden en las constantes de acoplamiento, la ecuación de movimiento hasta términos de segundo orden es

$$i c \hbar \frac{\partial \Psi[\sigma]}{\partial \sigma(x)} = \frac{i}{2} [S[\sigma],\ H(x)]\ \Psi[\sigma] \tag{3.6}$$

en la cual ya no aparecen términos de primer orden.

La clasificación e interpretación de los diversos términos de esta ecuación, ha sido hecha por A.Medina y el autor, en conexión con otros problemas[5], y de este análisis resulta que la auto-energía del nucleón está dada por

$$H_{1,0,0}\ (x) = H^{(m)}_{1,0,0}\ (x) + H^{(e)}_{1,0,0}\ (x) \tag{3.7}$$

en la que

$$H^{(m)}_{1,0,0}\ (x) = -\frac{i}{8c^3\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} [S_i(x), S_j(x')]_1 \{\varphi_i(x), \varphi_j(x')\}_0\ \epsilon(x-x')\,d\omega' -$$

$$-\frac{1}{4c^2}\int_{-\infty}^{\infty} \{S_i(x), S_i(x')\}_1\ \bar{D}_\chi\ (x-x')\ d\omega' \tag{3.8}$$

es la contribución a la auto-energía del nucleón debida a la interacción entre el campo de mesón y el de nucleón, y

$$H^{(e)}_{1,0,0}\ (x) = -\frac{i}{8c^3\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} [j^{(n)}_\mu\ (x),\ j^{(n)}_\nu\ (x')]_1 \{A_\mu(x), A_\nu(x')\}_0\,\epsilon(x-x')\,d\omega'$$

$$-\frac{1}{4c^2}\int_{-\infty}^{\infty} \{j^{(n)}_\mu\ (x),\ j^{(n)}_\nu\ (x')\}_1\ \bar{D}_0\ (x-x')\,d\omega' \tag{3.9}$$

es la contribución electromagnética a la auto-energía del nucleón.

Usando ahora los valores de expectación para el vacío[5,6]

$$\{A_\mu(x), A_\nu(x')\}_0 = c\hbar\, \delta_{\mu\nu}\, D_0^{(1)}\, (x-x') \tag{3.10}$$

y

$$\{\varphi_i(x),\ \varphi_j(x')\}_0 = c\hbar\, \delta_{ij}\, D_\varkappa^{(1)}\, (x-x') \tag{3.11}$$

las expresiones (3.8) y (3.9) pueden llevarse a la forma

$$H^{(m)}_{1,0,0}\ (x) = H^{(1,\varkappa)}\ (x) \tag{3.12}$$

y

$$H^{(\circ)}_{1,0,0}\ (x) = H^{(2,0)}\ (x) \tag{3.13}$$

con

$$H^{(j,\varkappa)}\ (x) = -\frac{q_j^2}{8} \int_{-\infty}^{\infty} [iM^{(j)}(x,x')\,\epsilon(x-x')\,D_\varkappa^{(1)}(x-x') +$$

$$+\ 2N^{(j)}\ (x,x')\ \overline{D}_\varkappa\ (x-x')]\ d\omega' \tag{3.14}$$

en la que

$$q_j = \begin{cases} f & \text{para} \quad j = 1 \\ e & \text{para} \quad j = 2 \end{cases} \tag{3.15}$$

$$M^{(j)}\ (x,x') = i\ (\overline{\psi}\ (x)\ \Gamma^j S(x-x')\ \Gamma^j \psi(x')\ -$$

$$-\ \overline{\psi}\ (x')\ \Gamma^j S(x'-x)\ \Gamma^j \psi(x))\ , \tag{3.16}$$

$$N^{(j)}\ (x,x') = \tfrac{1}{2}\ [\overline{\psi}(x), \Gamma^j S^{(1)}\ (x-x')\ \Gamma^j \psi(x')]\ , +$$

$$+\ \tfrac{1}{2}\ [\overline{\psi}(x')\ \Gamma^j S^{(1)}(x'-x)\ \Gamma^j,\ \psi(x)]\ , \tag{3.17}$$

con

$$\Gamma^j = \begin{cases} \gamma_5\ \tau_i & \text{para} \quad j = 1 \\ \gamma_\mu\ \ \tau_p & \text{para} \quad j = 2 \end{cases} \tag{3.18}$$

Introduciendo ahora las funciones

$$\overline{D}_{\varkappa}(x) = -\tfrac{1}{2}\, D_{\varkappa}(x)\ \epsilon(x) \tag{3.19}$$

y

$$\overline{S}(x) = -\tfrac{1}{2}\, S(x)\ \epsilon(x) \tag{3.20}$$

la expresión (3.14) para la auto-energía puede fácilmente transformarse a

$$H^{(j,\varkappa)}(x) = \tfrac{1}{4}\,[\overline{\psi}(x),\ \xi^{(j,\varkappa)}(x)]_{1} + \tfrac{1}{4}\,[\overline{\xi}^{(j,\varkappa)}(x),\ \psi(x)]_{1} \tag{3.21}$$

en la que

$$\xi^{(j,\varkappa)}(x) = -\frac{q_j^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \Gamma^j (S^{(1)}(x-x')\ \overline{D}_{\varkappa}(x-x') + \overline{S}(x-x')\ D_{\varkappa}^{(1)}(x-x'))\,\Gamma^j\ \psi(x')\ d\omega' \tag{3.22}$$

$$\overline{\xi}^{(j,\varkappa)}(x) = -\frac{q_j^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi}(x')\ \Gamma^j (S^{(1)}(x'-x)\ \overline{D}_{\varkappa}(x-x') + \overline{S}(x'-x)\ D_{\varkappa}^{(1)}(x-x'))\,\Gamma^j\ d\omega' \tag{3.23}$$

$\overline{\xi}^{(j,\varkappa)}(x)$ es meramente la transpuesta conjugada de $\xi^{(j,\varkappa)}(x)$. Para calcular esta última función es conveniente escribirla en la forma

$$\xi^{(j,\varkappa)}(x) = -\frac{q_j^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} K^{(j,\varkappa)}(x-x')\ \psi(x')\ d\omega' \tag{3.24}$$

con

$$K^{(j,\varkappa)}(x) = \Gamma^j\ (S^{(1)}(x)\ \overline{D}_{\varkappa}(x) + \overline{S}(x)\ D_{\varkappa}^{(1)}(x))\ \Gamma^j \tag{3.25}$$

Introduciendo ahora los desarrollos de Fourier[6]

$$D_{\varkappa}^{(1)}(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{ikx}\, \delta(k^2 + \varkappa^2)\, d^4k \tag{3.26}$$

$$\bar{D}_{\varkappa}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} P \int \frac{e^{ikx}}{k^2 + \varkappa^2} d^4k \tag{3.27}$$

$$S^{(1)}(x) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{ik'x}(i\gamma k' - \varkappa_0)\, \delta\, (k'^2 + \varkappa_0^2)\, d^4k' \tag{3.28}$$

$$\bar{S}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} P \int e^{ik'x} \frac{i\gamma k' - \varkappa_0}{k'^2 + \varkappa_0^2}\, d^4k' \tag{3.29}$$

se puede escribir (3.25) en la forma

$$K^{(j,\varkappa)}(x) = \frac{1}{(2\pi)^7} P \int d^4k\, d^4k'\, e^{i(k+k')x}\, \Gamma^j (i\gamma k' - \varkappa_0)\, \Gamma^j \times$$

$$\times \left[\frac{\delta(k'^2 + \varkappa_0^2)}{k^2 + \varkappa^2} + \frac{\delta(k^2 + \varkappa^2)}{k'^2 + \varkappa_0^2} \right] \tag{3.30}$$

misma que usando el cambio de variable

$$p_\mu = k_\mu + k'_\mu \tag{3.31}$$

y la identidad

$$\int_0^1 du\, \delta'[k^2 + \varkappa^2 - (2kp + \varkappa^2)u] = -\frac{1}{2kp + \varkappa^2} [\delta(k^2 - 2kp) - \delta(k^2 + \varkappa^2)] \tag{3.32}$$

puede transformarse a

$$K^{(j,\varkappa)}(x) = -\frac{1}{(2\pi)^7} P \int d^4k\, d^4p \int_0^1 du\, e^{ipx} \Gamma^j [i\gamma(p-k) - \varkappa_0]\, \Gamma^j \times$$

$$\times \delta'[k^2 + \varkappa^2 - (2kp + \varkappa^2)\, u] \tag{3.33}$$

El factor de matrices de esta integral puede transformarse fácilmente usando la regla de conmutación (1.15) y las propiedades $\tau_p^2 = \tau_p$, $\gamma_\mu\gamma_\mu = 4$ y $\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\mu = -2\gamma_\nu$, con lo cual se obtiene

$$K^{(j,\kappa)}(x) = \frac{\alpha_j}{(2\pi)^7} P \int d^4kd^4p \int_0^1 du e^{ipx} (\kappa_0\delta_{j2}-i\gamma k+i\gamma p+\kappa_0) \times$$

$$\times \delta'[k^2+\kappa^2-(2kp + \kappa^2) u] \quad (3.34)$$

con $$\alpha_j = \begin{cases} \tau_1^2 & \text{para } j = 1 \\ 2\tau_p & \text{para } j = 2 \end{cases} \quad (3.35)$$

Notemos ahora que esta función debe usarse para obtener $\xi^{(j,\kappa)}(x)$ dada por (3.24), de manera que se va a tener el operador $(i\gamma p+\kappa_0)$ actuando sobre $\psi(x')$, pero esto es equivalente a $-\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x'_\mu} + \kappa_0$ aplicado a $\exp[ip(x-x')]$, el cual, integrando por partes, es equivalente a $\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x'_\mu} + \kappa_0$ actuando sobre $\psi(x')$ porque el otro término que proviene de la integración por partes es nulo debido a la regularidad de la función ψ, pero el término remanente también es nulo en virtud de la ecuación (2.2) que satisfacen las variables del campo de nucleón. Esto nos permite simplificar la integral (3.34) por la supresión del término $i\gamma p+\kappa_0$, que da una contribución nula a la integral (3.24). Introduciendo además la transformación

$$k_\mu \longrightarrow k_\mu + p_\mu u \quad (3.36)$$

y substituyendo el resultado en (3.24), se obtiene

$$\xi^{(j,\kappa)}(x) = \frac{\alpha_j q_j^2}{2(2\pi)^7} \int d^4kd^4p \int_0^1 du e^{ip(x-x')}$$

$$(i\gamma pu\delta'[k^2+(1-u)\kappa^2+u^2\kappa_0^2]\ \psi\ (x')\ d\omega') -$$

$$-\frac{\alpha_j q_j^2}{2(2\pi)^7}\int d^4k d^4p \int_0^1 du\ e^{ip(x-x')}\ \varkappa_0\ \delta_{j2}\ \times$$

$$\times\delta'[k^2+(1-u)\ \varkappa^2\ +\ u^2\varkappa_0^2]\ \psi\ (x')\ d\omega' \tag{3.37}$$

Introduciendo en estas integrales el hecho de que

$$\frac{1}{(2\pi)^4}\int e^{ip(x-x')}\ d^4p = \delta\ (x-x') \tag{3.38}$$

e integrando con respecto a x' directamente en la segunda integral, y por partes en la primera, se obtiene

$$\mathcal{E}^{(j,\varkappa)}(x) = \delta^{(j,\varkappa)}\ m_0c^2\ \psi(x) \tag{3.39}$$

en la que

$$\delta^{(j,\varkappa)}_{m_0c^2} = -m_0c^2\ \frac{\alpha}{4\pi^2}\ \frac{\alpha_j q_j^2}{e^2}\int_0^1 (\delta_{j2}+u)\ du\ \times$$

$$\times\int d^4k\ \delta'\ [k^2+(1-u)\ \varkappa^2+u^2\varkappa_0^2] \tag{3.40}$$

es una constante que puede transformarse, por integración por partes con respecto a u, a la forma

$$\frac{\delta^{(j,\varkappa)}m_0}{m_0} = -\frac{\alpha}{4\pi^2}\frac{\alpha_j q_j^2}{e^2}(\delta_{j2}+\tfrac{1}{2})\int d^4k\ \delta'[k^2+\varkappa_0^2]\ +$$

$$+\ \frac{\alpha}{4\pi^2}\ \frac{\alpha_j q_j^2}{e^2}\int_0^1 du\ [(2u^2\delta_{j2}+u^3)\varkappa_0^2-(u\delta_{j2}+\frac{u^2}{2})\varkappa^2]\times$$

$$\times\int d^4k\ \delta''[k^2+(1-u)\varkappa^2+u^2\varkappa_0^2] \tag{3.41}$$

Usando ahora las integrales[1]

$$\int d^4k \ \delta' (k^2+\varkappa_o^2) = - 2\pi \lim_{P\to\infty} \left(\ln \frac{P_o+P}{\varkappa_o} - 1\right) \tag{3.42}$$

con

$$P_o^2 = P^2 + \varkappa_o^2 \tag{3.43}$$

y

$$\int d^4k \ \delta'' [k^2+(1-u)\varkappa^2+u^2\varkappa_o^2] = \frac{\pi}{(1-u)\varkappa^2+u^2\varkappa_o^2} \tag{3.44}$$

se obtiene

$$\frac{\delta m_o^{(j,\varkappa)}}{m_o} = \frac{\alpha}{4\pi} \ \frac{\alpha_j q_j^2}{e^2} \left[(\delta_{j2}+\tfrac{1}{2}) \lim_{P\to\infty} \left(\ln \frac{P_o+P}{\varkappa_o} - 1\right) + I^{(j,\varkappa)} \right] \tag{3.45}$$

en la que

$$I^{(j,\varkappa)} = \int_o^1 \frac{du}{(1-u)\varkappa^2+u^2\varkappa_o^2} \left[(2u^2\delta_{j2}+u^3)\varkappa_o^2 - (u\delta_{j2}+\frac{u^2}{2})\varkappa^2 \right] \tag{3.46}$$

La aplicación de los métodos usuales de cálculo a esta última integral da por resultado

$$I^{(1,\varkappa)} = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2} \frac{\varkappa^2}{\varkappa_o^2} \left(1+\ln \frac{\varkappa^2}{\varkappa_o^2}\right) - \tfrac{1}{4} \frac{\varkappa^4}{\varkappa_o^4} \ln \frac{\varkappa^2}{\varkappa_o^2} -$$

$$- \frac{\varkappa^3}{\varkappa_o^3} \sqrt{1-\tfrac{1}{4}\frac{\varkappa^2}{\varkappa_o^2}} \left[\tan^{-1} \frac{\frac{\varkappa_o}{\varkappa} - \frac{1}{2}\frac{\varkappa}{\varkappa_o}}{\sqrt{1-\frac{1}{4}\frac{\varkappa^2}{\varkappa_o^2}}} - \tan^{-1} \frac{-\frac{1}{2}\frac{\varkappa}{\varkappa_o}}{\sqrt{1-\frac{1}{4}\frac{\varkappa^2}{\varkappa_o^2}}} \right] \tag{3.47}$$

$$I^{(2,o)} = \tfrac{5}{2} \tag{3.48}$$

se obtiene entonces

$$\delta^{(1,\varkappa)}_{m_0c^2} = \frac{f^2}{4\pi c\hbar} m_0 c^2 \tau_1^2 \; [\tfrac{1}{2} \lim_{P\to\infty} (\ln \frac{P_0+P}{\varkappa_0} - 1) + I^{(1,\varkappa)}] \tag{3.49}$$

y

$$\delta^{(2,0)}_{m_0c^2} = \frac{\alpha}{4\pi} m_0 c^2 \tau_p \; [3 \lim_{P\to\infty} (\ln \frac{P_0+P}{\varkappa_0} - 1) + 5] \tag{3.50}$$

y usando (3.39), (3.21) y (3.12) resulta que

$$H^{(m)}_{1,0,0}(x) = \tfrac{1}{2} \delta^{(1,\varkappa)}_{m_0c^2} \; [\bar{\psi}(x), \psi(x)]_1 \tag{3.51}$$

y

$$H^{(e)}_{1,0,0}(x) = \tfrac{1}{2} \delta^{(2,0)}_{m_0c^2} \; [\bar{\psi}(x), \psi(x)]_1 \tag{3.52}$$

son respectivamente las auto-energías mésonica y electromagnética del nucleón, ambas son logarítmicamente divergentes y pueden ser eliminadas de la ecuación de movimiento (3.6) usando un método idéntico al empleado por Schwinger para eliminar la auto-energía del electrón[6].

El autor desea expresar su agradecimiento al Profesor Alejandro Medina por la sugestión del problema y por la valiosa ayuda prestada para la solución del mismo, así como al Instituto Nacional de la Investigación Científica, bajo cuyos auspicios se efectuó esta investigación.

REFERENCIAS

1. J.Schwinger, Phys.Rev. 76, 791, (1949)
2. S.Ozaki, Prog.Theor.Phys. 1, 57, (1946); K.Sawada, Prog.Theor.Phys. 4, 532, (1949); E.Yamada, Prog.Theor.Phys. 5, 312, (1950); S.Hori, K.Sawada, Prog.Theor.Phys. 5, 333, (1950); K.M.Case, Phys.Rev. 74, 184, (1948); J.M.Luttinger, Phys.Rev. 75, 309, (1949); K.M.Case, Phys.Rev. 76, 1, (1949); S.Borowitz, W.Kohn, Phys.Rev. 76, 818, (1949); J.Leite Lopes, Phys.Rev. 78,36,(1950).

3. J.Schwinger, Phys.Rev. 74, 1439, (1948).
4. Y.Miyamoto, Prog.Theor.Phys. 3, 124, (1948).
5. A.Medina, Phys.Rev. 80, 138(A), (1950); F.E.Prieto, Phys.Rev. 80, 138(A), (1950).
6. J.Schwinger, Phys.Rev. 75, 651, (1949).